

黄冈兵法·同步学案

初一数学(上)

摇摇摇

主编摇南摇山

副主编摇姜文清摇沈立新摇肖九河

编者摇姜细权等

陕西师范大学出版社



目 录

第一章 代数初步知识

代数式	1
列代数式	2
代数式的值	3
公式	4
简易方程	5
小结与复习	6

第二章 有理数

正数和负数	7
数轴	8
相反数	9
绝对值	10
有理数的加法	11
有理数的减法	12
有理数的加、减混合运算	13
有理数的乘法	14
有理数的除法	15
有理数的乘方	16





有理数的混合运算	页
近似数与有效数字	页
用计算器进行数的简单计算	页
小结与复习	页
第三章 整式的加减	
整式	页
同类项	页
去括号与添括号	页
整式的加减	页
小结与复习	页
第四章 一元一次方程	
等式和它的性质	页
方程和它的解	页
一元一次方程和它的解法	页
一元一次方程的应用	页
小结与复习	页
参考答案与提示	页





代数初步知识

1.1 代数式



重点 用字母表示数,列代数式

难点 列代数式,用代数式表示一般的数量关系

探究点 用字母表示数是从算术到代数的一个飞跃,是教学大纲规定的必须掌握的基本思想之一.许多探求规律问题、应用问题及跨学科问题等都离不开用字母表示数、列代数式.用字母表示数、代数式是实际问题数学化、复杂问题简单化的关键.在学习本节知识时,要注意形成这种抽象意识、概括能力,为学好初中代数打下牢固的基础.



1. 理解用字母表示数的意义,形成抽象意识

用字母表示数是基本的数学思想方法之一,它使研究数学的方法更灵活,使问题变得更简单、明了.同时字母既可以表示一类数,也可以表示某一个数,既具有任意性,又要受到具体问题的限制.用字母表示数时要注意同一问题中的不同数或量应用不同字母表示,还应注意字母表示数以后即可以参与数的运算,满足数的运算律.

2. 学会列代数式,形成语言转换能力

列代数式的实质就是将文字语言“翻译”成数学语言;理解代数式的实质就是用文字语言解释数学语言.因此,在列代数式时,要充分理解文字语言的意思,然后用字母表示实际问题中的数或量,用代数式表示实际问题.在学习时要特别注意形成这种文字语言和数学语言之间的转换能力,强化语言转换意识.



【例 1】 下列各式:(1) $x + y = a + b$; (2) $7a + 2b$;

(3) $5 - 3 \times \frac{1}{3}$; (4) x ; (5) $s = vt$; (6) $x + 3 > 6$.其中





是代数式的是_____.

思维技巧 (1)根据代数式的定义“用运算符号把数或表示数的字母连接而成的式子”,含有等号或不等号的式子不是代数式.(2)单独一个数或字母也是代数式.解答本题的关键是用“定义”去判定它们是否是代数式.

解 填(2)、(3)、(4).

激活思维 (1)本题关键是理解代数式的意义,会辨认代数式.(2)要学会观察,比较代数式与等式、不等式之间的区别和联系.(3)与本题类似的其它变形有:

下列说法中,正确的个数有()

- (1)0不是代数式;(2) $3-2-1$ 是代数式;
(3) $3-2-1=0$ 是代数式;(4) 0°C 是代数式.

A. 1个 B. 2个 C. 3个 D. 4个

解 因为0是单独的数,它是代数式,故说法(1)错误; $3-2-1$ 是由数和运算符号连接起来的式子,故说法(2)正确;说法(3)中含有等号,不正确;说法(4)中含有单位名称,故 0°C 不是代数式.因此,说法正确的只有(2).故答案选(A).

【例2】 填空:

- (1)是 a 的1.5倍的数是_____;
(2)比 m 多20%的数是_____;
(3)一辆汽车每小时行驶50 km, t h行驶了_____ km;
(4)长方形的长为 a cm,宽比长少2 cm,则长方形的宽为_____ cm.

思维技巧 (1)中的数是 a 的1.5倍,其关键是表示 a 的1.5倍,即 $1.5a$;(2)比 m 多20%是什么意思,是 $(1+20\%)m$.故该数是 $1.2m$;(3)抓住公式 $s=vt$,本题中 $v=50$,故 $s=50t$;(4)宽比长少2 cm即是宽比 a 少2 cm,亦即宽为 $(a-2)$ cm.

解 (1) $1.5a$;(2) $1.2m$;(3) $50t$;(4) $(a-2)$.

激活思维 (1)抓住要求的数或量与已知的数或量之间的关系列代数式.如果是公式,则须搞清楚公式中的已知量和未知量,并通过公式用已知量表示未知量.(2)本题还有其他的变形:

填空题

- (1)温度由 10°C 上升 $t^{\circ}\text{C}$ 后是_____ $^{\circ}\text{C}$.
(2)边长为6 cm,宽为 a cm的长方形的面积是_____ cm^2 .
(3)成本由 x 元下降5%后是_____元.





(4) 甲速度是 v km/h, 乙速度是甲速度的 $1\frac{1}{2}$ 倍, 则乙速度是 _____ km/h.

解 (1) $(10+t)$; (2) $6a$; (3) $(1-5\%)x$ 或 $(x-5\%x)$; (4) $\frac{3}{2}v$.

【例 3】代数式 $\frac{1}{2}(m-n)$ 的意义是_____.

思维技巧 本题关键是抓住代数式的运算顺序和括号的作用, 用文字语言表达出代数式的意思. 本题的运算顺序是先作减法(括号的作用)求差, 再求积.

解 $\frac{1}{2}$ 与 m 减去 n 的差的积.

激活思维 (1)用文字语言解释代数式时, 关键要突出运算顺序和结果. 不同的理解, 可有不同的表述方式, 但不能改变代数式的结果. 如本题还可这样表述: $\frac{1}{2}$ 与 $(m-n)$ 的积, 这里把 $(m-n)$ 看做一个整体, 或者将 $\frac{1}{2}$ 理解成一半, 则可这样表述: m 减去 n 的差的一半. (2)本题的其他变形有:

1. 说出下列代数式的意义

(1) $3x+y$; (2) $x+3y$; (3) $3(x+y)$

解 (1) x 的 3 倍与 y 的和;

(2) x 与 y 的 3 倍的和;

(3) x 与 y 的 3 倍的和.

2. 叙述下列代数式

(1) a^2+b^2 ; (2) $(a+b)^2$; (3) $a+b^2$

解 (1) a 与 b 的平方和;

(2) a 与 b 的 和的平方;

(3) a 与 b 的 平方的和.

综合能力测试

基础能力测试

1. 选择题

(1) 用语言叙述 $\frac{1}{a}-2$ 表示的数量关系中, 表达不正确的是()

A. 比 a 的倒数小 2 的数

B. 比 a 的倒数大 2 的数

C. a 的倒数与 2 的差

D. 1 除以 a 的商与 2 的差

(2) 代数式 $(\frac{1}{m}-\frac{1}{n})^2$ 的意义是()





- (10) 温度从 30°C 下降了 $t^{\circ}\text{C}$ 后是 $\underline{\hspace{2cm}}$ $^{\circ}\text{C}$.
- (11) 正方形的边长是 $a\text{ cm}$,则其周长是 $\underline{\hspace{2cm}}$ cm .
- (12) (黑龙江省 2002) $a\text{ kg}$ 大米的售价是 6 元 ,则 1 kg 大米的售价是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 元.
- (13) 某校女生人数为 a 人 ,占该校学生人数的 45% ,则该校男生人数为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 人.
- (14) 每件上衣原价为 a 元 ,降价 10% 后的价格是每件 $\underline{\hspace{2cm}}$ 元.
- (15) 三角形的底边长为 $a\text{ cm}$,底边上的高是 $h\text{ cm}$,则这个三角形的面积是 $\underline{\hspace{2cm}}$ cm^2 .
3. 一个两位数 ,十位数字是 a ,个位数字是 b ,写出这个两位数.

探究能力测试

4. 修一条 1500 m 长的水渠 ,甲队先挖 ,每天挖 $m\text{ m}$;两天后由乙队挖 ,每天挖 $n\text{ m}$,用代数式表示乙队挖的天数.
5. 一批运动服按原价的 85% 出售 ,每套售价为 y 元 ,问这批运动服每套原价多少元 ?
6. 某商店出售一种商品 ,有如下几种方案 :
- (1) 先提价 10% ,再降价 10% ;
 - (2) 先降价 10% ,再提价 10% ;
 - (3) 先提价 20% ,再降价 20% .
- 问用这三种方案调价的结果是否一样 ? 最后是不是都恢复了原价 ?

1.2 列代数式



重点 列代数式

难点 列代数式 ,正确理解文字语言表述的数量关系

探究点 列代数式是将文字语言描述的数量关系转化为数学语言描述的数量关系 ,是第一节的延伸和发展 .列代数式时关键是先把实际问题中的数量关系弄清楚 .并将这些词语用含有数、字母和运算符号的式子表示出来 .



**学习方法技巧**

正确理解数量关系,形成由语言叙述到列代数式的抽象思维能力是学好本节的关键.因此,在学习过程中,先要弄清和、差、积、商与大、小、多、少、倍、分等之间的联系,掌握代数式本身的运算顺序和括号的使用方法;其次分清运算顺序,抓住每一个与数量关系有关的“的”字,将句子分成几个层次,逐层分析,列出代数式,最后用代数式与语言文字叙述的互逆关系检验所列代数式是否正确.这里的检验很重要,有利于培养思维的批判性,养成严谨的学习习惯.

能力升级挑战

【例 1】用代数式表示:

- (1) 比 x 大 2 的数的 3 倍;
- (2) a 与 b 的差的平方;
- (3) 比 a 除以 b 的商的 2 倍少 3 的数;
- (4) 比 a 与 b 的积的 $\frac{1}{4}$ 小 20% 的数.

思维技巧 (1) 中的关键词语是大、倍.比 x 大 2 的数是 $(x+2)$, 比 x 大 2 的数的 3 倍即是 $(x+2)$ 的 3 倍, 是 $3(x+2)$; (2) 中要清楚先求差, 再平方, 即是 $(a-b)^2$; (3) 中先要搞清楚商是多少, 即 $\frac{a}{b}$; 再搞清楚商的 2 倍是什么, 即 $\frac{2a}{b}$; 故全句的意思是比 $\frac{2a}{b}$ 少 3 的数, 即 $\frac{2a}{b}-3$; (4) 中先写出积的 $\frac{1}{4}$, 即是 $\frac{1}{4}ab$, 再理解小 20% 的意思, 是 $\frac{1}{4}ab \cdot (1-20\%)$. 因此, 列代数式的关键也要充分理清这种层次关系, 可以通过划出句子的主干来分析这种层次关系.

解 (1) $3(x+2)$; (2) $(a-b)^2$; (3) $\frac{2a}{b}-3$; (4) $\frac{1}{4}ab \cdot (1-20\%)$.

激活思维 (1) 通过划分句子的主干, 并准确理解关键词语是列代数式的前提. 划分主干是为了理清层次关系, 把握运算顺序; 准确理解关键词语, 才能正确用运算符号将数与字母连接起来.

(2) 要注意括号的添加, 比如(1)中 3 倍是 $x+2$ 这个整体的 3 倍, 故应将 $x+2$ 括起来; (2) 中的平方也是一样, 是差的平方, 即 $a-b$ 这个整体的平方, 故也应添加括号.

(3) 在第(4)题中, 要正确理解小 20% 的意思, 这里小 20% 是比 $\frac{1}{4}ab$ 小 $\frac{1}{4}ab$ 的 20%. 要注意这里 20% 是一个百分比, 与一个普通的数之间有区别.





【例 2】 (黑龙江省 2001)某校学生给“希望小学”邮寄每册 a 元的图书 240 册,若每册图书的邮寄费为书价的 5%,则共需邮费_____元.

思维技巧 本题中图书单价为 a 元,则 240 册图书的总价为 $240a$ 元,因此邮费为 $240a \cdot 5\% = 12a$ (元).在解题时,应先用代数式表示 240 册图书的总价,由于每册图书须付邮费为书价的 5%,因此 240 册图书的邮费即为图书总价的 5%,即 $240a \cdot 5\%$.然后化简,由每册图书的邮费为书价的 5% 推出 240 册图书的邮费为总书价的 5% 的过程是由局部到整体的过程.

解 填 $12a$.

激活思维 (1) 由每册图书单价到 240 册图书的总价、每册图书的邮费推算 240 册图书的总邮费的思维过程体现了从局部到整体的概括过程,在推理过程中,首先要抓住这一点,才能做到思路清晰,不出差错.

(2) 本题还可先算出每册图书的邮费为 $5\% \cdot a$ 元,然后推算出 240 册图书的邮费为 $5\% \cdot a \cdot 240$,再化简为 $12a$ 元.两种解法结果一致,但运算顺序不一样.第一种解法是先算出 $240a$,再乘以 5%,第二种解法是先算出 $5\%a$,再乘以 240.

(3) 本题其他的变形有:

(哈尔滨市 2001)“买单价 c 元的球拍 n 个,付出 450 元,应找回多少钱?”用代数式表示为:_____.

解 \because 买 n 个 c 元的球拍需付 cn 元

\therefore 多付 $(450 - cn)$ 元

\therefore 应找回 $(450 - cn)$ 元

填 $(450 - cn)$ 元.

【例 3】 (泉州市 2001)每件原价 a 元的上衣,按九折(即原价的 90%)销售,则现售价应为_____.

思维技巧 首先要理解“九折”的意义,从题中可知是原价的 90%.其次弄清现售价与原价的关系,从题中知道,原价九折后即为现售价,也就是说现售价是原价的 90%,即 $90\% \cdot a$,结果应写成 $0.9a$.

解 填 $0.9a$ 元.

激活思维 (1) 本题是一道实际应用题,与我们的现实生活联系比较紧密.解答本题的关键是充分理解题意并弄清陌生物语的意义,在此基础上找出题中的数量关系,然后列出代数式.

(2) 在解题时,要认真仔细,不能粗心大意,漏看或错看.因此,要求我们有较强的阅读能力、理解能力以及接收、处理新信息的能力.





(3) 本题还可以其他形式出现,下面再提供一例.

某商品现价 a 元,比原价降低 25%,则原价为_____.

解 \because 现价比原价降低 25%

\therefore 原价 $\times (1 - 25\%) =$ 现价

\therefore 原价 $=$ 现价 $\div (1 - 25\%)$

故原价为 $a \div (1 - 25\%)$, 即 $\frac{a}{1 - 25\%}$ 为 $\frac{4}{3}a$ 元.

故填 $\frac{4}{3}a$ 元.

【例 4】(龙岩市 2001)三个连续自然数,中间的一个数是 k ,则其他两个数是_____.

思维技巧 这里首先要理解连续自然数的意义,即是前后相邻的两个自然数相差 1,其次要清楚其他两个数与 k 的关系:从位置上看,一个在 k 的前面,一个在 k 的后面,三个数从小到大顺次排列;从大小上看, k 前面的那个数比 k 小 1, k 后面的那个数比 k 大 1.故 k 前面的那个数是 $k - 1$,后面的那个数是 $k + 1$.

解 填 $k - 1$ $k + 1$.

激活思维 对自然数从小到大依次排列的这种结构关系,我们要做到胸中有数,有足够的认识,还应看到这种结构中,相邻两个自然数的大小关系,这些认识是解答本题的必要条件.然后还要理解连续的意思.本题中间的自然数是用字母 k 给出,不是具体数,给我们的理解增加了难度,在解答时,应将 k 看做一个具体的数,将其与数等同看待.因此,要具有一定的抽象思维能力.下面给出一道本题的变式题,供同学们参考.

三个连续偶数,中间的一个数是 n ,则其他两个偶数是_____.

解 \because 相邻两个偶数之间相差 2

$\therefore n$ 前面的那个偶数比 n 小 2,是 $n - 2$, n 后面的那个偶数比 n 大 2,为 $n + 2$.

故填 $n - 2$ $n + 2$.

【例 5】下面排了两组数,分别用代数式表示其中的第 n 个数:

(1) 1 5 9 13 17 21 ...

(2) $1, \frac{3}{4}, \frac{5}{9}, \frac{7}{16}, \frac{9}{25}, \dots$

思维技巧 本题的实质是要求用 n 的代数式表示第 n 个数.关键是要建立第 n 个数与 n 的对应关系.不妨从前面几个数试起,然后再寻找规律,得出第 n 个数.(1)中第 1 个数是 1,第 2 个数是 5,第 3 个数是 9,似乎没有





什么规律,但仔细观察会发现,1、5、9分别除以4后,余数均为1,由此可猜想这些数与4有关,再进一步观察会得到 $1=4\times 1-3$, $5=4\times 2-3$, $9=4\times 3-3$,再验证一下发现 $13=4\times 4-3$, $17=4\times 5-3$, $21=4\times 6-3$,于是可进一步猜想第 n 个数是 $4n-3$ 。(2)中先观察分子(1可写成 $\frac{1}{1}$ 的形式),再观察分母,发现分子是1,3,5,7,9,...,是连续奇数,并且第1个是1;分母分别是 1^2 , 2^2 , 3^2 , 4^2 , 5^2 ,...是从1开始的连续自然数的平方,由此推得,第 n 个数的分子是第 n 个奇数,应为 $2n-1$;分母是 n 的平方,即为 n^2 ,故第 n 个数是 $\frac{2n-1}{n^2}$,再验证一下即可得出第 n 个数就是 $\frac{2n-1}{n^2}$ 。

解 (1) 第 n 个数是 $4n-3$;

(2) 第 n 个数是 $\frac{2n-1}{n^2}$ 。

激活思维 (1) 本题考查我们的观察、比较、归纳、猜想的思维能力及抽象思维能力,解决本题的关键是要先从特殊入手,探求规律,然后归纳出一般结论,在观察时要将前面几个数进行比较,并与该数对应的位置联系起来,不能孤立地观察某一个特殊的数。

(2) 要能将一般规律用代数式表示出来,要注意这里的 n 与第 n 个数所处位置是一一对应的,即排在第 n 位置的数就是第 n 个数。

(3) 下面给出本题的一个其他变形:

(黄冈市 2000) 已知 $:1+3=4=2^2$, $1+3+5=9=3^2$, $1+3+5+7=16=4^2$, $1+3+5+7+9=25=5^2$... 根据前面各式规律,可猜测 $:1+3+5+7+\dots+(2n+1)=$ _____ (其中 n 为自然数)。

解 从规律可发现第1式的结果是 $(1+1)^2$,第2式的结果是 $(2+1)^2$,... 故猜测第 n 式 $1+3+5+7+\dots+(2n+1)$ 的结果应是 $(n+1)^2$ 。

综合能力测试

基础能力测试

1. 填空题

(1) 电影院第一排有 a 个座位,后面每排比前一排多2个座位,则第 x 排的座位个数有()

A. $a+2x$ B. $ax+2$ C. $a+(x+2)$ D. $a+2(x-1)$

(2) 有甲、乙两个进水管,甲管单独开 a h可注满水池,乙管单独开 b h可注满水池,两管同时开,一小时的注水量为()





A. $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ B. $\frac{1}{a+b}$ C. $\frac{1}{ab}$ D. $1 \div \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)$

(3) 甲、乙二人从同地、同向出发,甲每小时走 a km,乙每小时走 b km ($a > b$) 若乙比甲先行 m h,几小时后甲可以赶上乙()

A. $\frac{bm}{a-b}$ B. $\frac{am}{a+b}$ C. $\frac{bm}{a+b}$ D. $\frac{am}{a-b}$

(4) 已知一个长方形的周长是 45 cm,一边长 a cm,求这个长方形的面积()

A. $\frac{a(45-a)}{2}$ cm² B. $\frac{45a}{2}$ cm²

C. $\left(\frac{45}{2} - a\right)$ cm² D. $a\left(\frac{45}{2} - a\right)$ cm²

(5) 钢笔每支 x 元,圆珠笔每支 y 元,买 a 支钢笔, b 支圆珠笔,共需()

A. $(bx + ay)$ 元 B. $(x + y)(a + b)$ 元

C. $(ax + by)$ 元 D. $xy(a + b)$ 元

(6) 甲、乙两地相距 s km,某人计划 a h 到达,如果需要提前 2 h 到达,那么每小时需多走()

A. $\left(\frac{s}{a-2} - \frac{s}{a}\right)$ km B. $\left(\frac{s}{a} - \frac{s}{a-2}\right)$ km

C. $\left(\frac{s}{a+2} - \frac{s}{a}\right)$ km D. $\left(\frac{s}{a} - \frac{s}{a+2}\right)$ km

(7) 一项工作 m 个人 a 天完成,这 m 个人一天的工作效率和用代数式表示为()

A. $\frac{1}{ma}$ B. $\frac{1}{m}$

C. $\frac{1}{a}$ D. $\frac{1}{m+a}$

(8) 用代数式表示比 a 与 b 的差的一半小 1 的数是()

A. $a - b - \frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{2}a - b - 1$

C. $\frac{1}{2}(a - b) - 1$ D. $a - \frac{b}{2} - 1$

(9) 下列代数式不正确的是()

A. a 与 4 的积的平方记为 $4a^2$

B. a 与 b 的积的倒数是 $\frac{1}{ab}$

C. 减去 5 等于 x 的数是 $x + 5$





D. 比 x 除以 y 的商小 3 的数是 $\frac{x}{y} - 3$

(10)(衡阳市 2000)下列各题中,错误的是()

A. 代数式 $x^2 + y^2$ 的意义是 x 、 y 的平方和

B. 代数式 $5(x+y)$ 的意义是 5 与 $x+y$ 的积

C. x 的 5 倍与 y 的和的一半,用代数式表示是 $5x + \frac{y}{2}$

D. x 的 $\frac{1}{2}$ 与 y 的 $\frac{1}{3}$ 的差,用代数式表示为 $\frac{1}{2}x - \frac{1}{3}y$.

2. 填空题

(11)某市有 a 辆公共汽车,电车比公共汽车少 b 辆,则该市共有 _____ 辆电车.

(12)(云南省 2002) a 的 $\frac{1}{3}$ 与 b 的 $\frac{1}{2}$ 的和,用代数式表示为 _____.

(13)学校锅炉房存了 m 天用的 a t 煤,要使储存的煤比预定的时间多用 n 天,平均每天应节约煤 _____ t.

(14)(江西省 2002)在下边的日历中,任意圈出一竖列上相邻的三个数,设中间的一个数为 a ,则这三个数的和为 _____ (用 a 的代数式表示).

日	一	二	三	四	五	六
		1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28	29	30	31		

(15)较小的一个为 n 的三个连续奇数为 _____.

(16)与 $x+y$ 的和是 100 的数是 _____.

(17)学校里男生人数是 x ,女生人数是 y ,教师人数是学生人数的 $\frac{1}{10}$,则教师人数是 _____.

(18) m 、 n 两数的和的 $\frac{3}{4}$ 与 m 、 n 两数差的差是 _____.

(19)(山西省,2002)某公司员工,月工资由 m 元增长了 10% 后达到 _____ 元.

(20)(江西省 2000)有一列数:1 2 3 4 5 6 ... 当按顺序从第 2 个数数到第 6 个数时,共数了 _____ 个数;当按顺序从第 m 个数数到第 n 个数时 ($n > m$),共数了 _____ 个数.





3. 用代数式表示 :

- (1) a 的 $\frac{1}{4}$ 与 b 的和 ;
- (2) a 与 b 的差的倒数 ;
- (3) a 、 b 两数差的平方的倒数 ;
- (4) a 与 b 、 c 两数积的和 ;
- (5) a 与 b 、 c 两数和的积 ;
- (6) 比 a 的 40% 大 30 的数 ;
- (7) a 、 b 两数立方和与 a 、 b 两数立方差的积 ;
- (8) 被 a 除商 m 余 b 的数 ;
- (9) 比 a 、 b 两数的平方差少了这两数的差的平方的数 ;
- (10) 比 x 的立方的 5 倍多 y 的 $\frac{2}{3}$ 的数 ;

4. 某水泥厂以每年产量增长 10% 的速度发展 , 如果第一年的产量是 m t , 那么第二年的产量是多少 ? 第三年的产量是多少 ?

探究能力测试

5. 商场为了促销 , 常用打折的办法 , 某种商品原零售价为 M 元 , 先后两次打折 , 第一次打八折 , 第二次打七折 , 两次打折后的零售价为多少元 , 比原价便宜多少元 ?

6. 每千克 x 元的糖果 a kg 和每千克 y 元的糖果 b kg 混合后 , 要求总价不变 , 那么混合糖果的售价定为每千克多少元 ?

7. 设 a 是两位数 , b 是一位数 , 把 b 放在 a 的左边 , (1) 写出表示此三位数的代数式 ; (2) 指出字母 a 、 b 可取哪些值 .

8. 一个两位数是 A , 把它十位上的数字与个位上的数字对调后 , 所得到的新的两位数是 B . 试证明 : (1) A 与 B 的和是 11 的倍数 ; (2) A 与 B 的差是 9 的倍数 .

9. (福州市 2001) 观察下列等式 :

$$1^2 + 1 = 1 \times 2$$

$$2^2 + 2 = 2 \times 3$$

$$3^2 + 3 = 3 \times 4$$

.....

请你猜想到的规律用自然数 n ($n \geq 1$) 表示出来 .

10. (常州市 2002) 一个三位数 , 它的十位上的数字是百位上数字的 3 倍 , 个位上数字是百位上数字的 2 倍 , 设它的个位上的数字是 x , 十位上的数字是 y , 百位上的数字是 z .

(1) 用含 x 、 y 、 z 的代数式表示这个三位数 ;





- (2) 用含 z 的代数式表示这个三位数；
 (3) 写出所有满足题目条件的三位数.

1.3 代数式的值



重点 求代数式的值的方法

难点 正确求出代数式的值

探究点 求代数式的值是数学中最基本的知识点之一,正确理解代数式的值的意义是学好本节知识的关键.列代数式是用字母表示数,而求代数式的值是用具体的数代替字母,前者从具体到抽象,后者则由抽象回归具体,前者体现出从特殊到一般的思想,而后者则体现出从一般到特殊的思想.求代数式值的方法的掌握则是学好本节知识的核心.在学习中首先要掌握一般方法,形成固定的思维模式,培养自己的规范意识,然后寻找“巧”法,以简化运算.求代数式的值用的是代入法(即用具体数代替字母),但到具体题目中,要具体问题具体分析.有的是将各字母的值分别代入求值;有的则要整体代入.在学习中要培养自己的观察、比较、分析的能力,能灵活选择方法,以使自己的运算简明、快捷、准确、规范.



1. 理解概念、掌握方法

首先必须理解代数式的值的意义.这个概念中有三层意思:①用数值代替代数式里的字母;②按照代数式指明的运算进行计算;③计算出的结果.按照前两步计算出的结果就是代数式的值,这实际上也给出了求代数式值的方法.其次,必须掌握求代数式的值的一般方法、基本格式.在此基础上再寻求简便方法.

2. 书写要规范

在具体解题时,要按照基本格式书写解题过程,基本格式参照课本例题的格式.其次,还应注意还原运算符号和括号.代入具体数值时,将列代数式时省略的乘号、括号还原.如 $x = \frac{1}{2}$ 时, $x^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$, $a = 3$, $b = 2$ 时, $ab = 3 \times 2 = 6$.



【例 1】 求下列代数式的值.

- (1) $2x + 8$ (其中 $x = 1$);





(2) $x^2 + x - 3$ (其中 $x = 3$);

(3) $a^2 + b^2$ (其中 $a = 2, b = 3$).

思维技巧 熟练掌握求代数式的值的一般步骤是关键. 一般步骤是: ①指明字母的取值, ②代入(用具体数代替代数式中的字母), ③运算

解 (1) 当 $x = 1$ 时,

$$2x + 8 = 2 \times 1 + 8 = 10;$$

(2) 当 $x = 3$ 时,

$$x^2 + x - 3 = 3^2 + 3 - 3 = 9;$$

(3) 当 $a = 2, b = 3$ 时,

$$a^2 + b^2 = 2^2 + 3^2 = 4 + 9 = 13.$$

激活思维 (1) 严格按照步骤求代数式的值, 注意书写格式. 运算符号及括号的还原, 结果要是最简的.

(2) 用具体数代替字母与列代数式时用字母代替数是一个相反的过程, 要注意体会这个不同之处.

(3) 本题的其他变形有:

当 $a = 1\frac{1}{2}, b = \frac{2}{3}$ 时, 求代数式 $(a^2 - \frac{1}{b})(b^2 + \frac{1}{a})$ 的值.

解 当 $a = 1\frac{1}{2}, b = \frac{2}{3}$ 时

$$\begin{aligned} \text{原式} &= \left[\left(\frac{3}{2} \right)^2 - \frac{1}{\frac{2}{3}} \right] \left[\left(\frac{2}{3} \right)^2 + \frac{1}{\frac{3}{2}} \right] = \left(\frac{9}{4} - \frac{6}{4} \right) \left(\frac{4}{9} + \frac{6}{9} \right) \\ &= \frac{3}{4} \times \frac{10}{9} = \frac{5}{6} \end{aligned}$$

【例2】 若代数式 $3a$ 的值是 6, 试求代数式 $3a^2 - a + 1$ 的值.

思维技巧 (1) 本题没有直接给出 a 的值, 故应先求出 a 的值, 然后将 a 的值代入代数式求值. (2) 这里已知代数式 $3a$ 的值是 6, 可以由此确定 a 的值, 这说明代数式的值与代数式中字母的值有关.

解 \because 代数式 $3a$ 的值是 6, $\therefore a = 2$.

$$\therefore 3a^2 - a + 1 = 3 \times 2^2 - 2 + 1 = 11$$

激活思维 (1) 已知代数式的值求代数式中字母的值与已知字母的值求代数式的值也是一个相反的过程, 前者从整体到局部, 后者从局部到整体.

(2) 本题的其他变形有

当代数式 $2m$ 的值为 3 时, 代数式 $m^3 - 3m^2 + 3m - 1$ 的值是()

