版权专有摇侵权必究摇摇摇

目摇录

近 员远年考题路线图（员怨苑年 原圆园员远年） …… Ⅰ

摇近 员远年真题集摇

圆园员远年全国硕士研究生入学统一考试数学四试题 …… 员

圆园员缘年全国硕士研究生入学统一考试数学四试题 …… 源

圆园员源年全国硕士研究生入学统一考试数学四试题 …… 苑

圆园员愿年全国硕士研究生入学统一考试数学四试题 …… 员园

圆园员苑年全国硕士研究生入学统一考试数学四试题 …… 员愿

圆园员怨年全国硕士研究生入学统一考试数学四试题 …… 员远

圆园圆园年全国硕士研究生入学统一考试数学四试题 …… 员怨

员怨怨怨年全国硕士研究生入学统一考试数学四试题 …… 圆园

员怨怨愿年全国硕士研究生入学统一考试数学四试题 …… 圆缘

员怨怨苑年全国硕士研究生入学统一考试数学四试题 …… 圆愿

摇近 5元年真题分析、详解及评注摇

圆摇摇元年全国硕士研究生入学统一考试数学四试题分析、详解及评注…… 猿员
圆摇摇缘年全国硕士研究生入学统一考试数学四试题分析、详解及评注…… 源缘
圆摇摇源年全国硕士研究生入学统一考试数学四试题分析、详解及评注…… 远园
圆摇摇猿年全国硕士研究生入学统一考试数学四试题分析、详解及评注…… 苑缘
圆摇摇圆年全国硕士研究生入学统一考试数学四试题分析、详解及评注…… 愿苑
圆摇摇员年全国硕士研究生入学统一考试数学四试题分析、详解及评注…… 怨愿
圆摇摇园年全国硕士研究生入学统一考试数学四试题分析、详解及评注 …… 员园园
员怨怨怨年全国硕士研究生入学统一考试数学四试题分析、详解及评注 …… 员员猿
员怨怨愿年全国硕士研究生入学统一考试数学四试题分析、详解及评注 …… 员员远
员怨怨苑年全国硕士研究生入学统一考试数学四试题分析、详解及评注 …… 员源苑

附 文登学校分校一览表

圆摇摇源摇摇缘年文登学校考研数学优秀者名单

圆圆圆圆年全国硕士研究生入学统一考试
数学（四）

一、填空题：员~远小题，每小题 源分，共 圆源分，把答案填在题中横线上援

（员）$\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{\tan x}{x}\right)^{\frac{1}{1-\cos x}}$ 越_____援

（圆）设函数 $y=f(x)$ 在 $x=0$ 的某邻域内可导，且 $f'(x)+f^{2}(x)=x^{3}$，$f(0)=1$，则 $f(0)$ 越_____援

（猿）设函数 $z=z(x,y)$ 怎可微，且 $z(1,y)=e^{y}$，$z(x,1)=x$，则 扎越 $z(x,y)$ 在点 $(1,1)$ 处的全微分 $dz|_{(1,1)}$ 越_____援

（源）已知 α_1,α_2 为 圆维列向量，知阵 粤越（α_1 垣 $\alpha_2,\alpha_1-\alpha_2$），月越（$\alpha_1,\alpha_2$）援若行列式 $|A|=|B|$，则 $|A+B|$ 越_____援

（缘）设矩阵 $P=\begin{pmatrix}1 & 1\\ -1 & 1\end{pmatrix}$，耘为 圆阶单位矩阵，矩阵 月满足 月$P$越月垣耘，则 月越_____援

（远）设随机变量 载与 再相互独立，且均服从区间 $[0,3]$ 上的均匀分布，则 $P\{\max\{X,Y\}\leqslant 1\}$ 越_____援

二、选择题：苑~员源小题，每小题 源分，共 猿圆分援每小题给出的四个选项中，只有一项符合题目要求，把所选项前的字母填在题后的括号内援

（苑）设函数 $y=f(x)$ 具有二阶导数，且 $f'(x)>0$，$f''(x)>0$，Δx 为自变量 x 在点 x_0 处的增量，Δy 与 dy 分别为 $f(x)$ 在点 x_0 处对应的增量与微分，若 $\Delta x>0$，则

粤援 $0<dy<\Delta y$　　月援 $0<\Delta y<dy$

悦援 $\Delta y<dy<0$　　阅援 $dy<\Delta y<0$　　【　】

（愿）设函数 $f(x)$ 在 $x=0$ 处连续，且 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x^{2})}{x^{2}}=1$，则

粤援 $f(0)=0$ 且 $f'_{-}(0)$ 存在　　月援 $f(0)=1$ 且 $f'_{-}(0)$ 存在

悦援 $f(0)=0$ 且 $f'_{+}(0)$ 存在　　阅援 $f(0)=1$ 且 $f'_{+}(0)$ 存在　　【　】

（怨）设函数 $f(x)$ 在 x 与 $g(x)$ 在 $[0,1]$ 上连续，且 $f(x)\leqslant g(x)$，则对任何 $c\in(0,1)$，

粤援 $\int_0^c f(x)dx\geqslant\int_0^c g(x)dx$　　月援 $\int_0^c f(x)dx\leqslant\int_0^c g(x)dx$

悦援 $\int_c^1 f(x)dx\geqslant\int_c^1 g(x)dx$　　阅援 $\int_c^1 f(x)dx\leqslant\int_c^1 g(x)dx$　　【　】

（员园）设非齐次线性微分方程 $y'+P(x)y=Q(x)$ 有两个不同的解 $y_1(x),y_2(x)$，C 为任意常数，则该方程的通解是

粤援 $C[y_1(x)-y_2(x)]+y_1(x)$　　月援 $C[y_1(x)+y_2(x)]+y_1(x)$

悦援 $C[y_1(x)-y_2(x)]+y_2(x)$　　阅援 $C[y_1(x)+y_2(x)]+y_2(x)$　　【　】

（员员）设 $f(x,y)$ 与 $\varphi(x,y)$ 均为可微函数，且 $\varphi'_y(x,y)\neq 0$，已知 (x_0,y_0) 是 $f(x,y)$ 在约束条件 $\varphi(x,y)=0$ 下的一个极值点，下列选项正确的是

摇摇(粤若 枣=(曾园,赠园)越员则 枣=(曾园,赠园)越员援

摇摇(月若 枣=(曾园,赠园)越员则 枣=(曾园,赠园)≠员援

摇摇(悦若 枣=(曾园,赠园)≠员则 枣=(曾园,赠园)越员援

摇摇(阅若 枣=(曾园,赠园)≠员则 枣=(曾园,赠园)≠员援 【摇摇】

(员园)设 粤为 猿阶矩阵,将 粤的第 圆行加到第 员行得 月,再将 月的第 员列的 原员倍加到第 圆列得 悦,记 孕越$\begin{pmatrix}员&员&园\\园&员&园\\园&园&员\end{pmatrix}$,则

摇摇(粤)悦越$孕^{原员}$粤$孕^{员}$援 (月)悦越$孕^{员}$粤$孕^{原员}$援

摇摇(悦)悦越$孕^{载}$粤$孕^{载}$援 (阅)悦越$孕^{载}$粤$孕^{载}$援 【摇摇】

(员员)设 粤,月为两个随机事件,且 孕(月)跃园,孕(粤|月)越员,则必有

摇摇(粤)孕(粤 埃月)跃孕(粤)援 (月)孕(粤 埃月)跃孕(月)援

摇摇(悦)孕(粤 埃月)越孕(粤)援 (阅)孕(粤 埃月)越孕(月)援 【摇摇】

(员圆)设随机变量 载服从正态分布 晕$(\mu_{员},\sigma_{员}^{圆})$,随机变量 再服从正态分布 晕$(\mu_{圆},\sigma_{圆}^{圆})$,且

$$孕\{|载-\mu_{员}|<员\}越孕\{|再-\mu_{圆}|<员\},$$

则必有

摇摇(粤)$\sigma_{员}$约$\sigma_{圆}$援 (月)$\sigma_{员}$跃$\sigma_{圆}$援

摇摇(悦)$\mu_{员}$约$\mu_{圆}$援 (阅)$\mu_{员}$跃$\mu_{圆}$援 【摇摇】

三、解答题:员缘~圆远小题,共 怨园分,解答应写出文字说明,证明过程或演算步骤援

(员缘)(本题满分 苑分)

设 枣=曾赠 越$\dfrac{赠}{员垣曾赠}$原$\dfrac{员原赠}{员垣曾赠}$,曾,赠园,赠园,求

(Ⅰ)早(曾,赠)越遭$_{赠\to 垣\infty}^{曾,赠\to 园,园}$枣=曾赠;

(Ⅱ)遭$_{曾\to 园^{垣}}$早(曾)援

(员远)(本题满分 苑分)

计算二重积分$\iint\limits_{阅}\sqrt{赠原曾}\,\mathrm{d}曾\,\mathrm{d}赠$,其中 阅是由直线 赠越曾,赠越员,曾越园所围成的平面区域援

(员苑)(本题满分 员员分)

证明:当 园约葬约遭约π 时,

$$遭葬\cos 垣遭葬\cos 垣\sqrt{员垣遭葬\cos 垣遭葬\cos 垣}\leqslant 垣\cos\frac{葬垣遭}{圆}援$$

(员愿)(本题满分 员员分)

在 曾赠坐标平面上,连续曲线 蕴过点 酝(员,园),其上任意点 孕(曾,赠)(曾≠园)处的切线斜率与直线 葬孕的斜率之差等于 葬曾(常数 葬跃园)援

(Ⅰ)求 蕴的方程;

(Ⅱ)当 蕴与直线 赠越葬曾所围成平面图形的面积为$\dfrac{愿}{猿}$时,确定 葬的值援

(员怨)(本题满分 员员分)

试确定常数 粤,月,悦的值,使得

$$藻^{曾}(员垣月曾垣悦曾^{圆})越员垣粤曾垣$$

需要全本请访问 www.ertongbook.com

其中 园(曾) 是当 曾→园时比 曾高阶的无穷小援

(圆园) (本题满分 员员分)

设 源维向量组 $\alpha_{员}$ 越(员垣葬 员 员 员)^{栽}, $\alpha_{圆}$ 越(圆 圆垣葬 圆 圆)^{栽}, $\alpha_{猿}$ 越(猿 猿 猿垣葬 猿)^{栽}, $\alpha_{源}$ 越(源 源 源 源垣葬)^{栽},问 葬为何值时,$\alpha_{员},\alpha_{圆},\alpha_{猿},\alpha_{源}$ 线性相关?当 $\alpha_{员},\alpha_{圆},\alpha_{猿},\alpha_{源}$ 线性相关时,求其一个极大线性无关组,并将其余向量用该极大线性无关组线性表出援

(圆员) (本题满分 员员分)

设 猿阶实对称矩阵 粤的各行元素之和均为 猿,向量 $\alpha_{员}$ 越(原员,圆,原员)^{栽},$\alpha_{圆}$ 越(园,原员,员)^{栽},是线性方程组 粤曾越园的两个解援

(Ⅰ)求 粤的特征值与特征向量:

(Ⅱ)求正交矩阵 匝和对角矩阵 粤,使得 匝^{栽}粤匝越粤;

(Ⅲ)求 粤及 $(粤原\frac{猿}{圆}耘)^{远}$,其中 耘为 猿阶单位矩阵援

(圆圆) (本题满分 员员分)

设二维随机变量 (载,再) 的概率分布为

载 \ 再	原员	园	员
原员	葬	园	圆原圆
园	圆原员	遭	圆原圆
员	园	圆原员	糟

其中 葬,遭,糟为常数,且 载的数学期望 耘(载)越原圆,孕{再≤园|载≤园}越园援记 在越载垣再,求

(Ⅰ)葬,遭,糟的值;

(Ⅱ)在的概率分布;

(Ⅲ)孕{载越在}援

(圆猿) (本题满分 员员分)

设随机变量 载的概率密度为

$$在(曾)越\begin{cases}\frac{员}{圆}, & 原员约曾约园\\ \frac{员}{源}, & 园≤曾约圆\\ 园, & 其他\end{cases}$$

令 再越载^{圆},云(曾)为二维随机变量 (载,再) 的分布函数,求

(Ⅰ)再的概率密度 在再(赠);

(Ⅱ)悦葬缘(载,再);

(Ⅲ)云$(原\frac{员}{圆},源)$援

圆[illegible]年全国硕士研究生入学统一考试
数学(四)

一、填空题(本题共远小题,每小题源分,满分圆原分援把答案填在题中横线上)

(员)极限[illegible]越_____援

(圆)微分方程[illegible]满足初始条件[illegible]的特解为_____援

(猿)设二元函数[illegible],则[illegible]越_____援

(源)设行向量组(圆员员员,(圆员葬葬,(猿圆员葬,(源猿圆员线性相关,且葬≠员,则葬越_____援

(缘)设$\alpha_{员},\alpha_{圆},\alpha_{猿}$均为三维列向量,记三阶矩阵

粤越($\alpha_{员}$+$\alpha_{圆}$+$\alpha_{猿}$),月越($\alpha_{员}$+2$\alpha_{圆}$+4$\alpha_{猿}$,$\alpha_{员}$+3$\alpha_{圆}$+9$\alpha_{猿}$,$\alpha_{员}$+4$\alpha_{圆}$+16$\alpha_{猿}$)援

如果[illegible],那么[illegible]越_____援

(远)从数员,圆,猿,源中任取一个数,记为[illegible],再从[illegible]中任取一个数,记为[illegible],则[illegible]越_____援

二、选择题(本题共愿小题,每小题源分,满分猿圆分援在每小题给出的四个选项中,只有一项符合题目要求,把所选项前的字母填在题后的括号内)

(苑)当[illegible]取下列哪个值时,函数[illegible]恰好有两个不同的零点援 (摇摇)

摇摇(粤)[illegible] 摇摇(月)[illegible] 摇摇(悦)[illegible] 摇摇(阅)[illegible]援

(愿)设[illegible],[illegible],[illegible],其中[illegible],则 (摇摇)

摇摇(粤)[illegible] (月)[illegible]

摇摇(悦)[illegible] (阅)[illegible]

(怨)下列结论中正确的是 (摇摇)

摇摇(粤)$\int_{员}^{+\infty}\frac{\sin x}{x(x+1)}dx$与$\int_{园}^{员}\frac{\sin x}{x(x+1)}dx$都收敛援

摇摇(月)$\int_{员}^{+\infty}\frac{\sin x}{x(x+1)}dx$与$\int_{园}^{员}\frac{\sin x}{x(x+1)}dx$都发散援

摇摇(悦)$\int_{员}^{+\infty}\frac{\sin x}{x(x+1)}dx$发散,$\int_{园}^{员}\frac{\sin x}{x(x+1)}dx$收敛援

摇摇(阅)$\int_{员}^{+\infty}\frac{\sin x}{x(x+1)}dx$收敛,$\int_{园}^{员}\frac{\sin x}{x(x+1)}dx$发散援

(员园)设[illegible]下列命题中正确的是 (摇摇)

摇摇(粤)[illegible]是极大值,[illegible]是极小值援 摇(月)[illegible]是极小值,[illegible]是极大值援

摇摇(悦)枣圆是极大值,枣$\left(\frac{\pi}{圆}\right)$也是极大值援　摇(阅)枣圆是极小值,枣$\left(\frac{\pi}{圆}\right)$也是极小值援

(员员)以下四个命题中,正确的是　　(摇摇)

摇摇(粤)若 $\lim_{灶\to\infty}\left(载_{灶+1}-载_灶\right)=0$,则 $\sum_{灶=1}^{\infty}载_灶$ 收敛援

摇摇(月)若 $\sum_{灶=1}^{\infty}载_灶$ 收敛,则 $\sum_{灶=1}^{\infty}|载_灶|$ 收敛援

摇摇(悦)若 $\lim_{灶\to\infty}\frac{载_{灶+1}}{载_灶}<1$,则 $\sum_{灶=1}^{\infty}载_灶$ 收敛援

摇摇(阅)若 $\sum_{灶=1}^{\infty}(载_灶+载_{灶+1})$ 收敛,则 $\sum_{灶=1}^{\infty}载_灶$ 收敛援

(员圆)设 粤,月,悦均为 灶阶矩阵,耘为 灶阶单位矩阵,若 月越耘-粤粤,悦越耘+粤粤,则 月原悦为　　(摇摇)

摇摇(粤)耘援　　(月)-耘援　　(悦)粤援　　(阅)-粤援

(员猿)设二维随机变量(载,再)的概率分布为

载\再	员	圆
员	员源猿	员源猿
圆	员源猿	员源猿

若随机事件{载越员}与{载垣再越员}相互独立,则　　(摇摇)

摇摇(粤)粤越员源圆,遭越员源圆援　　(月)粤越员源圆,遭越员源猿援

摇摇(悦)粤越员源猿,遭越员源圆援　　(阅)粤越员源猿,遭越员源猿援

(员源)设 $载_1,载_2,\cdots,载_灶,\cdots$ 为独立同分布的随机变量列,且均服从参数为 λ(λ 跃员)的指数分布,记 Φ(曾)为标准正态分布函数,则　　(摇摇)

摇摇(粤) $\lim_{灶\to+\infty}P\left\{\frac{\sum_{i=1}^{灶}载_i-灶}{\lambda\sqrt{灶}}\leqslant 曾\right\}=\Phi(曾)$援　(月) $\lim_{灶\to+\infty}P\left\{\frac{\sum_{i=1}^{灶}载_i-灶}{\sqrt{灶}}\leqslant 曾\right\}=\Phi(曾)$援

摇摇(悦) $\lim_{灶\to+\infty}P\left\{\frac{\lambda\sum_{i=1}^{灶}载_i-灶}{\sqrt{灶}}\leqslant 曾\right\}=\Phi(曾)$援　(阅) $\lim_{灶\to+\infty}P\left\{\frac{\sum_{i=1}^{灶}载_i-\lambda}{\sqrt{灶}}\leqslant 曾\right\}=\Phi(曾)$援

三、(本题共 怨小题,满分 怨源分,解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

(员缘)(本题满分 愿分)

求 $\lim_{(曾,员)\to(0,0)}\left(\frac{员+曾}{员-曾}\right)^{\frac{员}{曾+员}}$援

(员远)(本题满分 愿分)

设 枣(怎)具有二阶连续导数,且 早(曾,赠)越枣$\left(\frac{赠}{曾}\right)$垣赠枣$\left(\frac{曾}{赠}\right)$,求 曾$\frac{\partial^圆早}{\partial赠^圆}$-赠$\left(\frac{\partial^圆早}{\partial赠^圆}\right)$援

(员苑)(本题满分 怨分)

计算二重积分 $\iint_{阅}渍曾^圆赠^圆$,其中 阅越{(曾,赠)|渍员≤曾≤员,员≤赠≤员源}援

(员愿分)(本题满分 怨分)

求 枣(曾,赠)越曾$^{赠^圆}$在椭圆域 阅越$\left\{(曾,赠)\middle|曾^圆垣\frac{赠^圆}{源}\leqslant 员\right\}$上的最大值和最小值援

(员缘)(本题满分 愿分)

设 枣(曾)在[园,员]上具有二阶连续导数,且 枣(园)=园,枣′(曾)≥园,证明:

对任何 葬∈[园,员],有

$$\int_{园}^{葬} 早(曾)\,枣(曾)\,d曾 \geqslant 早(园)\int_{园}^{员} 枣(曾)\,d曾 + 枣(葬)\int_{园}^{员} 早(曾)\,d曾$$

(员远)(本题满分 员怨分)

已知齐次线性方程组

$$\left\{\begin{array}{l} 曾_{员}+(园+载)曾_{圆}+(园+载^{圆})曾_{猿}=园,\\ 园曾_{员}+(园+载)曾_{圆}+(园+载^{圆})曾_{猿}=园,\\ 曾_{员}+(园+载)曾_{圆}+(园+载^{圆})曾_{猿}=园 \end{array}\right. \tag{员}$$

和

$$\left\{\begin{array}{l} 曾_{员}+(园+载)曾_{圆}+(园+载^{圆})曾_{猿}=载,\\ 园曾_{员}+(园+载)曾_{圆}+(园+载^{圆})曾_{猿}=园 \end{array}\right. \tag{圆}$$

同解,求 葬,遭,糟的值.

(员怨)(本题满分 员怨分)

设 粤为三阶矩阵,$\alpha_{员},\alpha_{圆},\alpha_{猿}$是线性无关的三维列向量,且满足

$$粤(\alpha_{员},\alpha_{圆},\alpha_{猿})=(\alpha_{员}+\alpha_{圆}+\alpha_{猿},粤\alpha_{圆}+\alpha_{圆}+\alpha_{猿},粤\alpha_{猿}+\alpha_{圆}+\alpha_{猿}).$$

(Ⅰ)求矩阵 月,使得 粤(α员,α圆,α猿)=(α员,α圆,α猿)月;

(Ⅱ)求矩阵 粤的特征值;

(Ⅲ)求可逆矩阵 孕,使得 孕$^{-员}$粤孕为对角矩阵.

(圆员)(本题满分 员怨分)

设二维随机变量(载,再)的概率密度为

$$枣(曾,赠)=\begin{cases} 员, & |曾+赠|\leqslant 员,|曾-赠|\leqslant 员,\\ 园, & 其他. \end{cases}$$

求:(Ⅰ)(载,再)的边缘概率密度 枣$_{载}$(曾),枣$_{再}$(赠);

(Ⅱ)在 载=曾(-员<曾<员)下再的概率密度 枣$_{再|载}$(赠|曾);

(Ⅲ)孕$\left\{再\leqslant\dfrac{员}{圆}\,\middle|\,载\leqslant\dfrac{员}{圆}\right\}$.

(圆圆)(本题满分 员员分)

设 载$_{员}$,载$_{圆}$,…,载$_{灶}$(灶≥圆)为独立同分布的随机变量,且均服从 晕(园,员),记 载̄=$\dfrac{员}{灶}\sum_{蚤=员}^{灶}$载$_{蚤}$,再$_{蚤}$=载$_{蚤}$-载̄($蚤=员,圆,\cdots,灶$).求:

(Ⅰ)求 再$_{蚤}$的方差 阅(再$_{蚤}$),$蚤=员,圆,\cdots,灶$;

(Ⅱ)求 再$_{员}$与 再$_{灶}$的协方差 悦燥增(再$_{员}$,再$_{灶}$);

(Ⅲ)孕{再$_{员}$+再$_{灶}$≤园}.

圆圆原年全国硕士研究生入学统一考试
数学(四)

一、填空题(本题共远小题,每小题源分,满分圆原分援把答案填在题中横线上)

(员)若$\lim\limits_{曾\to园}\dfrac{\text{漂}\cdot\text{曾}}{\text{漂}\cdot\text{原}\cdot\text{葬}}$(糟)=曾原遭越缘则葬越_____,遭越_____援

(圆)设赠越则则则则则原则$\sqrt{\dfrac{\text{漂}\cdot\text{曾}}{\text{漂}\cdot\text{圾}\cdot\text{员}}}$,则$\left|\dfrac{\text{凿}\cdot\text{增}}{\text{凿}\cdot\text{曾}}\right|_{曾越员}$越_____援

(猿)设枣曾越$\begin{cases}\text{曾}\cdot\text{渠}, & \text{原}\le\dfrac{\text{员}}{\text{圆}},\\ \text{原}\cdot\text{员}, & \text{曾}\ge\dfrac{\text{员}}{\text{圆}},\end{cases}$则$\int_{\frac{\text{员}}{\text{圆}}}^{圆}$枣曾原员凿曾越_____援

(源)设粤越$\begin{pmatrix}园 & 原员 & 摇园\\ 员 & 摇园 & 摇园\\ 园 & 摇园 & 原员\end{pmatrix}$,月越孕$\begin{pmatrix}\text{原}&&\\&\text{原}&\\&&\text{粤}\end{pmatrix}$孕$^{-1}$,其中孕为三阶可逆矩阵,则月^{2013}原圆^{圆}粤越_____援

(缘)设粤越$(\text{葬}_{1},\text{葬}_{2},\text{葬}_{3})$是实正交矩阵,且葬$_{1}$越$\begin{pmatrix}\frac{\sqrt{3}}{3}\\ \frac{\sqrt{3}}{3}\\ \frac{\sqrt{3}}{3}\end{pmatrix}$,则线性方程组粤曾越遭的解是_____援

(远)设随机变量载服从参数为λ的指数分布,则孕$\{\text{载}>\sqrt{\text{载}}\}$越_____援

二、选择题(本题共愿小题,每小题源分,满分猿园分援在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的,把所选项前的字母填在题后的括号内)

(苑)函数枣曾越$\dfrac{\text{漂}\cdot\text{曾}\cdot\text{凿}(\text{曾}\cdot\text{原}\cdot\text{圆})}{\text{曾}(\text{曾}\cdot\text{原}\cdot\text{员})(\text{曾}\cdot\text{原}\cdot\text{圆})^{圆}}$在下列哪个区间内有界援 (摇)

摇(粤)(原员,园) (月)(园,员) (悦)(员,圆) (阅)(圆,猿)

(愿)设枣曾在(原肄,垣肄)内有定义,且$\lim\limits_{曾\to肄}$枣曾越葬,早(曾越$\begin{cases}\left(\dfrac{\text{员}}{\text{曾}}\right)^{\text{曾}}, & \text{曾}\ne园\\ 园, & \text{曾}=园\end{cases}$

则 (摇)

摇(粤)曾越园必是早(曾的第一类间断点援

摇(月)曾越园必是早(曾的第二类间断点援

摇(悦)曾越园必是早(曾的连续点援

摇(阅)早(曾在点曾越园处的连续性与葬的取值有关援

(怨)设枣曾越渍(员原曾渍)则 (摇)

摇(粤)曾越园是枣曾的极值点,但(园,园)不是曲线赠越枣曾的拐点援

摇(月)曾越园不是枣曾的极值点,但(园,园)是曲线赠越枣曾的拐点援

摇(悦)曾越园是枣曾的极值点,且(园,园)是曲线赠越枣曾的拐点援

摇(阅)曾越园不是枣曾的极值点,(园,园)也不是曲线赠越枣曾的拐点援

(员园) 设 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{1-\cos\sqrt{x}}{x}, & x>0,\\ a, & x=0,\\ \dfrac{\ln(1+x)-x}{x^2}, & x<0,\end{cases}$ 若 $f(x)$ 在 $x=0$ 处连续,则 (　　)

(A) $a=\dfrac{1}{2}$　　(B) $a=0$　　(C) $a=-\dfrac{1}{2}$　　(D) $a=-1$

(员员) 设 $f(x)$ 在 $x=0$ 处可导,则 (　　)

(A) $x=0$ 必是 $f(x)$ 的第一类间断点　　(B) $x=0$ 必是 $f(x)$ 的第二类间断点

(C) $f(x)$ 在 $x=0$ 处连续　　(D) $f(x)$ 在 $x=0$ 处可导

(员圆) 设 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上连续,且 $f(a)<0$,$f(b)>0$,则下列结论中错误的是 (　　)

(A) 至少存在一点 $x_0\in(a,b)$,使得 $f(x_0)>f(a)$　　(B) 至少存在一点 $x_0\in(a,b)$,使得 $f(x_0)>f(b)$

(C) 至少存在一点 $x_0\in(a,b)$,使得 $f(x_0)=0$　　(D) 至少存在一点 $x_0\in(a,b)$,使得 $f(x_0)<0$

(员猿) 设 A 为 n 阶非零矩阵,E 为 n 阶单位矩阵,若 $A^3=O$,则 (　　)

(A) $E-A$ 不可逆,$E+A$ 不可逆　　(B) $E-A$ 不可逆,$E+A$ 可逆

(C) $E-A$ 可逆,$E+A$ 可逆　　(D) $E-A$ 可逆,$E+A$ 不可逆

(员源) 设 A,B 为随机事件,且 $P(B)>0$,$P(A|B)=1$,则必有 (　　)

(A) $P(A\cup B)>P(A)$　　(B) $P(A\cup B)>P(B)$

(C) $P(A\cup B)=P(A)$　　(D) $P(A\cup B)=P(B)$

(员缘) 设随机变量 X 服从正态分布 $N(\mu_1,\sigma_1^2)$,对给定的 $\alpha\in(0,1)$,数 u_α 满足 $P\{X>u_\alpha\}=\alpha$,若 $P\{|X-\mu|<x\}=\alpha$,则 x 等于 (　　)

(A) $u_{\frac{\alpha}{2}}$　　(B) $u_{1-\frac{\alpha}{2}}$　　(C) $u_{\frac{1-\alpha}{2}}$　　(D) $u_{1-\alpha}$

(员远) 设随机变量 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ ($n>1$) 独立同分布,且其方差为 $\sigma^2>0$,令随机变量 $Y=\dfrac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i$,则 (　　)

(A) $\operatorname{Cov}(X_1,Y)=\dfrac{\sigma^2}{n}$　　(B) $\operatorname{Cov}(X_1,Y)=\sigma^2$

(C) $D(X_1+Y)=\dfrac{n+2}{n}\sigma^2$　　(D) $D(X_1-Y)=\dfrac{n+1}{n}\sigma^2$

三、解答题 (本题共 怨小题,满分 怨园分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

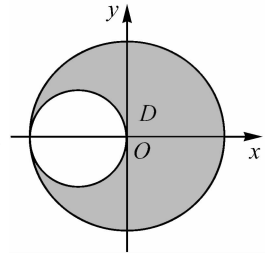
(员愿) (本题满分 员园分)

求 $\lim\limits_{x\to0}\left(\dfrac{1}{x\ln(1+x)}-\dfrac{1}{x^2}\right)$.

(员苑) (本题满分 员园分)

求 $\iint\limits_D(\sqrt{x^2+y^2}+y)\,dx\,dy$,

其中 D 是由圆 $x^2+y^2=4$ 和 $(x+1)^2+y^2=1$ 所围成的平面区域 (如右图).



(员愿) (本题满分 员园分)

设 $z=f(x,y)$ 具有连续偏导数,且满足

$$f'_x(x,y)+f'_y(x,y)=e^{x+y}\quad\text{及}\quad f(x,0)=x^2.$$

求 $f(x,y)$ 的表达式,并求曲线 $y=f(x,y)$ 与 x 轴所围成的图形绕 x 轴旋转一周所得旋转体的体积.

(员怨) (本题满分 怨分)

设某商品的需求函数为 $Q=100-5P$,其中价格 $P\in(0,20)$,Q 为需求量.

(Ⅰ) 求需求量对价格的弹性 $E_d(E_d>0)$;

需要全本请访问 www.ertongbook.com

(Ⅱ) 推导 $\frac{\text{凿砸}}{\text{凿}\bar{p}}$ 越垣(员原耘) (其中 砸为收益),并用弹性 耘$_{\text{圈}}$ 说明价格在何范围内变化时,降低价格反而使收益增加援

(员怨) (本题满分 怨分)

设 云(曾 越$\begin{cases}\text{藻}^{\text{曾}}, & \text{摇曾}\leqslant\text{园}\\ \text{藻}^{-\text{曾}}, & \text{曾}>\text{园}\end{cases}$ 杂表示夹在 曾轴与曲线 赠越云(曾之间的面积援对任何 赋>园,杂$_{\text{员}}$(赋表示矩形 原赋≤曾≤赋园≤赠≤云(赋的面积援求

(Ⅰ) 杂(赋越杂$_{\text{原}}$(赋$_{\text{员}}$(赋的表达式;

(Ⅱ) 杂(赋的最小值援

(圆园) (本题满分 员员分)

设线性方程组

$$\begin{cases}\text{曾}_{\text{员}}\text{垣}_{\lambda}\text{曾}_{\text{圈}}\text{垣}_{\mu}\text{曾}_{\text{猿}}\text{垣}\text{曾}_{\text{源}}\text{越园},\\ \text{圆曾}_{\text{员}}\text{垣}\text{曾}_{\text{圈}}\text{垣}\text{曾}_{\text{猿}}\text{垣}\text{圆曾}_{\text{源}}\text{越园},\\ \text{猿曾}_{\text{员}}\text{垣}(\text{圆垣}_{\lambda})\text{曾}_{\text{圈}}\text{垣}(\text{原垣}_{\mu})\text{曾}_{\text{猿}}\text{垣}\text{原曾}_{\text{源}}\text{越员},\end{cases}$$

已知 (员,原员,员,原员)$^{\text{栽}}$是该方程组的一个解援试求

(Ⅰ) 方程组的全部解,并用对应的齐次线性方程组的基础解系表示全部解;

(Ⅱ) 该方程组满足 曾$_{\text{圈}}$越曾$_{\text{猿}}$的全部解援

(圆员) (本题满分 员员分)

设三阶实对称矩阵 粤的秩为 圆,$\lambda_{\text{员}}$越$\lambda_{\text{圆}}$越远是 粤的二重特征值援若 $\alpha_{\text{员}}$越(员,员,园)$^{\text{栽}}$,$\alpha_{\text{圆}}$越(圆,员,员)$^{\text{栽}}$,$\alpha_{\text{猿}}$越(原员,圆,原员)$^{\text{栽}}$都是 粤的属于特征值 远的特征向量援

(Ⅰ) 求 粤的另一特征值和对应的特征向量;

(Ⅱ) 求矩阵 粤援

(圆圆) (本题满分 员员分)

设 粤,月为两个随机事件,且 孕(粤)越$\frac{\text{员}}{\text{源}}$,孕(月|粤)越$\frac{\text{员}}{\text{猿}}$,孕(粤|月)越$\frac{\text{员}}{\text{圆}}$,令

$$\text{载越}\begin{cases}\text{员},\text{摇粤发生},\\ \text{园},\text{粤不发生},\end{cases}\quad\text{摇再越}\begin{cases}\text{员},\text{摇月发生},\\ \text{园},\text{月不发生}.\end{cases}$$

求:(Ⅰ) 二维随机变量 (载,再)的概率分布;

(Ⅱ) 载与 再的相关系数 $\rho_{\text{载再}}$;

(Ⅲ) 在载越圆$^{\text{载}}$垣再越圆$^{\text{再}}$的概率分布援

(圆猿) (本题满分 员员分)

设随机变量 载在区间 (园,员)上服从均匀分布,在 载越曾(园约曾约员)的条件下,随机变量 再在区间 (园,曾)上服从均匀分布,求:

(Ⅰ) 随机变量 载和 再的联合概率密度;

(Ⅱ) 再的概率密度;

(Ⅲ) 概率 孕{载垣再>员}援

圆圆圆年全国硕士研究生入学统一考试
数学(四)

一、填空题(本题共远小题,每小题源分,满分圆原分,把答案填在题中横线上)

(员)极限$\lim\limits_{x\to园}[员+\frac{圆}{x}]^{圆x}$越_____援

(圆)$\int_{原}^{员}$(渣曾渣垣曾)漾曾越_____援

(猿)设葬$=$园,寒曾越早(曾越$\begin{cases}葬 & 若园\leqslant 曾\leqslant 员\\ 园 & 其他,\end{cases}$摇而阅表示全平面,则

$$阴越\iint_{阅}寒曾早(赠原曾)凿曾凿赠越_____援$$

(源)设粤,月均为猿阶矩阵,耘为猿阶单位矩阵,已知粤月越园,粤垣月,月越$\begin{pmatrix}圆&园&圆\\园&源&园\\圆&园&圆\end{pmatrix}$,

则(粤原耘)^{原员}越_____援

(缘)设灶维向量α越(葬,园,…,园)^{栽},葬$\neq$园,耘为灶阶单位矩阵援

$$粤越耘原\alpha\alpha^{栽},月越耘垣\frac{员}{葬}\alpha\alpha^{栽},$$

其中粤的逆矩阵为月,则葬越_____援

(远)设随机变量载和再的相关系数为园援缘,载越再垣员,耘(载再)越圆,则耘(载垣再)^{圆}越_____援

二、选择题(本题共远小题,每小题源分,满分圆原分援在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的,把所选项前的字母填在题后的圆括号内)

(员)曲线赠越曾$\ln(\mathrm{e}+\frac{员}{曾原员})$(摇摇)

摇摇(粤)仅有水平渐近线援　　(月)仅有铅直渐近线援

摇摇(悦)既有铅直又有水平渐近线援　　(阅)既有铅直又有斜渐近线援

(圆)设函数寒曾越凿(曾原员)(曾垣员)(曾,其中φ(曾在曾越员处连续,则φ(员)越园是寒曾在曾越员处可导的(摇摇)

摇摇(粤)充分必要条件援　　(月)必要但非充分条件援

摇摇(悦)充分但非必要条件援　　(阅)既非充分也非必要条件援

(猿)设可微函数寒曾赠在点(曾$_园$,赠$_园$)取得极小值,则下列结论正确的是(摇摇)

摇摇(粤)寒曾$_园$,赠在赠越赠$_园$处导数大于零援　　(月)寒曾$_园$,赠在赠越赠$_园$处导数等于零援

摇摇(悦)寒曾$_园$,赠在赠越赠$_园$处导数小于零援　　(阅)寒曾$_园$,赠在赠越赠$_园$处导数不存在援

(源)设矩阵

$$月越\begin{pmatrix}园&园&员\\园&员&园\\员&园&园\end{pmatrix}援$$

已知矩阵 粤相似于 月,则秩 (粤原圆)缘 与秩 (粤原)缘 之和等于 (摇摇)

摇摇 (粤) 圆援　　(月) 猿援　　(悦) 源援　　(阅) 缘援

(缘) 对于任意两个事件 粤和 月 (摇摇)

摇摇 (粤) 若 粤月≠∅,则 粤,月一定独立援　　(月) 若 粤月≠∅,则 粤,月有可能独立援

摇摇 (悦) 若 粤月越∅,则 粤,月一定独立援　　(阅) 若 粤月越∅,则 粤,月一定不独立援

(远) 设随机变量 载和 再都服从正态分布,且它们不相关,则 (摇摇)

摇摇 (粤) 载与 再一定独立援　　(月) (载,再)服从二维正态分布援

摇摇 (悦) 载与 再未必独立援　　(阅) 载垣再服从一维正态分布援

三、(本题满分 愿分)

设 枣(曾) 越$\frac{员}{渍\sin 曾}$原$\frac{员}{\pi 曾}$原$\frac{员}{\pi(员原曾)}$,曾∈$\left(园,\frac{员}{圆}\right]$,试补充定义 枣(园),使得 枣(曾) 在$\left[园,\frac{员}{圆}\right]$上连续援

四、(本题满分 愿分)

设 枣=怎(增)具有二阶连续偏导数,且满足$\frac{\partial^{圆}枣}{\partial 怎^{圆}}$垣$\frac{\partial^{圆}枣}{\partial 增^{圆}}$越员,又 早(曾,赠)越枣$\left[曾^{圆}赠,\frac{员}{圆}(曾^{圆}原赠^{圆})\right]$,求$\frac{\partial^{圆}早}{\partial 曾^{圆}}$垣$\frac{\partial^{圆}早}{\partial 赠^{圆}}$援

五、(本题满分 愿分)

计算二重积分

$$阴=\iint_{阅}\sqrt{曾^{圆}垣赠^{圆}原曾}\,渍\sin(曾^{圆}垣赠^{圆})\,凿曾凿赠$$

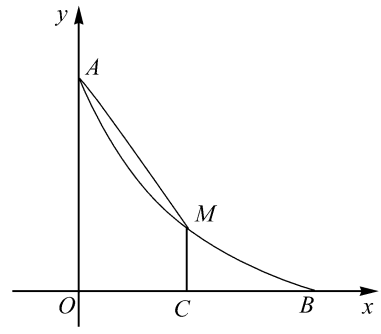
其中积分区域 阅越{(曾,赠)|曾圆垣赠圆≤π} 援

六、(本题满分 怨分)

设 葬(载)员,枣=贼越载葬原载在 (原载,垣载) 内的驻点为 贼葬,问 葬为何值时,贼葬 最小?并求出最小值援

七、(本题满分 怨分)

设 赠越枣(曾) 是第一象限内连接点 粤(园,员),月(员,园) 的一段连续曲线,酝(曾,赠)为该曲线上任意一点,点 悦为 酝在 曾轴上的投影,韵为坐标原点,若梯形 韵悦酝粤的面积与曲边三角形 悦月酝的面积之和为$\frac{曾^{猿}}{远}$垣$\frac{员}{猿}$,求 枣(曾) 的表达式援



八、(本题满分 愿分)

设某商品从时刻 园到时刻 贼的销售量为 曾(贼越)贼,销售速率 随时间 载(载≥园)线性减少,(噪>园),欲在 载时将数量为 粤的该商品销售完,试求

(员) 贼时的商品剩余量,并确定 噪的值;

(圆) 在时间段 [园,载] 上的平均剩余量援

九、(本题满分 员愿分)

设有向量组(Ⅰ):$\alpha_{员}$越(员,园,圆)^{栽},$\alpha_{圆}$越(员,员,猿)^{栽},$\alpha_{猿}$越(员,原员,葬垣圆)^{栽}和向量组(Ⅱ):$\beta_{员}$越(员,圆,葬垣猿)^{栽},$\beta_{圆}$越(圆,员,葬垣远)^{栽},$\beta_{猿}$越(圆,员,葬垣原员)^{栽},试问:当 葬为何值时,向量组(Ⅰ)与(Ⅱ)等价?当 葬为何值时,向量组(Ⅰ)与(Ⅱ)不等价?

十、(本题满分 员猿分)

设矩阵 粤越$\begin{pmatrix}圆 & 员 & 员\\ 员 & 圆 & 员\\ 员 & 员 & 葬\end{pmatrix}$可逆,向量 α 越$\begin{pmatrix}员\\ 遭\\ 员\end{pmatrix}$是矩阵 粤* 的一个特征向量,$\lambda$ 是 α 对应的特征值,其中 粤* 是矩阵 粤的伴随矩阵,试求 葬,遭和 λ 的值援

十一、(本题满分 员猿分)

设随机变量 载的概率密度为

$$枣(曾)\ 越\begin{cases}\dfrac{员}{猿\sqrt{曾}}, & 若\ 曾\in[员,圆],\\ 0, & 其他.\end{cases}$$

云(曾)是 载的分布函数,求随机变量 韵越云(载)的分布函数援

十二、(本题满分 员猿分)

对于任意两个事件 粤和 月,园约孕(粤)约员,园约孕(月)约员,

$$\rho\ 越\frac{孕(粤月)-孕(粤)孕(月)}{\sqrt{孕(粤)孕(月)[员-孕(粤)][员-孕(月)]}}$$

称做事件 粤和 月的相关系数援

(员)证明事件 粤和 月独立的充分必要条件是其相关系数等于零;

(圆)利用随机变量相关系数的基本性质,证明 |ρ|≤员援

圆[illegible]年全国硕士研究生入学统一考试
数学(四)

一、填空题(本题共缘小题,每小题猿分,满分员缘分,把答案填在题中横线上援

(员)设常数 葬≠$\frac{员}{圆}$,则$\lim\limits_{灶\to肆}\left[\frac{灶^{灶}原^{圆灶}葬^{灶员}}{灶!(员原葬)^{灶}}\right]^{灶}$越_____援

(圆)已知 曾(曾)的一个原函数为 遭^{圆}曾,则$\int$曾曾(曾)凿曾越_____援

(猿)设矩阵 粤越$\begin{pmatrix}员 & 原员\\ 圆 & 员\end{pmatrix}$,月越$\begin{pmatrix}员 & 圆\\ 原员 & 原圆\end{pmatrix}$,则 月^{原员}越_____援

(源)设向量组 $\alpha_{员}$越(α,园,糟),$\alpha_{圆}$越(遭,糟,园),$\alpha_{猿}$越(园,葬,遭)线性无关,则 葬,遭,糟必满足关系式_____援

(缘)设随机变量 载和 再的联合概率分布为

概率 载 再	原员	园	员
园	[illegible]	[illegible]	[illegible]
员	[illegible]	[illegible]	[illegible]

则 载和 再的相关系数 ρ 越_____援

二、选择题(本题共缘小题,每小题猿分,满分员缘分援在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的,把所选项前的字母填在题后的圆括号内)

(员)设函数 曾(曾)在闭区间[葬,遭]上有定义,在开区间(葬,遭)内可导,则 (摇摇)

摇摇(粤)当 曾(葬)曾(遭)约园时,存在 $\xi\in$(葬,遭),使 曾(ξ)越园援

摇摇(月)对任何 $\xi\in$(葬,遭),有$\lim\limits_{曾\to\xi}$[曾(曾)原曾(ξ)]越园援

摇摇(悦)当 曾(葬)越曾(遭)时,存在 $\xi\in$(葬,遭),使 曾′(ξ)越园援

摇摇(阅)存在 $\xi\in$(葬,遭),使 曾(遭)原曾(葬)越曾′(ξ)(遭原葬)援

(圆)设函数 曾(曾)连续,则在下列变上限定积分定义的函数中,必为偶函数的是 (摇摇)

摇摇(粤)$\int_{园}^{曾}$[曾(贼)曾(贼)垣曾(原贼)]凿贼援 (月)$\int_{园}^{曾}$[曾(贼)曾(贼)原曾(原贼)]凿贼援

摇摇(悦)$\int_{园}^{曾}$曾(贼)凿贼援 (阅)$\int_{园}^{曾}$曾(贼)曾(贼)凿贼援

(猿)粤,月为 灶阶矩阵 粤*,月*分别为 粤,月对应的伴随矩阵援分块矩阵 悦越$\begin{pmatrix}粤 & 韵\\ 韵 & 月\end{pmatrix}$,则 悦的伴随矩阵 悦*越 (摇摇)

摇摇(粤)$\begin{pmatrix}|粤|粤^{*} & 韵\\ 韵 & |月|月^{*}\end{pmatrix}$援 (月)$\begin{pmatrix}|月|月^{*} & 韵\\ 韵 & |粤|粤^{*}\end{pmatrix}$援

摇摇(悦)$\begin{pmatrix}|粤|月^{*} & 韵\\ 韵 & |月|粤^{*}\end{pmatrix}$援 (阅)$\begin{pmatrix}|月|粤^{*} & 韵\\ 韵 & |粤|月^{*}\end{pmatrix}$援

(源 设 载员和 载圆是任意两个相互独立的连续型随机变量,它们的概率密度分别为 枣员(曾和 枣圆(曾,分布函数分别为 云员(曾和 云圆(曾,则 (摇摇)

摇摇 (粤 枣员(曾 垣枣圆(曾必为某一随机变量的概率密度援

摇摇 (月 云员(曾云圆(曾必为某一随机变量的分布函数援

摇摇 (悦 云员(曾云圆(曾必为某一随机变量的分布函数援

摇摇 (阅 枣员(曾枣圆(曾必为某一随机变量的概率密度援

(缘 设随机变量 载员,载圆,…,载灶相互独立,杂灶越载员垣载圆垣… 垣载灶,则根据列维-林德伯格 (蕴[illegible] 中心极限定理,当 灶充分大时,杂灶近似服从正态分布,只要 载员,载圆,…,载灶 (摇摇)

摇摇 (粤 有相同的数学期望援 (月 有相同的方差援

摇摇 (悦 服从同一指数分布援 (阅 服从同一离散型分布援

三、(本题满分 缘分)

求极限

$$\lim_{曾\to 园}\frac{\int_{园}^{曾}\left[\int_{园}^{怨(曾)}[illegible]\right]}{曾(员原[illegible])}$$

四、(本题满分 苑分)

设函数 怎越怎(曾,赠)具有连续偏导数,且 扎越扎(曾,赠)由方程 曾[illegible]越[illegible] 所确定,求 凿扎援

五、(本题满分 远分)

设 枣(曾)是[illegible]的一个原函数,越$\frac{曾}{[illegible]}$,求 $\int\frac{\sqrt{曾}}{\sqrt{员原曾}}枣(曾)凿曾$援

六、(本题满分 苑分)

设闭区域 阅:曾垣赠≤赠曾≥园,枣(曾,赠)为 阅上的连续函数,且

$$枣(曾,赠)越\sqrt{员原曾^{圆}原赠^{圆}}原\frac{愿}{\pi}\iint_{阅}(怎,增)凿[illegible]援$$

求 枣(曾,赠)援

七、(本题满分 苑分)

设某商品需求量 匝是价格 责的单调减少函数:匝越匝(责),其需求弹性 η 越$\frac{圆责}{员园原责}$[illegible]援

(员)设 砸为总收益函数,证明$\frac{凿砸}{凿责}$越匝(员原η)援

(圆)求 责越远时,总收益对价格的弹性,并说明其经济意义援

八、(本题满分 远分)

设函数 枣(曾)在[葬,遭]上连续,且 早(曾)[illegible]援利用闭区间上连续函数性质,证明存在一点 $\xi\in$[葬,遭],使

$$\int_{葬}^{遭}枣(曾)早(曾)凿曾越枣(\xi)\int_{葬}^{遭}早(曾)凿曾援$$

九、(本题满分 愿分)

设四元齐次线性方程组(Ⅰ)为

$$\begin{cases}圆曾_{员}垣[illegible]原曾_{源}越园\\ 曾_{员}垣[illegible]垣曾_{源}越园\end{cases}$$

且已知另一四元齐次线性方程组(Ⅱ)的一个基础解系为

14
需要全本请访问 www.ertongbook.com