

前 言

日本算数奥林匹克大会创办于 1992 年,今年夏天将迎来第十七届。随着大会国际影响力和组织能力的不断提高,受邀来日本参加决赛的中国选手从开始时的 2、3 人,已增加到第十六届时的 172 人,这样的增长速度是振奋人心的,也体现出近年来中日两国在奥林匹克数学领域的交流与合作取得了长足的进步。

数学是全世界共通的学问,即使语言和表达习惯不同,也可以在同一个场所进行比赛。今年是中国奥林匹克年,同时也是日中青少年友好交流年,我期待着更多的中国选手能参与到我们的奥林匹克数学盛会中来。

日本有句从中国传来的谚语,叫做“吃水不忘掘井人”。我们的大会能有今天这样的局面和成果,是与中国数学界同仁以及许多老师和同学的支持、帮助分不开的。在此,我郑重地向他们致以诚挚的谢意!

很高兴得知日本算数奥林匹克竞赛题将在中国再次出版。感谢北京事务所所长张莉女士、中小学数学教学报社的陶晓永先生及华东师范大学出版社为此付出的心血和努力!

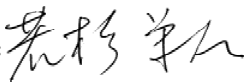
我相信本书中的很多题目绝不是轻而



前 言

易举就能解出来的。当你遇到困难时,不要着急,不要放弃,要心平气和地慢慢思考,争取将书中的难题一道一道地攻克。勤思考、会思考对于任何人来说都是十分重要的。希望能有更多的中国小朋友在挑战日本算数奥林匹克的过程中享受到思考的快乐,并且通过解题,也能够对日本的文化特色有一个感性的认识。中日两国的青少年以奥林匹克数学为桥梁,彼此间增进理解和交流,对于我来说,没有比这更令我高兴的事了。

日本算数奥林匹克事務局

局长: 

2008年1月10日



目 录

第一届试题(1992年)	1
预 赛	1
决 赛	4
试题详解	8
第二届试题(1993年)	18
预 赛	18
决 赛	23
试题详解	26
第三届试题(1994年)	41
预 赛	41
决 赛	53
试题详解	56
第四届试题(1995年)	68
预 赛	68
决 赛	71
试题详解	75
第五届试题(1996年)	90
预 赛	90
决 赛	94
试题详解	97
第六届试题(1997年)	109
预 赛	109
决 赛	112
试题详解	116
第七届试题(1998年)	124
预 赛	124
决 赛	128
试题详解	131



目 录



第八届试题(1999年)	140
预 赛	140
决 赛	144
试题详解	147
第九届试题(2000年)	158
预 赛	158
决 赛	161
试题详解	165
第十届试题(2001年)	176
预 赛	176
决 赛	178
试题详解	182
第十一届试题(2002年)	196
预 赛	196
决 赛	199
试题详解	202
第十二届试题(2003年)	213
预 赛	213
决 赛	217
试题详解	220
第十三届试题(2004年)	237
预 赛	237
决 赛	240
试题详解	244
第十四届试题(2005年)	258
预 赛	258
决 赛	261
试题详解	265

目 录

第十五届试题(2006年)	283
预赛	283
决赛	287
试题详解	290
第十六届试题(2007年)	312
预赛	312
决赛	316
试题详解	320
附录 第十一届(2007年)日本 <u>小学数学奥林匹克试题</u> (初小组)	331
后记	335



第一届试题(1992年)



----- 预 赛 -----

(时间:90分钟)

1.1 请看右边的加法算式,答案 824 正好和上边的加数 428 的数字顺序相反.还有一些其他的三位数,加上 396 后,答案也正好与原来的三位数的数字顺序相反.请问:

4	2	8	
+	3	9	6

8	2	4	

- (1) 写出所有满足上述条件的百位是 4 的三位数(428 除外);
- (2) 在所有的三位数内(包括百位是 4 的三位数),一共有多少个这样的三位数,加上 396 后,答案正好与原来的三位数的数字顺序相反?

1.2 和子去鱼店买了以下几种鱼,每种鱼都多于 1 条,正好花了 3600 日元.请问:和子买了几条竹荚鱼?

(注:100 日元 \approx 7 元人民币)

青花鱼(130 日元 1 条)	竹荚鱼(170 日元 1 条)
沙丁鱼(78 日元 1 条)	秋刀鱼(104 日元 1 条)

1.3 A 君、B 君、C 君、D 君四人参加了考试,考题全是判断题,只能画“○”或者画“×”.一道题 10 分,一共 10 道题,满分 100 分.四人的答案和所得的分数如下表.请问:D 君得了多少分?

	第1题	第2题	第3题	第4题	第5题	第6题	第7题	第8题	第9题	第10题	分数
A君	○	×	○	×	○	○	×	×	×	○	70分
B君	○	○	×	×	×	○	○	○	×	×	70分
C君	×	×	×	○	○	×	○	×	○	×	60分
D君	○	○	×	×	○	×	○	×	×	×	?

1.4 如果站在游泳池中用手拍打水面,就会有水波从拍打处向四周扩散,这时水波的扩散速度仅仅和水的深度有关.如果游泳池的水深都一样,那么不管是站立打水,还是边走边打水、强烈打水、轻轻打水,水波的扩散速度都是一样的.水波真是很奇怪的哦!

在一个水深都一样的游泳池里,放入一台每10秒钟可以打出6个水波的水波器.这台水波器带有轮子,可以一定的速度运动.水波是以每10秒钟12米的速度扩散,水波的最高处叫波峰,最低处叫波谷.请问:

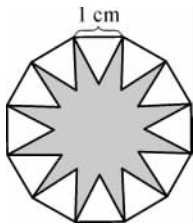
(1) 如果水波器静止不动打水,两个相邻的波峰之间的距离是多少米?

(2) 太郎以每10秒钟4米的速度面向正在静止站立打水的水波器走去,太郎在10秒钟内可以碰上几个波峰?(时间的计算是一个波谷正好到太郎面前开始的)

(3) 如果水波器以每10秒钟4米的速度朝着站立不动的太郎边运动边打水,那么太郎在10秒钟内可以碰上几个波峰?(时间的计算同上)

(4) 太郎和水波器分别以每10秒钟4米的速度面对面向前运动,太郎在10秒钟内可以碰上几个波峰?(时间的计算同上)

1.5 如图所示,一个正十二边形的边长是 1 厘米,空白部分是等边三角形,一共有 12 个.请算出阴影部分的面积.



1.6 如图 1 是一个边长为 5 厘米的正方体,这个正方体是由边长为 1 厘米的小正方体组成的. A 、 B 、 C 、 D 、 E 、 F 、 G 、 H 分别是正方体的各个顶点, P 是 $ABCD$ 面上 AC 与 BD 的交点. 请问:

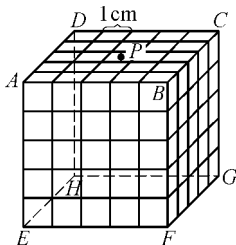


图 1

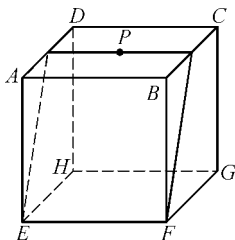


图 2

(1) 如图 2 所示,用一个 E 、 P 、 F 三点所在的平面将大正方体切开,这时被切开的面是什么形状?

(2) 经过(1)切开后剩下部分(包括 E 、 F 、 G 、 H 面)的体积是多少?

(3) 再分别用 F 、 P 、 G 三点所在的平面, G 、 P 、 H 三点所在的平面, H 、 P 、 E 三点所在的平面进一步切割(2)的剩余部分,最后剩余的是一个包括 E 、 F 、 G 、 H 面的立体图形,请写出这个立体图形的名称(即是何形状的立体).

(4) 在最后剩下的立体中,包括几个完整的边长为 1 厘米的

小正方体?

1.7 这里有八个人在说话,他们话中所指的人都包括他们自己在内,请认真读他们说的话.

A君:“我们中间至少有1个人说的是正确的.”
B君:“我们中间至少有2个人说的是正确的.”
C君:“我们中间至少有3个人说的是正确的.”
D君:“我们中间至少有4个人说的是正确的.”
E君:“我们中间至少有1个人说的是错的.”
F君:“我们中间至少有2个人说的是错的.”
G君:“我们中间至少有3个人说的是错的.”
H君:“我们中间至少有4个人说的是错的.”

请问:说错话的人是谁?

----- 决 赛 -----

(时间:120分钟)

1.8 一些确定的并排排列的数叫做数列,数列中的一个一个数叫做项,如果对于第一项乘上一个数可以得出第二项,第二项再乘上相同的数可以得出第三项(乘数不只限于整数),依次类推,可以得到一个等比数列.现在请作出一个项数最多的等比数列,其每一项都是100以上、1000以下的整数,不包括乘以1的数列,请列出此等比数列的每一项.

1.9 有一个工厂制造了一种产品,此产品卖一个可以得到

1000 日元,一共做了 11 个这样的产品,但是其中有一个是次品不能卖出去.现在用一种机器来检验产品质量,此机器有以下性能:

- ① 一次可以检验任何数量的产品.
- ② 每检验一次,需要花费 1000 日元手续费.
- ③ 检验中没发现次品,则每一个产品可卖 1000 日元.
- ④ 如果在一次检验中发现次品的话,则此次检验的产品全部报废,一个也不能卖出去.

假如用这个机器一次检验一个产品,则有下面几种情况:

运气非常好的情况:第一次被检产品是次品.这样剩下的 10 个产品都是正品,可以卖出去.检验一次需 1000 日元手续费,因此可以得到 $1000 \times 10 - 1000 = 9000$ (日元)的收入.

运气最坏的情况:检验到第 10 个产品时,发现是次品,这样前 9 个产品可分别卖 1000 日元,但检验费每次也是 1000 日元,则等于没有收入.

请问:根据一次检验的个数及顺序可以有几种检验方法,如果在运气最坏的情况下想得到最高的收入,那么采用什么样的检验方法最好?此时收入是多少?

1.10 如图,从图 1 看出,不论哪两个相邻圈里的数的差都正好是下面圈中的数,六个圈中正好是从 1~6 的数,一个数在一个圈里.请按这个规则将图 2 的圈中填上从 1~10 的数(不能有重复的数出现),最下面的圈中的数为 3.

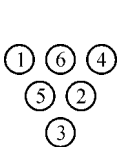


图 1

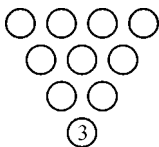


图 2

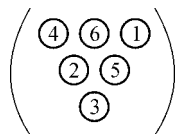
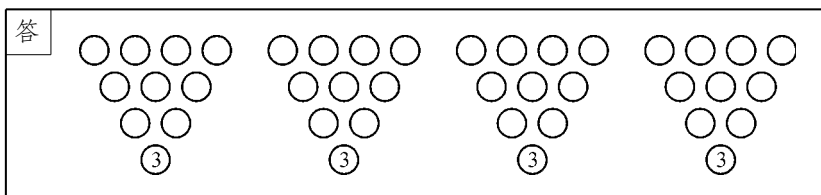
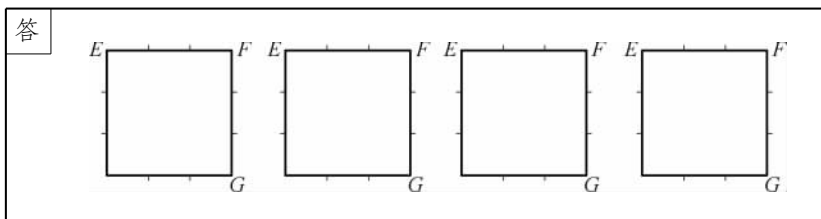
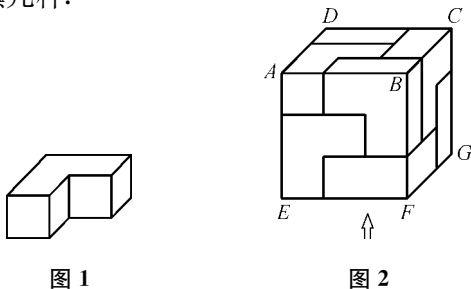


图 3

如果仅仅是左右的数互换,则算为同一种答案,如图 1 和图 3. 解答不只是一种,解答栏给出四组,但不一定都填出,有几种解答就填几种.



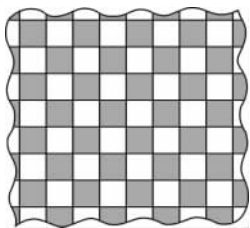
1.11 如图,图 1 是由 3 个正方体连结组成的物体,图 2 是由 9 个图 1 所示物体组成的正方体. 如果从图 2 的底面视角看,物体是如何连结的? 不限于一种答案,和上题一样,解答栏给出四组,有几种解答就填几种.



1.12 如图所示,无数量限制的黑白色的正方形拼在一起. 注意,相同色的正方形不能用边相连,只能是顶点(角)相连.

首先铺第一块正方形(颜色随意),选好顶点,然后以这个顶点作为中心画出一个圆(不要画出所铺的面积).

无论半径大小,所画出的圆中包括的黑色、白色部分的面积都正好相等.请考虑这是为什么,并说明理由.



----- 试题详解 -----

预赛 1.1 ~ 1.7 (平均得分率 27.5%)

决赛 1.8 ~ 1.12 (平均得分率 35.4%)

1.1 (1) (得分率 59.3%) 408, 418, 438, 448, 458, 468, 478, 488, 498;

(2) (得分率 14.9%) 50 个.

解析 (1) 我们注意到, 和的十位数与第一个加数的十位数相同, 这就要求个位相加之后一定向十位进 1, 1 和十位的 9 相加等于 10, 向百位进 1. 所以和的百位数字一定是 8, 那么第一个加数的个位数字必然是 8. 而它的十位数从 0 至 9 不管是哪个数都符合条件.

(2) 为了使得个位能向十位进 1, 第一个加数的个位必须是 4、5、6、7、8、9 中的一个, 而这其中, 4 与 396 中的 6 相加是 0, 所以 4 要排除在外, 那么可以肯定第一个加数的个位数字只能是 5、6、7、8、9, 这个加数的百位数字与答案的个位数字相同, 只能是 1、2、3、4、5. 所以可选的三位数应该是以下 5 种: $1\square 5$ 、 $2\square 6$ 、 $3\square 7$ 、 $4\square 8$ 、 $5\square 9$. 在每一种三位数中, \square 内的数可以是 0~9 中的任意一个数. 所以一共可以选出 $10 \times 5 = 50$ (个) 符合题意的三位数.

1.2 (得分率 18.7%) 12 条.

解析 我们可以发现, 所买四种鱼的单价有如下特点: 78、104、130 都是 13 的倍数, 只有 170 除以 13 的余数是 1. 也就是说, 除去竹荚鱼以外的其他鱼的总价是 13 的倍数. 那么可得知, 每买 1 条竹荚鱼可余 1 日元, 花掉的总金额是 3600 日元, 除以 13 余 12 日元, 所以答案是 12 条.

注意: 只回答买多少条竹荚鱼即可, 关于青花鱼、冰鱼、! 鱼都不要去考虑.

1.3 (得分率 39.9%) 80 分.

解析 A 和 B 两人答案一致的题目是 1、4、6、9 这 4 道题,其他 6 道题不一致.对于这 6 道题中的每一道题,肯定是一人做对了另一人做错了.现在,两人的分数之和是 $70 + 70 = 140$.也就是说,两人一共做对了 14 道题,做错了 6 道题.即

$$10 \times 2 - 14 = 6(\text{道}).$$

这和上面所说的答案不一致的题数(6 道)正好一样.由此可判断除这 6 道题之外的题两人都做对了,只是不知道这 6 道题中谁对谁错.

现在看一下 C 的答案.对于 1、4、6、9 这 4 道题,C 的答案与正确答案相反,所以可判断这 4 道题 C 都做错了,不能得分.他共得 60 分,也就是说其他的 6 道题他都做对了.

现在,我们知道了所有题目的正确答案:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
○	×	×	×	○	○	○	×	×	×

D 除了 2、6 两题以外都做对了,所以应得 80 分.

1.4 (1)(得分率 47.5%) 2 米; (2)(得分率 15.4%) 8 个;

(3)(得分率 2.4%) 9 个; (4)(得分率 5.2%) 12 个.

解析 (1) 一瞬间出现的水波以每 10 秒钟 12 米的速度扩散,在 10 秒钟内可产生 6 个水波, $12 \div 6 = 2(\text{米})$.

(2) 10 秒钟后,开始计数时的波谷从太郎原先的位置前进了 12 米,太郎前进了 4 米,二者距离是 $12 + 4 = 16(\text{米})$.在这 16 米之间,宽度是 2 米的波有 $16 \div 2 = 8(\text{个})$,这 8 个波太郎都能遇上.

(3) 这里波的速度是相同的,如果注意到相邻两个波之间的宽度比原来小了的话,就能很快找到答案.10 秒钟后水波器前进了 4 米,初始的波,10 秒钟后距水波器现在的位置为 $12 - 4 = 8(\text{米})$,由于波产生的速度没变,所以在 10 秒钟内产生的波都应在这个 8 m 的距离之内.因此,运动着的水波器产生的波的宽度应是 $8 \div 6 = \frac{4}{3}(\text{米})$.波的运动速度不管在什么时候都是每 10 秒钟前进 12 米,所以 $12 \div$

$$\frac{4}{3} = 9(\text{个}).$$

(4) 同(3)一样,水波器在运动,所以波的宽度是 $\frac{4}{3}$ 米.同(2)一样,太郎也在走,所以他在16米之间可碰到的波的数量是 $16 \div \frac{4}{3} = 12(\text{个}).$

1.5 (得分率 23.9%) 6 平方厘米.

解析 解答这类题最好的方法是将阴影部分分割或移动,如图1那样画成正六边形,将阴影部分移动到指定的空白部分,形成6个边长为1厘米的正方形,如图2.

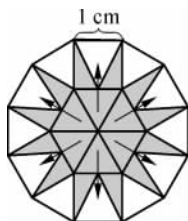


图 1

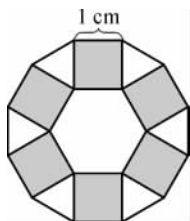


图 2

- 1.6** (1)(得分率 47.6%) 长方形; (2)(得分率 32.3%) 93.75 立方厘米;
(3)(得分率 全员加分) 正四棱锥; (4)(得分率 9.3%) 20 个.

解析 (1) 切开的面是四边形,两组对边分别平行且相等,但相邻两边长度均不相等,4个角都是直角,所以是长方形.

(2) 从原来的正方体上切下部分的体积正好是原体积的 $\frac{1}{4}$,所以剩下部分的体积是 $5 \times 5 \times 5 \times \frac{3}{4} = 93.75(\text{立方厘米}).$

(3) 在 $ABCD$ 面中最后只剩 P 点,底面 $EFGH$ 完好.连结 PE 、 PF 、 PG 、 PH ,剩下的立体图形是底面为正方形的正四棱锥,如图1.

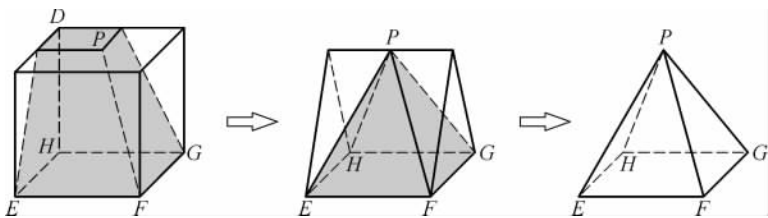


图 1

(4) 切完后,从正、侧面看均如图 2 所示:

从下往上数,第 1 层是 $3 \times 3 = 9$ (个),第 2 层是 $3 \times 3 = 9$ (个),第 3 层是 1 个,第 4 层是 1 个,一共是 $9 \times 2 + 1 \times 2 = 20$ (个).

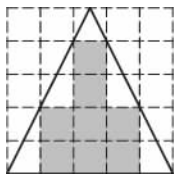


图 2

1.7 (得分率 10.1%) 说错话的人是 G 君、H 君.

解析 假定每人的发言都是正确的,我们来验证一下他们的话是否有矛盾.首先,假定 H 君的发言是正确的.从“至少”这个词的意思里,可看出 E、F、G 君的发言也是正确的,也就是说,已经有 4 个人是正确的,这样一来 D 君的发言也是正确的.现在变成了 5 个人是正确的,那么 A、B、C 君的发言也是正确的.这样,所有人的发言都是正确的,这和 H 君的发言是正确的这一假定相矛盾,也就是说,最初的假定是错的, H 君说错话了.我们用这种方法反复验证,即可找出说错话的人.

另外的三种解法:

(1) 依次假定每人的发言都是错的.首先假定 A 君的发言是错的,也就是说所有人都是错的,那么 E 君的发言就是正确的.现在已经有一个是正确的了,那么 A 君的发言就是正确的,这和最初的假定相矛盾,也就是说,“A 君的发言是错的”这一假定是错的, A 君的发言应该是正确的.再依次类推……

(2) 换成下列的说法也许容易理解:

“我们中间说的正确的有……”

A 君:“1 人以上.”

B 君:“2 人以上.”

……

G君：“5人以下。”

H君：“4人以下。”

然后，可以用上述方法去验证是否有矛盾。

(3) 做如下一张表：

假定“说的是正确的”人数分别为0~8人时，在不同的情况下A~H君的发言是否是正确的，用“○”表示正确，“×”表示错误。

说的是正确的人数	0	1	2	3	4	5	⑥	7	8
A君	×	○	○	○	○	○	○	○	○
B君	×	×	○	○	○	○	○	○	○
C君	×	×	×	○	○	○	○	○	○
D君	×	×	×	×	○	○	○	○	○
E君	○	○	○	○	○	○	○	○	×
F君	○	○	○	○	○	○	○	×	×
G君	○	○	○	○	○	○	×	×	×
H君	○	○	○	○	○	×	×	×	×
各列的○数	4	5	6	7	8	7	⑥	5	4

我们看到，说的正确的人数和各列的○数(发言正确的人)相一致的只有6。所以可判断G君和H君说的是错话。

1.8 (得分率37%) 128, 192, 288, 432, 648, 972. (从大到小排列也算正确答案)

解析 在一个等比数列中，相邻两项的比值叫做这个等比数列的公比。如果限定了一个数列的最小数与最大数的范围，又要使写出的数列有较多的项，则公比应尽量小。由于数列是由小到大排列的，则公比应比1大。这样我们可以选几个公比，如 $\frac{3}{2}$ ， $\frac{4}{3}$ ， $\frac{5}{4}$ ， $\frac{6}{5}$ ， $\frac{7}{6}$ ，…，并写出相应的数列进行比较。如果使写出的数列的每一项都是整数，则确定这个数列