

编者的话

本书根据教育部有关教育的最新精神和最新的全日制普通高级中学数学新教材编写。

本书旨在加强学生的基础知识、基本技能、基本方法,增强运算能力、逻辑思维能力、空间想像能力,以及运用所学数学知识和方法,提高分析问题和解决问题的能力,尤其重视学生创新能力与实践应用能力的培养。编写的指导思想是,在狠抓“三基”、发展智力、培养能力的前提下,紧紧抓住教材中的“知识点”,对其进行精辟的阐述,再通过精选的习题,认真剖析,重在应用,着力于突出重点,突破难点。

每章都由“重点难点提示”、“知识点精析”、“知识点应用”和“综合能力测试题”四部分组成。所选的训练题,紧紧抓住知识点,特别是重点、难点,结合最近几年高考题型分选择题、填空题、解答题三种,每章都选有一套典型的测试题(对选学内容,书中特别加注※号)供检查测验用,以利于知识的巩固、加深和活用,并逐步实现提高学生分析问题与解决问题能力的目标。同时增加期中、期末测试题各一套,以备检测之用。参考答案放在各章之后,以供读者借鉴。

参加编写工作的有刘颜、路瀛、雷庆军、李兴荣、孙莹、王海燕、岑志林,全书由岑志林主编。

本书是我们教学工作的经验结晶,特别是把对此试验教材三年多的教学体会融入其中,并精心增选了2001~2005年来的高考试题和各地模拟试题中的优秀题目,配置在相关的章节中,对选择、填空题中的稍复杂的题目,作了提示或略解,尽管我们进行了认真的编写与修订,但难免仍有不足和错误之处,望广大读者批评、指正,并向多次对于我们的修订提出修改建议的读者表示真诚的感谢。

编者

目 录

第一章 集合与简易逻辑	(1)
1.1 集合	(2)
1.2 子集、全集、补集	(4)
1.3 交集、并集	(4)
1.4 含有绝对值的不等式解法	(12)
1.5 一元二次不等式解法	(17)
1.6 逻辑联结词	(20)
1.7 四种命题	(27)
1.8 充分条件与必要条件	(32)
本章测试题	(39)
参考答案	(42)
第二章 函数	(48)
2.1 函数	(48)
2.2 函数的表示法	(48)
2.3 (一)函数的单调性	(59)
2.3 (二)函数的奇偶性	(65)
2.4(一) 反函数	(73)
2.4(二) 互为反函数的函数图象间的关系	(80)
2.5 指数	(85)
2.6 指数函数	(89)
2.7(一) 对数	(99)
2.7(二) 对数的性质和运算法则	(102)
2.8 对数函数	(107)
2.9 函数的应用举例	(120)
2.10 实习作业 建立实际问题的函数模型	(120)
本章测试题	(125)
参考答案	(128)

第三章 数列	(140)
3.1 数列	(140)
3.2 等差数列	(148)
3.3 等差数列的前 n 项和	(148)
3.4 等比数列	(164)
3.5 等比数列的前 n 项和	(164)
3.6 数列在分期付款中的应用	(188)
本章测试题	(195)
参考答案	(197)
期中测试题	(202)
参考答案	(205)
期末测试题	(208)
参考答案	(211)



第一章 集合与简易逻辑



本章由集合的初步知识和简易逻辑两部分内容构成.

集合的初步知识包括集合的有关概念、集合的表示法及集合间的关系. 简易逻辑介绍了命题的基本知识含有逻辑联结词“或”、“且”、“非”型的复合命题, 四种命题及其相互关系和充要条件等知识.

集合概念及其基本理论称为“集合论”. 他是德国数学家康托尔在十九世纪末创立的, 是近、现代数学的一个重要基础. 一方面许多重要的数学分支, 如数理逻辑、近世代数、实变函数等都是建立在集合论的基础上; 另一方面集合论及其所反应的数学思想, 在越来越广泛的领域中得到应用.

逻辑是研究思维形式及其规律的一门基础学科. 学习数学, 需要全面理解概念, 正确地进行表述、判断和推理, 这就离不开对逻辑知识的掌握和运用.

在高中数学中, 集合的初步与简易逻辑知识, 与其他内容有着密切的联系, 它们也是学习、掌握和使用数学语言的基础. 学一点这方面的知识, 一定会有助于同学们了解知识结构, 提高思维和表达能力, 减少常见的逻辑错误, 提高学习效率, 提高数学素质.

集合中的 1.1~1.3 三节构成第一个单元.

这一个单元重点介绍集合、子集、全集与补集、交集、并集的概念. 要了解空集和全集的意义, 了解属于、包含、相等关系的意义, 能掌握有关的术语和符号, 能正确地表示一些较简单的集合.

这个单元的难点是集合的各个基本概念的涵义, 以及相互间的区别和联系.



1.1 集 合

重点难点提示

重点 集合的概念、表示法、分类及集合中元素的性质.

难点 集合概念的理解;集合元素的性质;集合的描述方法;集合与元素间关系的符号表示.

知识点精析

1. **集合**:某些指定的对象集在一起就成为一个集合,也简称集.集合是一个描述性的概念.

2. **构成集合的元素**必须满足**确定性**、**无序性**和**互异性**.

(1) **确定性**:设 A 是一个给定的集合, x 是某个具体对象,则 x 或者是 A 中的元素,或者不是 A 中的元素,两种情况必有一种且只有一种成立,不能模棱两可.

(2) **互异性**:对于一个给定的集合中,不能重复出现同一元素,即集合中任何两个元素都是指不同的对象.

3. **元素与集合之间的关系**是“属于”或“不属于”关系,用 $\in$, $\notin$ (或 $\overline{\in}$) 表示.

4. **集合的表示法**:描述法,列举法.另外还可借助于 Venn(韦恩)图来表示.

知识点应用

【例 1】 判断下列对象,指出哪些可以构成集合.

- (1) 高一·一班跑得快的男同学;
- (2) 高一·二班班委会成员;
- (3) 高一年级数学学得好的学生;
- (4) $\triangle ABC$ 中, BC 边上的所有点;



- (5) 全中国比较大的河流;
- (6) 北京市的著名高等学校(大学);
- (7) 不等式 $x-1>2$ 的解集;
- (8) 使 $|x-2|$ 很小的 x 值;
- (9) 使 $y=\sqrt{x^2-3x+2}$ 成立的 x 值;
- (10) 夏天中非常热的天.

解 (1)、(3)、(5)、(6)、(8)、(10) 这些元素不能构成集合. 因为没有明确的标准来判定元素是否在指定的集合. (2) 是集合, 是有限集. (4)、(7)、(9) 是集合, 是无限集.

【例 2】 写出下列集合的元素(有限集用列举法, 无限集用描述法).

- (1) 1 到 10 之间的质数;
- (2) 大于 10 小于 20 的合数;
- (3) 与 $\triangle ABC$ 的两边 AB 、 AC 距离相等的点(在 $\triangle ABC$ 内);
- (4) 不等式 $x-1>2$ 的解集;
- (5) 使 $y=\sqrt{x^2-3x+2}$ 成立的 x 值.

解 (1) 集合 $A=\{2, 3, 5, 7\}$;

(2) 集合 $B=\{12, 14, 15, 16, 18\}$;

(3) 集合 $C=\{\triangle ABC \text{ 中}, \angle A \text{ 平分线上的点}\}$;

(4) 集合 $D=\{x|x>3, x\in\mathbf{R}\}$;

(5) 由 $x^2-3x+2\geq 0$, 解出 $x\geq 2$ 或 $x\leq 1$, 所以满足条件的 x 构成集合 $E=\{x|x\geq 2 \text{ 或 } x\leq 1\}$.

【例 3】 用列举法表示下列集合.

(1) $\{(x, y)|x+y=7, x\in\mathbf{N}^*, y\in\mathbf{N}^*\}$;

(2) $\{(x, y)|y=x^2-1, -2<x<3, x\in\mathbf{Z}\}$;

(3) $\{(x, y)|y=\frac{1}{x}, |x|\leq 2, x\in\mathbf{Z}\}$.

解 这里集合中的元素是用有序实数对 (x, y) 表示的, 可以看成是平面直角坐标系中点的坐标, 一对坐标对应着一个点. 数对 (m, n) 和 (n, m) 是不同的.

(1) 因为 x, y 均为正整数且 $x+y=7$, 所以共有数对 6 个. 构成集合 $A=\{(1, 6), (2, 5), (3, 4), (4, 3), (5, 2), (6, 1)\}$.

(2) 因为 $x \in \mathbb{Z}$ 且 $-2 < x < 3$, 所以 $x = -1, 0, 1, 2$, 相应的 $y = 0, -1, 0, 3$, 所以集合 $B = \{(-1, 0), (0, -1), (1, 0), (2, 3)\}$.

(3) $\because x \in \mathbb{Z}$, 且 $|x| \leq 2$, $\therefore x = -2, -1, 0, 1, 2$, 但 $x = 0$ 时, y 不存在, $\therefore$ 相应 $y = -\frac{1}{2}, -1, 1, \frac{1}{2}$. 故所求集合为 $C = \{(-2, -\frac{1}{2}), (-1, -1), (1, 1), (2, \frac{1}{2})\}$.

【例 4】 用另一种方法表示下面的集合:

$A = \{2, 3\}$, $B = \{x | x \geq 1 \text{ 或 } x \leq -3\}$, $C = \{\text{梯形, 平行四边形}\}$, $D = \{\text{哈尔滨, 长春, 沈阳}\}$.

解 $A = \{\text{方程 } x^2 - 5x + 6 = 0 \text{ 的根}\}$;

$B = \{\text{不等式 } (x+3)(x-1) \geq 0 \text{ 的解}\}$;

$C = \{\text{至少有两边平行的四边形}\}$;

$D = \{\text{东北三省的省会城市}\}$.

1.2 子集、全集、补集

1.3 交集、并集



重点难点提示

重点 子集、全集、补集、交集、并集的概念及其关系.

难点 各个概念的内涵, 全集、补集及各概念的区别和联系.

知识点精析

1. 子集、全集、补集

(1) 集合与集合之间的关系是: 包含、不包含、相等或真包含等关系. 符号“ $\subseteq$ ”表示包含, “ $\not\subseteq$ ”表示不包含, “ $=$ ”表示相等, “ $\subsetneq$ ”表示真包含.

(2) 子集: A 是 B 的子集, 写成 $A \subseteq B$ (或 $B \supseteq A$).

A 不是 B 的子集, 即 A 不包含于 B , 或 B 不包含 A , 记作 $A \not\subseteq B$ (或 $B \not\supseteq A$).



集合 A 与 B 相等, 记作 $A=B$.

真子集: 若集合 A 与 B , 有 $A \subseteq B$ 并且 $A \neq B$, 则称 A 是 B 的真子集, 记作 $A \subsetneq B$ (或 $B \supsetneq A$).

空集: 不含任何元素的集合叫做空集, 记作 $\emptyset$. 空集是任何非空集合的真子集, 即 $\emptyset \subsetneq A$, A 为非空集合.

(3) 补集 (或余集): 若 S 是一个集合, A 是 S 的一个子集 (即 $A \subseteq S$), 由 S 中所有不属于 A 的元素组成的集合叫做集合 S 中子集 A 的补集 (或余集), 记作 $\complement_S A$, 即 $\complement_S A = \{x | x \in S, \text{且 } x \notin A\}$.

(4) 全集: 如果集合 S 含有我们研究的各个集合的全部元素, 这个集合就可以看做一个全集, 全集通常用 U 表示.

2. 交集、并集

(1) 交集: 一般地, 由所有属于集合 A 且属于集合 B 的元素所组成的集合叫做 A 与 B 的交集, 记作 $A \cap B$.

注意 “所有”、“且”两个关键词语.

(2) 并集: 由所有属于集合 A 或集合 B 的元素组成的集合叫做集合 A 与 B 的并集, 记作 $A \cup B$.

注意 “所有”、“或”两个关键词语.

本单元要掌握集合间的运算与性质.

对于集合 A, B, C :

$$\textcircled{1} A \subseteq A.$$

$$\textcircled{2} \emptyset \subseteq A.$$

$$\textcircled{3} \text{若 } A \subseteq B, B \subseteq C, \text{则 } A \subseteq C; \text{若 } A \subsetneq B, B \subsetneq C, \text{则 } A \subsetneq C. (\text{传递性})$$

$$\textcircled{4} \text{若集合 } A \text{ 非空, 则 } \emptyset \subsetneq A. \text{空集是任何非空集合的真子集.}$$

$\textcircled{5} A \cap A = A$; 任一集合与它本身的交集仍是它本身. $A \cap \emptyset = \emptyset$; 任何集合与空集的交集为空集. $A \cap B = B \cap A$. 交集运算满足交换律.

$\textcircled{6}$ 若 $A \subsetneq B$, 则 $A \cap B = A$; 任何集合与它的真子集的交集是此真子集. 若 $B \subsetneq A$, 则 $A \cap B = B$.

$\textcircled{7} A \cup A = A$; 任何集合与它本身的并集仍是它本身. $A \cup \emptyset = A$; 任何集合与空集的并集是它本身. $A \cup B = B \cup A$. (交换律)

$$\textcircled{8} A \cap B \subseteq A \subseteq A \cup B; A \cap B \subseteq B \subseteq A \cup B.$$

$\textcircled{9} A \cap (\complement_S A) = \emptyset$; 任何集合与它的补集的交集为空集. $A \cup (\complement_S A) = S$; 任何非空集合与它的补集的并集为全集. $\complement_S (\complement_S A) = A$. 一个集合的补集的补集是它本身.

知识点应用

【例 1】 设集合 $A = \{x | x \leq 2\sqrt{3}\}$, $a = \sqrt{11}$, 则 ()

A. $a \subseteq A$ B. $a \notin A$ C. $\{a\} \in A$ D. $\{a\} \subseteq A$

答案 D.

分析 由元素与集合的关系可排除 A. 由集合与集合的关系可排除 C. 又 $\sqrt{11} < \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$, 故 $a \in A$.

【例 2】 设 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, 且 $A \subseteq U, B \subseteq U, A \cap B = \{2\}, (\complement_U A) \cap B = \{4\}, (\complement_U A) \cap (\complement_U B) = \{1, 5\}$, 则下列结论正确的是 ()

A. $3 \in A, 3 \in B$ B. $3 \in (\complement_U A), 3 \in B$
C. $3 \in A, 3 \in (\complement_U B)$ D. $3 \in (\complement_U A), 3 \in (\complement_U B)$

答案 C.

分析 由 A 可知, $3 \in A \cap B$, 与题设 $A \cap B = \{2\}$ 矛盾; 由 B 应有 $3 \in (\complement_U A) \cap B$, 与题设 $(\complement_U A) \cap B = \{4\}$ 矛盾; 由 D 应有 $3 \in (\complement_U A) \cap (\complement_U B)$, 与题设 $(\complement_U A) \cap (\complement_U B) = \{1, 5\}$ 矛盾.

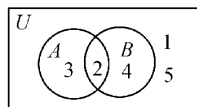


图 1-1

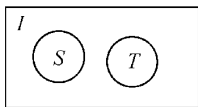
本题也可运用韦恩图解答. 由题设条件, 画出图 1-1, 由图 1-1 易知, $3 \in A, 3 \in (\complement_U B)$

【例 3】 设 S, T 是两个非空集合, 且 $S \not\subseteq T, T \not\subseteq S$, 令 $X = S \cap T$, 则 $S \cup X$ 等于 ()

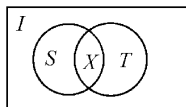
A. X B. $\emptyset$ C. T D. S

答案 D.

分析 本题所给出的两个集合 S, T 是抽象的集合, 运用韦恩图解决此类问题较直观. 若 X 是空集, 则 $S \cup X = S$, 如图 1-2①. 若 X 是非空集合, 如图 1-2②, 不难得出 $S \cup X = S$.



①



②



图 1-2

本题也可利用集合与集合之间的关系解答. 由 $X = S \cap T$ 可知 $X \subseteq S$, 于是知 $X \cup S = S$.

【例 4】 若集合 $A = \{1, 3, x\}$, $B = \{1, x^2\}$, 且 $A \cup B = \{1, 3, x\}$, 则满足条件的实数 x 的个数有 ()

- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

答案 C.

分析 由题知 $A \cup B = A$, 可得 $B \subseteq A$, 于是有 $x^2 = 3$ 或者 $x^2 = x$. 分别解得 $x = \pm\sqrt{3}$; $x = 0$ 或 $x = 1$. 当 $x = 1$ 时, 集合 A 中的元素与互异性矛盾, 所以满足条件的实数 x 有 3 个.

【例 5】 (2005 · 江西) 设集合 $I = \{x \mid |x| < 3, x \in \mathbf{Z}\}$, $A = \{1, 2\}$, $B = \{-2, -1, 2\}$, 则 $A \cup (\complement_I B) =$ ()

- A. $\{1\}$ B. $\{1, 2\}$ C. $\{2\}$ D. $\{0, 1, 2\}$

答案 D.

分析 $\because I = \{x \mid |x| < 3, x \in \mathbf{Z}\} = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$

$\therefore \complement_I B = \{0, 1\}$, 又 $A = \{1, 2\}$

$\therefore A \cup (\complement_I B) = \{0, 1, 2\}$

【例 6】 (2005 · 湖北) 设 P, Q 为两个非空实数集合, 定义集合 $P + Q = \{a + b \mid a \in P, b \in Q\}$. 若 $P = \{0, 2, 5\}$, $Q = \{1, 2, 6\}$, 则 $P + Q$ 中元素的个数是 ()

- A. 9 B. 8 C. 7 D. 6

答案 B.

分析 $P + Q = \{1, 2, 6, 3, 4, 8, 7, 11\}$.

【例 7】 (2005 · 北京) 设全集 $U = \mathbf{R}$, 集合 $M = \{x \mid x > 1\}$, $P = \{x \mid x^2 > 1\}$, 则下列关系中正确的是 ()

- A. $M = P$ B. $P \subsetneq M$
C. $M \subsetneq P$ D. $\complement_U M \cap P = \emptyset$

答案 C.

分析 $\because P = \{x \mid x < -1 \text{ 或 } x > 1\}$, 易知 $M \subsetneq P$.

【例 8】 (2005 · 全国) 已知集合 $M = \{x \mid x^2 - 3x - 28 \leq 0\}$, $N =$

$\{x|x^2-x-6>0\}$. 则 $M \cap N$ 为 ()

A. $\{x|-4 \leq x < -2 \text{ 或 } 3 < x \leq 7\}$

B. $\{x|-4 < x \leq -2 \text{ 或 } 3 \leq x < 7\}$

C. $\{x|x \leq -2 \text{ 或 } x > 3\}$

D. $\{x|x < -2 \text{ 或 } x \geq 3\}$

答案 A.

分析 $M = \{x|-4 \leq x \leq 7\}$, $N = \{x|x > 3 \text{ 或 } x < -2\}$.

$\therefore M \cap N = \{x|-4 \leq x < -2 \text{ 或 } 3 < x \leq 7\}$.

【例 9】 已知集合 $M = \{0, a\}$, $N = \{x|x^2 - 2x - 3 < 0, x \in \mathbb{Z}\}$, 若 $M \cap N \neq \emptyset$, 则 a 为 ()

A. 1

B. 2

C. 1 或 2

D. 不为零的任意实数

答案 D.

分析 $\because N = \{0, 1, 2\}$, $M = \{0, a\}$. $\therefore M \cap N \neq \emptyset$, $\therefore a$ 取不为零的任意实数.

【例 10】 已知集合 $A = \{0, 1\}$, $B = \{y|x^2 + y^2 = 1, x \in A\}$, 则 A 与 B 的关系为 ()

A. $A = B$

B. $A \subsetneq B$

C. $A \supsetneq B$

D. $A \supseteq B$

答案 B.

分析 $B = \{y|y = \pm 1, 0\} = \{-1, 0, 1\}$

$\therefore A \subsetneq B$

【例 11】 设全集 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$. 集合 $A = \{1, a^2 - 1, 4\}$, $\complement_U A = \{2, a + 3\}$, 则实数 a 的值为 ()

A. -2

B. 0

C. 2

D. $\sqrt{6}$ 或 $-\sqrt{6}$

答案 C.

分析 由题意得
$$\begin{cases} a+3=3 \\ a^2-1=5 \end{cases} \quad ①$$

或
$$\begin{cases} a+3=5 \\ a^2-1=3 \end{cases} \quad ②$$

由①得无解, 由②得 $a = 2$.



【例 12】 已知 $A = \{x | 2x^2 + x + m = 0\}$, $B = \{x | 2x^2 + nx + 2 = 0\}$, 且 $A \cap B = \left\{\frac{1}{2}\right\}$, 求 $A \cup B$.

答案 $A \cup B = \left\{\frac{1}{2}, -1, 2\right\}$

分析 集合 A 是方程 $2x^2 + x + m = 0$ 的解集, 由 $A \cap B = \left\{\frac{1}{2}\right\}$ 可知, $\frac{1}{2}$ 是方程 $2x^2 + x + m = 0$ 的一个解, 即 $2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{2} + m = 0$, 解得 $m = -1$. 由一元二次方程根与系数的关系可知, 方程 $2x^2 + x + m = 0$ 的另一个解是 -1 . 同理, $\frac{1}{2}$ 也是方程 $2x^2 + nx + 2 = 0$ 的一个解. 由 $2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{2} \times n + 2 = 0$, 解得 $n = -5$. 由一元二次方程根与系数的关系可知, 方程 $2x^2 + nx + 2 = 0$ 的另一个解是 2 , 所以 $A \cup B = \left\{\frac{1}{2}, -1, 2\right\}$.

【例 13】 设集合 $A \subseteq B, A \subseteq C$, 且 $B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}, C = \{0, 2, 4, 6, 8\}$, 则集合 A 的个数是 ()

A. 4

B. 8

C. 16

D. 32

答案 B.

分析 由 $A \subseteq B, A \subseteq C$, 知 $A \subseteq B \cap C$. 又 $B \cap C = \{0, 2, 4\}$, 所以满足条件的集合 A 有: $\emptyset, \{0\}, \{2\}, \{4\}, \{0, 2\}, \{0, 4\}, \{2, 4\}, \{0, 2, 4\}$, 共 8 个.

【例 14】 集合 $A = \{x | x^2 - ax + a^2 - 19 = 0\}, B = \{x | x^2 - 5x + 6 = 0\}, C = \{x | x^2 + 2x - 8 = 0\}$, 求 a 取何实数时, $A \cap B \supsetneq \emptyset$ 与 $A \cap C = \emptyset$ 同时成立?

分析 由题可知 $B = \{2, 3\}, C = \{2, -4\}$. 由 $A \cap B \supsetneq \emptyset$ 可知 $A \cap B$ 非空, 即 2 或 3 可能是方程 $x^2 - ax + a^2 - 19 = 0$ 的解, 又由 $A \cap C = \emptyset$ 可知 2 和 -4 都不是方程 $x^2 - ax + a^2 - 19 = 0$ 的解, 所以 3 是方程 $x^2 - ax + a^2 - 19 = 0$ 的解.

解 $B = \{x | x^2 - 5x + 6 = 0\} = \{2, 3\}$,

$C = \{x | x^2 + 2x - 8 = 0\} = \{2, -4\}$.

由 $A \cap B \neq \emptyset$ 与 $A \cap C = \emptyset$ 同时成立可知, 3 是方程 $x^2 - ax + a^2 - 19 = 0$ 的解. 将 3 代入方程得 $a^2 - 3a - 10 = 0$, 解得 $a = 5$ 或 $a = -2$.

当 $a = 5$ 时, $A = \{x | x^2 - 5x + 6 = 0\} = \{2, 3\}$, 此时 $A \cap C = \{2\}$, 与题设 $A \cap C = \emptyset$ 矛盾.

故当 $a = -2$ 时, $A \cap B \neq \emptyset$ 与 $A \cap C = \emptyset$ 同时成立.

综合能力测试

一、选择题

1. 如果 $U = \{a, b, c, d, e\}$, $M = \{a, c, d\}$, $N = \{b, d, e\}$, 那么 $(\complement_U M) \cap (\complement_U N) =$ ()

- A. $\emptyset$ B. $\{d\}$ C. $\{a, c\}$ D. $\{c, d\}$

2. 设 $M = \{x | x \leq \sqrt{10}\}$, $a = \sqrt{2} + \sqrt{3}$, 则 ()

- A. $a \subseteq M$ B. $a \notin M$ C. $\{a\} \in M$ D. $\{a\} \subseteq M$

3. 集合 $\{0\}$ 与 $\emptyset$ 的关系是 ()

- A. $\{0\} = \emptyset$ B. $\{0\} \in \emptyset$ C. $\emptyset \in \{0\}$ D. $\emptyset \subseteq \{0\}$

4. 设 M, N 是非空集合, 且 $M \subseteq N \subseteq U$ (U 为全集), 则下列集合中表示空集的是 ()

- A. $M \cap (\complement_U N)$ B. $(\complement_U M) \cap N$
C. $(\complement_U M) \cap (\complement_U N)$ D. $M \cap N$

5. 设全集 U 为正整数集 $\mathbb{N}^*$, $A = \{2n | n \in \mathbb{N}_+\}$, $B = \{4n | n \in \mathbb{N}^*\}$, 则集合 $\mathbb{N}^*$ 可以表示成 ()

- A. $A \cap B$ B. $(\complement_U A) \cup B$
C. $A \cup (\complement_U B)$ D. $(\complement_U A) \cup (\complement_U B)$

6. 已知集合 $P = \{x | x < 2\}$, $Q = \{x | -1 \leq x \leq 3\}$, 则 $P \cup Q =$ ()

- A. $\{x | -1 \leq x < 2\}$ B. $\{x | -1 \leq x \leq 3\}$
C. $\{x | x \leq 3\}$ D. $\{x | x \geq -1\}$

7. 设全集 $U = \{2, 3, 5\}$, $A = \{2, |a - 5|\}$, $\complement_U A = \{5\}$, 则 a 的值是 ()



A. 2 B. 2 或 8 C. 8 D. -2 或 8

8. 若集合 $A = \{1, 2, 3\}$, 则满足 $A \cup B = A$ 的集合 B 的个数是

()

A. 1 B. 2 C. 7 D. 8

9. 设 $A = \{x | x^2 - 3x + 2 < 0\}$, $B = \{x | x - a < 0\}$, 若 $A \subseteq B$, 则 a 的取值范围是

()

A. $[2, +\infty)$ B. $(-\infty, 1]$ C. $[1, +\infty)$ D. $(-\infty, 2]$

10. 数集 $M = \{2n+1, n \in \mathbf{Z}\}$, $N = \{4k \pm 1, k \in \mathbf{Z}\}$ 之间的关系是

()

A. $M \subsetneq N$ B. $M \supsetneq N$ C. $M = N$ D. $M \subseteq N$

11. (2004 · 全国) 设 A, B, I 均为非空集合, 且满足 $A \subseteq B \subseteq I$, 则下列各式错误的是

()

A. $(\complement_I A) \cup B = I$ B. $(\complement_I A) \cup (\complement_I B) = I$
 C. $A \cap (\complement_I B) = \emptyset$ D. $(\complement_I A) \cap (\complement_I B) = \complement_I B$

12. (2004 · 北京) 设全集为 $\mathbf{R}$, $M = \{x | -2 \leq x \leq 2\}$, $N = \{x | x < 1\}$, 则 $\complement_{\mathbf{R}} M \cap N =$

()

A. $\{x | x < -2\}$ B. $\{x | -2 < x < 1\}$
 C. $\{x | x < 1\}$ D. $\{x | x - 2 \leq x < 1\}$

13. (2004 · 广东) 已知 $A = \{x | |2x+1| > 3\}$, $B = \{x | x^2 + x - 6 \leq 0\}$, 则 $A \cap B =$

()

A. $(-3, -2) \cup (1, +\infty)$ B. $(-3, -2] \cup [1, 2)$
 C. $[-3, -2) \cup (1, 2]$ D. $(-\infty, -3) \cup (1, 2]$

14. (2004 · 浙江) 若 $U = \{1, 2, 3, 4\}$, $M = \{1, 2\}$, $N = \{2, 3\}$, 则 $\complement_U (M \cup N) =$

()

A. $\{1, 2, 3\}$ B. $\{2\}$ C. $\{1, 3, 4\}$ D. $\{4\}$

15. 设 $A = \{x | x = \sqrt{5k+1}, k \in \mathbf{N}\}$, $B = \{x | x \leq 6, x \in \mathbf{Q}\}$, 则 $A \cap B =$

()

A. $\{1, 4\}$ B. $\{1, 6\}$ C. $\{4, 6\}$ D. $\{1, 4, 6\}$

二、填空题

1. 已知集合 $A \subseteq B, A \subseteq C$. 若 $B = \{a, d\}, C = \{a, b, c, d\}$, 则集合 A 的真子集最多有 _____ 个.

2. 设全集 $U = \{\text{实数}\}, A = \{x | \sqrt{x-1} < 3\}$, 则 $\complement_U A =$ _____.

3. 适合条件 $\{1\} \subseteq A \subsetneq \{1, 2, 3, 4\}$ 的集合 A 的个数有 _____ 个.

4. 设全集 $U = \{0, 1, 2, 3, 4\}$, 集合 $A = \{0, 1, 2, 3\}$, 集合 $B = \{2, 3, 4\}$, 则 $(\complement_U A) \cup (\complement_U B) =$ _____.

5. 集合 $A = \{x | x^2 - 2x < 0\}, B = \{x | x^2 - 4x + 3 \leq 0\}$, 则 $(\complement_U A) \cup (\complement_U B) =$ _____ (全集 U 是实数集).

三、解答题

1. 若 $A = \{x | x^2 - 2x - 3 \leq 0, x \in \mathbf{Z}\}, B = \{0, 4, 5\}, U = \{x | |x-1| \leq 4, x \in \mathbf{Z}\}$, 求:

(1) $(\complement_U A) \cup B, A \cap (\complement_U B)$;

(2) 集合 A 的真子集的个数.

2. 已知集合 $A = \{2, 3, a^2 + 4a + 2\}, B = \{0, 7, 2 - a, a^2 + 4a - 2\}$, 且 $A \cap B = \{3, 7\}$, 求集合 B .

3. 对于集合 $A = \{x | x^2 - 2ax + 4a - 3 = 0\}$ 和 $B = \{x | x^2 - 2\sqrt{2}ax + a^2 + a + 2 = 0\}$, 是否存在实数 a 使 $A \cup B = \emptyset$? 若 a 不存在, 说明理由; 若 a 存在, 求 a 的取值范围.

4. 已知集合 $A = \{x | |x-1| < a, a > 0\}, B = \{x | |x-3| > 4\}$, 且 $A \cap B = \emptyset$, 求实数 a 的范围.



1.4 含有绝对值的不等式解法

重点难点提示

重点 绝对值的意义; 含有绝对值的不等式 $|x| < a$ ($a > 0$) 和 $|x| > a$ ($a > 0$) 的解法.

难点 含有绝对值的不等式 $|ax+b| < c$ ($c > 0$) 和 $|ax+b| > c$ (c



＞0) 的解法. 在解题去掉绝对值符号时, 注意分类.

知识点精析

(1) 绝对值 $|x| = a$ ($a > 0$) 的几何意义是数轴上的点到原点的距离等于 a .

(2) 含有绝对值的不等式的解法:

$$|x| < a \ (a > 0) \Leftrightarrow -a < x < a;$$

$$|x| > a \ (a > 0) \Leftrightarrow x > a, \text{ 或 } x < -a;$$

$$|x| > a \ (a < 0) \Leftrightarrow x \text{ 为一切实数.}$$

(3) 能用数轴来表示不等式的解集.

知识点应用

【例 1】解下列不等式:

(1) $|2x - 5| > 5;$

(2) $1 \leq |x - 1| < 4.$

解 (1) 原不等式化为 $2x - 5 > 5$, 或 $2x - 5 < -5$,

$$\therefore 2x > 10, \text{ 或 } 2x < 0.$$

$$\therefore x > 5, \text{ 或 } x < 0.$$

故原不等式的解集为 $\{x | x < 0, \text{ 或 } x > 5\}.$

(2) 原不等式化为 $1 \leq x - 1 < 4$, 或 $-4 < x - 1 \leq -1$,

$$\therefore 2 \leq x < 5, \text{ 或 } -3 < x \leq 0.$$

故原不等式的解集为 $\{x | 2 \leq x < 5, \text{ 或 } -3 < x \leq 0\}.$

【例 2】解下列不等式:

(1) $\left| \frac{x}{2+x} \right| > \frac{x}{2+x};$

(2) $|x - 1| + |x + 2| < 5;$

(3) $|2x + 3| - |x - 2| < 1;$

※(4) $|x - 4| + |3 - x| < a$ 总有解, 求 a 的取值范围.

分析 解含有绝对值的不等式的基本思想是去掉绝对值符号.

解 (1) $\therefore \left| \frac{x}{2+x} \right| > \frac{x}{2+x}, \therefore \frac{x}{2+x} < 0.$