数学单元专题测试二十二　空间的距离

学校＿＿＿＿＿＿　班级＿＿＿＿＿＿　姓名＿＿＿＿＿＿

一、选择题

1.(’02 西城)已知在△ABC 中，AB=9，AC=15，∠BAC=120°，它所在平面外一点 P 到三个顶点的距离都是 14，那么点 P 到平面 ABC 的距离是　　(　　)

(A)13　(B)11　(C)9　(D)7

2.(’02 天津)α，β，ν是三个两两平行的平面，若α与β之间的距离是 3，与ν之间距离是 4，则β与ν之间的距离取值范围是　　(　　)

(A){1}　(B){7}　(C){1，7}　(D)[1，7]

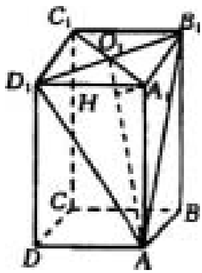
3.(’02 重庆)α，β是两个平行的平面，α⊂a，b⊂β，a 与 b 之间的距离为 d_1，α与β之间的距离为 d_2，则(　　)

(A)$d_1=d_2$　(B)$d_1>d_2$　(C)$d_1<d_2$　(D)$d_1\geq d_2$

4.(’02 武汉)(2001 年湖北)已知 MN∥α，MM_1⊥

α，垂足为 M_1， NA 是平面α的斜线，斜足为 A，且 NA 上 MN ，若 MN=a ， $M_1A=b$ ， NA=c ，那么 M1N=(　　)

(A) $\sqrt{a^2+b^2+c^2}$　(B) $\sqrt{a^2+b^2-c^2}$　(C) $\sqrt{2a^2+b^2-c^2}$　(D) $\sqrt{2a^2+c^2-b^2}$



5.(’01 广州)如图，已知在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，底面是边长为 2 正方形， 高为 4，则点 A_1，到截面 AB_1D_1 的距离是　　(　　)

(A) $\frac{8}{3}$　(B) $\frac{3}{8}$　(C) $\frac{4}{3}$　(D) $\frac{3}{4}$

6.(’01 海淀)直线 m 与平面α间的距离为 d，那么到 m 与α距离都等于 2d 的点的集合是　　(　　)

(A)一个平面　　(B)一条直线

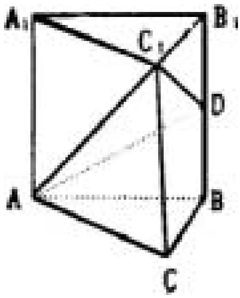
(C)两条直线　　(D)空集

7.(’01 大连)如图，正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，AB=a，$AA_1=2a$，D 是 BB_1 的中点， 则 B 到平面 AC_1D 的

距离是　　　　　　　　　　　　　　　　　（　　）

(A)$\frac{\sqrt{3}}{3}a$　　　(B)$\frac{\sqrt{5}}{5}a$

(C)$\frac{\sqrt{3}}{2}a$　　　(D)$\frac{a}{2}$



8.(’01 东城)如果四面体的四个顶点到平面α的距离都相等， 则这样的平面α一共有　　　（　　）

(A)1 个　(B)3 个　(C)4 个　(D)7 个

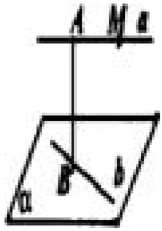
9.(’01 东城)已知 A、B、C、D 为同一球面上的四点，且连接每两点间的线段长都等于 2 ，则球心 O 到平面 B(CD 的距离等于　　　（　　）

(A)$\frac{\sqrt{6}}{3}$　(B)$\frac{\sqrt{6}}{6}$　(C)$\frac{\sqrt{6}}{12}$　(D)$\frac{\sqrt{6}}{18}$

二、填空题

10.(’01 武汉)P 为 Rt△ABC 所在平面外一点，它到直角顶点的距离为 24，到两直角边的距离为$6\sqrt{10}$，则 P 到平面 ABC 的距离为____。

11.('02 广东)正方体 ABCD-A'B'C'D'，若 AB_1 与 A_1C_1 间的距离为 1 ，则 DB_1 与 A_1C_1 间的距离为____.



12.('02 丰台)异面直线α、b(如图)的公垂线段 AB 的长为 10cm， 点 A∈α，点 M∈α， 且 AM=5cm ，若α，b 所成的角为 60°，则点 M 到直线 b 的距离为____cm 。

13.('01 威安)$\triangle ABC_1$和$\triangle ABC_2$是两个腰长为 1 的等腰直角三角形，二面角 C_1-ABC_2 的大小为 60°， 则 C_1 与 C_2 两点的距离是____。(注:写出所有可能的值)。

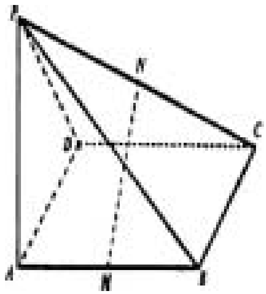
三、解答题:

14.('02 长沙)如图， PA⊥平面 ABCD，四边形 ABCD 是矩形， PA=AD=α，M，N 分别是 AB ， PC 的中点。

(Ⅰ)求平面 PCD 与平面 ABCD 所成二面角的大小；

(Ⅱ)求证:MN⊥平面 PCD；

(Ⅲ)当 AB 的长度变化时，求异面直线 PC 与 AD 所成角的可能范围。

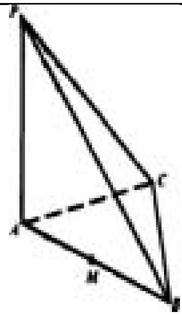


15.(’01 荆州)在如图的三棱锥 P-ABC 中，PA⊥平面 ABC，PA=AC=1， PC=BC， PB 和平面 ABC 所成的角为 30°。

(Ⅰ)求证:平面 PBC⊥平面 PAC；

(Ⅱ)比较三个侧面的面积的算术平均数与底面积数值的大小， 并说明理由；

(Ⅲ)求 AB 的中点 M 到直线 PC 的距离。

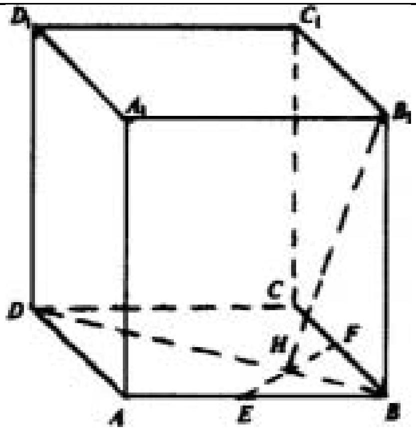


16.（'02 宣武）如图：在棱长为α的正方体 ABCD $A_1B_1C_1D_1$ 中，E，F 分别为棱 AB 和 BC 的中点，EF 交 BD 于 H。

（Ⅰ）求二面角 B_1-EF-B 的正切值；

（Ⅱ）试在棱 B_1B 上找一点 M，使 $D_1M\perp$ 平面 EFB_1，并证明你的结论；

（Ⅲ）求点 D_1 到平面 EFB_1 的距离。



参考答案

1.D 2.C 3.D 4.D 5.C 6.C 7.B 8.D 9.B 10.12 11.$\frac{\sqrt{2}}{2}$ 12.$\frac{3-\sqrt{10}}{2}$ 13.$\frac{\sqrt{2}}{2}$ $\sqrt{2}$(不唯一)

14.解:(1)PA⊥平面 ABCD，CD⊥AD，∴PD⊥CD 故∠PDA 是平面 PCD 与平面 ABCD 所成二面角的平面角在

Rt△PAD 中，PA⊥AD， PA=AD，∴∠PDA=45°

(2)取 PD 中点 E，连接 AE， EN，又 M，N 分别是 AB，PC 的中点，

∴EN$\underline{\underline{/\!/}}\frac{1}{2}CD\underline{\underline{/\!/}}\frac{1}{2}$AB∴AMNE 是平行四边形，∴MN∥AE

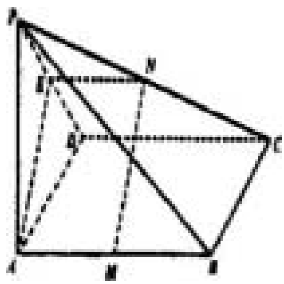
在等腰 Rt△PAD 中， AE 是斜边的中线， ∴AE⊥PD。

又 CD⊥AD，CD⊥PD∴CD⊥平面 PAD ∴CD⊥AE，

又 PD∩CD=D，∴AE⊥平面 PCD 。 ∴MN⊥平面 PCD

(3)∵AD∥BC 所以∠PCB 为异面直线 PC，AD 所成的角。

由三垂线定理知 PB⊥BC，设 AB=x(x>0)。



则 $\tg\angle PCB=\dfrac{\sqrt{a^2+x^2}}{a}=\sqrt{1+(\dfrac{x}{a})^2}$

$\dfrac{x}{a}\in(0,+\infty)$，$\therefore \tg\angle PCB\in(1,+\infty)$。　又$\angle PCB$为锐角，$\therefore\angle PCB\in(\dfrac{\pi}{4},\dfrac{\pi}{2})$。

15.解：(Ⅰ)由已知 $PA\perp$平面 ABC，$PA=AC=1$，　$\therefore\triangle PAC$ 为等腰直角三角形，且 $PC=CB=\sqrt{2}$。

在 Rt$\triangle PAB$ 中$\angle PBA=30^\circ$，　$\therefore PB=2$，　$\therefore\triangle PCB$ 为等腰直角三角形。

$\because PA\perp$平面 ABC，$PC\perp BC$，　$\therefore AC\perp BC$，又 $AC\cap PC=C$，　$\therefore BC\perp$平面 PAC，

$\because BC\subset$平面 PBC，　$\therefore$平面 $PBC\perp$平面 PAC

(Ⅱ)三个侧面及底面都是直角三角形，求得侧面 PAC 面积值为$\dfrac{1}{2}$，侧面 PAB 面积值为$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，侧面 PCB 面积值为 1，底面积值为$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$。　三个侧面面积的算术平均数为$\dfrac{3+\sqrt{3}}{6}$。

$\because\dfrac{3+\sqrt{3}}{6}-\dfrac{\sqrt{2}}{2}=\dfrac{3+\sqrt{3}-3\sqrt{2}}{6}$，其中 $3+\sqrt{3}-3\sqrt{2}=(3-2\sqrt{2})+(\sqrt{3}-\sqrt{2})=(\sqrt{9}-\sqrt{8})+(\sqrt{3}-\sqrt{2})>0$，

$\therefore$三个侧面面积的算术平均数大于底面积的数值。

(Ⅲ)如图，过 M 作 $MD\perp AC$，垂足为 D

$\because$平面 $PAC\perp$平面 ABC 且相交于 AC，　$\therefore MD\perp$平面 PAC。

过 D 作 $DE\perp PC$，垂足为 E，连结 ME，则 DE 是 ME 在平面 PAC 上的射影，

$\because DE\perp PC$，$\therefore ME\perp PC$，ME 的长度即是 M 到 PC 的距离。

在 Rt$\triangle ABC$ 中，$MD\parallel BC$，$MD=\dfrac{1}{2}BC=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，在等腰 Rt$\triangle PAC$ 中，　$DE=DC\sin45^\circ=\dfrac{\sqrt{2}}{4}$

$\therefore ME=\sqrt{MD^2+DE^2}=\sqrt{\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{8}}=\dfrac{\sqrt{10}}{4}$，即点 M 到 PC 的距离为$\dfrac{\sqrt{10}}{4}$

16.(1)连 AC、B_1H，则 $EF\parallel AC$　$\because AC\perp BD$，$\therefore BD\perp EF$　$\because B_1B\perp$平面 $ABCD$，$\therefore B_1H\perp EF$

$\therefore\angle B_1HB$ 为二面角 B_1-EF-B 的平面角　在 Rt$\triangle B_1BH$ 中，$B_1B=a$，$BH=\dfrac{\sqrt{2}}{4}a$

$\therefore\tg\angle B_1HB=\dfrac{B_1B}{BH}=2\sqrt{2}$，$\therefore\angle B_1HB=\mathrm{arctg}2\sqrt{2}$

(2)在棱 B_1B 上取中点 M，连 D_1M，　$\because EF\perp$平面 BB_1D_1D，$\therefore EF\perp D_1M$

在正方形 BB_1C_1C 中，$\because M$，F 分别为 BB_1，BC 的中点 $\therefore B_1F\perp C_1M$

又$\because D_1C_1\perp$平面 BCC_1B_1，$\therefore B_1F\perp D_1C_1$　$\therefore B_1F\perp$平面 MC_1D_1

$\therefore B_1F\perp D_1M$，$\therefore D_1M\perp$平面 EFB_1

(3)设 D_1M 与平面 EFB_1 交于点 N，则 D_1N 为点 D_1 到平面 EFB_1 的距离

在 Rt$\triangle MB_1D_1$ 中，$D_1B_1^{\ 2}=D_1N\cdot D_1M$

$\because D_1B_1=\sqrt{2}a$，$D_1M=\dfrac{3}{2}a$，$D_1N=\dfrac{4}{3}a$　故点 D_1 到平面 EFB_1 的距离为$\dfrac{4}{3}a$