

魔法数学同步学与练·七年级下
(华师课标版)

吴承坚 主编

长征出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

魔法数学同步学与练 . 七年级: 华师课标版/ 吴承坚主编 . —北京: 长征出版社, 2004

ISBN 7-80015-994-9

. 魔... . 吴... . 数学课—初中—教学参考资料 . G634. 603

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2004) 第 036420 号

魔法数学同步学与练 七年级下
(华师课标版)

主创设计/ 魔法教育发展研究中心

电 话/ 010 - 80602977

网 址/ [http: www. magic365. com](http://www.magic365.com)

出 版 / 长征出版社

(北京市西城区阜外大街 34 号 邮编: 100832)

行销企划 / 北京九恒世纪文化有限公司

(服务热线: 010 - 80602977)

经 销 / 全国新华书店

印 刷 /

开 本 / 787 × 1092 1/16

字 数 / 7600 千字

印 张 / 238 印张

版 次 / 2004 年 6 月第 1 版

印 次 / 2004 年 6 月第 1 次印刷

书 号 / ISBN 7-80015-994-9 G · 302

全套定价 / 288.00 元

版权所有 · 侵权必究



Magic



目 录

第六章 一元一次方程	1
课时 1 从实际问题到方程	1
课时 2 解一元一次方程(一)	4
课时 3 解一元一次方程(二)	7
课时 4 解一元一次方程(三)	10
课时 5 实践与探索(一)	14
课时 6 实践与探索(二)	16
第六章 单元检测	20
第七章 二元一次方程组	22
课时 1 二元一次方程组和它的解	22
课时 2 二元一次方程组的解法(一)	25
课时 3 二元一次方程组的解法(二)	27
课时 4 二元一次方程组的解法(三)	30
课时 5 实践与探索(一)	32
课时 6 实践与探索(二)	35
第七章 单元检测	38
第八章 多边形	40
课时 1 瓷砖的铺设	40
课时 2 三角形(一)	42
课时 3 三角形(二)	45
课时 4 多边形的内角和与外角和	48
课时 5 用正多边形拼地板	50
第八章 单元检测	53



Magic



第九章 轴对称	55
课时 1 生活中的轴对称	55
课时 2 轴对称的认识(一)	58
课时 3 轴对称的认识(二)	61
课时 4 等腰三角形(一)	64
课时 5 等腰三角形(二)	67
第九章 单元检测	71
第十章 统计的初步认识	73
课时 1 统计的意义	73
课时 2 平均数、中位数和众数	75
课时 3 平均数、中位数和众数的使用	78
课时 4 机会的均等与不等	80
第十章 单元检测	83
期中检测	85
期末检测	88
参考答案	91



Magic



第六章 一元一次方程.....

第六章



一元一次方程



课时 1 从实际问题到方程



本节必学

1	让学生初步认识方程与现实生活的关系,感受数学的价值.
2	引导学生比较算术解法和方程解法的区别,体会方程直接、明了的解题优点.
3	通过本节的学习,激发学生的学习兴趣,增加数学学习的积极性.



预习导引

问题:代数学鼻祖丢番图的墓碑文用一种未知的方法写出了他已知的一生:过路人,这儿埋着丢番图的骨灰,下面的数目可以告诉你,他一生究竟有多少?

他的生命的六分之一是幸福的童年,再活了十二分之一,进入青年时代;丢番图结婚了,可是还不曾有孩子,这样又度过了一生的七分之一,再过了五年,他得了头胎儿子,可是命运给这个孩子在世界上的生命,只有他父亲的一半,儿子死后,丢番图在深深地悲痛中活了四年,也结束了尘世的生涯.

聪明的同学:你知道丢番图一生生活了多少年吗?

好好动脑筋
喔!

点拨:如果用小学的算术解法是比较烦琐的,我们可以用方程的解法去解决这个问题.

解答:设丢番图一生共活了 x 岁,由题意可得

$$\frac{1}{6}x + \frac{1}{12}x + \frac{1}{7}x + 5 + \frac{1}{2}x + 4 = x.$$



解决这个问题是用算术方法简单还是用方程解法简单呢?
好好体会!



知能互动

一、什么是方程

方程是指含有未知数的等式.



(1)什么是等式? $2+3$ 是等式吗?

等式的最主要特征是什么?

(2)未知数一般用什么来表示?方程中的未知数是不是只能有一个?

考考你:下面哪些表达式是方程?

- (1) $2+3=5$; (2) $x-1=2$; (3) $x+y>6$;
(4) $x^2+2=4$; (5) $|x|-4=y$; (6) $a+2x=6$.

二、方程的解

- 1.使方程左右两边相等的未知数的值是方程的解.
- 2.怎样检验一个数是方程的解?

首先要把这个数代入方程的左右两边,要注意是用所给的数替换未知数,其次分别计算左右两边的值,最后验证左右两边的值是否相等?如果相等就是方程的解,如果不等就不是方程的解.

考考你:验证 $-\frac{3}{2}$ 是不是方程

注意:这个过程
顺序不能弄错

$$\frac{5x+1}{8} = x-1 \text{ 的解?}$$

三、列方程

列方程就是根据所给的条件列出一个含有未知数的等式.

要点: 题目语言 ^{互译} 方程语言

说明:这种方法充分体现了化未知为已知的数学思想,对于我们今后在应用题中构建方程具有重要的作用,这也是我们常说的要具有方程思想.

考考你:你能把下列语言用方程语言来体现吗?

这种“互译”能力很重要,希望大家要好好体会.

- 1.甲数是乙数的3倍多1.
- 2.甲数与乙数相差2.



Magic



魔法数学(华东师大课标版) 同步学与练 七年级·下.....

3. 甲数与乙数的和的3倍比它们的积少2.
 4. 一数比它的 $\frac{3}{5}$ 多17.



名题探究

检验大括号后的数是否是方程的解.

$$2(y-2) - 9(1-y) = 3(4y-1), \quad -10, 10$$

命题意图:了解方程解的含义,会验证一个数是否是方程的解.

分析:验证一个数是否是方程的解,只须按照验证的步骤顺次进行即可.

解答:把 $y = -10$ 分别代入方程的左右两边,

$$\text{左边} = 2(-10-2) - 9[1-(-10)]$$

$$= -24 - 99 = -123,$$

$$\text{右边} = 3 \times [4 \times (-10) - 1] = 3 \times (-41) = -123,$$

左边 = 右边,

$y = -10$ 是方程的解;

把 $y = 10$ 分别代入方程的左右两边,

$$\text{左边} = 2(10-2) - 9(1-10) = 16 + 81 = 97,$$

$$\text{右边} = 3(4 \times 10 - 1) = 3 \times 39 = 117.$$

左边 \neq 右边,

$y = 10$ 不是方程的解.

思路探究:(1)检验一个数是不是方程的解的三个要点是:分别代入;左右计算;验证答案;(2)在代入时,一要把未知数换成所给的数,二要在遇到负数、分数等数时一定要带括号,三要逐个验证,防止漏解.

(3)能否得到这样一个结论:一个方程如果只含有一个未知数,那么它的解就只有一个.

做一做:验证 $-4, 3$ 是否是方程 $x^2 + x - 12 = 0$ 的解?

判断题

- (1) 方程中未知数的值就是方程的解; ()
 (2) 方程的解就是方程的根; ()
 (3) 方程的根也是方程的解. ()

命题意图:考查对方程的解与方程的根的正确理解.

分析:方程的解是指使方程左、右两边相等的未知数的值,这里方程中的未知数可以是一个也可以是多,而方程的根是指只有一个未知数的方程的解.

解答:(1) (2) \times (3)

思路探究:正确理解数学概念往往是解题的关键,它也是我们正确理解题意的前提.

根据下列条件列方程:

(1)某数加上15等于它的 $\frac{1}{3}$;

(2)小明父亲今年42岁,比小明年龄的4倍少10岁,小明今年是几岁?

命题意图:考查学生的“互译”能力及正确理解题意的能力.

分析:要设合理的未知数,把未知当成已知去构建方程.

解答:(1)设某数是 x , 则有: $x + 15 = \frac{1}{3}x$;

(2)设小明今年是 x 岁, 则有: $4x - 10 = 42$.

思路探究:(1)合理的设未知数,正确理解题意是构建方程的前提.

(2)把题目语言译成方程语言时,要按题目语言的顺序去构建,它往往分两种构建方式:一是整体构建,二是按顺序构建,这点在以后我们将逐步阐述.

(3)未知数的设法有时直接设,有间接受,这两种方法的选择必须由题目来确定.



下列这个问题怎么去设未知数呢?

四个数之和是55,把第一个数加1,第二个数减1,第三个数乘以2,第四个数除以3所得数相同,这四个数分别是多少?

一个批发与零售兼营的文具店规定:凡一次购买铅笔301支以上(包301支),可以按批发价付款,购买300支以下(包括300支),只能按零售价付款.现在初一学生吕新平到文具店买铅笔,如果给学校初一年级学生每人买一支,则只能按零售价付款,需用 $(m^2 - 1)$ 元 (m 是正整数,且 $m^2 - 1 > 100$);如果多买60支,则可以按批发价付款,同样需要用 $(m^2 - 1)$ 元.

(1)设这个学校初一年级共有 x 名学生,则 x 的取值范围是_____;

(2)铅笔的零售价每支为_____元,批发价每支为_____元(用含 x, m 的代数式表示);

(3)如果按批发价每购15支比按零售价每购15支



Magic



第六章 一元一次方程.....

少付款 1 元,试求这个学校初一年级共有多少名学生,并确定 m 的值.

命题意图:考查学生运用方程思想解决实际问题的能力.

分析:这是一道实际问题的探索题,仔细分析:

(1) 从每人买 1 支铅笔只能按零售价,说明 $x \leq 300$; 如果多买 60 支可按批发价,说明 $x > 240$,从这两个信息可知 $240 < x \leq 300$;

(2) 由(1)可知铅笔的零售价每支为 $\frac{m^2-1}{x}$ 元,批发价每支为 $\frac{m^2-1}{x+60}$ 元;

(3) 从按批发价每购 15 支比零售价每购 15 支少 1 元,且 x 为整数中可获解.

解答:(1) $240 < x \leq 300$ (2) $\frac{m^2-1}{x}, \frac{m^2-1}{x+60}$

(3) 共有 300 名学生, $m = 11$

思路探究:从本题可知,在实际问题的解决中,认真、仔细的分析题意是解题的前提,在思维受阻时,应反复读题,理出头绪,挖掘各种隐含的条件和等量关系,结合“特殊化”的理解方式,从而做出正确的判断,以建立方程求解.



达标训练

基础知识

1. 判断题

- (1) 方程是等式; ()
- (2) 等式是方程; ()
- (3) $x=3$ 是方程, $x+y=3$ 不是方程; ()
- (4) 不是方程的式子一定不是等式; ()
- (5) 方程中的字母一定是未知数; ()
- (6) $x=0$ 是方程 $2x=0$ 的解. ()

2. 下列各式中是方程的是 ()

- A. $x+1$ B. $2x-3$ C. $7+8=15$ D. $2x-1=19$

3. 下列方程中,解为 $x = -2$ 的方程是 ()

- A. $1 + \frac{x}{3} = -\frac{1}{3}$ B. $1 - \frac{x}{3} = \frac{1}{3}$
 C. $\frac{2}{3} + \frac{x}{2} = -\frac{1}{3}$ D. $4x + \frac{1}{2} = 3x - \frac{1}{2}$

4. 判断下面各题中的 x 值是不是它前面方程的解

- (1) $3x - 5 = 5$ $0, 2$;

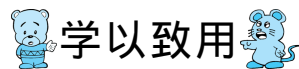
(2) $x(x+1) = 12$ $3, 4, -4$;

5. 甲每小时走 a km,乙每小时走 b km ($a > b$),若两人同时同地出发.

- (1) 反向行走 x 小时,两人相距_____ km;
- (2) 同向行走 y 小时,两人相距_____ km.

6. (1) 若按 20% 的幅度连续两次降价后,一种玩具的售价是 48.6 元,若设玩具的原价是 x 元,可列方程为_____;

(2) 若该玩具先降价 10%,而后又提价 10%,此时的价格是 40 元,若设玩具的原价是 x 元,则可列方程为_____.



学以致用

(只列方程,不解)

7. 在某地抗洪救灾中,甲处有战士 146 名,乙处有战士 78 名,现又从别处调来 160 名战士支援甲、乙两处,如果要使甲处的人数是乙处人数的 3 倍,问应往甲处调多少名战士?

8. 小明的爸爸三年前为小明存了一份 3000 元的教育储蓄,今年到期时本息和是 3242 元,请你帮小明算一下这种储蓄的年利率?

9. 王芳同学种了一种树苗,开始时树苗高 45 cm,栽种后每周树苗长高约 15 cm,问大约几周后树苗能长到 1.5 m?

10. 在日历上圈出一个数列上相邻的三个数,它们的和是 51,这三天分别是几号?(日期是横排的)



Magic



魔法数学(华东师大课标版) 同步学与练 七年级·下.....

11. 某种服装因换季打折出售:若按原价的七五折出售将赔 25 元,若按原价的九折出售将赚 20 元,问这种商品的原价是多少元?

人,女生 32 人,能否通过把甲班的一些男生调到乙班,乙班的一些女生调到甲班,使两班的总人数保持不变,并且两班的男女生比例相同?若能说出你的方案,若不能,说出你的理由.

综合提升

12. 根据班级内男、女同学的人数,编一道应用题和同学交流一下.

14. 针对居民用水浪费现象,金湖县水利局规定:三口之家每月标准用水量不超标部分每立方米交水费 1.3 元,超标部分每立方米 2.9 元,王勇一家是三口之家,四月份用水 12 立方米,交水费 22 元,你能帮王勇算出规定的标准用水量吗?

13. 已知甲班有男生 30 人,女生 20 人,乙班有男生 18



课时 2 解一元一次方程(一)



本节必学

1	能说出方程的两条性质,并能运用性质进行方程的变形.
2	理解移项的定义,会利用移项解一些简单的方程.
3	初步了解在方程的解法中“将未知数系数化为 1”的含义.



知能互动

一、方程的性质

性质 1: 方程两边都加上(减去)同一个数或同一个整式,方程的解不变.



在性质 2 中,同乘同除的数为什么不能是 0?

如果是 0,对方程的解有什么样的影响?

二、移项: 方程中的任何一项,都可以改变符号后,从方程的一边移到另一边

疑难分析:

1. 移项的目的: 把含有未知数的项移到等号的一边,不含未知数的项移到等号的另一边,即可从左到右,又可以右到左.

2. 移项的要点: 移项之后一定要改变符号,而移项前必须先判断要移的项的符号.

3. 移项与同类项合并的区别: 移项必须是等号左右两边的移动,是要改变符号的,而合并同类项仅仅是等号一侧中的移动,是不需要改变符号的.

试一试: 判断下列移动是否正确?

1. $2+3=4$ $2=4+3$.



预习导引

问题: 初一(5)班的同学王明在思考这样一个问题,在以前我们知道:如果 $2+3=1+4$,那么 $2+3-3=1+4-3$ 必定成立.即:在等式两边同加同减同一个数,等式不变.如果变成这样一种情况, $x+3=2$ 变形为 $x+3-3=2-3$,或者 $x+3=2$ 变形为 $x+3-a-b=2-a-b$,这种变形是否成立?如果把同加同减改为同乘同除是否成立呢?聪明的同学,请你帮他分析这个问题.

点拨: 可利用等式的基本性质从反面去论述这个问题,结论是成立的.



Magic



2. $x - y = 3$ $x = 3 - y$.

3. $a - b = c + d$ $a - c = b - d$.

4. $x - 2 = 3$ $x = 3 + 2$.

三、“系化1”的理解:系化1是方程求解的最后一步,即把合并以后未知数的系数化为1.利用的是方程变形的性质2.但要切记同乘同除的数不为0.

试一试:把下列方程系化“1”.

1. $3x = 2$.

2. $\frac{1}{2}x = 4$.

3. $ax = 1$.

4. $(a - 1)x = 2$.



名题探究

对于方程 $3x - 2 = 3 - 2x$,移项正确的是

A. $3x + 2x = -3 + 2$

B. $3x - 2x = 3 - 2$

C. $3x + 2x = 3 + 2$

D. $3x - 2x = -3 + 2$

命题意图:考查学生对移项的理解与应用.

思路探究:本题考查的是移项的要点,移项前判断每一项的符号,移项之后要变号.A是符号判断错了,D也如此,B是未变号,故本题选C.

解答:C.

思路探究:凡移项必先掌握它的两个要点,而要想掌握这两个要点来源于对性质1和性质2的理解,所以对数学中的基本原理和公式的理解与掌握对于学好数学,提高解题的正确性有很重要的作用.

解方程 $\frac{1}{2}x = \frac{1}{3}$,正确的是

A. $\frac{1}{2}x = \frac{1}{3} = x = \frac{2}{3}$

B. $\frac{1}{2}x = \frac{1}{3}, x = \frac{1}{6}$

C. $\frac{1}{2}x = \frac{1}{3}, x = \frac{2}{3}$

D. $\frac{1}{2}x = \frac{1}{3}, x = \frac{3}{2}$

命题意图:考查学生对“系化1”的理解.

分析:系化“1”是在方程两边都乘以未知数系数的倒数.所以在运算中不要出现其他的算法,如本题中的B,D这两种算法,A错是因为在方程的解题过程中,每一步都是独立的等式,不能用等号连接.

解答:选C.

思路探究:系化“1”实际是方程变形性质2的运用,对方程 $ax = b$ 而言:若 $a \neq 0$ 时, $ax = b$ 可变为 $a \times \frac{1}{a}x = b \times \frac{1}{a}$, 即 $x = \frac{b}{a}$, 而若 $a = 0$ 时就不能这样简单的变形了,必须就具体情况加以分析.

解下列方程:

(1) $8x = 2x - 7$. (2) $\frac{1}{2}y - 3 = 5y + \frac{1}{4}$.

命题意图:考查学生对移项与系化“1”的运用能力.

分析:依照这两个知识点按序进行,注意每一步的要点

解答:(1)移项得: $8x - 2x = -7$.

合并同类项得: $6x = -7$.

系化1得: $x = -7 \times \frac{1}{6}$

$= -\frac{7}{6}$;

(2)移项得: $\frac{1}{2}y - 5y = \frac{1}{4} + 3$.

合并得: $-\frac{9}{2}y = \frac{13}{4}$.

系化1得: $y = \frac{13}{4} \times (-\frac{2}{9})$

$= -\frac{13}{18}$.

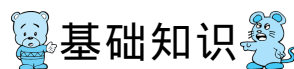
思路探究:(1)解方程一般按三个步骤进行:先移项后合并同类项最后系化“1”.解完以后最好把未知数的值代入方程去验证,提高解题的正确性.

(2)在解方程移项时,习惯把含未知数的项放在等号的左边,不含未知数的项放在等号的右边,注意:这仅仅是个习惯.

(3)想一想:如果方程中出现了括号和分母我们该怎么做呢?如第(2)小题:是否还有其他的解法呢?



达标训练



基础知识

1. 把方程 $5x = 8 + 3x$ 移项变形,正确的是

A. $5x = 8 + 3x = 5x - 3x = 8$

B. $5x = 8 + 3x$ $5x + 3x = 8$



Magic



魔法数学(华东师大课标版) 同步学与练 七年级·下.....

C $5x = 8 + 3x$ $5x - 3x = 8$

D $5x = 8 + 3x$ $5x - 3x = -8$

2. 方程 $2x - 7 = 3x + 5$ 是由下列方程() 移项变形得到

A $2x + 3x = 7 + 5$

B $2x - 3x = 7 - 5$

C $2x + 3x = -7 - 5$

D $2x - 3x = 5 + 7$

3. 解下列方程, 正确的是 ()

A $\frac{3}{2}x = \frac{2}{3}, x = 1$

B $\frac{x}{3} = \frac{3}{2}, x = \frac{9}{2}$

C $\frac{x}{3} = \frac{1}{4}, x = \frac{1}{12}$

D $-\frac{2}{5}x = \frac{2}{5}, x = -\frac{4}{25}$

4. 判断下列移项是否正确, 如果不正确, 错在哪里? 应怎样改正?

(1) 从 $2 + y = 11$ 得到 $y = 11 + 2$;

(2) 从 $6x = 5x + 5$ 得到 $6x - 5x = -5$.

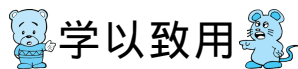
5. 解下列方程:

(1) $x - 5 = 5$;

(2) $7x = 6x - 4$;

(3) $-5x = 60$;

(4) $\frac{1}{4}y = \frac{1}{2}$.



6. 解下列方程:

(1) $8x = 2x - 7$;

(2) $5x + 2 = 7x + 8$;

(3) $\frac{2}{5}x - 8 = \frac{1}{4} - 0.2x$; (4) $\frac{3}{4}y + 2 = 3 - \frac{1}{4}y$

7. 列方程求某数:

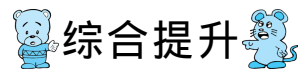
(1) 某数的 2 倍与 5 的和是 20;

(2) 某数的 $\frac{1}{3}$ 与 1 的差是 3 的 2 倍.

8. 已知: $y_1 = x - 2$, $y_2 = 3 - 3x$.

(1) 当 x 取何值的, $y_1 = y_2$;

(2) 当 x 取何值的, y_1 与 y_2 互为相反数?



9. 当 $x = -3$ 时, 代数式 $x^2 + ax - 2$ 的值是 6, 求 a 的值.



10. 在一次数学竞赛后, 学校决定买奖品奖励. 一等奖奖品每份 10 元, 二等奖奖品每份 8 元, 三等奖奖品每份 5 元.

(1) 设获一、二、三等奖的人数分别为 x, y, z , 用公式表示所需的总钱数 p (元) 与获奖人数的关系;

(2) 当 $x=10, y=20, z=30$ 时, 求 p ;

(3) 当 $p=230, x=5, y=10$ 时, 求 z 的值;

(4) “当 p 为奇数时, 获三等奖的人数是奇数”这句话

对吗? 为什么?



课时 3 解一元一次方程(二)



本节必学

1.	理解一元一次方程的定义, 会判断一个方程是否为一元一次方程.
2.	掌握一元一次方程的解法, 会熟练地解一元一次方程.
3.	初步了解化归思想, 并能用它解决一些问题.



预习导引

问题 1: 我们知道含有未知数的等式叫方程, 如 $2x+1=3, \frac{1}{x}-2=4, x-y=3, x^2-2x+1=0$ 等等. 你能结合多项式的命名给它具体的名称吗?

问题 2: 方程知识源远流长, 它至少有三千五百年的历史, 1858 年英国人从收藏的古埃及草片文书中, 发现一些记载求未知量的问题. 例如: “一个数, 它的 $\frac{2}{3}$, 它的 $\frac{1}{2}$, 它的 $\frac{1}{7}$, 它的全部, 加起来总共是 388. 求这个数.” 聪明的同学会求这个数吗?



知能互动

一、一元一次方程的定义, 只含有一个未知数, 且未知数的次数是 1, 含有未知数的式子都是整式, 这样的方程叫一元一次方程.

1. 一元一次方程的特征:

(1) 一元, 一个未知数; (2) 元的次数是 1; (3) 整式方程即分母里不含未知数, 这三个特征缺一不可, 也是判断一个方程是否为一元一次方程的三个依据.

2. 一元一次方程的标准形式: 任何一个一元一次方程, 经过去分母、去括号、移项、合并同类项后都可化为 $ax=b(a \neq 0)$ 的一类方程, 这种方程叫一元一次方程的标准形式.

二、一元一次方程的解题步骤

1. 一般步骤: 去分母, 去括号, 移项, 合并同类项, 最后是系数化“1”.

2. 若方程化到 $ax=b$ 时, 若不能确定 a 是否为 0, 必须分情况讨论.



(1) 关于 x 的方程 $2x+1=ax-4$ 一定有解吗? 为什么?

(2) 方程 $2(x+1)-3=2x$ 一定是一元一次方程吗? 仔细观察一下.



名题探究

关于 x, y 的方程 $(a-b)x^{n-1}-5=(b+2)y^2$ 是一元一次方程, 则 $a=$ _____, $b=$ _____, $n=$ _____.

命题意图: 考查学生对一元一次方程的定义及特征的理解.

分析: 关于 x, y 的方程, 说明 x, y 是未知数, 其他字母都是常数, 观察 y 的次数是 2. 而题目要求是一元一次方程, 故 y^2 前面的系数必须为 0. 从而可知 $b+2=0$, 这样方程变为: $(a-b)x^{n-1}-5=0$, 它若为一元一次方程则有 $a-b \neq 0, n-1=1$, 从而可知: $b=-2, n=2, a \neq -2$.

解答: $b=-2, n=2, a \neq -2$.



Magic



魔法数学(华东师大课标版) 同步学与练 七年级·下.....

思路探究:一元一次方程的特征在很多选择、填空题中应用的比较多,在应用时须抓住这几个方面:首先是判断方程给的未知数,其次考虑该方程是一元还是二元,接着考虑元的次数,最后观察所给的方程是分式方程还是整式方程.

考考你:当 k 为何值时? 方程 $(k+1)x^2 + 2x^{k+1} = 3$ 是关于 x 的一元一次方程?

解方程:

(1) $4(2x+3) + 5(x-2) = 8(1-x)$;

(2) $\frac{x}{7} - \frac{1-x}{21} = x$.

命题意图:考查学生熟练解一元一次方程的能力.

分析:方程(1)需先去括号,方程(2)先去分母,利用“化归”思想转化为上一节所学的内容.

解答:(1)去括号得: $8x+12+5x-10=8-8x$.

移项得: $8x+5x+8x=8-12+10$.

合并得: $21x=6$.

系数化1: $x=\frac{2}{7}$;

(2)去分母得: $3x-(1-x)=21x$.

去括号得: $3x-1+x=21x$.

移项得: $3x+x-21x=1$.

合并得: $-17x=1$.

系数化1: $x=-\frac{1}{17}$.

思路探究:去括号,去分母是解一元一次方程常用的两种方法,在去括号中要注意两点:一是去括号的顺序,二是符号.在这当中尽量使用分散难点题整体代入的方法以提高解题的正确率.在去分母中也要注意两点:一是先找各分母的最小公倍数,二是去分母时不要漏乘,特别是漏乘,为了避免这样的错误,我们通常采取这样的办法: $\frac{x}{7} - \frac{1-x}{21} = x$ $21 \times$

$\frac{x}{7} - 21 \times \frac{1-x}{21} = 21 \times x$.



(1)方程 $\frac{6}{7}[\frac{7}{6}(2x+1)+7]-1=4x$,我们在去括号时是从里向外去还是从外向里去呢?去比较一下吧!

(2)归纳一下解一元一次方程的一般步骤是怎样?

列方程求解:

(1)若 $A=8-3m, B=3+4m$,且 $3A-2B=10$,试求示 m 的值;

(2)当 m 为何值时,单项式 $-\frac{5}{8}a^4b^{3m-1}$ 与 $\frac{1}{2}a^4b^{\frac{1}{2}(4m-6)}$ 是同类项?

命题意图:考查学生应用一元一次方程解一些简单的解答题的能力.

分析:这种类型的解答题,通过正确审题最终转化为求解一个一元一次方程.也是“化归”思想的应用,第(1)题代入可转化为方程 $3(8-3m)-2(3+4m)=10$.第(2)题利用同类项的定义可转化为方程: $3m-1=\frac{1}{2}(4m-6)$.

解答:(1)把 $A=8-3m, B=3+4m$ 代入 $3A-2B=10$ 得:

$3(8-3m)-2(3+4m)=10$.

解这个方程得: $m=\frac{8}{17}$;

(2)由题意可得: $3m-1=\frac{1}{2}(4m-6)$.

解这个方程得: $m=-2$.

思路探究:与一元一次方程有关的解答题,关键在于正确理解题意,构建合理的方程,最终求解.常见的题型一般是同类项、相反数、绝对值等.如:

$3|x-2|+2|m+1|=0$,则 $x+m=$ _____,就是如此.



达标训练

基础知识

1.下列方程是否为一元一次方程?如果不是,试说明理由.

(1) $x-1=2$;

(2) $x-y=3$;

(3) $x=0$;

(4) $\frac{1}{x}+x=5$;

(5) $3y-2=-3y+4$;

(6) $2x^2-x=1$;

(7) $2(x+1)=2x-3$.

2.关于 x 的方程 $(m-1)x^2+x^{|m|}+3m-5=0$ 是一元一次方程,则 $m=$ _____.

3.在解方程 $2(y-2)-3(y+1)=4(2-y)$ 时,下列去括



Magic



第六章 一元一次方程.....

号正确的是 ()

- A $2y - 2 - 3y - 1 = 8 - y$ B $2y - 4 - 3y - 3 = 8 - y$
 C $2y - 4 - 3y + 3 = 8 - 4y$ D $2y - 4 - 3y - 3 = 8 - 4y$

4. 在解方程 $\frac{x-1}{2} - \frac{2-3x}{3} = 1$ 中, 去分母正确的是 ()

- A $.x - 1 - 2 - 3x = 6$ B $.x - 1 - 2 + 3x = 6$
 C $2(x - 1) - 3(2 - 3x) = 1$ D $3(x - 1) - 2(2 - 3x) = 6$

5. 解下列方程:

(1) $2(3x + 4) = 3(\frac{1}{3}x + 2)$;

(2) $-7(x - 1) = 9 - 4x$;

(3) $3(2x - 1) - 3(4x + 1) = x - 4(x - 3)$;

(4) $4y - 3(20 - y) = 6y - 7(9 - y)$.

6. 解下列方程:

(1) $\frac{5y-1}{6} = \frac{7}{3}$;

(2) $\frac{1-2x}{3} - \frac{5x-1}{2} = 1$.

学以致用

7. 指出下列解方程哪步变形是错误的, 并指出错误的原因.

(1) $\frac{x}{3} + \frac{x-1}{2} = 1$,

$2x + 3x - 3 = 1$,

$5x = 4$,

$x = \frac{4}{5}$.

(2) $\frac{1}{2} - \frac{x+3}{3} = 0$,

$3 - 2x + 6 = 0$,

$-2x = -9$,

$x = \frac{9}{2}$.

(3) $\frac{x}{2} - \frac{x-1}{3} = 1$,

$3x - 2x + 2 = 6$,

$x = 8$.

8. 列方程求解下列各题.

(1) 已知单项式 $3a^2b^{(2-x)}$ 与 $\frac{1}{2}a^3b^{(x-\frac{1}{3})}$ 可以合并, 试求 x 的值;

(2) 当 x 取何值时, 代数式 $3(2-x)$ 与 $2(3+x)$ 相差为 1;

(3) 已知 $|2-m| + (n+2)^2 = 0$, 试求 $m+2n$ 的值;



(4) 已知代数式 $x - \frac{1+x}{3}$ 的值等于 15, 试求 x 的值.

综合提升

9. 已知 $A = 3x - 2$, $B = 4 - 2x$, 当 x 为何值时, $\frac{1}{2}A$ 比 $\frac{1}{3}B$ 大 1?

10. 一船在静水中的速度为 16 km/h , 水流速为 2 km/h , 上午 8 点逆流而上, 问这船最多开出多远就应返回,

才能保证中午 12 点前回到出发地?

11. 一项工程, 甲独做 8 天完成, 乙独做 12 天完成, 丙独做 24 天完成, 现甲、乙合做了 3 天后, 甲因故离去, 由乙、丙合做, 问乙、丙还要几天才能完成这项工程?



课时 4 解一元一次方程(三)



本节必学

1.	理解一元一次方程解的情况, 会解与字母有关的一元一次方程.
2.	会解一些特殊类型的一元一次方程.
3.	应用化归思想解与一元一次方程有关的应用题.



预习导引

问题 1: 王明同学在解这样一道题时发生了疑惑, $ax + a = 3$, 他分不清未知数是什么? 聪明的同学你能分清吗?

点拨: 可分两种情况: 一是把 x 看成未知数, 方程可

以化为 $ax = 3 - a$, 二是把 a 看成未知数, 方程可化为 $a(1 + x) = 3$, 然后按步求解.

问题 2: 学校田径队的小李在 400 m 跑测试时, 先以 6 m/s 的速度跑完了大部分路程, 最后以 8 m/s 的速度冲刺到达终点, 成绩为 1 分零 5 秒, 解后求出小刚在冲刺阶段花了多少时间? 若小刚想把成绩控制在 1 分以内, 他至少从何时就该冲刺?

点拨: 作出行程示意图, 去构建与冲刺时间有关的一元一次方程.



知能互动

一、方程 $ax = b$ 的解的情况

1. 当 $a \neq 0$ 时, 方程有惟一解 $x = \frac{b}{a}$.

2. 当 $a = 0, b = 0$ 时, 方程有无数解.



Magic



第六章 一元一次方程.....

3. 当 $a=0, b \neq 0$ 时, 方程无解.



(1) 上述提到的方程 $ax=b$ 是不是一定是一元一次方程呢? (不一定)

(2) 若改成一元一次方程 $ax=b$, 那么这当中存在一个什么隐含条件? ($a \neq 0$)

(3) 当遇到带字母的方程时, 我们该怎么做?

试一试: 解关于 x 的方程 $ax-2=x+1$.

二、特殊类型的一元一次方程

类型(一): $\frac{x}{0.7} - \frac{0.17-0.2x}{0.03} = 1$.

方法: 利用分数的性质化小数为整数.

类型(二): $|2x-1|=3$.

方法: 利用绝对值的性质把方程化为 $2x-1 = \pm 3$.

三、与一元一次方程有关的应用题

正确审题, 合理设元, 构建方程是解此种题目的一般步骤, 关键在于正确审题.

考考你: -2 平方与 -2 的平方是一个意思吗?



名题探究

解关于 x 的方程: $ax-b=cx+d$.

命题意图: 考查学生解与字母有关的方程的能力.

分析: 首先要判断方程的未知数是什么? 然后按正常的解题步骤进行, 只是在最后一步“系化1”时进行适当的讨论.

解答: 移项得: $ax-cx=b+d$.

合并得: $(a-c)x=b+d$.

讨论: 当 $a \neq c$ 时, 方程有惟一解, $x = \frac{b+d}{a-c}$; 当 $a=c$, 且 $b \neq d$ 时, 方程有无数解; 当 $a=c$ 且 $b=d$ 时, 方程无解.

思路探究: 解含字母系数的方程, 首先要区分哪些字母表示未知数, 哪些字母表示已知数, 方法有二, 一是关于.....的必定是未知数, 二是要求的也必定是未知数, 其他的步骤与普通的一元一次方程基本相同, 但要注意二点: 一是合并必须彻底不能有的合并, 有的不合并, 二是系化1的一定就未知数的系数是否为0进行分类讨论.

考考你: 已知方程 $2ax=(a+1)x+6$, 求当 a 为何整数时, 方程的解是正整数.

点拨: 此题是先代后解呢, 还是先解后代? ($a=2, 3, 4, 7$)

解下列方程:

(1) $\frac{x+1}{0.3} - \frac{2x-1}{0.7} = 1$; (2) $3|2x-1| - 2 = 7$.

命题意图: 考查学生对两类特殊方程的解题能力.

分析: (1) 题化小数为整数, (2) 题先化后去绝对值.

解答: (1) 方程变为 $\frac{(x+1) \times 10}{0.3 \times 10} - \frac{(2x-1) \times 10}{0.7 \times 10} = 1$,

即 $\frac{10(x+1)}{3} - \frac{10(2x-1)}{7} = 1$.

去分母得: $70(x+1) - 30(2x-1) = 21$.

去括号得: $70x+70 - 60x+30 = 21$.

合并得: $10x = -79$.

$x = -7.9$.

(2) 移项得: $3|2x-1| = 9$.

$|2x-1| = 3$.

方程变为: $2x-1=3$ 或 $2x-1=-3$.

解得: $x=2$ 或 $x=-1$.

思路探究: 对于带小数的一元一次方程关键是化小数为整数, 而这其中易犯这样的错误: $\frac{x+1}{0.3} -$

$\frac{2x-1}{0.7} = 1$ $\frac{10(x+1)}{0.3 \times 10} - \frac{10(2x-1)}{0.7 \times 10} = 1 \times 10$, 把分数的性质与去分母加以混淆, 对于带绝对值的方程, 不要犯一个惯性错误: $|x|=1$ 可得 $x = \pm 1$. 而 $|x-1|=2$ 可得 $x-1 = \pm 2$, 所以有些学生简单写成 $x = \pm 3$, 而这是错误的. 解带绝对值的方程也是整体思想的应用.



方程 $\frac{x-1}{0.7} - \frac{|x|}{0.2} = -2$ 怎么解呢?

点拨: 当 $x \geq 0$ 时, 方程变为 $\frac{x-1}{0.7} - \frac{x}{0.2} = -2$;

当 $x < 0$ 时, 方程变为: $\frac{x-1}{0.7} + \frac{x}{0.2} = -2$.

一个三位数, 十位上的数是百位上的数的2倍, 百位个位上的数的和比十位上的数大2, 又个位, 十位, 百位上数的和是14, 求这个三位数.

命题意图: 考查一元一次方程的应用能力.

分析: 此题设十位上的数为 x 较恰当, 则百位上的



Magic



魔法数学(华东师大课标版) 同步学与练 七年级·下.....

数是十位上的数的 $\frac{1}{2}$,即为 $\frac{1}{2}x$,个位上的数为 $x+2-\frac{1}{2}x$.

解答:设十位上的数为 x ,则百位上的数为 $\frac{1}{2}x$,个位上的数为 $x+2-\frac{1}{2}x$,由题意得:

$$x + \frac{1}{2}x + x + 2 - \frac{1}{2}x = 14.$$

解这个方程得: $x=6$.

答:所求的三位数是365.

思路探究:(1)与数字相关的应用题,要正确区分数与数位这两个概念,会用代数式表示一个数,数的表示方法是:个位上的数乘以1,十位上的数字乘以10,百位上的数乘以100,以此类推等,如三位数 \overline{abc} ,可表示为 $\overline{abc} = 100a + 10b + c$.

(2)在数字问题中经常使用整体思想和特殊值理解的方式,以提高解题的正确性,如这样一题,一个五位数,左边三位数是右边两位数的5倍,如果把右边的两位数移到前面,则新五位数比原五位数的2倍多75,求原来的五位数.此题不好把五个数位全设出来,这样做是较繁的,可采用整体的方法:设原数右边的两位数是 x ,则左边的三位数是 $5x$,这样原五位数可表示成: $100 \times 5x + x$.想一想:怎样理解这个表达式?那么新的五位数表示成: $1000x + 5x$,这样便于解题.



达标训练

基础知识

1.若代数式 $3x-5$ 与 $\frac{1}{2}$ 互为倒数,则 x 的值等于()

- A. 5 B. -5 C. $\frac{7}{3}$ D. -7

2.若 $\frac{3}{7}a - \frac{3}{4}b = 0$,则 a 比 b 的值是()

- A. 4 : 7 B. 9 : 28 C. 28 : 9 D. 7 : 4

3.方程 $\frac{0.1x-0.5}{0.2} = 1.2$ 可化为()

- A. $\frac{0.1x-0.5}{2} = 1.2$ B. $\frac{x-0.5}{2} = 1.2$

- C. $\frac{x-5}{2} = 1.2$ D. $\frac{x-5}{2} = 12$

4.要使方程 $ax=a$ 的解是 $x=1$,则()

- A. a 可取任何有理数 B. $a > 0$

C. $a < 0$ D. $a = 0$

5.关于 x 的方程 $2x-4=3m$ 与 $x+2=m$ 有相同的解,则 m 的值是()

- A. 10 B. -8 C. -10 D. 8

6.解下列方程:

(1) $\frac{2x-1}{3} - \frac{10x+1}{6} = \frac{2x+1}{4} - 1;$

(2) $\frac{2}{3}y + 24 = \frac{y-6}{1.2};$

(3) $\frac{0.4x+0.9}{0.5} - \frac{0.03+0.02x}{0.03} = \frac{x-5}{2};$

(4) $|2x-1|=3.$



Magic



第六章 一元一次方程.....

7. 解下列关于 x 的方程:

(1) $a^2x + 1 = 3 - x$;

(2) $ax - 1 = 7 - 2x$.

学以致用

8. 已知 $0 < x < 10$, 则满足条件 $|x - 3| = a$ 的整数共有 _____ 个, 它们的和等于 _____.

9. 若关于 x 的方程 $5x + 1 = a(2x + 3)$ 无解, 则 $a =$ _____.

10. 多项式 $5x^2 - 2kxy - y^2 + \frac{1}{2}xy - 3x$ 中, 不含 xy 项, 则 $k =$ _____.

11. 现在弟弟的年龄恰好是哥哥年龄的 $\frac{1}{2}$, 而 9 年前弟弟的年龄是哥哥年龄的 $\frac{1}{5}$, 则哥哥现在的年龄是 _____.

12. 一种货物, 连续两次均以 10% 的幅度降价后, 售价是 486 元, 则降价前的售价为 _____ 元.

综合提升

13. 若 $m > 0$, 且关于 x 的方程 $3m(x - 3) = 4m(1 - x) - 1$ 有正整数解, 求这个解.

14. 一种彩电的进价是 1050 元, 按进价的 150% 标价, 商店允许营业员在利润率不低于 20% 的情况下打折销售, 问营业员最低可以打几折销售?

15. 甲、乙两人分别从 A、B 两地同时出发, 相向而行, 车离 A 地 1.5 km 处相遇, 相遇后两人继续前进, 在各自到达目的地后, 都立即返回, 结果在离 B 地 1.7 km 处再次相遇, 求 A、B 两地的距离, 以及甲、乙两人的速度比.