

电子图书



信息技术的结晶

人类文明的载体

网络的基本资源

中学数学通用教案设计模式精编

中学数学六种类型课教学模式

长春六中数学组在多年教学实践的基础上，总结出了“中学数学六种类型课教学模式”。该“教学模式”反映了数学教学中的某些规律性的问题，在实践中起到了提高教学质量的作用，具有一定的理论和实际意义。

中学数学“六种类型课”是指概念课、规律课、例题课、习题课、总结课、讲评课六种课；教学“模式”是指在讲这些课的基本规律中所形成的具有较普遍应用意义的模型或样式。

基本内容

1. 概念课

讲好概念，是讲好数学的基础。其主要步骤和要求是：

(1) 引入

目的——为理解概念，给概念下定义打基础；培养观察力、抽象力等；激发学生的学习积极性。

途径——从实际中引入，或从数学知识的联系、发展、矛盾中引入。

注意——例子要简明，要有启发性，引入时间尽量减少。

(2) 定义

由学生或教师给概念下定义。下定义应注意合乎下定义的原则，要注意有步骤地培养学生给概念下定义的能力。

(3) 剖析

要点——剖析概念的内涵（本质属性）与外延（概念包括的对象）。

目的——进一步理解概念，为推导性质定理和判定定理打基础。

注意——(i) 要注意概念的式子化、图形化、便于应用；
(ii) 与这个概念有关联的，特别是容易混淆的概念对比；
(iii) 形式要灵活多样，顺序要合理安排。

(4) 应用

目的——深化、巩固概念、发展思维能力，形成技能。

(途径) { (i) 用外延进行判别练习；
(ii) 用内涵进行计算、推证。

(5) 小结：系统总结概念的有关问题和注意事项等。

2. 规律课

这里的规律是指：定理、公理、推论、公式、法则。规律是数学最基本、最主要的内容。所谓学数学，主要就是学规律。讲规律课的主要步骤和基本要求是：

(1) 发展规律

- 目的——正确认识和理解规律，培养发现规律的能力，调动学习积极性。
- 途径——从实例引入，或从数学本身的例子引入，从中去发现规律。
- 注意——例子要简明，要有启发性，时间尽量减少。

(2) 证明规律

- 确信规律的正确性；
- 加深对规律的理解和记忆；
- 培养逻辑推理能力，发展智力。

(3) 剖析规律

- 对公式、法则的剖析
 - 字母的意义；
 - 已知几个量可求其余；
 - 使用条件；
 - 特点和记忆方法。
- 对公理、定理推论的剖析
 - 条件与结论的关系；
 - 使用条件；
 - 特点和记忆方法；
 - 与相关规律的异同。

注意：形式要灵活多样，要突出为应用服务。

(4) 引申规律

规律的一般形式（一般不应超教材）；特别是规律的特殊形式（那些常用的，需要特殊记忆和掌握的形式）。

(5) 应用规律

这是学习规律的目的。

- 途径
 - 单一性应用（技能训练）：要搞实，要全面。
 - 综合性应用：深化单一性应用，打通知识间的联系，发展能力。

注意：针对性、梯度性、灵活性、多变性（如一题多变）。

(6) 小结

系统总结规律的有关问题，形成更完善的认识结构和注意事项。

3. 例题课

例题课是揭示概念和应用规律的课，它与一般的练习不同，核心是揭示解题规律。它是培养能力，发展智力的重要途径。例题课要做到：

(1) 课前准备

例题课的课前准备有特殊意义，必须做到：

精选例题

例题要有典型性（便于揭示规律）、针对性（针对学生存在的问题或需

巩固加深的基础知识、技能、数学方法)，这是基本的，还要重视启发性、多解性，要少而精。

合理安排

用于揭示应用规律的例题，要用典型性最强、又较容易的例题；巩固、深化应用规律的题，要由易到难，要有梯度性、联系性。

(2) 课堂实施(基本步骤)：

说明目的：指明这节例题课要解决什么问题，以集中学生精力，搞好师生配合。

揭示规律：即通过个性(典例)揭示共性(解这类问题的规律)，这是例题课讲得好坏的根本标志。

注意：最好引导学生自己去总结规律；必须要学生理解为什么这类问题有这样的解题规律，防止死记硬背。

巩固练习

- 目的——巩固、深化对规律的理解和认识及注意点。
- 途径——口答、板答、笔答。一般先口答(较简易的)。
- 注意——发现典型(错误的、最优的)要小题大作，加强刺激)。

小结

进一步总结规律的基本点和应用时的注意点，以及这一解题规律和已学过的解题规律的共性与个性，使解题规律形成网络。

4. 习题课

习题课是当学生基本掌握知识应用规律的前提下开设的、以学生为主的练习课。可分为独立型练习和引导型练习。

(1) 课前准备

精选习题：习题要有针对性、一般性，这是基本的。其次要注意灵活性、新颖性、启发性、综合性，这是上好习题课的基础与关键。

妥当安排：要由易到难，要有系统性、阶段性，梯度要适度。

(2) 课堂实施(基本步骤)

说明目的：使学生知道通过练习要解决什么问题，让学生有目的、自觉地练习，防止盲目做题。

学生练习

- 形式——主要是口答、板答、笔答。
- 注意——引导型练习一般先口答、后板答、笔答；独立型练习，一般采用笔答。

巡视指导：这是上好习题课的主要点。要特别注意：

- 发现典型错误要小题大作；
- 发现有创见或最优解法要表扬、推广；
- 引导要恰当，既不把学生卡住，又不要包办代替。

小结

5. 讲评课

这是独立练习或测验后开设的课。目的是分析、解决学生在试卷中反映出来的关于“三基”和学习方法态度等方面存在的问题。

(1) 课前准备

出好试题：没有好试题，就没有好的讲评课。试题要有全面性（应包括“三基”的基本内容）、典型性、针对性，要有一定数量的综合性、灵活性和个别独立性强的题目。

阅好试卷：形式可多样，但必须全面掌握学生在试卷中反映出来的“三基”和学习方法、态度上的问题。

抓好典型：一是关于“三基”存在问题和最优解法的典型；二是在学习态度、方法上特好或特差的典型。这是上好讲评课的最基本素材。

选好素材：需讲评的内容往往很多，必须注意取舍，突出重点，解决主要问题以主带从。

(2) 课堂实施

略述概况：成绩和主要问题（为典型分析打基础）；点名表扬学习态度好、进步快和成绩最好的学生，不点名的提出学习成绩下降，特别是学习态度不好学生情况（时间尽量减少）。

典型剖析：这是讲评课好坏的根本标志。剖析“三基”存在问题的典型，要注意：

对基础知识存在的问题，一定要使全体学生明白，是由于对什么概念、公式、法则、定理、公理，记忆、理解错误而产生的；要小题大作，斩断错根；

对基本技能和解题思维方法上存在的问题，要使全体学生明白，是由于对数学思想、方法和这类问题的解题规律认识、理解、掌握不够而产生的；要防止就题论题或轻描淡写。

对存在问题特别大的，评后还可当类似题要求学生课后再练。

公布答案：形式可多样，但一定要使全体学生知道每个题的正确答案。

6. 总结课

总结课是要把所学的知识结构或应用规律串成串、捆成捆，使其系统化，形成更好的认知结构，便于记忆、理解和应用。

(1) 两种类型

按知识结构 { 横向：按概念的外延去总结
(如平行四边形一章)
纵向：按概念的发展去总结
(如立几中的成角问题)
按知识应用规律的总结课 (如怎样解立几中的成角的总结课
问题、距离问题、平行问题、垂直问题)

(2) 总结要求。要有科学性、全面性、要突出重点；要突出知识或思维结构（这是根本点）；要有针对性（主要是针对学生存在的问题）。

(3) 注意事项。一般采用总结练习结合，但应以总结为核心；既要突出各部分的联系形成好的知识结构，又要注意解决多部分存在的主要问题，主

次要因具体问题而定。

以上是六种类型课的教学模式。

应当说明的是：“模式”是给教者一个处理教材、选择教法的参考纲要，是可详可略的，有些步骤也可不要，有的还可增加。

如讲指数方程这节课，指数方程的定义，我们只从细菌分裂的实例（ $2^x=1024$ ）引入，定义后，马上转入研究特殊几种指数方程的解法。因为这个定义学生很容易掌握，而且这节课主要是指指数方程的解法。又如圆锥曲线的

统一的极坐标方程
$$r = \frac{ep}{1 - e \cos \theta}$$
 这节课，对公式剖析时，除字母意义，使用

条件、特点和记忆方法这些“模式”中提到的外，还增加了取 0° ， 180° 、 90° 时 r 与 P 的几何意义，因为这些几何意义对进一步理解这个极坐标方程，和使用这个方程解有关问题都有较大的意义。对具体的每堂课，可以是六种类型课中的一种，也可以是其中的几种类型课的综合课，后者还是最常用的，利用“模式”时，不是简单地使用“加法”，而是根据教材和学生的实际，灵活选取，连成一体。

为了具体说明“模式”的使用，这里简要介绍宋玉清老师的全校公开课“反正弦函数”，这是一节比较典型地反映“模式”的一节课。

（一）概念的引入

1. 复习提问： $y=3x+1$ ； $y=2^x$ ； $y=x^2$ （ $x \in \mathbb{R}$ ）哪些函数有反函数，哪些函数没有反函数？为什么？当学生正确回答后，教者又提出把函数 $y=x^2$ 的定义缩小，取值子集 $x > 0$ （或 $x < 0$ ）时 $y=x^2$ 有没有反函数？如果有，写出它的反函数。（ $y=\log_2 x$ （ $x > 0$ ））

根据学生的正确回答，教者作了如下的总结：（1）只有确定函数的映射是一一映射，它才有反函数；（2）一个函数在它的定义域内没有反函数，但在定义域的子集上可有反函数；（3）求反函数时，如不能用 y 的代数式去表示 x ，就要引入新的符号，如“ \log ”。通过复习与总结，为引入概念奠定了良好的认知结构。

2. 用反函数的知识研究三角函数的反函数，教者首先提出：正弦函数 $y=\sin x$ 在它的定义域内有没有反函数？为什么？学生正确回答后，教者又提出，若要使其有反函数，得怎么办？（学生答，取定义域的一个子集。）教者又提出，从图象可看到这样的子集有无穷多个，选取哪个子集为最优呢？

经过师生共同研究，选取 $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ 这个单调区间为最优。

这样教者就从学生已知的反函数的知识和三角函数知识中引入反正弦函数的概念。

（二）概念的定义

通过“引入”，学生对反正弦函数的本质属性已掌握，但学生对反正弦函数的定义形式比较生疏，因此由教者直接给出。但 $y=\arcsin x$ 的定义域、值域要学生回答，并说明理由。

（三）概念的剖析

经过概念的引入和定义，对概念的内涵与外延虽然已经揭示了，但还不够深刻，加以符号化、式子化后又给概念的内涵与外延蒙上了一层迷雾，必须认真剖析。即剖析 $\arcsin x$ （ $-1 \leq x \leq 1$ ）的内涵外延。强调指出： \arcsin

$\sin x$

($-1 \leq x \leq 1$) 有两层意思： $\arcsin x$ 是 $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ 上的一个确定的角；这个角的正弦值等于 x 。总起来说就是 $\arcsin x$ 是表示 $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ 上并且正弦值等于 x 的一个角，（当 $-1 \leq x < 0$ 时， $-\frac{\pi}{2} < \arcsin x < 0$ ，当 $0 \leq x \leq 1$ 时， $0 \leq \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$ ，当 $x > 1$ 或 $x < -1$ 时， $\arcsin x$ 没有意义）。为了加深，还以“一题开花”的形式向学生连续问了几个问题：如 $\arcsin(-\frac{1}{2})$ 等于什么？ $\arcsin \frac{\sqrt{3}}{2}$ 等于 $\frac{2}{3}$ 对不对，为什么？ $\sin(\arcsin \frac{1}{3})$ 等于什么？ $\sin(\arcsin 2)$ 等于什么？ $\sin(\arcsin x)$ 等于什么？并导出公式：

$$\sin(\arcsin x) = x \quad x \in [-1, 1]$$

(四) 概念的应用

这里主要是把概念转化为技能（巩固内涵、外延已在其中），一是用反正弦函数表示角，二是用概念求定义域和值域（例子略）。

(五) 小结

这节课同学需掌握三点： $\arcsin x$ $x \in [-1, 1]$ 的意义，理解并记忆公式： $\sin(\arcsin x) = x$ $x \in [-1, 1]$ ；用反正弦函数表示角；求反正弦函数型的函数的定义域值域。

六种类型课教学模式的由来、根据和实效

“模式”主要来源于该组的教学实践，开始总结了怎样讲概念和规律，并在全国数学教学会上介绍，事后大家觉得这个总结很有实用价值，接着就逐步总结出其它类型课的教学规律，并在教学实践中加以改正、完善，这就成了现在这样的“教学模式”。

与此同时，也运用了有关的教学理论和在全国有较大影响的教学方法。这里主要有辩证唯物论，特别是它的认识论；控制论、系统论、信息论；心理学中的刺激反映论，认知论；启发式，发现式，最优教学法，自学梯度法等教学方法。

该组长期用辩证唯物论，特别是它的认识论的基本观点指导教学。我们确信，理论来源于实践，我们教师是教学的实践者，是最有条件发现教学规律的，也是最权威检验教学规律的。“模式”来源于我们教学实践，同时又用它指导教学实践，所以我们确信“模式”是有科学性，是有生命力的。内容决定形式，这是唯物论的基本观点，不同的教学内容应有不同的教学形式。教学内容不外乎概念、规律以及它们的应用，这样按教学内容可分为概念课、规律课、例题课、习题课、讲评课、总结课六种课型，因而我们形成了反映每种类型课基本规律的客观“模式”。当然，我们总结出的“模式”，有的比较接近客观实际，有的可能离客观实际甚远，但只要我们按实践、认识、再实践、再认识的途径去努力，它就会越来越完善。对“模式”我们也

是辩证去看的，否定模式是不对的，但把模式绝对化同样是不对的，客观事物在发展，“模式”也在不断变化。

附：上海青浦教学教改实验

国家教委确定 1991 年基础教育方面要做好 10 项工作，其中包括积极推广青浦数学教学改革的经验。为此，晓达老师在本文中介绍了青浦数学教学改革的经验，以及学习青浦经验的心得体会和进行教改实践的经验。

1. 情感意志的巨大力量

青浦教改十几年，他们不断总结、提炼全县广大教师的教学经验，至 1989 年，揭示出数学教学的四条基本原理，其中第一条就是情感意志原理。这条原理指出：

教师应当以实际行动关心全班学生的成长，深入了解他们的生活习性，学习特点和兴趣爱好，建立深厚的师生感情，让学生“亲其师，信其道”，……从各个方面感染学生，使学生耳濡目染，激发学生学好数学的情感，勉励学生克服困难的意志。相反，要是一位教师对学生漠不关心，上课无精打采，甚至对一些中差生歧视、讥笑，那将在这些学生的心灵上投上阴影，后果是不好的。

青浦县顾冷沅数学教改实验小组早先是从解决怎样能使学生上课时注意力集中，专心听讲，学好数学这个问题引进的。他们在 1982 年对该县 244 名一般中学学生作抽样调查，发现不管在任何情况下，注意力都比较集中的学生仅占 10.2%，不少学生是在压力、厌烦或不感兴趣等不良刺激支配下从事学习，效果相当差。

他们也发现，有的教师讲课，学生不但专心听讲，而且学得很有兴趣。

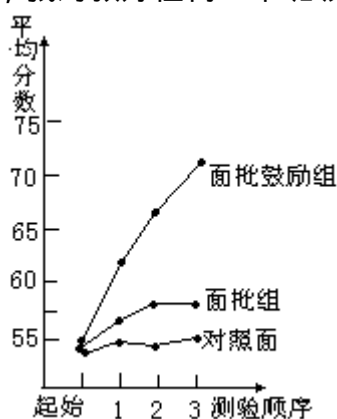
比如，有一位教师上“对数表”这一课时，她拿了一张纸进课堂，对学生说：“这张纸厚约 0.083 毫米，现在对折三次，厚度不足 1 毫米，要是你对折 30 次请同学们估计一下厚度为多少？”学生纷纷估计，显出了积极性。老师说：“我经过计算，这厚度将超过十座珠穆朗玛峰迭起来的高度。”同学们都很惊讶，甚至怀疑。于是列出算式： 0.083×2^{30} ，说：“计算 2^{30} ，要费很多很多时间，而且很容易算错。如果我们学会使用对数表，那么很快就能得出结果。”在这个情景下，她开始讲解对数表的构造，查表求对数的方法，当真数小于 1 或大于 10 时怎么处理等等。全班同学听得仔细，练得认真，个个都在动脑筋。下课铃响了，有的学生还急着问老师现在能不能算 2^{30} ？老师说，下节课再学一学反对数表就行了。下一节课同学们仍然集中注意学习，最后剩下一刻钟左右，师生共同利用新知识解决了 0.083×2^{30} 的问题。这两节课，课堂气氛和谐活跃，当堂效果测验成绩优良。到期末复习，遇到“ 2^{100} 是几位数，它的最高两位数是多少”这样的题目时，人人都能熟练地完成。

教改实验小组通过收集、整理教师经验，经过筛选、实验，得出了四条比较有效的教学措施。其中一条是：让学生的迫切要求之下学习。也就是教师在教学中要一种适合学生心理的问题情景，造成学生认知冲突，即使学生处于一种迫切要求解决问题的积极的心理状态，引起学习新知识的极大兴趣和强烈愿望。

要使学生对学习数学有兴趣，甚至有强烈愿望，首先是学生能够学懂、学会数学。如果学生对老师讲的东西听不懂，习题做不来，怎么能使学生对

数学发生兴趣呢？他只会怕数学，讨厌数学，或者说自己不是学数学的脑袋瓜，对学习数学缺乏甚至失去信心。这就要求教师对学生、特别是对学习有困难的学生怀有深厚的感情，相信每个学生都是能够学好数学，并且想方设法使学生能学懂、学会数学。有两个例子对青浦教改实验小组影响很大。一个例子是他们在五个班级同时实施同样的几条试验措施，一段时间后测试教学效果，有一个班级效果显著突出。经过去该班听课考察和了解学生，发现这位数学教师与学生感情特别好，因而教师在指导学生学习方法时很有效，全班学生大多喜欢钻研数学问题。这个事实使他们认识到：即使像数学那样的理科，情感也起着相当大的作用。

另一个例子是，原来有一个“差班”，一次数学考试，班平均成绩与平行班相比，低了10多分。后来由一名有经验的教师接上该班，开学第一课，她从班级实际水平出发，出了一张难度不高的试卷进行考查，成绩很好，连过去从未及格过的学生也得了60多分。许多家长都不相信，来校询问老师。老师解释说：“这次考了最基本的东西，您的孩子虽然基础差，但是还能答上一部分。可见今后只要再努力一些，完全可以学好数学。”家长的信心倍增，学生意志受到勉励，果然课堂气氛大变样。然后，这位教师又针对不同学生的特点，及时了解他们对知识的掌握情况，查漏补缺，策励进步。随着全班学生学习情况的好转，平时考查的要求也逐步提高。两个多月后，与平行班水平拉齐，“差班”转变了。这位教师说：“初中出现差生，这绝大部分是环境和教育上的问题，我对教好任何一个班级都是有信心的。”



过去有人比喻数学是一个“筛子”，它能把优秀人才筛选出来。现代社会需要更多的人学习更多的数学，反映到教育上，于是有人提出数学教学应成为一个“水泵”，通过对学生的帮助、鼓励，激励更多的人掌握更多的数学。大面积提高数学教育质量，就要使数学教学从“筛子”转变成“水泵”。上面那位老师的教育思想，是完全符合现代社会对数学教学成为“水泵”为一个要求的。1986年，青浦教改实验小组曾对情意与认知的迭加效应进行过研究，他们以对学生作业批改分成面批、面批加适当鼓励和一般处理三组，其结果如图所示。面批能进行知识结构方面的反馈，其效果明显优于一般处理的对照组；面批加鼓励，则使认知与情意迭加起来的双通道反馈，其效果大大超出于单纯面批组。

青浦教改实验小组通过总结、提炼众多教师的教学经验，并进行教育科学实验研究，揭示出情感意志对学习数学的重要作用，因而提出在教学中“既引导学生的个性意识倾向性，又注意发展和培养每位学生良好的气质、性格等心理特性，把认知过程与情意过程统一起来。”这里需要强调指出的是他

们十分重视学习目的性教育，阐明所学知识的现实意义，即所学的数学知识在社会主义现代化建设中的作用，来激发学生的学习动机。这样的数学，就把为国家富强、人民幸福与学习数学联系起来，使一般的情感意志在潜移默化中逐渐地得到了升华，既完成教书的任务，又达到育人的目的。

2. 反馈调整，提高成绩的有效方法

反馈是青浦教改实验小组总结出来的又一条教学基本原理。关于这条原理的功能，他们得到如下结论：

教学过程中的信息反馈，可使整个教学机构的特性对于各个教学效应器特性的依赖关系减弱。换句话说，如果原来教学效应器的特性差，例如学生基础好差悬殊、教师水平低一些等，因而教学效率不高的话，那么恰当使用信息反馈方法作调整，就可以弥补这些方面的不足。

这个结论同样是从青浦教师的教学经验中总结出来，并经过科学实验和研究得出来的。

1980年前后，正是教改实验小组10年教改计划第一阶段三年教学调查（1977.10~1980.3）行将完成之时，他们在全县数学教学质量调查和数学竞赛中，对成绩突出的一个班级进行了比较研究。发现这个班级的任课教师采用“一本练习本”，并及时批改作业，一般在当天即可了解学生对知识技能的掌握情况，对个别学生存在的问题，就通过个别面批指导的方式，帮助他们学懂学会，如果多数学生掌握不好，就在下一课先解决还未掌握的知识和技能。同时从该校校长处了解到，这位教师任教一个新班级，一般不出数月，学生成绩就会高于同类班级。

接着，他们通过一年的经验筛选，得到了四条比较有效的教学措施。其中之一就是来自上述教师的经验，并被概括为：及时提供教学效果信息，随时调节教学。简称“效果回授”。随后，又将四条教学措施进行为期三年（1981.9~1984.8）较严格的科学实验研究。

1982年，实验小组又重点调查了青浦县的七名成绩低下的学生。结果发现，除个别属智力特别差外，其余均由于在教或学上的一时故障，问题积累，以致脱节。他们从中得到所谓“差生”形成过程中教与学的发展情况。

[学生] 某小问题 问题积累 脱节 自信力降低

[教师] 小问题未予重视 未及时查漏补缺 成见 期待丧失

与此同时，上述经验在科学实验中和别的学校采用，都收到了同样的效果。有一所乡校，学生基础差，师资水平也不高，学生家庭缺乏辅导条件，回家作业常常完不成。这所学校结合本校特点，采用校内、校外两本练习本。一本在课堂上做，教师当堂巡视，及时辅导；另一本供回家练习。另外，教师还根据各单元教学应当达到的目标抓了单位练习，区别不同类型的学生进行知识掌握情况的分析，出现问题随时补救。日久之后，学生成绩提高很快，大量“差生”进步尤为明显。他们在那里开过一个现场会，大家认为这种方法可以弥补农村学校基础差、水平低的不足，可以大面积提高数学教学质量。

1984年，三年科学实验完成，认为效果回授是“大幅度提高学生学习成绩的主要原因”（相对于尝试指导），“中等生尤其是差等生的提高更为明显”；“可以有效地弥补学生基础差、教师水平低等不足”。在以后全县大范围推广（1984.9~1987.8）时，对一些条件比较差的学校，首先着重于推广“制订教学目标、教学效果及时回授”的经验。实践证明，效果回授又是易于为大多数教师所掌握的一种方法。这个经验较详细的表述就是：

制定合理的教学目标分类细目，把每日每课的教学细节性反馈调节与阶段教学结果的反馈调节结合起来，这些措施都可以大大改善教学系统的控制性能。

这里谈了两个问题，即制订教学目标和反馈调整。

关于教学目标，实验小组在理论和实践的结合上进行了具有创造性的探讨，这里只谈谈与实际教学有关的如下两点：

1. 目标必须准确或者说合理

为此，首先要以教学大纲为依据；其次，要结合学生实际。青浦在正式组织推广时，先是把教学研究中已经看得准的东西，结合本县实际情况，订入教学常规，要求全体教师都能遵行。数学学科教学常规的第一条就是“学习大纲，钻研教材，重视基础教学”，要求重点研究解决：哪些是中学数学的基础？有一定基本功的学生和基础较差的学生，对他们各应提出什么要求？

学习大纲，首先要领会教学目的。它是各部分包括“教学内容和教学要求”的总纲。纲举才能目张，不然就会只见树木、不见森林。现在，小学和初中已是义务教育，所以学习现行大纲的同时，还应该学习义务教育的教学大纲。只有这样，才能准确地制订每一课的教学目标。

大纲规定的教学目的、教学要求是比较原则的；一般地说来，是最低的要求。所以作为一个称职的教师，还必须结合学生的情况来确定。比如绝对值，大纲的具体要求中规定是理解概念，能口答任何一个有理数的绝对值，了解数的绝对值的几何意义。在一般教材中，常有：

求一个数的绝对值，
已知一个数的绝对值求这个数，
 $|a|$ 当 a 大于、等于和小于零的值

表示这样三种不同要求的习题。这时，教师应根据学生状况提出不同的要求。基础比较差的学生可以只要求达到 $|a|$ ，达到了 $|a|$ 就可以学习有理数大小的比较及其运算；而对于基础较好的学生，就可以要求达到 $|a|$ 乃至 $|a|$ 。还有这三种不同的要求或目标，可以安排在不同的阶段来完成。这些，就要求教师学习大纲、钻研教材，并了解学生情况才能办到。

这里，我们还需要补充一句，对于学生也要根据情况订出不同的目标。即有的学生达到及格，有的达到良好或优秀。定高不如定低，先低后高。这样，就可起到我们在情感意志原理介绍中讲到的数学教学要成为“水泵”而不是“筛子”，使学生建立起自信心，并不断追求高目标。

2. 目标必须是可检查的

也就是说目标要具体，要用外显行为，如会说什么、会做（解、画、证明）什么等语句来反映。因为只有这样，才是可检查的。也就是说，才便于作为反馈调整的根据。

现在根据义务教育大纲编写的教科书已在一些学校试验，有的教科书如人民教育出版社编的代数课本按小节到有“教学要求”，可以参考。

关于反馈调整，青浦经验提出要“把每日每课的教学细节性反馈调节与阶段教学结果的反馈调节结合起来”。前面所举两位教师的经验都是每课细节性反馈调整的例子，第一位讲的是课后，第二位讲的是课内，也做了单元调整。一般地说，课内应该是主要的，观察学生反应表情，提问，课堂练习时巡视、指点等都是常用手段。课外也是不可少的，有的教师采取面批。我

们在前次情感意志原理的介绍中已经提到面批比一般性批改要好。因为师生之间的信息交流量增大，能够抓准并解决学生当天学习中存在的知识缺陷，不致使问题积累而逐步变成“差生”。

这一点，对数学来说特别重要。大家都知道，数学的特点之一就是它的系统性。前面的知识没有学会，甚至有点缺陷，就会影响后面的学习。所以学习数学必须循序渐进。这个原则要落实到每个学生身上。为此，就要每日每课、课内课外进行反馈调整，使每个学生在学习新课之前，对新课所必需的知识技能都已切实掌握，不发生听课的困难。

阶段教学结果的反馈调整，其特点是着眼于整个阶段的教学目标是否达到，时间相对要多一点，可以用测试进行诊断，并针对目标进行个别的或全班的补救。

反馈调整应该与情感意志结合起来，这样就能起到“迭加效应”，不仅能提高学生的学习成绩，而且还能促进他们心理的健全发展。

现在，有的教师只是批改作业、考试评分，而不重视调整；有的甚至嫌弃学习有困难的学生。这样做都不利于学习成绩的提高，不利于学生的健康成长。

关于反馈调整的必要性，青浦实验小组还有如下一段论述：

全班划一的教学与各类学生的基础、需求、素质差异发生矛盾。这就需要教师巧妙地在班级授课制的同时，实现教学个别化的有效企图，其中运用好反馈调整手段是行之有效的。我们知道，教学是个动态过程，它必须通过教师与学生之间的信息联系和信息反馈，才能实现其控制与调节，以便达到预期的目标。

这就是说，反馈调整是在班级条件下实施因材施教的一种手段。我们在前面着重讲了对教与学有困难而进行调整的一面，这是很必要的，特别是在我国将逐步普及九年义务教育的条件下是尤其必要的。但也不能忽视基础好的学生。如果讲的内容学生觉得很容易，不能满足他们的求知欲，这就得加快进度或加深拓宽知识、提高要求，以促进他们的充分发展。只有这样理解反馈调整才是全面的，才能促使数学教学质量的全面提高。

3. 自主活动，现代教学论的核心

青浦数学教改实验小组通过筛选得到四条有效教学措施之一，是“在采用讲授法的同时辅之以‘尝试指导’的方法”。他们说的“尝试指导”，就是在教师指导下，在创设问题情境、形成学生认知“冲突”后，引导学生进行探究知识的尝试；在获得知识后，又进行变式练习的尝试。

这里，举他们“等腰三角形的判定”的教例的要点，以见一斑。

教师先让学生复习等腰三角形的性质后，出示一等腰三角形，说 ABC 中 $AB=AC$ ，因为不留心，它的一部分被黑水涂没了，只留下一条底边 BC 和一个底角 C。同学们想一想，有没有办法把原来的等腰三角形画出来？

接着就让大家来画，教师巡视；画好后，让同学互相交流，并不时参加同学间的议论；然后，请两名学生说明各自画图的方法：

第一名画 $B=C$ 而得 ABC；

第二名画 BC 的中垂线而得 ABC。

教师在肯定了两种不同的画图方法之后，提问：你们认为这样画出的三角形都是等腰三角形吗？于是指出这节课的内容：等腰三角形的判定，并引导学生从第一种画法中分析已知是什么，求证是什么，以及怎样来证明。

在学生得出用全等三角形来证明 $AB=AC$ ，并需要添辅助线后，就让学生“动笔做做看”。这时，教师又巡视了解尝试情况，适时地让学生交流、思考还有哪些不同的证明方法。然后，让学生分别说明他们的各种不同的证明方法，其中也包含错误的证法。在说明过程中，正确证法得到了肯定，错误证法得到了纠正。在这个基础上，让同学们用语句来叙述这个判定定理。

在得出定理后，教师又引导学生运用这个定理和其他一些定理来尝试证明经过精心设计安排的由浅入深、由简单到复杂的一系列变式例题，使学生掌握运用知识于各种情况。

“尝试指导”是符合辩证唯物论的认识论的。毛泽东在《实践论》中指出，认识过程中有两个突变即飞跃。一个是“从感性认识到理性认识之能动的飞跃”，这个飞跃是“经过思考作用，将丰富的感觉材料加以去粗取精、去伪存真、由此及彼、由表及里的改造制作功夫，造成概念和理论的系统”，再是“从理性认识到革命的实践这一个飞跃”。这两个飞跃，正是认识上的关键，也是认识上的难点。因为它必须经过认识主体自己的思考作用，对感性材料进行改造制作的功夫才能产生并完成。所以这是思维最积极、最活跃的时刻，因而也是最困难的时刻；完成了飞跃，也就使思维得到了锻炼，从而发展了认识能力即思考能力。教学过程是在教师主导下，学生获得知识和学会运用知识的过程，在这个过程中发展学生的思考能力，尝试指导正是达到既学会知识又发展能力的一种教学方法。

青浦三年的实验研究证实了这一点。采用尝试指导和效果回授的实验班，历次学期考试成绩，无论合格率和优秀率，均高于对照班；而且，考试内容的灵活性越大，差距也越大。关于阅读能力和思维能力的测验成绩，实验组与对照组的差异也比较显著。他们分析，可能是实验组的学生对于尝试的兴趣越来越浓厚，获得和运用数学知识的能力有所发展。他们曾做过这样一个实验；一个班用尝试指导与效果回授，一个班只用效果回授，对照班则用传统教法，统计结果如下表：

班 级	实验因子	学习成绩 (第一学年末)	能力测验成绩 (第一学年末)		后续学习成绩 (第二学年末)	
			思维	阅读	代数	几何
甲 班	尝试指导 效果回授	85.53	58.72	67.31	84.03	87.71
乙 班	效果回授	94.98	42.00	52.31	81.64	79.19
对 照 班	——	68.48	43.45	45.21	58.19	58.55

从表中容易看出，效果回授对提高成绩最为有效，而发展能力则主要在尝试指导。

实验结果还表明，优等生成绩稳定，中差生特别是差等生成绩提高，分化缩小了；这种方法，不仅条件好的学校能够做到，就是农村学校也是做得到的，而且能在不加重学生负担的前提下按计划完成教学任务。于是，从1984年秋季起，他们把“尝试指导”订入教学常规在全县推广。

通过在更大的范围的教学实践，他们把尝试指导进一步提炼成“活动原理”：

教师应当指导学生通过尝试、探究和交往等自主学习活动，把教学改革的基点放在使全体学生都能独立思考上，从而改变以往那种封闭的、割裂的、被动听受的旧教学模式，使接受式教学与活动式教学相互补充，使学得与学得相结合，达到“学而时习之，不亦说乎”的境界。

他们还总结出加强学生自主活动的一些措施：

1. 引导学生边听边想边尝试，启发他们发现问题、提出问题、分析问题和解决问题。

2. 选择部分教材让学生自学，教师质疑。

3. 用“引而不发”、“开而弗达”的方法诱导学生用探究数学结论。

4. 例题教学适当运用变式，讲究不断设置障碍，逐步增加创造性因素，以达到闻一知十，举一反三。

5. 阅读课外书籍，开展各种数学小组活动，等等。

他们还指出，尝试的内容和提出的问题，应当是关键性的、明确的，而且应当与学生的认识水平相符合，能够引起学生的积极思考，并能够得出结果，过易和过难都会达不到尝试的目的。即要摘的果子目标明确，而且“跳一跳、够得着”。再一点是必须给学生以充分思考的时间；对于思考“误入歧途”的要给以适时指引。

1982年，中国教育学会数学教学研究会成立大会学术讨论中，关于教学问题，认为首先要正确处理教与学的关系：“教学是教与学的统一。学生是学习的主体，是内因；而学生的学习，又是在教师的组织、引导启发下进行的；而教师则按照国家有关的政策法规、教科书和教学规律，在教学过程中充分发挥主导作用。因此，如何摆正教与学、主导和主体的关系，使教与学统一起来，是搞好教学的关键。”并提出“要研究怎样通过教学，激发学生学习的自觉性和积极性；研究在教学过程中怎样引导学生主动去观察、思考、探索，力求通过自己的努力来获得知识；研究怎样培养学生的独立工作能力，以达到教学的最终目的，不仅使学生学会知识；而且使学生学会学习。总之，就是研究怎样充分发挥教师的主导作用，使学生真正成为学习的主体，能够主动地、生动活泼地进行学习。”（《中学数学教育论文选编》，人民教育出版社，1983年第1版，第14页）

各地教师在正确处理教与学的关系方面创造了不少好经验，青浦实验小组在这方面总结出比较系统的原理和方法，就是其中突出的一个典型。

在教学中确立教师的主导作用，学生是学习的主体，教师要引导学生主动地去观察、思考、探索来获得知识，使学生学会学习，是新技术革命形势的需要，是社会主义现代化建设的需要，是现代教学论的核心，是评价教师教学的主要标准。

在新技术革命形势下，知识增长的速度加快了，这就要求培养学生独立获取知识的能力；现在发达国家生产力的增长中，60%~70%来自科学技术，这就要求培养学生发明创造的能力。80年代，世界各国掀起了教育改革的新高潮。目标是什么？我以为可以这样说，就是如何培养出有创造力的人。未来学家呼吁教育“是给孩子们来点‘TLC’的时候了。……它们是新的基础课，新的信息社会的三个要求——思考、学习、创造（think, learn, create）。”（〔美〕J.奈斯比特和P.阿布尔丹：《展望90年代——西方企业和社会新

动向》，方宝定等译，国际文化出版公司，1987年第1版，第146页）我们要搞社会主义现代化建设，“科技是关键，教育是基础”。最近中央又指出“科学技术是第一生产力”这一真理，并正在变成全国人民的共识。这就要求我们培养的所有人才，不仅“都应该有理想、有道德、有文化、有纪律，热爱社会主义祖国和社会主义事业，具有为国家富强和人民富裕而艰苦奋斗的献身精神，”而且“都应该不断追求新知，具有实事求是、独立思考、勇于创造的科学精神。”（《中共中央关于教育体制改革的决定》，见《教育体制改革文献选编》，教育科学出版社，1985年第1版，第2页）在数学教学中大力宣传并努力实践“活动原理”，改变只把数学的结果——概念、法则、定理、公式等教给学生，改变“题海战术”的做法，正是为了培养这种学习的能力、思考和创造的能力，以及科学精神。

4. 循序渐进 形成知识系统结构

科学知识都具有一定的系统结构，数学知识尤其明显。只要一接触数学，就会强烈地感受到数学有着不可违背的顺序系统与结构。减法必须以加法为前提，乘法必须以加法为基础，除法必须在加、减、乘之后；从数来说，其运算也必须从个位数至多位数，从整数而有理数，从而形成有理数四则运算的系统结构。

由于我们的教学是分割成一课课来进行的，而且有时一课之后，还可能隔上几天，因而教学中很容易把本来是有系统结构的知识变成零星孤立的知识。这样，使知识难以理解、掌握，也难以巩固。因此，对于系统性极强的数学学科的教学，要特别强调循序渐进，并形成知识系统结构。青浦教改实验小组在他们的教改实践中提炼出来的四条教学原理之一，就是序进原理。

教师应努力让学生掌握知识的系统结构，而不是零星的知识。……在数学教学方法改革实践中，我们十分讲究课堂教学的层次、结构和张弛节奏，尽量使新知识与学生认知结构中已有的适当知识、经验建立合理的实质的联系；尽量使课与课之间建立精当的序列关系，这主要表现在知识的连贯，迁移关系，易错易混问题的有计划复现、预防和纠正以及螺旋式的巩固提高。

这里，既讲了序进原理所要达到的教学目标，也讲了达到教学目标的教学方法。下面，对教学方法作点简述。

这里提到的教学方法有三：1. 讲究课堂教学的层次，其中重要一点是尽量使新知识与学生已有的适当知识、经验建立合理的实质的联系；2. 尽量使课与课之间建立精当的序列关系；3. 复习巩固、螺旋提高，形成知识系统结构。前两点主要是讲平日学习新知识的教学，后一点是讲单元、阶段的复习。因此，我们将分为新知识的教学和复习的教学两部分来论述。为了方便，对知识的系统结构再作些说明。

一门学科的知识结构，一般是指该学科知识的逻辑演绎体系。欧几里得的《几何原本》，就是人类最早完成的这种知识结构，以后，它就成为构建一门学科知识体系的标准，而且以能否构建出一个知识的逻辑演绎体系来衡量能否称为一门科学的标准。

但是，这种逻辑结构的知识体系，对初次接触这门学科的人来说，由于缺乏感性知识的支持而难以理解；对于小学、初中学生来说，更由于思维水平的限制，更难于接受。因此，作为小学、初中的数学，必须经过教学法上的加工，成为这门学科的教学体系，即教材。这首先是作符合学生认识水平的处理，即由简单到复杂，从具体到抽象，并逐步过渡到逻辑结构体系。这

个过程，一般要持续到高中以至大学的基础课阶段。其次，作为基础教育，它不仅要为进一步学习打基础，还要教会学生运用所学知识解决日常生活和工作中的实际问题，因此，教材中还要配置一些例题和习题，特别是经过加工的实际问题，以巩固知识、训练技能和发展能力，包括解决实际问题的能力。我们所说的系统结构，主要是指经过上述加工的知识系统结构，同时，尽可能让学生掌握知识的逻辑结构。

那么教学时是否就可以按教材顺序“照本宣科”了呢？我们前面已经指出过由于课程的分割安排（这是各学科知识间的大系统结构和脑体的生理调剂所必需的）会造成知识的孤立和遗忘，更由于班级教学与学生差异的矛盾，因此教学必须把教材与班级学生的实际结合起来，精心备课，精心设计，才能使形成知识的系统结构。现在，我们就从新知识教学和复习两部分来论述。

一、新知识教学

一般有准备、学习、小结和应用四段，每段都有其特殊作用与要求。

1. 准备

学习新知识必须以学生已有的知识和经验为基础。因此，根据学生实际提出一些实际问题，不仅是为了创设“问题情境”，而且是为了形成学习新知识的必需的感性知识基础。再是为每一个学生准备好学习新知识所必需的旧知识和技能，使“他们都不会发生由于学过的知识和技能存在缺陷而造成学习新知识的困难。”这是使循序渐进“真正落实到每一个学生身上”的必要条件之一，也是建立课与课之间序列关系的第一步。以上准备工作，有的要在课内来做，有的特别是准备旧知识和技能因人而异，大多要在课前解决。

2. 学习

学习新知识，这时要随时注意与旧知识建立联系，其目的是为了使学生知道新知识的来龙以理解新知识，建立起良好的认知结构，而不是为联系而联系。

联系方式有以旧引新，新旧对比，在新知识的推导、运算过程中用到旧知识等等。这里有一点需要指出的是要根据学习迁移的原理，区别新旧知识间认知结构的不同状况，如分式与分数相类似、正负数运算与正数运算差异大、系数与指数易混淆等，针对学生具体状况，确定教学措施。这是备课中要着重研究的问题。

3. 小结

应在整理新知识为主，恰当指出与旧知识的联系与区别以建立起新的认识结构。

4. 应用

这里指的是在基本理解了新知识之后的例习题教学。这时，要区分例习题的不同作用，如加深理解知识，或训练技能或应用知识解决问题，处理好知识间的联系。应用知识解决问题的例习题，要根据学生水平因材施教，给出不同的综合运用知识的题目。

二、复习

其目的在于巩固知识和把知识系统化，形成系统结构的知识更利于巩固和应用。复习有经常性有阶段性之分。前者已大致在前一部分中有所说明，这里主要讲述在阶段性复习中形成知识系统结构。

阶段性复习可分单元、期中、期末和毕业复习，不过在知识系统化方面，