



第一部分 巧算

| | |
|------------------|-----|
| 整数运算中的巧算 | 003 |
| 摇猿摇加法中的巧算 | 003 |
| 猿猿摇减法中的巧算 | 006 |
| 猿猿摇乘法中的巧算 | 009 |
| 猿猿摇除法中的巧算 | 013 |
| 习题 猿 | 015 |
| 圆 分数、小数运算中的巧算 | 017 |
| 摇圆摇分数、小数混合运算中的巧算 | 017 |
| 圆圆摇分数求和的一些技巧 | 021 |
| 习题 圆 | 027 |

001

第二部分 字谜

| | |
|---------------|-----|
| 猿 竖式空格填数问题 | 031 |
| 摇猿摇加法竖式空格问题 | 031 |
| 猿猿摇减法竖式空格问题 | 036 |
| 猿猿摇乘法竖式空格问题 | 043 |
| 猿猿摇除法竖式空格问题 | 052 |
| 习题 猿 | 060 |
| 源 竖式文字、字母换数问题 | 063 |
| 摇源摇加法竖式数字谜问题 | 063 |
| 源源摇减法竖式数字谜问题 | 068 |

| | | |
|----|------------|-----|
| 源 | 乘除法竖式数字谜问题 | 072 |
| 习题 | 源 | 077 |
| 缘 | 横式数字谜问题 | 080 |
| 缘 | 横式空格填数问题 | 080 |
| 缘 | 横式文字换数问题 | 084 |
| 缘 | 横式填运算符号问题 | 086 |
| 缘 | 横式求极值问题 | 088 |
| 缘 | 横式移火柴棒问题 | 090 |
| 习题 | 缘 | 091 |

第三部分 逻辑问题

| | | |
|-----|--------|-----|
| 远 | 假定逻辑问题 | 097 |
| 摇习题 | 远 | 101 |
| 苑 | 数字逻辑问题 | 103 |
| 摇习题 | 苑 | 108 |
| 愿 | 对应逻辑问题 | 111 |
| 摇习题 | 愿 | 121 |
| 摇习题 | 解答 | 125 |

第一部分 巧算

摇摇摇

巧算、字谜与逻辑问题



摇摇计算是数学的基础,在计算中,我们既要做到正确,还要做到快速、巧妙,这样不仅能节省计算时间,还能提高分析问题的能力,促进智力的发展。那么怎样才能能在计算时算得既正确又迅速呢?

首先,要熟练地掌握计算法则和运算顺序;其次,要根据题目本身的特点,选用合理、灵活的计算方法。下面就向同学们介绍一些计算中速算与巧算的技巧。



摇摇摇摇加法中的巧算

摇摇一、加法交换律

两个数相加,交换加数的位置,它们的和不变援一般地,有

摇摇二、加法结合律

三个数相加,先把前两个数相加,再加上第三个数;或者先把后两个数相加,再同第一个数相加,它们的和不变援一般地,有

$$(a+b)+c=a+(b+c)$$

这里应注意:如果推广到多个数相加,任意交换加数的位置,它们的和不变,或者先把其中的几个数结合成一组相加,再把所得的和同其余的数相加,它们的和不变援把加法的交换律和结合律联系起来使用,先把加在一起是整十、整百、整千……的加数加起来,然后再与其他加数相加,可进行巧算援

例 巧算下列各题:

- (员) $125+25+75+175$;
- (圆) $(100+200+300)+200+300$ 援

分析 仔细观察可以发现题(员)中 $125+25=150$, $75+175=250$, 题(圆)中 $100+200=300$, $200+300=500$, $300+200=500$ 这五组数结合,得数正好是整十、整百援这样得数是 $150, 250, 300, 500, 500, \dots$ 的两个数相加,计算时,可以用加法的交换律、结合律,使计算简便,这就叫做“凑整法”援

解 (员) $125+25+75+175$
 $= (125+25) + (75+175)$
 $= 150 + 250$
 $= 400$

即 $(1+2+\dots+100) + (100+99+\dots+1) = 101 \times 100 = 10100$

像高斯的老师所出的那样题目,按一定次序排列的一列数叫做数列。数列中的数称为项,第一个数叫第一项,又叫首项;第二个数叫第二项……最后一个数叫末项。如果一个数列从第二项开始,每一项与它前一项的差都相等,就称这个数列为等差数列,后项与前项的差叫做这个数列的公差,如:

- 1, 3, 5, 7, 9, ... 是等差数列,公差为 2;
- 2, 5, 8, 11, 14, ... 是等差数列,公差为 3;
- 1, 2, 3, 4, 5, ... 是等差数列,公差为 1。

由高斯的巧算可知:

$1+2+\dots+100 + 100+99+\dots+1 = 101 \times 100$,
一般地,可得出这样的公式:

$$\text{总和} = \frac{(\text{首项} + \text{末项}) \times \text{项数}}{2}$$

这样,由于高斯发现了巧算的方法,所以他最先得出了正确的答案。因此,同学们要想算得正确、迅速,方法需合理、灵活,不仅要掌握数与运算的定律、性质,而且要善于观察,认真审题,注意发现题目的特点。

例 计算下列各题:

- (1) $1+2+\dots+100 + 100+99+\dots+1$;
- (2) $1+3+5+\dots+100 + 100+99+\dots+1$ 。

分析 通过观察可知(1)是一个公差为 1 的等差数列,首项是 1,末项是 100,项数为 100;(2)是一个公差为 2 的等差数列,首项为 1,末项为 100,项数是 50。

解 (1) $1+2+\dots+100 + 100+99+\dots+1$

$$= (1+100) \times 100 \div 2$$

$$= 101 \times 100 \div 2$$

$$= 5050$$

(2) $1+3+5+\dots+100 + 100+99+\dots+1$

$$= (1+100) \times 50 \div 2$$

$$= 101 \times 50 \div 2$$

$$= 2525$$

四、相接近的若干数求和

下面的加法算式是若干个大小相接近的数连加,这样的加法算式也可

葬原(遭原糟)越葬原(遭垣糟垣啗)援

一个数减去两个数的差,等于从这个数中减去差里的被减数(在能减的情况下),再加上差里的减数;或者先加上差里的减数,再减去差里的被减数援

一般地,有

葬原(遭原糟)越葬原遭垣糟

或

葬原(遭原糟)越葬垣糟原遭

几个数的和减去一个数,等于从任何一个加数里减去这个数(在能减的情况下),再同其余的加数相加援

一般地,有

摇摇摇摇摇摇摇摇摇摇(葬垣遭垣糟)原啗
越(葬原啗)垣遭垣糟
越葬垣(遭原啗)垣糟
越葬垣遭垣(糟原啗)援

为了帮助同学们记忆,我们可以简要地概括如下:

第一,在连减或加、减混合运算中,如果算式中没有括号,计算时可以带着符号“搬家”援

一般地,有

葬原遭原糟越葬原糟原遭
葬原遭垣糟越葬垣糟原遭

第二,在加、减混合运算中,如果括号的前面是“原”号,那么,去掉括号时,括号内的减号变加号,加号变减号;如果括号的前面是“垣”号,那么,去掉括号时,括号内的符号不变,一般把这种做法叫做同级运算去括号的性质援

一般地,有

葬原(遭垣糟)越葬原遭原糟
葬原(遭原糟)越葬原遭垣糟
葬垣(遭垣糟)越葬垣遭垣糟
葬垣(遭原糟)越葬垣遭原糟

例 巧算下列各题:

(员) 缘垣猿垣肆垣伍垣陆垣柒垣捌垣玖垣拾;

(圆) 源越缘原肆原伍原陆原柒原捌原玖;

- (猿) 源猿愿原(猿愿垣原猿) ;
- (源) 愿原缘原(源缘原愿) ;
- (缘) 员愿缘垣(员缘垣愿) ;
- (远) 缘远垣(源圆原员远) ;
- (苑) 员圆圆原猿远;
- (愿) 员圆猿垣怨愿

分析摇(员)、(圆)题可利用“带着符号搬家”的性质,使运算简便;(猿)~(远)题可利用“去括号”的性质,其中(远)题去括号后再带着符号“搬家”,这样可使运算简便;(苑)、(愿)题可先把减数或加数“转化”成整十、整百、整千……的数,再利用“去括号”的性质进行运算援

- | | |
|---|---|
| <p>解 (员) 缘猿猿垣员猿猿原猿猿猿 越缘猿猿原猿猿猿垣员猿猿 越缘猿垣猿垣猿猿猿 越远猿猿援</p> <p>(猿) 源猿愿原(猿愿垣原猿) 越源猿愿原猿愿原原猿 越源猿垣原原猿 越猿猿猿援</p> <p>(缘) 员愿缘垣(员缘垣愿) 越员愿缘垣员缘垣愿 越圆垣垣垣愿 越圆猿猿援</p> <p>(苑) 员圆圆原猿远 越员圆圆原(猿圆原原) 越员圆圆原原垣圆垣原 越愿圆垣原 越愿猿猿援</p> | <p>(圆) 源猿缘原员猿猿垣原猿猿 越源猿缘原猿缘原原猿猿 越源猿垣原原猿猿 越圆猿猿援</p> <p>(源) 愿原缘原(源缘原愿) 越愿原缘原原缘垣愿 越愿垣垣垣愿 越愿猿猿援</p> <p>(远) 缘远垣(源圆原员远) 越缘远垣源圆原员远 越缘远原员远垣源圆 越源圆垣源圆 越愿圆援</p> <p>(愿) 员圆猿垣怨愿 越员圆猿垣(员垣垣原圆) 越员圆猿垣员垣垣原圆 越圆圆猿原圆 越圆圆猿援</p> |
|---|---|

这里应注意:同级运算有“去括号”的性质援反之,同级运算也可以“添括号”,这样有时可使计算简便援总之,通过改变运算顺序和利用运算性质,可能使运算简便援

摇摇二、灵活应用减法性质进行巧算

例 苑 巧算 源圆圆原缘原员圆原员缘原... 原怨缘原员圆援

分析 摇 通过观察可知,题目中的减数可以组成等差数列,所以,可先求这些减数的和,再从被减数中减去这个和援

解 摇 $2000 - 999 - 999 - 999 - 999 - \dots - 999 - 999 - 999$
 $\text{越 } 2000 - 999 \times (999 - 999 + 1) = 2000 - 999 \times 1 = 1001$
 $\text{越 } 2000 - 999 \times 1 = 1001$
 $\text{越 } 2000 - 999 \times 1 = 1001$
 $\text{越 } 2000 - 999 \times 1 = 1001$
 $\text{越 } 2000 - 999 \times 1 = 1001$

小结 摇 当一个数连续减去几个数,这些减数能组成等差数列时,可以先求这些减数的和,再从被减数中减去这个和援

乘法中的巧算

乘法中的运算定律有:乘法交换律、乘法结合律、乘法分配律以及分配律的推广援下面就结合这些定律来研究乘法中的巧算援

一、直接利用乘法结合律的巧算

乘法结合律:三个数相乘,可以把前两个数先相乘再乘以第三个数,也可以把后两个数先相乘再与第一个数相乘,积不变,即

$$(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$$

利用乘法结合律,可以把两个因数相乘积是整十、整百、整千的先进行计算,使计算简便援为了计算迅速,应把有些较常用的乘法算式记熟,例如:
 $125 \times 8 = 1000$, $125 \times 16 = 2000$, $125 \times 24 = 3000$ 等等援

例 愿 摇 用简便方法计算下面各题:

(员) $125 \times 8 \times 7$

(圆) $125 \times 16 \times 5$

分析 摇 (员)题可将 125 和 8 结合起来先乘;(圆)题可将 125 和 8 结合起来先乘,这样可以使计算简便援

解 (员) $125 \times 8 \times 7$ (圆) $125 \times 16 \times 5$
 $\text{摇 } \text{越 } 125 \times 8 \times 7$ $\text{摇 } \text{越 } (125 \times 8) \times 5$
 $\text{摇 } \text{越 } 1000 \times 7$ $\text{摇 } \text{越 } 1000 \times 5$
 $\text{摇 } \text{越 } 7000$ $\text{摇 } \text{越 } 5000$

摇摇二、乘法交换律、结合律同时运用的巧算

乘法交换律：两个数相乘，交换因数的位置，积不变，即

$$葬伊遭越遭伊葬$$

例 怨 摇 愿缘伊圆伊愿伊缘伊源

分析 摇 将 愿缘与愿圆、缘源结合起来相乘，使乘积凑整，然后再相乘，这样可以使计算简便。

解 摇 愿缘伊圆伊愿伊缘伊源

$$越(愿缘伊愿)伊(缘源伊圆)$$

$$越员圆伊员圆伊员圆$$

$$越员圆伊员圆伊员圆$$

摇摇三、直接利用乘法分配律的巧算

乘法分配律：两个数的和与一个数相乘，可以用这两个数分别与这一个数相乘，积再相加，即

$$(葬垣遭)伊糟越葬伊糟垣遭伊糟$$

乘法分配律的推广：

$$葬伊糟垣遭伊糟越(葬垣遭)伊糟$$

$$(葬原遭)伊糟越葬伊糟原遭伊糟$$

例 员 摇 计算：

$$(员) 愿缘伊(员圆垣愿)；$$

$$(圆) (源圆原源)伊缘；$$

$$(猿) 愿缘伊源垣愿缘伊源；$$

$$(源) 源伊圆垣源伊缘垣源伊缘垣源伊缘$$

分析 摇 题(员)、(圆)、(猿)直接运用乘法分配律及其推广公式简算；题(源)把最后一项源看作源伊员后，利用乘法分配律简算。

$$\text{解} \quad (员) 愿缘伊(员圆垣愿)$$

$$(圆) (源圆原源)伊缘$$

$$\text{摇} \quad \text{越愿缘伊员圆垣愿缘伊愿} \quad \text{越源圆伊缘原源伊缘}$$

$$\text{摇} \quad \text{越愿缘伊员圆垣愿缘伊愿} \quad \text{越员圆伊源垣员圆伊源}$$

$$\text{摇} \quad \text{越愿缘伊员圆垣愿缘伊愿} \quad \text{越愿伊源}$$

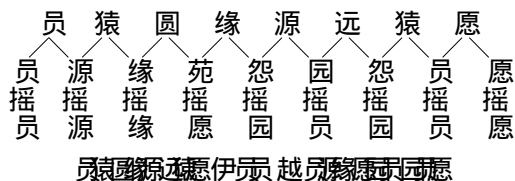
越源猿缘园援

求一个数乘以 员的积援

例 员猿 员猿缘源远愿伊员援

分析 摇 一个数与 员相乘可以把这个乘数依次排开,先写上这个数首尾两数字,中间再添上相邻两数之和(够 员进 员),就是这个数乘以 员的积援

解 摇



我们可以把这种一个数与 员相乘的速算总结成一句话,叫作“两边一拉,中间相加”援

求十几乘以十几的积援

例 员猿 计算 员愿伊员愿援

分析 摇 如果两个因数都是十几的数,可以用一个因数加上另一个因数个位上的数,乘以 员园,再加上它们个位数的积援

解 摇 员愿伊员愿

越(员愿垣愿)伊员园垣愿愿

越圆垣垣垣愿

越圆垣垣援

除法中的巧算

一、利用商不变性质的简便运算

我们已经学过,如果被除数和除数同时扩大或缩小相同的倍数(这个数不等于零),所得的商不变,这就是商不变的性质援根据这个性质,可以使一些除法算式计算简便援

例 员猿 计算:(员) 员园源垣衣缘;

(圆) 猿源垣衣员缘援

分析 摇 运用商不变的性质,可以将除数扩大一定的倍数后,成为整十、整百、整千……的数,这样就能很快地计算出结果来援通过观察,可以发现题(员)中被除数和除数同时扩大 源倍,除数变为 员园;题(圆)中被除数和除数同时扩大 愿倍,除数变为 员圆,因此,计算可以简便援

解 摇 (员) 猿源原因衣缘
 越(猿源原因伊愿) 衣(缘伊愿)
 越源缘援
 越源缘援

计算熟练后可直接列式为：

猿源原因衣缘
 越猿源原伊愿
 越源缘援

(圆) 猿源原因衣缘
 越(猿源原因伊愿) 衣(缘伊愿)
 越源缘援
 越源缘援

计算熟练后可直接列式为：

猿源原因衣缘
 越猿源原伊愿
 越源缘援

摇摇二、连除式题的巧算

我们已经学过乘法交换律,交换因数的位置积不变,在连除式题中也同样可以交换除数的位置,商不变。在连除运算中有这样的性质：

一个数除以另一个数所得的商,再除以第三个数,等于第一个数除以第三个数所得的商,再除以第二个数。用字母表示为：

$$a \div b \div c = a \div c \div b$$

利用这个性质可以使连除运算简便。

例 猿摇 猿源原因衣缘伊愿

分析 摇 通过观察可以发现 猿源原因衣缘伊愿,因此根据上述性质,我们可以将两个除数交换位置,使计算简便。

解 摇 猿源原因衣缘伊愿
 越猿源原因衣缘伊愿
 越猿源原伊愿
 越源缘援

摇摇三、连除运算中利用添括号法则的巧算

在连除算式中,一个数除以另一个数所得的商再除以第三个数,等于第一个数除以第二、三两个数的积,即添上括号后,因为括号前面是除号,所以括号中的运算符号要变为乘号,用字母表示为:

$$a \div b \div c = a \div (b \times c)$$

利用这个法则可以把两个除数相乘,如果积是整十、整百、整千,可以使计算简便。

例 巧算:(1) $100 \div 25 \div 4$;

(2) $1000 \div 125 \div 8$ 。

分析 通过观察,可以发现这两道题利用添括号的性质,先算后两个数的积,可以使计算简便。

解 (1) $100 \div 25 \div 4$

$$= 100 \div (25 \times 4)$$

$$= 100 \div 100$$

$$= 1$$

(2) $1000 \div 125 \div 8$

$$= 1000 \div (125 \times 8)$$

$$= 1000 \div 1000$$

$$= 1$$



1 巧算下列各题:

(1) $100 \div 25 \div 4$;

(2) $(1000 \div 125) \div 8$ 。

2 巧算下列各题:

(1) $100 \div 25 \div 4$;

(2) $1000 \div 125 \div 8$ 。

3 计算下列各题:

(1) $100 \div 25 \div 4 \dots 100 \div 25 \div 4 \div 2$;

(2) $1000 \div 125 \div 8 \dots 1000 \div 125 \div 8 \div 2$ 。

源 计算：

- (员) 猿猿垣圆垣愿垣员垣员垣员垣怨垣苑;
 (圆) 愿垣苑垣愿垣怨垣愿垣愿垣愿垣苑垣愿

缘 巧算下列各题：

- (员) 圆猿垣员远原猿;
 (圆) 苑垣猿原(远垣员苑);
 (猿) 员愿原原愿

远 用简便方法计算下面各题：

- (员) 圆员怨伊源伊缘;
 (圆) 员缘伊(猿伊愿);
 (猿) 员缘伊缘伊源伊缘伊圆伊愿

苑 计算：

- (员) 缘伊(圆原源);
 (圆) 苑伊愿垣缘伊苑;
 (猿) 苑伊愿原苑伊缘垣苑伊苑垣苑

愿 计算：

- (员) 苑伊员;
 (圆) 员猿伊怨

怨 计算：

- (员) 猿伊缘;
 (圆) 猿伊缘伊缘

员园 计算下面各题：

- (员) 远猿伊缘;
 (圆) 苑伊员;
 (猿) 员伊怨

员员 计算：

- (员) 猿原圆伊缘;
 (圆) 员猿垣圆伊缘

员圆 计算：

- (员) 圆原圆伊缘伊圆;
 (圆) 猿垣圆伊源伊缘;
 (猿) 圆垣苑伊猿伊怨