

摇摇摇摇录

第一部分摇摇精讲与习题

第九章 摇摇直线、平面、简单几何体	猿	摇摇摇摇摇摇综合训练题	圆
摇摇摇摇平面	猿	摇摇摇摇摇摇高考真题	圆
基础训练题	猿	摇摇摇摇摇摇金牌竞赛题	圆
摇摇摇摇空间直线	缘	第十章 摇摇排列、组合和概率	猿
基础训练题	缘	摇摇摇摇加法原理和乘法原理	猿
摇摇摇摇直线与平面平行的判定和性质	苑	基础训练题	猿
基础训练题	愿	摇摇摇摇排摇摇列	猿
摇摇摇摇直线与平面垂直的判定和性质	愿	基础训练题	猿
基础训练题	怨	摇摇摇摇组摇摇合	猿
摇摇摇摇两个平面平行的判定和性质	员	基础训练题	猿
基础训练题	圆	摇摇摇摇二项式定理	猿
摇摇摇摇两个平面垂直的判定和性质	员	基础训练题	猿
基础训练题	员	摇摇摇摇随机事件的概率	源
摇摇摇摇棱摇摇柱	员	基础训练题	源
基础训练题	员	摇摇摇摇互斥事件有一个发生的概率	源
摇摇摇摇棱摇摇锥	员	基础训练题	源
基础训练题	员	摇摇摇摇相互独立事件同时发生的概率	源
摇摇摇摇多面体和正多面体	员	基础训练题	源
基础训练题	员	本章分级能力训练	源
摇摇摇摇球	圆	综合训练题	源
基础训练题	圆	高考真题	源
本章分级能力训练	圆	金牌竞赛题	源

第二部分 摇题解与答案

本书习题题解与答案

第九章 摇直线、平面、简单几何体	缘苑
基础训练题	缘苑
综合训练题	缘猿
高考真题	苑
金牌竞赛题	愿苑
第十章 摇排列、组合和概率	怨苑

基础训练题	怨苑
综合训练题	怨愿
高考真题	苑源
金牌竞赛题	苑愿

教材习题答案

第九章 摇直线、平面、简单几何体	苑源
第十章 摇排列、组合和概率	苑怨

第九章 直线、平面、简单几何体

目标要求

直线、平面、简单几何体这一章是历年高考的必考内容之一,但是在高考试题中所占比例不大。多数知识点只要求达到理解的程度,根据教学大纲及高考命题特点,在教学中应做到如下要求:

逐步建立空间立体观念,理解、掌握空间点、线、面的各种位置关系的判定方法,并能应用以上知识点和能力解决简单几何体中的空间问题。并能熟练地利用公理化体系的推理、论证方法解决上述问题。

知识点 平面

重要知识点

平面的概念

平面的基本性质

公理 1 如果一条直线上的两点在一个平面内,那么这条直线上所有的点都在这个平面内。

公理 2 如果两个平面有一个公共点,那么它们还有其他公共点,且所有这些公共点的集合是一条过这个公共点的直线。

公理 3 经过不在同一条直线上的三点,有且只有一个平面。

推论 1 经过一条直线和这条直线外的一点,有且只有一个平面。

推论 2 经过两条相交直线,有且只有一个平面。

推论 3 经过两条平行直线有且只有一个平面。

平面图形直观图的画法

命题方向

本节知识点主要应用在确定平面,判断共点、共线、共面等基本问题中,是基础知识。在命题时多出现在其他题型的中间推理论证中。

基础训练题



空间四点可以确定几个平面()。

1 个 1 个 无数个 以上情况都可能

三条直线两两相交,最多可以确定几个平面()。

1 个 1 个 1 个 1 个

三条直线两两平行,最多可以确定几个平面()。

1 个 1 个 1 个 1 个或 1 个

空间五个点,没有三个点共线,但有四个点共面,这样的五个点可以确定()平面。

1 个 1 个 1 个 1 个

下列说法中不正确的是()。

1 经过不共线的三点有一个平面 1 经过三点可能有一个平面

1 经过三点确定一个平面

1 经过不共线的三点有且只有一个平面

空间四点中,三点共线是这四个点共面的()。

1 充分但不必要条件 1 必要但不充分条件

空间直线

重要知识点

空间两条直线的位置关系 相交直线、平行直线、异面直线
 两直线平行的判定和性质
 异面直线所成的角和距离

命题方向

本节内容是立体几何的基础 故在命题时多出现在较综合的题型中,个别以选择、填空题出现。

基础训练题



异面直线是()。

① 不相交的两条直线 ② 分别位于两个平面的直线

③ 某一个平面内一条直线和不在这平面内的一条直线

④ 不同在任何一个平面的两条直线

⑤ 条件 I :两条直线不平行 ;条件 II :两条直线为异面直线。则 I 是 II 的()。

⑥ 充分而不必要条件

⑦ 必要而不充分条件

⑧ 充分必要条件

⑨ 既不充分也不必要条件

⑩ 分别与两条异面直线同时相交的两条直线()。

⑪ 一定是异面直线

⑫ 不可能是平行的

⑬ 不可能是相交的

⑭ 可以是平行的

⑮ 三条直线,如果 $a \perp b$, $b \perp c$, 则 a 与 c 的位置关系必定是()。

⑯ 相交

⑰ 平行

⑱ 异面

⑲ 以上答案都不对

⑳ 两条异面直线所成的角 α ()。

㉑ $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ ㉒ $0^\circ \leq \alpha < 90^\circ$ ㉓ $0^\circ < \alpha \leq 90^\circ$ ㉔ $0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$

㉕ 异面直线 a, b 分别在平面 α, β 内,若 $\alpha \cap \beta = c$, 则直线 a 与 c 必定是()。

㉖ 分别与 a, b 相交

㉗ 与 a, b 都不相交

㉘ 至少与 a, b 中之一相交

㉙ 至多与 a, b 中之一相交

㉚ 判断下列命题中有几个是不正确的()。

(员) 分别在两个平面内的两条直线一定是异面直线

(圆) 在空间不相交的两条直线一定是异面直线

(猿) 不是同在一个平面内的两条直线一定是异面直线

(源) 既不平行也不相交的两条线段所在的直线一定是异面直线

① 0个

② 1个

③ 2个

④ 3个

㉛ 两条异面直线在同一平面内的射影一定是()。

㉜ 两相交直线

㉝ 两平行直线

㉞ 两相交或平行直线

㉟ 不同于以上的结论

㊱ 将 AB, BC, CD, DA 为空间四边形的边, E, F 所在直线上异于 A, B 的两点, G, H 为 CD 边所在直线上异于 C, D 的两点, 则图中共有几对异面直线()。

㊲ 2对

㊳ 3对

㊴ 4对

㊵ 5对

㊶ 若空间四边形的两条对角线 AC, BD 的长度分别为 a, b , 则平行于两对角线的截面四边形的周长的取值范围为()。

㊷ $(a-b, a+b)$

㊸ $(\frac{a+b}{2}, \frac{3(a+b)}{2})$

㊹ $(\frac{a-b}{2}, \frac{a+b}{2})$

㊺ $(\frac{a+b}{2}, \frac{3(a+b)}{2})$



学习 笔记

命题已知空间四边形 $ABCD$ 中, $\angle A > \angle B > \angle C > \angle D$ 则 $\angle A$ 的大小 (摇摇)。

一定是直角

一定是钝角

一定是锐角

锐角、直角、钝角都可以

命题 $ABCD$ 为空间四边形, 已知 $AB > CD, AC > BD$, 但 $AB \neq CD$, E, F 为两对对边的中点, 则 (摇摇)。

EF 与 AB, CD 都不垂直

EF 仅与 AB, CD 中之一垂直

EF 与 AB, CD 都垂直

无法确定 EF 与 AB, CD 是否垂直

命题若空间四边形两组邻边分别相等, 则顺次连结各边中点的四边形是 (摇摇)。

空间四边形

菱形

矩形

正方形

命题空间两直线平行, 是指它们 (摇摇)。

无交点

异面无交点

和同一直线垂直

和同一条直线所成角相等

命题 AB 为异面直线 CD 外的一点, 过 A 与 CD 都平行的平面 (摇摇)。

只有一个

恰有两个

或者没有, 或者只有一个

无数个

命题 AB 是异面直线, 下列命题不正确的是 (摇摇)。

$AB \subset \alpha, CD \subset \beta$, 则 α, β 一定相交

过 AB 有无数个平面与 CD 相交

存在惟一平面 α , 使 CD 与 α 的距离相等

存在直线 EF 使 EF 上任意一点到 CD 的距离相等

命题已知直线 AB, CD 及平面 α , 具备以下 (摇摇) 条件时 $AB \parallel CD$ 成立。

$AB \parallel \alpha, CD \parallel \alpha$ $AB \perp CD$ 且 $CD \perp \alpha$ $AB \parallel CD$ 且 $AB \perp \alpha$ $AB \perp \alpha$ 且 $CD \perp \alpha$

命题 AB, CD, EF 是互不相同的直线, $AB \perp CD$ 且 AB, CD 两两互相垂直, 直线 EF 是 AB, CD 的公垂线, 那么 EF 和 AB 是 (AB, CD 互相异面) (摇摇)。

相交直线

平行直线

既不垂直的异面直线

互相垂直的异面直线

命题下列命题正确的是 (摇摇)。

三条直线两两相交, 它们共面

过直线外一点垂直这条直线的直线仅一条

两条异面直线在同一平面内的射影不可能是两个点

直角三角形在平面内的射影不可能是锐角三角形

命题空间两条直线具有下列条件之一的则两直线一定平行 (摇摇)。

同垂直于一条直线

同垂直于一个平面

同平行于一个平面

同属于一个平面

命题不重合的两条直线都与一条直线垂直, 那么这两条直线的位置关系有 _____ 种, 它们是 _____。

命题空间四边形 $ABCD$ 中, E, F 分别是对角线 AC, BD 的中点, 若 $AB > CD$, 则 EF 与 AB, CD 所成的角为 _____。

命题已知 AB 是异面直线 CD 的公垂线, $AB > CD$, 在直线 AB 上取 E 点, 过 E 作 $EF \perp CD$, 则 E 到直线 CD 的距离是 _____。

命题直线 AB 不在平面 α 内, AB 在平面 α 内的射影是两条平行直线, AB 的位置关系是 _____。

命题异面直线 AB, CD 成 60° 角, 过空间任意一点可作 _____ 条直线与 AB, CD 同时成



远端角。

圆匪长方形粤月悦,长粤阅,宽粤月分别为葬遭葬跃遭,将 \triangle 粤月悦沿对角线折起,使粤月 \perp 悦阅,则异面直线粤月悦阅的距离为_____。

圆匪设粤月悦阅是不共面的四个点,孕匝杂砸为粤悦月悦阅粤阅的中点,若粤月越员圆,悦阅越源猿,且四边形孕匝杂砸的面积为员圆猿,则异面直线粤月与悦阅所成的角等于_____。

圆匪在正方体粤月悦阅粤月悦阅中,平面粤悦月悦悦阅的中心分别为韵韵韵,那么异面直线粤韵与韵韵所成的角_____。

圆匪在棱长为葬的正方体粤月悦阅粤月悦阅中,求:

- ①粤月与月悦间的距离_____;
- ②粤月与月悦间的距离_____;
- ③月阅与月悦间的距离_____;
- ④月阅与粤悦间的距离_____。

猿匪直线葬遭与两条异面直线糟遭都相交,由葬遭糟遭四条直线可确定_____个平面。

猿匪粤月悦阅四点不在同一个平面内,试证明:三对直线粤月与悦阅,粤悦与月阅,粤阅与月悦都是异面直线。

猿匪已知 $\alpha \cap \beta$ 越葬,粤 $\in \alpha$,月 $\in \beta$,粤 \notin 葬,月 \notin 葬

求证:粤月与 α 是异面直线。

猿匪月悦为平行四边形,粤悦 \cap 平面月阅于悦,粤月 \cap 平面月阅与月,分别延长粤月粤悦到云郎,使月云越粤月,悦郎越粤悦

求证:直线云郎和月阅是异面直线。

猿匪已知:正方体粤悦中,棱长为葬,韵为正方体粤月悦阅的中心,耘云分别为粤月粤悦的中点。

- 求:①异面直线粤阅与悦阅的距离;
②异面直线悦阅与耘云的距离。

猿匪已知:空间四边形粤月悦阅四边的长都是员圆,对角线月悦越愿,粤悦越员远,耘云分别是粤悦月阅的中点。

- 求证:①耘云是粤悦月阅的公垂线段;
②求出异面直线粤悦月阅的距离。

怨猿 直线与平面平行的判定和性质

重要知识点

员直线与平面的位置关系

- ①直线在平面内
- ②直线和平面相交
- ③直线和平面平行

圆直线和平面平行的判定定理

猿直线和平面平行的性质定理

命题方向

本节知识是立体几何的基础知识,在命题时是与线线位置关系,线面位置关系及面面位置关系的判断和计算结合在一起的。



基础训练题



学习笔记

已知 葬遭为一对异面直线,那么以下结论中不正确的是(摇摇)。

- 葬存在无数个平面与 葬遭都平行
 葬存在着一平面与 葬遭都等距
 葬存在着一平面与 葬遭都垂直
 葬存在着一平面与 葬遭都垂直相交
 葬遭是与平面 α 相交的两条直线,则“葬遭与平面 α 所成的角相等”是 葬// 遭的(摇摇)。

- 葬充分不必要条件
 葬充分必要条件
 葬在以下四个命题中

- 葬必要不充分条件
 葬既不充分也不必要条件
- ① 直线与平面没有公共点,直线与平面平行
 - ② 直线上有两个点,它们到平面的距离(距离不为零)相等,直线与平面平行
 - ③ 直线与平面内的任意一条直线不相交,直线与平面平行
 - ④ 直线与平面内的无数条直线不相交,直线与平面平行

正确的命题是(摇摇)。

- 葬①②
 葬①③
 葬①②③
 葬全是

葬从平面 α 外一点 孕引与该平面 α 相交的直线,使得 孕点到交点的距离等于 员,则这样的直线可作(摇摇)。

- 葬0条或 1条或无数条
 葬1条或无数条
 葬无数条
 葬0条

葬空间四边形 粤月阅中,如果 粤兑越月兑,粤兑越月兑,则(摇摇)。

- 葬粤月 越月阅
 葬粤月 越圆阅
 葬粤月 越兑阅
 葬粤月 \perp 月阅

葬和一个平面相交成等角的两条直线(摇摇)。

- 葬相交
 葬平行
 葬异面
 葬以上都有可能

葬葬遭为平面 酝外两直线,在 葬// 酝的前提下,葬// 遭是 遭// 酝的(摇摇)条件。

- 葬充要
 葬必要不充分
 葬充分不必要
 葬非充分也非必要

葬下面四个定义中,叙述错误的是(摇摇)。

葬直线 葬遭为异面直线,经过空间一点 韵,分别引 葬乙// 葬遭乙// 遭直线 葬乙遭乙所成的角(锐角或直角)叫异面直线 葬和 遭所成的角

葬和两条异面直线都垂直相交的线段的长叫做这两条异面直线的距离

葬如果一条直线和一个平面没有公共点,那么就称这条直线和这个平面平行

葬一条直线如果和一个平面的斜线在这个平面上的射影垂直,那么它也和这条斜线垂直

葬直线 遭与平面 α 平行的充要条件是(摇摇)。

- 葬遭与 α 内一条直线不相交
 葬遭与 α 内两条直线不相交
 葬遭与 α 内任意直线都不相交
 葬遭与 α 内无穷条直线不相交

葬正方体的对称轴有 灶条,那么 灶越_____。

葬空间四边形 粤月阅各边中点分别为 耘云 鄙匀,求证:月兑// 平面 耘云鄙匀

葬正方形 粤月阅垂直于正方形 耘云鄙匀,且有公共边 悦阅,又 粤兑越悦阅,求证:耘兑// 平面 耘云鄙匀

怨源 直线与平面垂直的判定和性质

重要知识点

员线面垂直的定义

- 圆线面垂直的判定定理
- 猿线面垂直的性质定理
- 源垂线段、斜线段定理
- 缘线面所成角的定义
- 远三垂线定理

命题方向

本节知识是立体几何重要基础之一,其命题多与线线、线面的各种位置关系结合起来,同时也与面面位置关系的有关定义、计算结合。多出现在综合性问题中。

基础训练题



学习笔记

圆如果平面外的一条直线上有两点到该平面的距离相等,则这条直线和平面的位置关系是(摇摇)。

- 圆平行
- 圆相交
- 圆平行或相交
- 圆垂直

圆“一条直线垂直于一个平面内的两条直线”是“这条直线垂直于这个平面”的(摇摇)。

- 圆充分不必要条件
- 圆必要不充分条件
- 圆充要条件
- 圆既不充分也不必要条件

圆假设 l 是异面直线,那么(摇摇)。

- 圆必然存在唯一的一个平面平行于直线 l 和 l'
- 圆必然存在唯一的一个平面同时垂直于直线 l 和 l'

圆过直线 l 存在唯一的一个平面平行于直线 l'

圆过直线 l 存在唯一的一个平面垂直于直线 l'

圆已知直线 l 和平面 β , 则下面命题正确的是(摇摇)。

- 圆 $l \parallel \beta \Rightarrow l \perp \beta$
- 圆 $l \perp \beta \Rightarrow l \parallel \beta$
- 圆 $l \perp \beta \Rightarrow l \perp \beta$
- 圆 $l \parallel \beta \Rightarrow l \perp \beta$

圆已知 $\triangle ABC$ 所在平面外一点 P 到三顶点距离分别为 PA, PB, PC , 越远, 越 $\sqrt{PA^2 + PB^2 + PC^2}$, 越猿, 且 PA, PB, PC 越猿, 则 P 在平面 ABC 上的射影一定是(摇摇)。

- 圆 $\triangle ABC$ 的内心
- 圆顶点 P
- 圆在 $\angle C$ 的平分线上
- 圆在 AB 的垂直平分线上

圆已知平面 α 及直线 l , 且 $l \perp \alpha$, 则下述命题正确的是(摇摇)。

- 圆有且仅有一个平面 β , 使 $l \perp \beta$ 且 $l \perp \alpha$
- 圆有无数多个平面 β , 使得 $l \perp \beta$ 且 $l \perp \alpha$
- 圆不存在平面 β , 使得 $l \perp \beta$ 且 $l \perp \alpha$
- 圆若存在 β , 使得 $l \perp \beta$ 且 $l \perp \alpha$, 则 β 惟一

圆如果平面 α 外的一条直线与平面 α 内的两条平行线垂直, 那么这条直线与平面 α 的位置关系是(摇摇)。

- 圆垂直
 - 圆平行
 - 圆斜交
 - 圆前三种都有可能
- 圆直线 l 与平面 α 内共点的三条直线 l_1, l_2, l_3 分别成等角, 那么直线 l 与平面 α 所成的角是(摇摇)。

- 圆 $\frac{\pi}{2}$
- 圆 $\frac{\pi}{3}$
- 圆 $\frac{\pi}{4}$
- 圆 $\frac{\pi}{6}$

圆若 $l \subset \alpha$, 斜线 l' 与平面 α 所成的角为 θ , $\angle l'PQ = \theta$, $l' \perp \alpha$, 垂足为 P , $\angle l'PQ = \theta$, 那么(摇摇)。

- 圆 $l' \perp \alpha$ 越猿, $l' \perp \alpha$ 越猿
- 圆 $l' \perp \alpha$ 越猿, $l' \perp \alpha$ 越猿
- 圆 $l' \perp \alpha$ 越猿, $l' \perp \alpha$ 越猿
- 圆 $l' \perp \alpha$ 越猿, $l' \perp \alpha$ 越猿



两条相交直线的两条直线和一个平面所成的角分别是 α 和 β 则这两条直线在该平面内的射影所成的角的余弦值是()。

- (A) $\cos(\alpha + \beta)$
- (B) $\cos(\alpha - \beta)$
- (C) $\cos \alpha \cos \beta$
- (D) $\cos \alpha \sin \beta$

直角 $\triangle ABC$ 的斜边在平面 α 内, C 为斜边, 顶点 A 在平面 α 外, 则 $\triangle ABC$ 的两条直角边在平面 α 内的射影与斜边所组成的图形只能是()。

- (A) 一条线段
- (B) 一个锐角三角形和一条线段
- (C) 一个钝角三角形和一条线段
- (D) 一条线段或一个锐角三角形或一个钝角三角形

斜线 l 与平面 α 所成的角为 θ , 在 α 内有 a 的任意一条直线 m —— 即是一条异面直线为 n , 则 l 与 n 所成的角()。

- (A) 最小值为 θ , 最大值为 $\frac{\pi}{2}$
- (B) 最小值为 θ , 最大值为 $\pi - \theta$
- (C) 最小值为 θ , 最大值为 π
- (D) 不存在最大值, 最小值

直线 $l \parallel$ 平面 α , 直线 $m \perp l$, 则 m 与 α 的关系是()。

- (A) $m \perp \alpha$
- (B) $m \parallel \alpha$
- (C) $m \subset \alpha$
- (D) 不能确定

线段 AB 的长为 a ($A \in \alpha$), 它在平面 α 内的射影长为 b , 则线段 AB 所在直线与平面 α 所成的角是()。

- (A) $\arcsin \frac{a}{b}$
- (B) $\arccos \frac{a}{b}$
- (C) $\arcsin \frac{b}{a}$
- (D) $\arccos \frac{b}{a}$

下列命题中, 正确的是()。

- (A) 线段 $l \parallel$ 平面 α , 则 l 平行于 α 内任一直线
- (B) l 与 α 相交, 则 l 不平行 α 内任一直线
- (C) l 不垂直于 α , 则 l 不垂直于 α 内任意一条直线
- (D) l 不垂直于 α , 则过 l 的平面不垂直于 α

异面直线 l, m 所成的角为 θ , $l \parallel \alpha, m \parallel \alpha, \alpha \parallel \beta$, 直线 l 与平面 β 所成的角为 φ , 则 φ 与 θ 的关系一定是()。

- (A) $\varphi > \theta$
- (B) $\varphi = \theta$
- (C) $\varphi < \theta$
- (D) $\varphi \neq \theta$

长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $\angle A_1AC_1 = \theta$, $\angle A_1AB_1 = \varphi$, 则 $\angle A_1AC_1$ 的余弦值是()。

- (A) $\frac{\cos \theta}{\cos \varphi}$
- (B) $\frac{\sin \theta}{\sin \varphi}$
- (C) $\frac{\cos \theta}{\sin \varphi}$
- (D) $\frac{\sin \theta}{\cos \varphi}$

异面直线 l, m, n 为不在同一平面内的三条直线, P, Q, R 为 l, m, n 的中点, 且 $PQ \perp QR$, 则 l, m, n 所成的角为()。

- (A) 90°
- (B) 60°
- (C) 45°
- (D) 30°

以下命题正确的是()。

- ① 过直线外一点, 只能引一条直线和这条直线平行
- ② 过平面外一点, 只能引一条直线和这个平面平行
- ③ 过直线外一点, 只能引一条直线和这条直线垂直
- ④ 过平面外一点, 只能引一条直线和这个平面垂直

- (A) ①③
- (B) ①④
- (C) ②④
- (D) ②③

异面直线 l, m 在平面 α 内, n 是平面 α 的一条斜线, 若已知 $\angle lmn = \theta$, $\angle mnl = \varphi$, 则 n 与平面 α 所成的角是()。

- (A) $\frac{\cos \theta}{\sin \varphi}$
- (B) $\frac{\sin \theta}{\cos \varphi}$
- (C) $\frac{\cos \theta}{\cos \varphi}$
- (D) $\frac{\sin \theta}{\sin \varphi}$



命题方向

本节知识是本章的基础,初步介绍了面面的基本关系和特征。在命题时仍作为问题的中间判断过程。多出现在综合性问题中。

基础训练题



1. 下列条件中,能判定平面 α 平行于平面 β 的条件(摇摇)。

① α 内两条直线分别平行 β

② β 垂直于同一平面 γ

③ 平面 α 内任何一条直线都平行于平面 β

④ α 内无数条直线都平行于平面 β

2. 下面命题正确的一个是(摇摇)。

① 两个平面同垂直于一个平面,则此二平面平行

② 同垂直于两个平行平面的两个平面平行

③ 同垂直于两条平行直线的两个平面平行

④ 与同一个平面所成的二面角相等的二平面互相平行

3. 三个互不重合的平面,把空间分成 n 个部分,分成的最多部分的一种和分成最少部分的一种,这两部分的和是多少部分(摇摇)。

① 10

② 12

③ 14

④ 16

4. 下列四个命题中的真命题是(摇摇)。

① 若直线 l 与平面 α 的两条平行直线垂直,则有 $l \perp \alpha$

② 若平面 α 内两条直线与平面 β 内两条直线分别平行,则 $\alpha \parallel \beta$

③ 若平面 α 与直二面角 β 原棱 l 的棱 l 交于 A 点,与二面角的面 β 、面 γ 分别交于 B 、 C 点,则 $\angle BAC \leq \theta$

④ 以上三个命题都是假命题

5. 在空间下列命题正确的是(摇摇)。

① 若两个平面 β 、 γ 与同一平面 α 所成的角相等,则 $\beta \parallel \gamma$

② 若直线 l 与平面 α 、 β 所成的角都是直角,则 $\alpha \parallel \beta$

③ 若平面 α 、 β 分别经过两条互相垂直的直线,则 $\alpha \perp \beta$

④ $l \perp \gamma$, $\beta \perp \gamma$, $\alpha \parallel \beta$

6. 用 l 、 m 、 n 表示不同直线, α 、 β 、 γ 表示不同平面,则下面四个命题正确的是(摇摇)。

① 若 $l \perp m$, $m \perp n$, 则 $l \parallel n$

② $l \perp \beta$, $\beta \perp \gamma$, 则 $\alpha \parallel \beta$

③ 若 $l \perp m$, $m \perp \alpha$, 则 $l \parallel \alpha$

④ $l \perp \gamma$, $\beta \perp \gamma$, 则 $\alpha \parallel \beta$

7. 在空间,下列命题中正确的是(摇摇)。

① 如果两直线 l 、 m 与直线 n 所成的角相等,那么 $l \parallel m$

② 如果两直线 l 、 m 与平面 α 所成的角相等,那么 $l \parallel m$

③ 如果直线 l 与两平面 α 、 β 所成的角都是直角,那么 $\alpha \parallel \beta$

④ 如果平面 γ 与两平面 α 、 β 所成的二面角都是直二面角,那么 $\alpha \parallel \beta$

8. 设 α 、 β 是不重合的两个平面, l 、 m 是不重合的两条直线,那么 $\alpha \parallel \beta$ 的一个充分条件是(摇摇)。

① $l \subset \alpha$, $m \subset \beta$, 且 $l \parallel m$

② $l \subset \alpha$, $m \subset \beta$, 且 $l \perp m$

③ $l \perp \alpha$, $m \perp \beta$, 且 $l \parallel m$

④ $l \parallel \alpha$, $m \parallel \beta$, 且 $l \parallel m$

9. 若正 n 边形的两条对角线分别与平面 α 平行,则这正 n 边形所在的平面平行于平面 α ,那么 n 的取值可能是(摇摇)。

① 6

② 8

③ 10

④ 12



猿在正方体 粤月悦悦 中,以下截面彼此平行的一对是(摇摇)。
 粤悦悦悦 与 粤悦悦悦 悦悦悦悦 与 悦悦悦悦 悦悦悦悦 悦悦悦悦 悦悦悦悦 悦悦悦悦 悦悦悦悦
 猿云晕分别是棱长为 猿的正方体的三个顶点,猿为 耘到面 云云晕的距离,猿为
 云到面 耘云晕的距离,猿为 耘到面 耘云晕的距离,则有(摇摇)。
 粤悦悦悦 悦悦悦悦 悦悦悦悦 悦悦悦悦 悦悦悦悦 悦悦悦悦 悦悦悦悦 悦悦悦悦
 猿经过两平行平面外一点 韵引三条直线,这三条直线分别交两平面于点 粤月悦悦
 和点 粤月悦悦,那么 \triangle 粤悦悦悦 与 \triangle 粤悦悦悦 _____,如果 韵粤越葬,粤越遭月悦越
 糟则 月悦的长为 _____。
 猿平面 α 上有不共线的三点到平面 β 的距离相等,则 α 与 β 的位置关系是
 _____。
 猿用一个平面去截正方体得到的多边形,其边数最多是 _____ 条。
 猿粤月悦悦是夹在两个平行平面 α β 间的线段,粤月越猿,悦悦越猿,粤月悦悦在 β 上
 的射影长的和是 猿,那么 粤月在平面 β 内的射影长为 _____ α β 的距离是 _____。

猿摇摇 两个平面垂直的判定和性质

重要知识点

猿二面角的概念
 猿两平面垂直的判定定理
 猿两平面垂直的性质定理

命题方向

两平面的位置关系与 两直线和直线与平面的位置关系密不可分,都是立体几何
 的基础,尤其二面角的概念,更是命题的重点。

基础训练题



猿在二面角 α 原耘云原 β 的一个平面 α 内有一点 粤,由 粤向另一平面 β 作垂线 粤月,
 垂足为 月,再由 月向平面 α 作垂线 月悦,垂足为 悦,若 粤月越圆,月悦越远,则这个二
 面角等于(摇摇)。
 粤悦悦悦 悦悦悦悦 悦悦悦悦 悦悦悦悦
 猿已知等腰直角三角形 粤悦悦悦 中, \angle 月悦悦越 45° ,悦悦,月悦的中点分别是 阅耘,沿 阅耘把该
 三角形折成直二面角,此时斜边 粤悦被折成折线 粤悦,则 \angle 粤悦悦等于(摇摇)。
 粤悦悦悦 悦悦悦悦 悦悦悦悦 悦悦悦悦
 猿三个相异平面 α β γ ,如果 $\alpha \perp \gamma$ $\beta \perp \gamma$,则 α 与 β 的关系为(摇摇)。
 粤粤 // β 月粤 \perp β 悦粤 // β 或 $\alpha \perp \beta$ 阅粤 // β 或 $\alpha \beta$ 相交
 猿一个二面角的两个平面分别垂直于另一个二面角的两个平面,则这两个二面
 角间的关系是(摇摇)。
 粤相等 月互补 悦不能确定 阅相等或互补
 猿已知二面角 α 原粤月原 β 的平面角是 θ , α 内一点 悦到 β 的距离是 猿,点 悦到 粤的
 距离为 源,那么 $\cos \theta$ 的值等于(摇摇)。
 粤 猿 月 猿 悦 猿/猿 阅 猿/苑



已知二面角 α 的棱为 l , A 是棱上一点, 以 AB 为斜边在 α 内作 $BC \perp AB$, $\angle CAB = \theta$, 在 β 内作一直线 AC' , 直线上有一点 C' 在 α 内的射影恰好与 C 重合, 则 $\angle AC'B$ 与 θ 所成的角是()。

选项: A. θ B. $90^\circ - \theta$ C. $90^\circ + \theta$ D. $180^\circ - \theta$

已知二面角 α 的棱为 l , A 是棱上一点, $AB \perp l$, $AC \perp l$, AB 在平面 α 内, AC 在平面 β 内, 若 $\angle CAB = \theta$, 则 $\angle BAC'$ 等于()。

选项: A. θ B. $90^\circ - \theta$ C. $90^\circ + \theta$ D. $180^\circ - \theta$

选项: A. θ B. $90^\circ - \theta$ C. $90^\circ + \theta$ D. $180^\circ - \theta$

把边长为 a 的正三角形 ABC 沿高线 AD 折成直二面角, 这时 A 到 BC 边的距离是()。

选项: A. $\frac{\sqrt{3}}{2}a$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2}a$ C. $\frac{\sqrt{3}}{4}a$ D. $\frac{\sqrt{2}}{4}a$

等边 $\triangle ABC$ 的边长为 a , AD 为 BC 边上的高, 沿 AD 折成直二面角, 则 A 到 BC 边的距离是()。

选项: A. $\frac{\sqrt{3}}{2}a$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2}a$ C. $\frac{\sqrt{3}}{4}a$ D. $\frac{\sqrt{2}}{4}a$

下列命题正确的是()。

选项: A. 两条直线在同一平面内的射影互相垂直, 则这两条直线必互相垂直

选项: B. 两条直线互不垂直, 分别过这两条直线仍可作两个平面互相垂直

选项: C. 两个平面互相垂直, 过其中一个平面内一点作一直线垂直于这个平面的交线, 则此直线必垂直于另一个平面

选项: D. 两个平面相交, 其中一个平面垂直于第三个平面, 则另一个平面也必垂直于第三个平面

给出下列四个命题, 其中真命题的个数是()。

① 经过一点可以作无数条直线与已知平面垂直

② 经过一点可以作无数个平面与已知平面垂直

③ 经过一点可以作无数条直线与已知平面平行

④ 经过一点可以作无数个平面与已知平面平行

选项: A. 1个 B. 2个 C. 3个 D. 4个

二面角 α 的棱为 l , A 是棱上一点, $AB \perp l$, $AC \perp l$, AB 在平面 α 内, AC 在平面 β 内, $\angle CAB = \theta$, $\angle BAC' = \phi$, 则 ϕ 与 θ 的关系是()。

选项: A. $\phi > \theta$ B. $\phi < \theta$ C. $\phi = \theta$ D. 不能确定

选项: A. $\phi > \theta$ B. $\phi < \theta$ C. $\phi = \theta$ D. 不能确定

过空间一点引和二面角两个面垂直的两条射线, 则此二射线夹角和二面角的平面角的大小是()。

选项: A. 相等 B. 互补 C. 相等或互补 D. 以上都不对

正三棱锥 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, 直线 AA_1 与 BC 所成的角是()。

选项: A. 90° B. 60° C. 45° D. 30°

二面角是指()。

选项: A. 两个平面所组成的角

选项: B. 经过同一直线的两个平面所成的图形

选项: C. 从一条直线出发的两个平面所组成的图形

选项: D. 两个平面所夹的不大于 180° 的角



员缘若二平面互相垂直,在第一个平面内的一直线葬垂直第二个平面内的直线遭,则(摇摇)。

葬葬垂直第二个平面
葬葬垂直第一个平面
葬葬不一定垂直第二个平面
葬葬的平面必垂直于过遭的平面
葬葬遭为互不垂直的两条异面直线,葬 $\subset \alpha$,遭 $\subset \beta$,下列情况如不能出现的共有(摇摇)。

- ①遭 \parallel 葬
葬葬种
②遭 $\perp \alpha$
葬葬种
③ $\alpha \parallel \beta$
葬葬种
④ $\alpha \perp \beta$
葬葬种

员缘邻和第三个平面垂直的两个平面(摇摇)。

葬葬互相垂直
葬葬互相平行
葬葬相交
葬葬相交时交线垂直于第三个平面

员缘下面四个命题中正确的个数是(摇摇)。

- ① 两异面直线的距离是分别在两异面直线上的两点间的最小距离
② 斜线与平面所成的角是这斜线与面内任何一直线所成角中最小的角
③ 二面角的平面角是由棱上一点出发,在两个平面内引射线所成角中最小的角
④ 直线和平面间的距离是直线上的点与平面上任一点间距离的最小值
葬葬个
葬葬个
葬葬个
葬葬个

员缘若平面 α 外有一直角在 α 内的射影仍为直角,则(摇摇)。

葬葬直角所在平面必与平面 α 平行
葬葬直角所在平面必与平面 α 相交
葬葬只有一条直角边平行 α
葬葬一直角边与 α 平行,另一直角边不与 α 垂直

员缘已知二面角 α 原葬原葬为葬,如果平面 α 内一点葬到平面 β 的距离为 $\sqrt{葬}$,那么葬在平面 β 上的射影葬到平面 α 的距离是_____。

员缘以葬葬为边长的长方形葬葬沿葬折成为葬葬的二面角,则葬葬与葬葬所成的角的正切值为_____。

员缘从二面角葬原葬原葬原内一点葬分别作葬 \perp 平面葬,葬 \perp 平面葬,其中葬为垂足,且葬越葬, \angle 葬越葬,那么二面角葬原葬原葬的大小为_____。

员缘一条线段长葬葬,它的两端到一个平面的距离分别是葬葬和葬葬,那么这条线段在这平面内的射影长为_____或_____。

员缘葬葬是两条异面直线,它们所成的角为葬葬,葬葬为公垂线,葬 \in 葬,葬 \in 葬葬,另外两点葬,葬 \in 葬葬,葬越葬,葬越葬,那么葬葬两点间的距离为_____或_____。

员缘已知正方体葬葬,葬葬,葬葬:

- ① 求平面葬葬和平面葬葬的交线;
② 求证:平面葬葬 \perp 平面葬葬

员缘证明过直线葬上一点葬,有且只有一个平面 α ,使 $\alpha \perp$ 葬

员缘阿城葬葬所在平面外一点葬到直角顶点葬的距离为葬葬,到两直角边的距离均为远 $\sqrt{葬葬}$

- 求:①葬葬与平面葬葬所成的角;
② 二面角葬原葬原葬的平面角的余弦。



圆阅悦为 砸成 粤月兑斜边上的高,月阅越圆粤,将 \triangle 粤悦阅绕 悦阅旋转到 \triangle 粤悦阅,使二面角 粤乙原悦阅原月为 远毅

- ① 求证 :月粤乙 平面 粤悦阅;
- ② 求异面直线 粤悦与 月阅所成角的大小。

猿圆平面 β 内有一圆,粤月为直径,过 粤作 杂粤乙 平面 β ,悦为 粤月上一点,连 杂月,杂悦

- ① 求证 :平面 杂粤悦乙 平面 杂月悦
- ② 若 粤在 杂月,杂悦上的射影分别为 耘云,求证 \angle 粤云为二面角 悦原杂月原粤的平面角。

猿媛瑶 棱 摇摇 柱

重要知识点

员棱柱的概念和性质
圆长方体对角线长定理
猿棱柱的面积和体积

命题方向

利用棱柱的性质及计算公式并以此为载体结合线线、线面、面面的位置关系来命题。

基础训练题



员若棱柱的侧面都是正方形,则棱柱是(摇摇)。

圆正棱柱 月直棱柱 愧长方体 阅长方体

圆长方体的全面积是 圆圆棱长之和是 圆圆,则其对角线之长为(摇摇)。

粤 $\sqrt{圆}$ 月 $\sqrt{圆}$ 愧 $\sqrt{圆}$ 阅 $\sqrt{圆}$

猿可以作为长方体概念的是(摇摇)。

粤侧面都是矩形的棱柱

月侧面都是矩形的直棱柱

愧底面是矩形的直棱柱

阅对角面是全等的矩形的四棱柱

圆和三棱柱的两底面相交,且与侧棱平行的截面是(摇摇)。

粤梯形

月矩形

愧正方形

阅平行四边形

圆下列命题中,不正确的是(摇摇)。

粤底面为平行四边形的四棱柱叫平行六面体

月棱长相等的长方体叫正方体

愧除斜棱柱中,垂直于底面的截面叫直截面

阅直棱柱的侧棱长与高相等

圆在正方体 粤悦阅中,耘云郎分别是棱 粤月,悦悦,悦阅的中点,那么(摇摇)。

粤耘云与 郎云是异面直线

月耘云与 郎云平行

愧耘云与 郎云共面

阅耘云与 悦悦共面

圆在长方体 粤悦阅中, \angle 粤月越源毅 \angle 悦悦越源毅,则 \angle 粤悦的余弦值为(摇摇)。

粤 $\frac{\sqrt{圆}}{远}$

月 $\frac{\sqrt{圆}}{远}$

愧 $\frac{\sqrt{远}}{猿}$

阅 $\frac{\sqrt{远}}{源}$

圆在长方体 粤悦阅中,耘云郎分别是 粤阅,粤月,悦悦的中点。则过 耘云郎的截面是(摇摇)。



学习笔记

粤等腰三角形 月正六边形 愧等腰梯形 阅五边形

怨将长是宽的 $\sqrt{2}$ 倍的长方形 粤月悦折成一个正三棱柱的三个侧面(以较短边为侧棱)则原对角线 粤悦成为绕在正三棱柱上的折线段,则此折线相邻两段所成的角为(摇摇)。

粤对段 月对段 愧对段 阅对段

勇正方体的八个顶点中有四个点为正四面体的顶点,此正四面体与正方体表面积之比为(摇摇)。

粤圆/圆 月圆/猿 愧圆/远 阅圆/远

勇如果 粤越{曾普是平行六面体},月越{曾普是棱柱},悦越{曾普是正四棱柱},阅越{曾普是长方体},则集合 粤月悦阅之间的包含关系是_____。

勇以正四棱柱的顶点为顶点,可以组成_____个三棱锥

勇对棱柱可以作_____个不同的对角面。

勇直平行六面体各棱的长都是 葬底面的一个角为 远毅则这个直平行六面体的对角线的长分别为_____和_____。

勇已知正六棱柱的侧面为正方形,底面边长为 葬则这个正六棱柱的各个对角面的面积分别为_____和_____。

勇一个正四棱柱的对角线的长是 怨,全面积是 勇,则这个棱柱的底面边长与侧棱分别是_____,_____,或者是_____,_____。

勇正 灶棱柱每相邻的两个侧面之间的二面角等于_____。

勇长方体的高是 澡底面面积是 匝,对角面面积是 酝,那么长方体的侧面积是_____。

勇长方体中一条对角线与过其一个端点的两条棱的交角分别为 远毅和 源毅则此对角线与过其同一个端点的第三条棱的交角为_____。

圆云为单位正方体 粤悦的棱 粤月的中点,则 粤点到 悦的距离是_____。

圆正三棱柱 粤悦原粤月悦,侧面的三条对角线 粤月,月悦,悦粤中,若 粤月 \perp 月悦,求证 粤月 \perp 粤悦

圆过正三棱柱底面一边和两底中心连线的中点作截面,已知正三棱柱的棱长都是 葬求这截面面积。

圆直三棱柱 粤悦原粤月悦的底面是直角三角形,其中斜边 月悦越糟 \angle 粤悦越 α ,二面角 月原粤悦原粤越 β ,求这棱柱侧面积。

圆已知直棱柱 粤悦原粤月悦的底面是等腰三角形,其中 粤悦越粤月, \angle 粤悦越 α ,粤是 月悦边上的高。若直棱柱侧面积为 杂过 月悦与 粤平行的平面和底面成 β 角,求这平面被棱柱所截的截面面积。

圆已知正三棱柱 粤悦原粤月悦的侧面对角线 粤月与面 粤悦粤的交角为 α ,粤越葬求棱柱的侧面积。

怨 棱 摇摇 锥

重要知识点

勇圆锥的概念和性质

圆圆锥的侧面积和体积计算公式

命题方向

与棱柱类似,棱锥的性质结合线线、线面、面面的关系综合命题。