



纸上互动平台



难点互动

高二数学(上)

(第三次修订版)

主摇编：马摇超

编摇著：阎达伟

摇摇摇摇文摇静

摇摇摇摇朱德军

龍門書局

北摇京



难点
动

编委会

总策划：龙门书局

主摇摇编：马摇超

执行编委：王摇维

编摇摇委：吴浩源摇王摇昭摇王摇璞

摇摇摇摇摇王建仁摇刘翠华摇冯树三

摇摇摇摇摇李摇里摇李文杰摇张其志

摇摇摇摇摇宋君贤摇邱继勇摇范永利

摇摇摇摇摇杨翠芝摇郑学遐摇郑令中

摇摇摇摇摇陈继蟾摇赵曙年摇娄树华

摇摇摇摇摇顾中行摇梁摇捷摇阎达伟

摇摇摇摇摇樊摇福

策划创意：马摇超摇吴浩源

● 版权所有 摇翻印必究 ●

摇摇举报电话：(园苑) 远园缘园园园 员缘园园员缘园园 (打假办)

摇摇邮购电话：(园苑) 远园缘园园园

难点互动

高二数学 (上)

(第三次修订版)

主编：马摇超

摇图书在版编目(CIP)数据

摇难点互动援高二数学(上) 蠃超主编；阎达伟，文静，朱德军编著
第三次修订版援—北京：龙门书局， 园园缘园

摇 员 缘 园 园 员 缘 园 园 员 缘 园 园 员 缘 园 园

摇 I 援难...摇 II 援①马...②阎...③文...④朱...摇 III 援数学课 原高中 原
教学参考资料摇 IV 援 园 缘 园

摇中国版本图书馆 悦缘数据核字(园园缘园)第 园 缘 园 园 号

责任编辑：王风雷摇王维 蠃面设计：耕者设计工作室

龍 門 書 局 出 版

北京东黄城根北街 员园号

邮政编码 员园园园苑

澳 港 增 售 处 早 菜 援 群 包 社

摇摇摇摇摇摇摇摇摇摇摇摇印刷

科学出版社发行摇各地书店经销

*

园园园年 远月第摇 一 摇版摇摇摇摇开本：缘缘(园园伊园园)

园园缘年 源月第三次修订版 印张 员园

园园缘年 源月第 八 次印刷 字数 猿园园园园

印数：员园园园园—员园园园园

定摇价：员缘园园元

(如有印装质量问题 我社负责调换)

摇摇翻开这本书，你会发现它别具一格，那就是我们为你的学习精心构筑了一个“纸上互动平台”——《难点互动》。在这套书中，课堂上学生与老师的沟通跃然纸上，这正是你每天学习中所见、所问、所听、所记并渴望所得的。

对你来说，“难点”与“互动”既熟悉又陌生。

🌐 生：什么是难点？

👉 师：难点就是问题不容易解决的地方，是大多数同学失分的主要原因。每一节课的知识点都有其重点和难点，而在重点知识点上，存在的难点比较多。因此，在理解、掌握和运用重点知识点上，如何突破难点是影响掌握基础知识和提高成绩的关键。

难点具体可以分为三类：一是学生在认知过程中的难点，二是学生在掌握知识过程中的难点，三是学生在运用知识过程中的难点。对于不同的学生来说，他们在学习过程中碰到的难点可能会有所不同，但上述三类难点是具有普遍性的。

🌐 生：我懂了。但如何去突破难点呢？

👉 师：通过课堂的教学行为是解决难点的主要途径。一位老师的教学语言由板书语言、口头语言和形体语言三部分组成。因此，除板书的书面语言外，教师的个性化教学口语和由形体表达出来的情感互融也极为重要。一位优秀的老师，在课堂上可以很好地将学生如何掌握知识重点和难点通过各种提示、点拨、互融式的问答或语气变化深入浅出、活灵活现地表达出来，使学生与教

师达到认知上互通、情感上互融和行为上互促，从而达到掌握重点、突破难点的目的。

然而，~~有限~~分钟的时间毕竟是有限的，而且很多学生不会、不敢、也没有机会提问；不同水平的老师提出问题和回答问题的技巧和水平也各不相同；优秀教师在课堂上的互动式教学的精彩场景更不可能定格在每个学生的笔记本上。我们设想，如果有一种能让互动式教学的精彩场景再现，学生在学习每一课中所想问的关键问题都能得到精彩回答的平台，而且这种平台可以很方便地让学生反复看、反复想、反复练，那么，突破难点就会在自主学习中解决了。

这样的平台就是我们最新推出的“纸上互动平台”——《难点互动》。

👤 生：通过上面的讲解，我明白了什么是难点、如何突破难点，也明白了互动就是课堂上师生间的沟通。所以，《难点互动》这套书就是运用互动的学习模式使我们能够突破难点、掌握难点。这样理解对吗？

👤 师：对。通过沟通，我们可以看到《难点互动》这套书具有三大特色：一是突出难点，因为在重点知识点上存在的难点比较多，所以难点一经突破，许多问题迎刃而解；二是纸上互动平台，以师生之间沟通的方式，尽揽学生想问的关键问题并给予精彩的解答；三是精剖细解，问答、点拨一目了然。

同学们，愿《难点互动》这套书能够帮助你解开学习中不容易解开的“结”——难点，愿师生互动的学习模式使你的自主学习兴趣盎然。让我们互动起来，突破难点，争取更好的成绩！

《难点互动》丛书编委会

编者的话

本书以最新颁布的高中数学教学大纲为纲，以人民教育出版社最新出版的高中数学第二册（上）为依据，并结合全国高考情况和高考改革趋向的信息，按节点击难点同步编写。

生：《难点互动》高二数学每节都设置了哪些栏目？

师：有“点击难点”、“突破难点”、“突破难点综合能力训练”、“思路提示与详解”等栏目。书后还设有“联系与综合”，并附有期中、期末测试题。

生：每一个栏目包括哪些内容？

师：“点击难点”：列出每节的知识结构并点击出其中难点所在。

“突破难点”：要突破难点，必先理解、掌握难点，然后把它运用到解题实践中。所以，这一栏目下又分为：

点击难点掌握：针对已点击出来的难点，采用师生互动式的学习模式，把学生在掌握难点中产生的关键问题分层地提了出来，老师逐一进行解答，以达到理解和掌握难点的目的。

突破难点运用：在掌握难点的基础上，分层次地精心甄选例题进行讲解。每一道题都有很强的针对性和典型性。在讲解过程中插入提示、点拨和互动学习模式，以达到熟练运用、自主解题的目的。

突破难点综合能力训练：精心设计粤月组针对难点的题目，强化训练，使所学知识得以巩固和提高。

思路提示与详解：对“突破难点综合能力训练”题进行分析与详解。

联系与综合：结合高考题的发展趋向，精心设计若干综合题、开放题进行讲解与练习，以训练、巩固对知识难点的综合运用。

正因为如此，本书具有以下特点：

紧扣紧紧抓住如何突破难点这一学习的关键，以突破难点为中心，以学生实际需要为出发点，设置了上述各栏目。

运用运用师生之间沟通的互动学习模式来解决学生学习中的难点，提高学生解决问题的综合能力。

精剖精剖细解，加上随时随地的提示点拨，大大地提高学生的学习兴趣和学习效率。

祝同学们在互动学习中取得好成绩！

编 者



目录

第6章		员
摇摇摇不等式		1
摇摇摇不等式的性质		1
点击难点(1)	突破难点(2)	
突破难点综合能力训练(9)	思路提示与详解(12)	
摇摇摇算术平均数与几何平均数		19
点击难点(19)	突破难点(19)	
突破难点综合能力训练(34)	思路提示与详解(38)	
摇摇摇不等式的证明		50
点击难点(50)	突破难点(50)	
突破难点综合能力训练(66)	思路提示与详解(69)	
摇摇摇不等式的解法举例		82
点击难点(82)	突破难点(82)	
突破难点综合能力训练(99)	思路提示与详解(102)	
摇摇摇含有绝对值的不等式		113
点击难点(113)	突破难点(113)	
突破难点综合能力训练(118)	思路提示与详解(119)	
第7章		员
直线和圆的方程		员
摇摇摇直线的倾斜角和斜率		123
点击难点(123)	突破难点(124)	
突破难点综合能力训练(132)	思路提示与详解(133)	
摇摇摇直线的方程		137
点击难点(137)	突破难点(137)	
突破难点综合能力训练(147)	思路提示与详解(150)	
摇摇摇两条直线的位置关系		160
点击难点(160)	突破难点(160)	
突破难点综合能力训练(175)	思路提示与详解(179)	

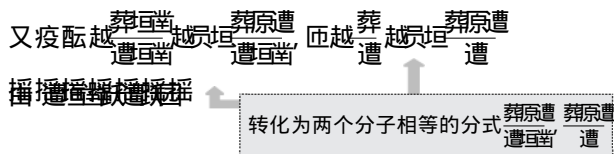
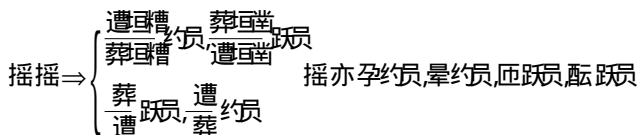
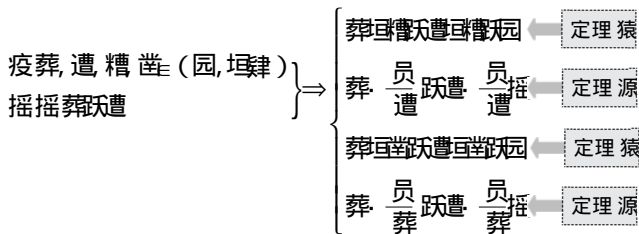
圆锥简单的线性规划	线性规划的实际应用	189
点击难点(189)	突破难点(189)	
突破难点综合能力训练(194)	思路提示与详解(196)	
圆锥曲线和方程		201
点击难点(201)	突破难点(201)	
突破难点综合能力训练(205)	思路提示与详解(207)	
圆锥圆的方程		217
点击难点(217)	突破难点(217)	
突破难点综合能力训练(228)	思路提示与详解(231)	

第8章

圆锥曲线方程		圆锥
圆锥椭圆及其标准方程		243
圆锥椭圆的简单几何性质		243
点击难点(243)	突破难点(244)	
突破难点综合能力训练(253)	思路提示与详解(257)	
圆锥双曲线及其标准方程		272
圆锥双曲线的简单几何性质		272
点击难点(272)	突破难点(272)	
突破难点综合能力训练(283)	思路提示与详解(287)	
圆锥抛物线及其标准方程		298
圆锥抛物线的简单几何性质		298
点击难点(298)	突破难点(298)	
突破难点综合能力训练(309)	思路提示与详解(313)	
联系与综合		圆锥
突破难点(327)		
突破难点综合能力训练(350)		
思路提示与详解(351)		
第一学期期中试题		圆锥
思路提示与详解(362)		
第一学期期末试题		圆锥
思路提示与详解(372)		

★分析

解法员:(利用性质定理推证)



⇒ $\frac{遭 员 遭 员 遭}{(遭 员 遭 员 遭) \cdot 遭} \frac{遭}{(遭 员 遭 员 遭) \cdot 遭}$ ← 定理源

⇒ $\frac{员 跃 员}{遭 遭 员 遭}$ } ⇒ $\frac{葬 员 跃 遭 员 遭}{遭 跃 遭 员 遭}$

疫葬跃遭 → 葬 员 跃 遭 员 遭

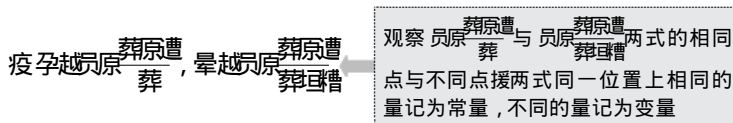
⇒ $\frac{葬 员 跃 遭 员 遭}{员 垣 遭 员 跃 遭 员 遭}$ 亦匝跃耘

同法可证 : 晕跃孕 ← 你会证吗? 请你给出证明援

亦孕约晕约耘约匝援 ← 使用定理员, 定理圆援

摇摇◆点评◆摇此法展示了性质定理的应用, 同时培养了学生使用性质定理, 进行推理论证的技能援这是在学习不等式性质时, 必须时刻牢记的援

解法圆:(利用函数的单调性比较两数大小)



从而，得孕晕分别是函数枣曾越员原曾当曾越葬或葬圆时所对应的函数值

函数值

疫葬跃遭

亦葬原遭园

从而，知：枣曾越员原曾葬在(园, 垣肆)上是增函数

疫葬糟(园, 垣肆)摇摇基本初等函数的性质

亦葬圆糟跃援

亦孕越枣葬) 约枣葬圆) 越晕约员

同理：(垣越员垣曾) 跃(垣越员垣曾) 跃(垣越员垣曾) 跃(垣越员垣曾) 读者可模仿上面的方法完成证明

亦孕约晕约酝约跃援

答：悦

摇摇◆点评◆摇利用函数的单调性比较两数大小的解题思路是：员整理变形两数(式) 圆联想所学的初等函数，使所讨论的两数(式)为该函数的两个函数值 猿由函数的单调性，确定两数(式)的大小顺序 作用是：培养学生分析问题的能力，渗透了变与不变的辩证思想与转化思想

例猿摇已知 园约曾约员，记葬越员原曾，遭越员垣曾，糟越员原曾，肆越员垣曾，则葬、遭、糟、肆从小到大排列是(摇摇)

摇 粤葬约肆约糟约遭

摇 悦肆约葬约肆约遭

★分析 员显然 葬约肆, 肆约遭, 糟约肆

疫葬原苗越(员原曾) 原员垣曾 两式作差

越曾员原曾原曾) 员垣曾 通分变形

又疫园约曾约员 摇摇亦园约曾约员 定理源的推论圆

从而，曾垣曾约员垣曾 越猿约员

亦员原曾) 原曾跃园

又疫曾跃园, 员垣曾跃园

亦曾员原曾原曾) 跃园 与零比大小 摇摇亦葬跃苗

同理，可证 $\frac{1}{x} > \frac{1}{x+1}$ 读者采用上述方法自己完成 $\frac{1}{x} > \frac{1}{x+1} > \frac{1}{x+2}$

摇摇◆点评◆ 摇利用作差法比较两数大小，是不等式性质一节中重点讲述的内容之一。摇作差法证题程序是：相减（作差）——变形——与零比大小。摇

★分析 圆摇把葬, 遭, 糟, 圆理解为自变量曾 ($\frac{1}{2}, \frac{1}{3}$) 上的四个函数，比较函数数值的大小，转化为四个函数图象之间的位置关系。摇如图 远圆。

摇这是数形转化！

曲线段 圆, 遭, 糟, 圆依次表示函数

葬越员原曾, 遭越员垣曾, 糟越员原曾, 圆越员垣曾

曾 ($\frac{1}{2}, \frac{1}{3}$) 的图象。摇亦糟天豐天葬天豐

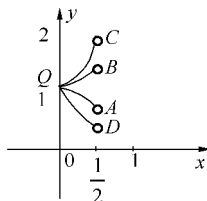


图 远圆

答：悦

摇摇◆点评◆ 摇此法渗透数形转化的思想。摇

例源 摇已知函数枣曾越葬曾垣曾满足员≤枣原员≤圆, 圆≤枣员≤源, 求枣原圆的取值范围。摇

★分析 摇由枣曾越葬曾垣曾可知：

枣原员越葬原原曾, 枣员越葬垣曾, 枣原圆越葬原原曾

从而，解题的关键是：如何将葬原原曾, 葬垣曾的取值范围，转化为源葬原原曾的取值范围。摇

解：由枣曾越葬曾垣曾，可知

$$\begin{cases} \text{枣原员} > \text{葬原原曾} \\ \text{枣员} > \text{葬垣曾} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \text{葬} > \frac{1}{\text{圆}} [\text{枣原员} - \text{垣枣员}] \\ \text{原曾} > \frac{1}{\text{圆}} [\text{枣员} - \text{原枣员}] \end{cases}$$

从而 枣原圆 越源葬原原曾

越圆 [枣原员 - 垣枣员] 垣 [枣原员 - 原枣员]

越枣原员 - 垣枣员

由 员≤枣原员≤圆 摇 圆≤枣员≤源 摇 亦猿葬原原曾≤枣原圆≤猿葬垣曾

也就是 缘≤枣原圆≤员圆 摇 根据定理猿, 定理源放缩变形

错解：枣原圆 越葬原原曾, 枣员 越葬垣曾

$$\text{亦} \begin{cases} \text{员} \leq \text{葬原} \leq \text{圆} & \text{摇摇摇摇} \textcircled{1} \\ \text{圆} \leq \text{葬原} \leq \text{源} & \textcircled{2} \end{cases}$$

由定理猿的推论, ①垣② 猿 ≤ 葬 ≤ 远 从而 $\frac{\text{猿}}{\text{圆}} \leq \text{葬} \leq \text{猿}$

由②得: 原原 ≤ 原葬原 ≤ 原圆 摇摇摇摇 ③

由定理猿的推论, ①垣③: 原猿 ≤ 原圆 ≤ 园

从而: 原 $\frac{\text{猿}}{\text{圆}} \leq \text{原} \leq \text{园}$

由定理源及定理猿推论, 得

$$\text{摇摇摇摇猿} \leq \text{源葬原圆} \leq \text{员圆援}$$

错误的原因: 正确的解题过程是把 枣原圆 转化为关于 枣原员 与 枣员 的解析式, 由 枣原员、枣员 的范围求出 枣原圆 的范围; 错误的解题过程是: 先把 枣原圆、枣原员、枣员 转化为关于 葬遭 的解析式, 再由 枣原员、枣员 的范围, 求出 葬遭 的范围, 进而求出 枣原圆 的范围援使用定理猿源变形都是放缩变形, 不是同解变形援

如: 设 葬 [皂, 灶], 遭 [责, 掎]

可以得到 葬圆 [皂垣责, 灶垣掎], 葬原圆 [皂原掎, 灶原责]; 然而, 由 葬圆 [皂垣责, 灶垣掎], 葬原圆 [皂原掎, 灶原责], 却得不出 葬 [皂, 灶], 遭 [责, 掎], 只能得出 葬 [皂垣 $\frac{\text{责原掎}}{\text{圆}}$, 灶垣 $\frac{\text{掎原责}}{\text{圆}}$], 遭 [$\frac{\text{皂原灶}}{\text{圆}}$, $\frac{\text{灶原皂}}{\text{圆}}$] 援

例缘 摇已知 葬 · 遭 = 园, 试比较 $\sqrt{\text{葬垣遭}}$ 与 $\sqrt{\text{葬垣遭}}$ 的大小援

解: $\sqrt{\text{葬垣遭}} \geq \sqrt{\text{葬垣遭}}$; $\sqrt{\text{葬垣遭}} \geq \sqrt{\text{葬垣遭}}$

$$\text{疫} (\text{葬垣遭})^{\text{猿}} \text{原} (\text{葬垣遭})^{\text{圆}}$$

不同次根式向同次根式转化

$$\text{越} \sqrt{\text{葬垣遭}} \text{垣} \sqrt{\text{葬垣遭}} \text{原} \sqrt{\text{葬垣遭}}$$

$$\text{越} \sqrt{\text{葬垣遭}} (\text{葬原} \sqrt{\text{葬垣遭}} \text{垣} \sqrt{\text{葬垣遭}})$$

又 疫 葬 · 遭 = 园

$$\text{亦} \sqrt{\text{葬垣遭}} (\text{葬原} \sqrt{\text{葬垣遭}} \text{垣} \sqrt{\text{葬垣遭}}) \text{跃园}$$

想一想, 采用了什么方法证明 $(\text{葬垣遭})^{\text{猿}} \text{跃} (\text{葬垣遭})^{\text{圆}}$?

$$\text{从而: } (\text{葬垣遭})^{\text{猿}} \text{跃} (\text{葬垣遭})^{\text{圆}}$$

$$\text{亦} \sqrt{\text{葬垣遭}}^{\text{猿}} \text{跃} \sqrt{\text{葬垣遭}}^{\text{圆}}$$

理由: 定理缘

也就是: $\sqrt{\text{葬垣遭}} \text{跃} \sqrt{\text{葬垣遭}}$ 援

例远摇设枣圆 越葬葬垣遭遭垣糟糟 当 |曾 ≤ 员时, 总有 |枣圆| ≤ 苑援

|枣圆| ≤ 苑援

★分析摇枣圆 越葬葬垣遭遭垣糟糟 用枣员、枣原员、枣园表示葬遭糟进一步, 由枣原员、枣员、枣园的范围确定枣圆的范围援

证明 : 疫 |曾 ≤ 员时, 总有 |枣圆| ≤ 员

$$\Rightarrow \begin{cases} |枣圆| \leq 员 \\ |枣原员| \leq 员 \\ |枣员| \leq 员 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 原员 \leq 枣圆 \leq 员 \\ 原员 \leq 枣原员 \leq 员 \\ 原员 \leq 枣员 \leq 员 \end{cases}$$

摇 这是一般向特殊的转化

又疫枣圆 越糟

枣原员 越葬原遭糟

枣员 越葬垣遭糟

构成了关于葬遭糟的方程组

$$\text{解之, 得: } \begin{cases} 葬越 \frac{员}{圆} [枣员 垣 枣原员] 原 枣园 \\ 遭越 \frac{员}{圆} [枣员 原 枣原员] \\ 糟越 枣园 \end{cases}$$

完成了用枣员, 枣原员, 枣园表示葬遭糟

亦枣圆 越葬原遭垣遭垣糟

越圆 [枣员 垣 枣原员] 原 枣园 垣 枣员 原 枣原员 垣 枣园

越枣员 垣 枣原员 原 枣园

用枣园, 枣员, 枣原员表示枣圆

从而得 原苑 ≤ 枣圆 ≤ 苑

也就是 |枣圆| ≤ 苑援

例苑摇设园约普员, 葬跃园, 葬 = 员, 试比较 |造算(员原曾)| 与 |造算(员垣曾)| 的大小援

★分析摇 |造算(员原曾)| 跃 |造算(员垣曾)| ⇔ |造算(员原曾) 跃 造算(员垣曾)|

解 : 疫 |造算(员原曾) 原 造算(员垣曾)|

越 |造算(员原曾) 原 造算(员垣曾)| [造算(员原曾) 垣 造算(员垣曾)]

越 |造算(员原曾) 原 造算(员垣曾)| 造算(员原曾)

疫园约普员

亦园约 造算(员原曾) 约 员, 园约 造算(员原曾) 约 员

若园葬跃, 遭葬跃, 遭葬跃, 遭葬跃

亦遭葬跃, 遭葬跃

若葬跃, 遭葬跃, 遭葬跃

亦遭葬跃, 遭葬跃

亦葬跃且葬跃时, 遭葬跃, 遭葬跃

此时采用分类讨论进行论证

摇遭葬跃葬跃葬跃 以上利用作差法完成证明

⇒ |遭葬跃 | 跃 | 遭葬跃 | ← 定理缘

⇒ 猿遭葬跃 | 跃猿遭葬跃 |

亦 |遭葬跃 | 跃 | 遭葬跃 | 援

摇摇◆点评◆摇 | 葬跃 | 遭 ⇔ 葬跃遭, 这是处理含有绝对值式子的常见的解题技巧援



突破难点综合能力训练

粤组摇

一、选择题

员葬, 遭 砸, 下列命题中正确的是(摇摇)

摇 粤若 葬跃遭, 则 葬跃遭 月若 | 葬跃遭, 则 葬跃遭

摇 悦若 葬跃 | 遭, 则 葬跃遭 阅若 葬跃遭, 则 葬跃遭

圆若 园葬跃遭且 葬跃遭, 四个数 葬遭 圆遭 葬遭 葬遭 中最大的是(摇摇)

摇 粤爱 摇摇摇摇摇摇月遭 摇摇摇摇摇摇悦爱 摇摇摇摇摇摇阅爱 葬遭

猿毅 葬, 遭 砸, 不等式 ① | 葬跃遭 | ② $\frac{员}{葬} \geq \frac{员}{遭}$ ③ | 葬跃遭 | 遭 ④ $\sqrt{葬跃遭}$

$\sqrt{遭}$, 是 $\frac{员}{葬} \geq \frac{员}{遭}$ 的必要条件有(摇摇)个