

# 目 录

第一章 丰富的图形世界 .....	(1)
1.1 生活中的立体图形 .....	(1)
1.2 展开与折叠 .....	(7)
1.3 截一个几何体 .....	(16)
1.4 从不同方向看 .....	(21)
1.5 生活中的平面图形 .....	(28)
本章测试卷 .....	(34)
第二章 有理数及其运算 .....	(40)
2.1 数怎么不够用了 .....	(40)
2.2 数轴 .....	(45)
2.3 绝对值 .....	(50)
2.4 有理数的加法 .....	(54)
2.5 有理数的减法 .....	(59)
2.6 有理数的加减混合运算 .....	(63)
2.7 水位的变化 .....	(68)
2.8 有理数的乘法 .....	(71)
2.9 有理数的除法 .....	(78)
2.10 有理数的乘方 .....	(83)
2.11 有理数的混合运算 .....	(86)
2.12 计算器的使用 .....	(90)
本章测试卷 .....	(97)
第三章 字母表示数 .....	(101)
3.1 字母能表示什么 .....	(101)
3.2 代数式 .....	(105)
3.3 代数式求值 .....	(110)
3.4 合并同类项 .....	(115)
3.5 去括号 .....	(118)
3.6 探索规律 .....	(122)

本章测试卷 .....	(128)
<b>第四章 平面图形及其位置关系 .....</b>	<b>(132)</b>
4.1 线段、射线、直线 .....	(132)
4.2 比较线段的长短 .....	(137)
4.3 角的度量与表示 .....	(144)
4.4 角的比较 .....	(149)
4.5 平行 .....	(156)
4.6 垂直 .....	(159)
4.7 有趣的七巧板 .....	(165)
4.8 图案设计 .....	(168)
本章测试卷 .....	(173)
<b>第五章 一元一次方程 .....</b>	<b>(182)</b>
5.1 你今年几岁了 .....	(182)
5.2 解方程 .....	(189)
5.3 日历中的方程 .....	(197)
5.4 我变胖了 .....	(201)
5.5 打折销售 .....	(205)
5.6 “希望工程”义演 .....	(208)
5.7 能追上小明吗 .....	(212)
5.8 教育储蓄 .....	(216)
本章测试卷 .....	(225)
<b>第六章 生活中的数据 .....</b>	<b>(230)</b>
6.1 100万有多大 .....	(230)
6.2 科学记数法 .....	(232)
6.3 扇形统计图 .....	(235)
6.4 你有信心吗 .....	(239)
6.5 统计图的选择 .....	(244)
本章测试卷 .....	(255)
<b>第七章 可能性 .....</b>	<b>(258)</b>
7.1 一定摸到红球吗 .....	(258)
7.2 转盘游戏 .....	(262)
7.3 谁转出的四位数大 .....	(266)
本章测试卷 .....	(269)
<b>期中测试卷 .....</b>	<b>(273)</b>
<b>期末测试卷 .....</b>	<b>(278)</b>
<b>参考答案与点拨 .....</b>	<b>(281)</b>

# 前 言

本书以国家义务教育课程标准为依据,与北京师范大学出版社出版的义务教育课程标准实验教科书《数学·七年级(上)》相配套,供初一年级第一学期使用。

学习数学不仅要紧扣数学的基本要求,注重教材中的重点、难点的分析,从而更牢固地掌握所学到的知识。更要重视知识间的相互联系,不断总结数学方法,领悟数学思想,从而切实提高分析问题和解决问题的能力。同时还要适当扩大知识面,不断思索一些新问题,关注数学要求的变化,了解数学改革的动态,熟悉考试改革以及新的题型,如情景题、探索题、开放题、研究性问题等等。

基于上述想法,我们对本书的内容作了精心设计。

为了便于学习,本书的编排与教材相配套,章节与教材同步。每节包括探究目标、探究指导、快乐套餐等栏目。

**探究目标** 简明扼要地列出本节的学习目的、学习要求以及需掌握的重点、难点知识。

**探究指导** 对本节应掌握的知识点进行归纳和总结,结合与之匹配的例题对应掌握的知识点进行详细讲解。每道例题都给出详细的解题步骤帮助同学们掌握解题方法。最后的“思路与技巧”是对该道例题进行归纳,指出解题中应注意的地方及易错之处等,并对同类例题进行总结,找出解答此类题的规律。

**快乐套餐** 供学生进行训练和自我检测,题型配备本着题型齐全的原则,注重开拓学生思维,帮助学生提高分析问题、解决问题的能力。

欢迎读者对本书的修订提出建设性的意见。

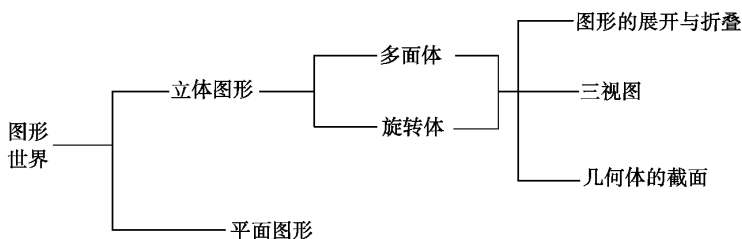
编 者



# 第一章 丰富的图形世界



## 结构框图



## 1.1 生活中的立体图形

### 探究目标

1. 经历从现实世界中抽象出几何图形的过程,感受图形世界的丰富多彩.
2. 识别圆柱、圆锥、正方体、棱柱、棱锥、球等立体图形.
3. 能用自己的语言描述常见几何体的特征.
4. 通过丰富的实例,进一步认识点、线、面,初步感受点、线、面之间的关系.

### 探究指导



### 数学宫殿

在具体的情境中,我们认识了圆柱、圆锥、正方体、长方体和棱柱

等立体图形,并以实物简图形式直观地给出了几何体的命名,因而并不要求我们能精确地说出各种立体图形的定义,只要求我们能够识别这些立体图形,能对常见的几何体进行分类,并能用自己的语言来描述这些立体图形的有关特征.

通过丰富的实例,认识图形是由点、线、面构成的;面有平面和曲面;线有直线和曲线;面与面相交得到线;线与线相交得到点.认识“点动成线、线动成面、面动成体”的几何事实.

同时,经历了从现实世界抽象出几何图形的过程,我们感受到图形世界的丰富多彩.

**【例 1】** 将图1-1-1中的几何体进行分类,并说明理由.

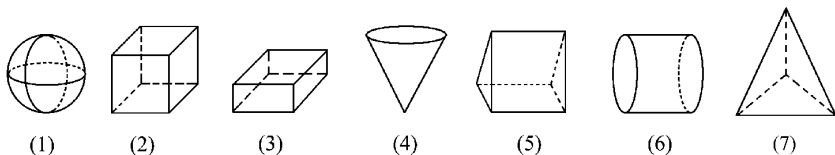


图1-1-1

**解** 若按柱、锥、球来划分:

(2)(3)(5)(6)是一类,即柱体;(4)(7)是锥体;(1)是球体.

若按组成几何体的面的平或曲来划分:

(1)(4)(6)是一类,组成它们的面中至少有一个面是曲面;(2)(3)(5)(7)是一类,组成它们的各面都是平面.

若按有无顶点来划分:

有顶点的几何体(2)(3)(4)(5)(7)是一类;无顶点的(1)(6)是一类.

**思路与技巧** 由于所选分类标准不同,本题可有多种不同的分类方法.

**【例 2】** 观察图 1-1-2,回答问题:

(1)图中的几何体各由几个面围成的?围成几何体的面有什么特点?

(2)图中的几何体的交线各有什么特点?

(3)图中的几何体有无顶点?有几个顶点?

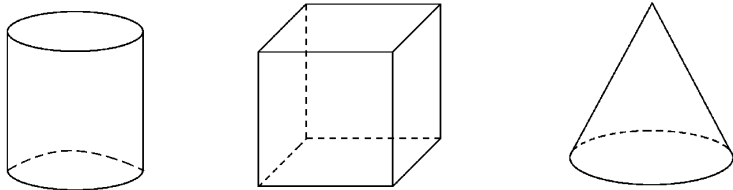


图 1-1-2

解 (1)圆柱由 3 个面围成,一个是曲面,另两个是平面;正方体由 6 个面围成,都是平面;圆锥由 2 个面围成,一个是曲面,另一个是平面.

(2)圆柱与圆锥的侧面与底面的交线是曲线,正方体的面与面的交线是直线.

(3)圆柱无顶点,圆锥有一个顶点,正方体有 8 个顶点.

思路与技巧 分清点、线、面、体的几何特征是解决此类题的关键.

【例 3】下列图形绕轴线旋转一周后,能得到图 1-1-3 所示几何体的是 ( )

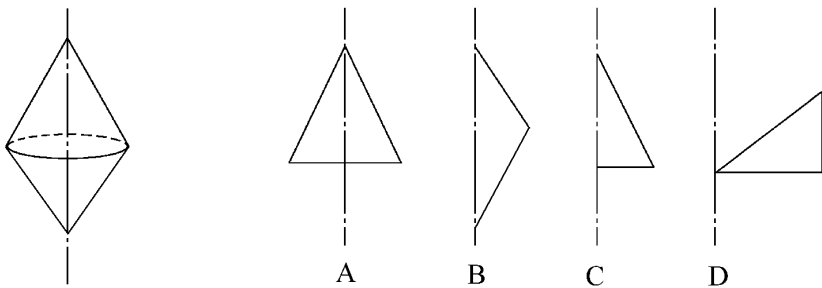


图 1-1-3

解 选 B.

思路与技巧 因为圆锥可以看做由直角三角形绕其一条直角边旋转而成的几何体,而左面的几何体可认为是两个圆锥组合而成的.



### 学法小结

本节学习重点是认识常见几何体的基本特征,能对几何体进行正

确的识别和简单的分类,发展空间观念,通过对基本图形的平移、旋转与翻折,体验图案的变化过程,提高审美能力.



### 探究体验

[提出问题] 莫比乌斯带的制作和探究.

[制作材料]  $40 \times 4$ (单位:cm)的长方形纸带、胶水、剪刀、蜡笔.

[制作方法] 将长方形纸带  $ABCD$  扭转半圈(即  $180^\circ$ ),将两端黏合起来,做成一环形带(如图 1-1-4).

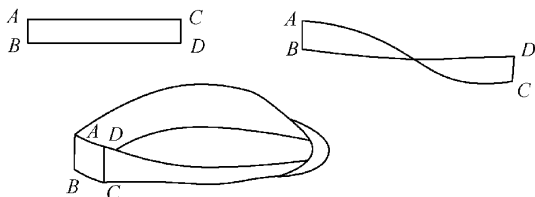


图 1-1-4

[性质探究] (1)从莫比乌斯带接口处开始用蜡笔给它涂上红色,你发现了什么?这说明了什么问题?

(2)从莫比乌斯带边缘上的某一点(比如说接口的边缘点)出发,用绿色蜡笔涂染其边缘线,你发现了什么?这说明了什么问题?

(3)设想:一小虫要在莫比乌斯带上行走一周,需越过边界线吗?

(4)沿莫比乌斯带的中间线将其剪开,你又发现了什么现象?

[探究过程] (1)蜡笔不离开带的表面顺次涂下去,整个带都涂红了.这说明:一般的面是双侧的,而莫比乌斯带是单侧的.

(2)蜡笔在经过所有的边缘后回到了出发点.这说明:莫比乌斯带只有一条边界线.

(3)不需要.

(4)新环带长度是原环带长度的 2 倍.

莫比乌斯带是拓扑学中最简单的例子之一.

## 快乐套餐



## 练一练,你会了吗

1. 判断(正确打“√”,错误打“×”):

- (1)柱体的上、下两个面一样大; ( )
- (2)球体不是多面体; ( )
- (3)圆锥是多面体; ( )
- (4)长方体是多面体; ( )
- (5)柱体都是多面体; ( )
- (6)圆柱和圆锥的底面都是圆; ( )
- (7)棱锥底面边数和侧面数相等; ( )
- (8)正方体和长方体是特殊的四棱柱,也是特殊的四面体;( )
- (9)长方体是四棱柱,四棱柱是长方体. ( )

2. 说出图 1-1-5 几何体分别是由几面组成的?

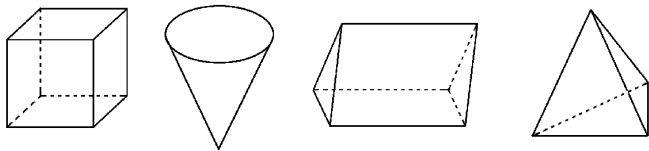


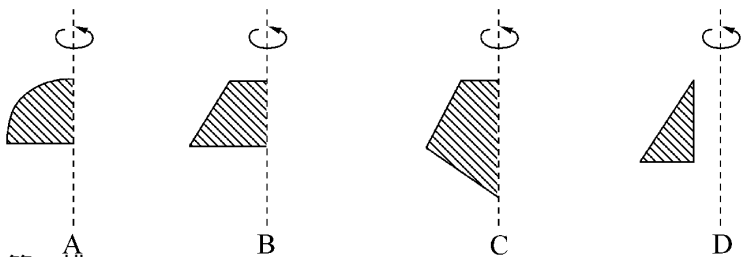
图 1-1-5

3. 在棱柱、棱锥、圆柱、圆锥、球体中,将属于多面体的图形名称填在下列横线上:

4. 将一枚硬币在桌面上快速旋转,你会看到什么现象?

5. 如图 1-1-6 所示,把第一排中的平面图形绕虚线旋转一周,能形成第二排中的某个几何体,请把两排中对应的图形分别用线连接起来.

第一排



第二排

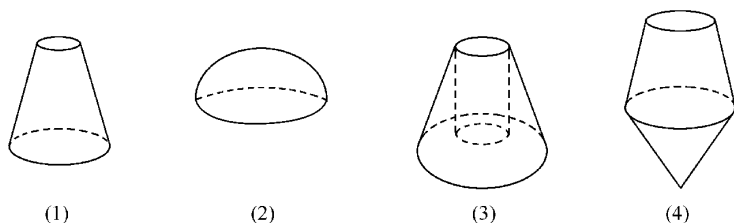


图 1-1-6



想一想 如何探究

6. 将两个完全相同的长方体拼在一起,如果能组成一个正方体,请你求表面积减少的百分比.

7. 从一个  $n$  边形的某个顶点出发,分别连接这个顶点与其余各顶点,可以把这个多边形分割成多少个三角形.



试一试 经历这些活动

8. 在几何体中分别找出满足下列条件的实例.

- (1) 两个平面相交得到一条直线;
- (2) 一个平面与一个曲面相交得到一条曲线;
- (3) 两条直线相交得到一个点;
- (4) 一条直线与一个平面相交得到一个点.



## 1.2 展开与折叠

### 探究目标

1. 在操作活动中认识棱柱的某些特性.
2. 了解棱柱、圆柱、圆锥的侧面展开图,能根据展开图判断和制作简单的立体模型.
3. 进一步认识立体图形与平面图形的关系,了解立体图形由平面图形围成.
4. 经历展开与折叠、模型制作等活动,发展空间观念,积累数学活动经验.

### 探究指导



### 数学宫殿

#### 1. 关于棱柱

在棱柱中,任何相邻两个面的交线都叫做棱,相邻两个侧面的交线叫做侧棱.棱柱的所有侧棱长都相等.棱柱的上、下底面是相同的多边形,侧面都是长方形.

人们通常根据棱柱底面多边形的边数将棱柱分成三棱柱、四棱柱、五棱柱、六棱柱等.

长方体和正方体都是四棱柱.

#### 2. 关于棱柱、圆柱、圆锥的表面展开图

棱柱的表面展开图是由两个相同的多边形和一些长方形连成的.沿棱柱表面不同的棱剪开,可能得到不同组合方式的平面展开图.

圆柱的表面展开图是由两个相同的圆形和一个长方形连成的.

圆锥的表面展开图是由一个圆形和一个扇形连成的.

**【例 1】** 如图1-2-1所示的一个五棱柱,它的底面边长都是 4cm,

侧棱长 6cm. 回答下列问题:

(1)这个五棱柱一共有多少个面?它们分别是什么形状?哪些面的形状、面积完全相同?

(2)这个五棱柱一共有多少条棱?它们的长度分别是多少?

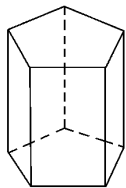


图1-2-1

解 (1)这个五棱柱一共有 7 个面. 其中 5 个是长方形, 2 个是五边形. 2 个五边形的底面形状、面积完全相同, 所有的侧面形状、面积完全相同.

(2)这个五棱柱一共有 15 条棱. 5 条侧棱长度彼此相等, 都等于 6cm, 围成底面的所有的棱长都相等, 都等于 4cm.

【例 2】图 1-2-2 是一多面体的展开图, 每个面内都标注了字母, 请根据要求回答问题:

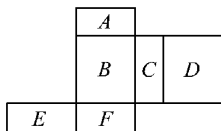


图 1-2-2

(1)如果面 A 在多面体的底部, 那么哪一面会在上面?

(2)如果面 F 在前面, 从左面看是面 B, 那么哪一面会在上面?

(3)从右面看是面 C, 面 D 在后面, 那么哪一面会在上面?

解 (1)面 F; (2)面 E; (3)面 F.

思路与技巧 这是一个长方体的表面展开图, 共有 6 个面, 其中面 A 与面 C、E、F 相同. 根据所处位置可知面 A 与面 F 相对, 面 C 与面 E 相对, 面 B 与面 D 相对. (1)中, 面 A 在长方体的底部, 那么它所对的面 F 就应该在上面; (2)中, 面 F 在前面, 面 B 在左面, 那么它们所对的面 A 就在后面, 面 D 就在右面, 所以面 E 应该在上面, 而面 C 在底部; (3)中, 面 C 在右面, 那么面 E 就在左面, 面 D 在后面, 那么面 B 就在前面, 所以此时面 A 在底部, 而面 F 则应该在上面.

【例 3】新年晚会是我们最快乐的时候. 会场上悬挂着五彩缤纷的小装饰, 其中有各种各样的立体图形. 请你数一下图 1-2-3 中每个多面体具有的顶点数( $v$ )、棱数( $e$ )和面数( $f$ ), 并把结果记入下表中. 观察最后一栏的数, 你能得到什么结论?



图 1-2-3

多面体	顶点数( $v$ )	面数( $f$ )	棱数( $e$ )	$v+f-e$
四面体	4	4	6	2
正方体				
八面体				
十二面体				
二十面体				

解

多面体	顶点数( $v$ )	面数( $f$ )	棱数( $e$ )	$v+f-e$
四面体	4	4	6	2
正方体	8	6	12	2
八面体	6	8	12	2
十二面体	20	12	30	2
二十面体	12	20	30	2

观察发现,在最后一栏,这些多面体得到的是同一个结果:

$$v+f-e=2.$$

**思路与技巧** 以上结论不仅对于图1-2-3中的五个多面体成立,事实上它对于所有多面体都成立.伟大的数学家欧拉证明了这一令人惊叹的关系式,因此公式以他的名字命名:欧拉公式——即对于任何一个多面体,其顶点数+面数-棱数=2.如果有兴趣的话,你可以随意做一个多面体,看看是否还是这个结果.

**【例4】** 三棱柱有9条棱,6个顶点,5个面;三棱锥有6条棱,4个顶点,4个面;四棱柱有12条棱,8个顶点,6个面;四棱锥有8条棱,5个顶点,5个面等等.问能否组成一个有24条棱,10个面,15个顶点的多面体?

解 不可能有此多面体.

思路与技巧 三棱柱、三棱锥、四棱柱、四棱锥它们的顶点数( $v$ )、面数( $f$ )、棱数( $e$ )之间满足关系式  $v + f - e = 2$ , 而  $15 + 10 - 24 = 1 \neq 2$ , 不满足多面体的顶点数、面数、棱数之间必须满足的关系式, 因而不可能组成一个有 24 条棱、10 个面、15 个顶点的多面体.

【例 5】如图 1-2-4, 一只蚂蚁从圆柱上的点  $A$ , 绕圆柱爬到点  $B$ , 你能画出它爬行的最短路线吗?

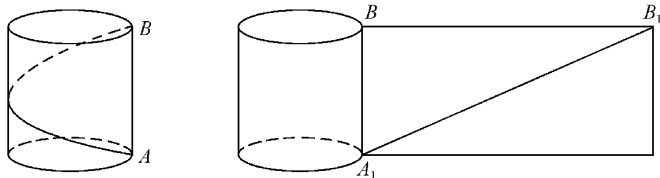


图 1-2-4

解 沿着圆柱上的点  $A$ 、 $B$  的线段剪开得到一个长方形, 点  $A_1$  与点  $A$  是圆柱上同一点, 连结  $A_1B_1$ , 线段  $A_1B_1$  为最短的路线.

思路与技巧 在立体图形上探求两点间的最短路线, 一般是将立体图形展开成平面图形, 进而转化为求平面图形中两点间的最短路线.

【例 6】如图 1-2-5, 一个长方形的底面是边长为 1cm 的正方形, 侧棱长是 3cm. 请你沿图中的粗黑线的棱剪开, 并将其展开成平面图形, 试画出展开后的平面图形.

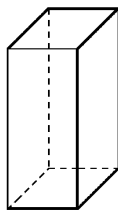


图 1-2-5

解 这个长方体沿粗黑线展开的平面图形如图 1-2-6 所示.

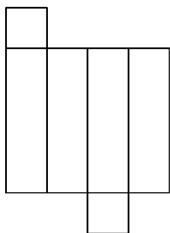


图 1-2-6

**思路与技巧** 此题为实践操作题,初学者可以制作实物模型,按照要求动手操作可得正确结果,将此长方体的6个面分别标为上、下、左、右、前、后,也可以利用空间想像力推理得出此长方体的左、右、前、后4个侧面展开后形成一个长方形,且上面与前面相连,下面与后面相连.



### 学法小结

了解正方体、圆柱、圆锥、棱柱、棱锥的侧面展开图,通过折叠的实践操作,经历和体验图形的转换过程,了解之间的关系,感受到空间图形与平面图形,培养动手能力和空间想像力.



### 探究体验

**[提出问题]** 如图 1-2-7 所示,在正方体两个相距最远的顶点处逗留着一只苍蝇和一只蜘蛛.蜘蛛可以从哪条最短的路径爬到苍蝇处?说明你的理由.

**[探究过程]** 由于蜘蛛只能在正方体的表面爬行,所以只需作出这个正方体的展开图,并用点标出苍蝇和蜘蛛的位置,根据“两点之间线段最短”这一常识可知,连结这两个点的线段就是最短的路径,共 4 条.

**[探究评析]** 在解此题时,正方体的展开图是有帮助的,由于作展开图有各种不同的方法,因而从蜘蛛到苍蝇可以用 6 种不同的方法选取最短的路径(注:因一面触地,蜘蛛无法通过,故其中有 2 条最短路径不可行),而其中每一条路径都通过连结正方体 2 个顶点的棱的中点.

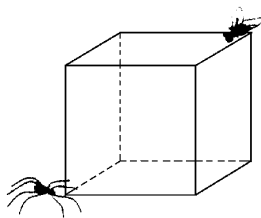


图 1-2-7

快乐套餐



练一练,你会了吗

1. 判断.

- (1)棱柱的侧面都是长方形; ( )
- (2)棱柱的侧面可能是三角形; ( )
- (3)棱柱的所有侧棱长都相等; ( )
- (4)正方体的所有棱长都相等; ( )
- (5)圆锥的侧面展开图是扇形; ( )
- (6)圆柱的侧面展开图是长方形. ( )

2. 选择题.

- (1)在图 1-2-8 中,不是正方体的展开图的是 ( )

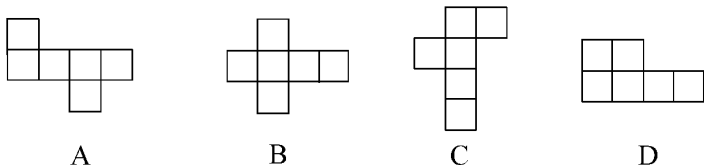


图 1-2-8

- (2)在图 1-2-9 中,是正方体的展开图的是 ( )

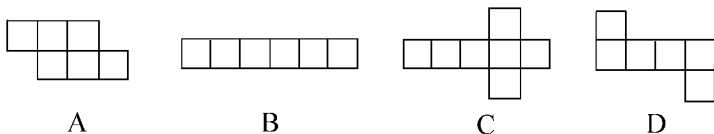


图 1-2-9

- (3)在图 1-2-10 中,是四棱柱的侧面展开图的是 ( )

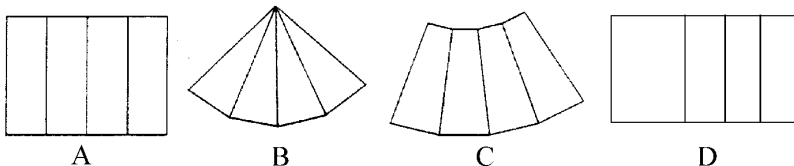


图 1-2-10

(4)图 1-2-11 中不能成为多面体的展开图的是 ( )

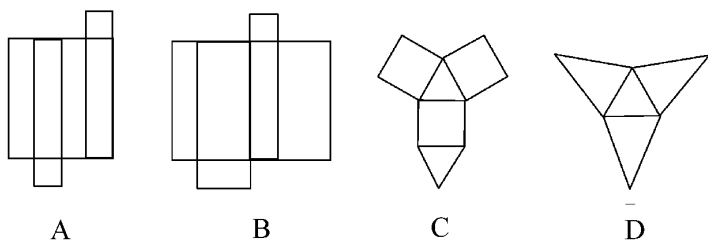


图1-2-11

3. 图 1-2-12 中都是几何体的展开图,你能说出这些几何体的名称吗?

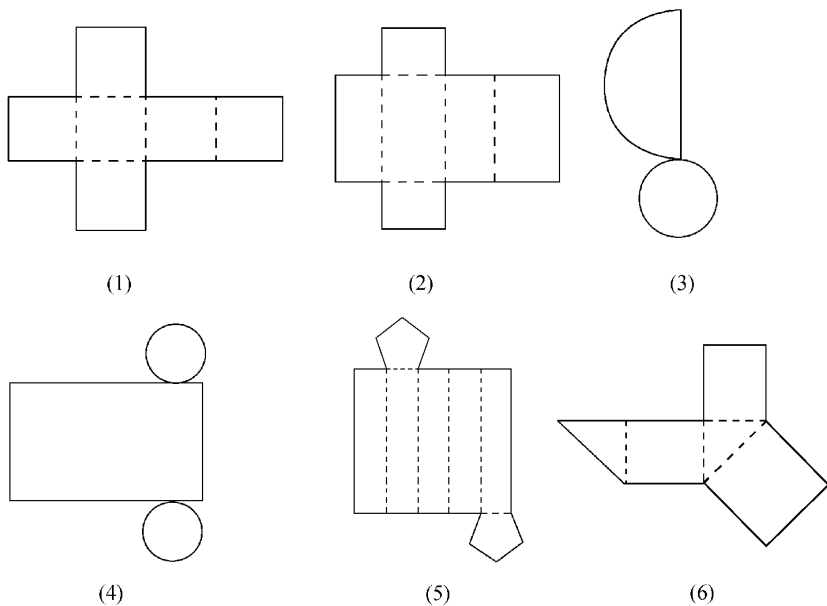


图 1-2-12

4. 画一个五棱柱的展开图,并说出五棱柱的面数,顶点数和棱数.

5. 图1-2-13中各图形经过折叠后都可以围成一个棱柱吗?

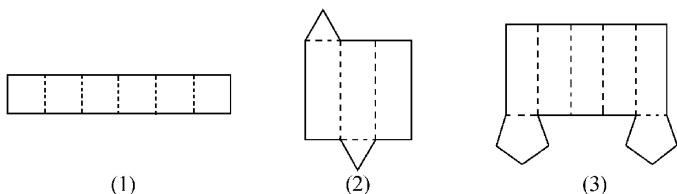


图1-2-13

6. 图1-2-14中的图形都是由6个大小一样的正方形拼接而成的,你还能画出2种不同的拼接图形吗?请指出这些图形中哪些可以折成正方体.

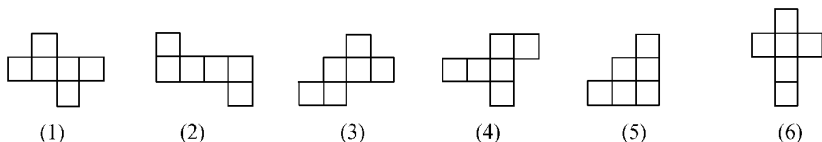


图1-2-14

7. 图1-2-15是一个正方体的展开图,图中已标出三个面在正方体中的位置, $f$ 表示前面, $r$ 表示右面, $d$ 表示下面,试判定另外三个面 $a$ 、 $b$ 、 $c$ 在正方体中的位置.

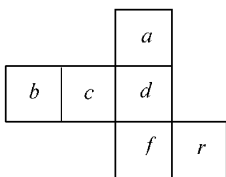


图1-2-15

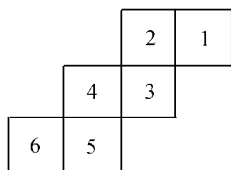


图1-2-16

8. 如图1-2-16,对正方体展开图上的各面编号,指出相对两面的号码组合(相对面没有公共棱),再指出与面6相邻的面.

9. 对两个小正方体的表面按3种方法拆开,并且把它们搅混(如图1-2-17),找出每个小正方体的展开图.

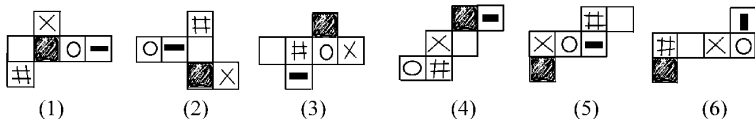


图1-2-17