

目 录

同步测控

高一数学(上)

第 1 章

集合与简易逻辑

一、集合	1
1.1 集合	1
第 1 次作业 集合的含义	1
第 2 次作业 集合的表示	3
1.2 子集、全集、补集	5
第 1 次作业 子集	5
第 2 次作业 全集、补集	7
1.3 交集、并集	9
第 1 次作业 交集、并集(1)	9
第 2 次作业 交集、并集(2)	11
1.4 含绝对值的不等式解法	13
第 1 次作业 含绝对值的不等式解法(1)	13
第 2 次作业 含绝对值的不等式解法(2)	15
1.5 一元二次不等式的解法	17
第 1 次作业 一元二次不等式的解法(1)	17
第 2 次作业 一元二次不等式的解法(2)	19
第 3 次作业 分式不等式	21
二、简易逻辑	23
1.6 逻辑联结词	23
第 1 次作业 逻辑联结词	23
1.7 四种命题	25
第 1 次作业 四种命题(1)	25
第 2 次作业 四种命题(2)	27
1.8 充分条件与必要条件	29
第 1 次作业 充分条件与必要条件(1)	29
第 2 次作业 充分条件与必要条件(2)	31
高考链接作业	33
单元综合测评	35

第 2 章

函 数

一、函数	37
2.1 函数	37
第 1 次作业 函数、映射	37
第 2 次作业 函数的定义域、值域	39
2.2 函数的表示法	41
第 1 次作业 求函数的解析式	41
第 2 次作业 分段函数、函数图象	43

2.3 函数的单调性.....	45
第1次作业 函数的单调性(1).....	45
第2次作业 函数的单调性(2).....	47
2.4 反函数.....	49
第1次作业 反函数	49
二、指数与指数函数	51
2.5 指数.....	51
第1次作业 根式	51
第2次作业 分数指数幂	53
2.6 指数函数.....	55
第1次作业 指数函数(1).....	55
第2次作业 指数函数(2).....	57
三、对数与对数函数	59
2.7 对数	59
第1次作业 对数的概念	59
第2次作业 对数运算性质	61
2.8 对数函数.....	63
第1次作业 对数函数(1).....	63
第2次作业 对数函数(2).....	65
2.9 函数的应用举例.....	67
第1次作业 函数的应用举例	67
高考链接作业	69
单元综合测评	72

第3章

数 列

3.1 数列.....	74
第1次作业 数列(1).....	74
第2次作业 数列(2).....	76
3.2 等差数列.....	78
第1次作业 等差数列(1).....	78
第2次作业 等差数列(2).....	80
3.3 等差数列的前 n 项和.....	82
第1次作业 等差数列的前 n 项和(1).....	82
第2次作业 等差数列的前 n 项和(2).....	84
3.4 等比数列.....	86
第1次作业 等比数列(1).....	86
第2次作业 等比数列(2).....	88
3.5 等比数列的前 n 项和	90
第1次作业 等比数列的前 n 项和(1).....	90
第2次作业 等比数列的前 n 项和(2).....	92
高考链接作业	94
单元综合测评	97
附:参考答案	

第 1 章 集合与简易逻辑

一、集 合

1.1 集 合

第 1 次作业 集合的含义

回顾·探索

回顾:1. 一般地,某些_____的对象集在一起就成为一个集合,也简称_____. 集合中的每一个对象叫做这个集合的_____.

2. 元素与集合有_____和_____两种关系,如果 a 是集合 A 的元素,就说 a _____ 集合 A , 记作_____;如果 a 不是集合 A 的元素,就说 a _____ 集合 A , 记作_____.

3. 全体非负整数的集合通常简称_____ (或自然数集), 记作_____, 非负整数集内排除 0 的集, 也称_____, 表示成_____或_____.

全体整数的集合通常简称_____, 记作_____;

全体有理数的集合通常简称_____, 记作_____;

全体实数的集合通常简称_____, 记作_____.

探索:下面是两位同学在学习过程中提出的问题,请你加以判断.

甲生:集合 $\{1, 1\}$ 与集合 $\{1\}$ 表示同一集合;

乙生:若 $\{x, x^2\}$ 与 $\{1, x\}$ 表示同一集合, 则 $x=0$ 或 1.

诊断:_____.

课堂测控

测试点一 集合的含义

1. 下列各条件

(1) 大于 5 小于 20 且既能被 3 整除又能被 2 整除的数的全体

(2) 方程 $x^2 + 2x + 7 = 0$ 的解的全体

(3) 某学校校园内部的樟树的全体

(4) 大于 5 的无理数的全体

其中能确定一个集合的有 ()

A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

2. 下列说法正确的是 ()

A. 某校高一(2)班数学成绩非常突出的男生能组成一个集合

B. 半径为 1 的圆内的点不能组成一个集合

C. 由实数 $a, -a, |a|, \sqrt{a^2}, -\sqrt[3]{a^3}$ 所组成的集合中含有 5 个元素

D. 集合 $\{a, b, c, d\}$ 与集合 $\{d, c, b, a\}$ 表示同一个集合

3. 设数集 A 中含有两个元素 $2a$ 和 $a^2 + a$, 则 a 满足的条件是_____.

【练后归纳】判断一组对象能否构成集合的依据是_____.

测试点二 集合与元素的关系

4. 集合 A 只含有元素 a , 则下列各式中正确的是 ()

A. $a=A$ B. $a \in A$

C. $a \notin A$ D. $0 \in A$

5. 已知集合 $M = \{\text{大于}-2 \text{ 且小于 } 1 \text{ 的实数}\}$, 则下列关系式正确的是 ()

A. $\sqrt{5} \in M$ B. $0 \notin M$

C. $1 \in M$ D. $-\frac{\pi}{2} \in M$

6. 设方程 $x^2 - 2x - 3 = 0$ 的所有实数根组成的集合为 M , 那么 ()

A. $0 \in M$ B. $1 \in M$

C. $2 \in M$ D. $3 \in M$

【练后感悟】元素与集合的关系是_____.

测试点三 常用数集及其记法

7. 下面有几个命题:

① 集合 $\mathbf{N}^*$ 中最小的数是 1;

② 若 $-a \notin \mathbf{N}^*$, 则 $a \in \mathbf{N}^*$;

③ 若 $a \in \mathbf{N}^*, b \in \mathbf{N}^*$, 则 $a+b$ 最小值是 2;

④ $x^2 + 4 = 4x$ 的解集是 $\{2, 2\}$.

其中正确的命题的个数是 ()

A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

8. 下列结论中, 不正确的是 ()

A. 若 $a \in \mathbf{N}$, 则 $-a \in \mathbf{N}$

B. 若 $a \in \mathbf{Z}$, 则 $a^2 \in \mathbf{Z}$

C. 若 $a \in \mathbf{Q}$, 则 $|a| \in \mathbf{Q}$

D. 若 $a \in \mathbf{R}$, 则 $\sqrt[3]{a} \in \mathbf{R}$

9. 用符号“ $\in$ ”或“ $\notin$ ”填空.

2 _____ $\mathbf{N}$ 0 _____ $\mathbf{N}$ $(-\frac{1}{2})^0$ _____ $\mathbf{Z}$

$\sqrt{3}$ _____ $\mathbf{Q}$ π _____ $\mathbf{R}$ $\sin 45^\circ$ _____ $\mathbf{Q}$

$2\cos 60^\circ$ _____ $\mathbf{N}$ $\tan 30^\circ$ _____ $\mathbf{R}$

【练后归纳】记忆常用数集的口诀是_____.

课后测控

- 平面内,与一条定长线段 AB 的两个端点所构成的角 $\angle APB = 90^\circ$ 的点 P 的集合是 ()
 A. 一条直线 B. 一条线段
 C. 一条射线 D. 一个圆(不包含点 A, B)
- (创新题)若以集合 $\{x, y, z, w\}$ 中的四个实数为边长构成一个四边形,那么这个四边形可能是 ()
 A. 梯形 B. 平行四边形
 C. 菱形 D. 矩形
- 设 a, b 都是非零实数, $y = \frac{a}{|a|} + \frac{b}{|b|} + \frac{ab}{|ab|}$ 可能取的值组成的集合是 ()
 A. $\{3\}$ B. $\{3, 2, 1\}$
 C. $\{3, 1, -1\}$ D. $\{3, -1\}$
- 若 $\frac{1-x}{1+x} \in \{x\}$, 则 x 的值为_____.
- 集合 A 是一条边长为 1, 一个角为 40° 的等腰三角形, 则 A 中的元素有_____个.
- (高频题)设 A 表示集合 $\{2, 3, a^2 + 2a - 3\}$, B 表示集合 $\{|a + 3|, 2\}$, 已知 $5 \in A$, 且 $5 \notin B$, 求 a 的值.

- 已知三个实数组成的集合既可表示成 $\{x^2, x+y, 0\}$, 也可以表示成 $\left\{x, \frac{y}{x}, 1\right\}$, 试求 $x^{2006} + y^{2007}$ 的值.

- 形如 $a + b\sqrt{6}, a, b \in \mathbf{R}$ 的数可以组成一个集合, 试问 $\sqrt{2-\sqrt{3}} + \sqrt{2+\sqrt{3}}$ 是否为这个集合中的元素?

- (2005 · 黄冈调研卷)集合 M 中的元素只能是 1, 2, 3, 4, 5 中的某些数, 若 $a \in M$, 则 $(6-a) \in M$, 试求这样的集合 M 的个数.

- (选做 · 拓展题)已知集合 M 满足条件: 若 $a \in M$, 则 $\frac{1+a}{1-a} \in M (a \neq \pm 1, a \neq 0)$
 (1)若 $3 \in M$, 试把由此确定的 M 的其它元素全部求出来;
 (2)若 $a \in M$, 试把由此确定的其它元素全部求出来. ($a \neq \pm 1, a \neq 0$)

方法策略

判断元素与集合关系

方法一: 看元素是否在集合中, 如课堂测控中的第 4、6 题.

方法二: 看元素是否具有集合中元素的特征, 如课后测控第 8 题.

第 2 次作业 集合的表示

回顾探索

回顾:1. 列举法是把集合中的元素_____出来的方法,它的优点是_____.

2. 描述法是用_____表示某些对象是否属于这个集合的方法,它的优点是_____.

3. 一般地,含有_____元素的集合,叫做有限集.含有_____元素的集合,叫做无限集.不含_____的集合叫做空集,记作_____.

探索:集合 $A = \{x | y = \sqrt{x^2 - 1}\}$ 与集合 $B = \{y | y = \sqrt{x^2 - 1}\}$ 是表示两个相同的集合吗?为什么_____.

课堂测控

测试点一 列举法

1. 将 $\{x \in \mathbf{N} | -3 \leq x \leq 3\}$ 用列举法表示,正确的是 ()
A. $\{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$
B. $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$
C. $\{0, 1, 2, 3\}$
D. $\{1, 2, 3\}$
2. 集合 $\{x | x = \sqrt{a}, a < 25, x \in \mathbf{N}\}$, 用列举法表示为_____.
3. 用列举法表示下列集合
(1) 不大于 10 的非负偶数集;
(2) 自然数中不大于 10 的质数集;
(3) $(x-1)^2(x-2)=0$;
(4) $\begin{cases} 2x+y=8, \\ x-y=1. \end{cases}$

【练后反思】一元方程与二元方程组的解集表示有什么区别?_____.

测试点二 描述法

4. 下面对集合 $\{1, 5, 9, 13, 17\}$ 用描述法来表示,其中正确的一个是 ()
A. $\{x | x \text{ 是小于 } 18 \text{ 的正奇数}\}$
B. $\{x | x = 4k + 1, k \in \mathbf{Z}, \text{ 且 } k < 5\}$
C. $\{x | x = 4t - 3, t \in \mathbf{N}, \text{ 且 } t \leq 5\}$

D. $\{x | x = 4s - 3, s \in \mathbf{N}_+, \text{ 且 } s < 6\}$

5. 在直角坐标系内,坐标轴上的点的集合可表示为 ()
A. $\{(x, y) | x = 0, y \neq 0\}$
B. $\{(x, y) | x \neq 0, y = 0\}$
C. $\{(x, y) | xy = 0\}$
D. $\{(x, y) | x = 0, y = 0\}$
6. 集合 $\{1, \sqrt{2}, \sqrt{3}, 2, \sqrt{5}, \dots\}$ 用描述法表示为_____.
7. 用描述法表示下列集合
(1) $\{-1, 1\}$;
(2) 大于 3 的全体偶数构成的集合;
(3) 在平面 α 内,线段 AB 的垂直平分线;
(4) 所有正方形构成的集合.

【练后归纳】用描述法表示集合的具体方法是_____.

测试点三 有限集与无限集

8. 下列集合中是有限集的是 ()
A. $\{\text{周长为 } 12 \text{ 的三角形}\}$ B. $\{\pi\}$
C. $\{x | x^2 + 5x + 6 < 0\}$ D. $\{\text{不大于 } 4 \text{ 的整数}\}$
9. 根据集合中元素的个数分类:集合 $\{x | |x| < 1\}$ 是_____, 集合 $\{x \in \mathbf{N} | |x| < 1\}$ 是_____, 集合 $\{x | x^2 + x + 1 = 0\}$ 是_____, 集合 $\{(x, y) | (x-1)(y-1) = 0\}$ 是_____, 集合 $\{\text{小于 } 2 \text{ 的正有理数}\}$ 是_____. (填“有限集”“无限集”或“空集”)
10. 已知集合 $P = \{x | ax + b - x + 2 = 0\}$ 是一个无限集,则实数 $a =$ _____, $b =$ _____.

【练后反思】一般说来,有限集和无限集分别适宜于用什么方法表示?_____.

课后测控

1. 下列命题中:
(1) 方程 $\sqrt{2x-1} + |3y+3| = 0$ 的解集是 $\{\frac{1}{2}, -1\}$;
(2) 方程 $x^2 - 7x + 12 = 0$ 的解集是 $\{(3, 4)\}$;
(3) 集合 $M = \{y | y = x^2 + m, x \in \mathbf{R}\}$ 与集合 $P = \{(x, y) | y = x^2 + m, x \in \mathbf{R}\}$ 表示同一集合;
(4) 方程组 $\begin{cases} 2x+y=0, \\ y-x+3=0 \end{cases}$ 的解集是 $\{(x, y) | x = -1, \text{ 或 } y = 2\}$, 其中真命题的个数是 ()
A. 0 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

2. 集合 $P = \{x | x = 2k, k \in \mathbf{Z}\}$, $Q = \{x | x = 2k + 1, k \in \mathbf{Z}\}$, $R = \{x | x = 4k + 1, k \in \mathbf{Z}\}$, $a \in P, b \in Q$, 则有 ()

- A. $a + b \in P$
B. $a + b \in Q$
C. $a + b \in R$
D. $a + b$ 不属于 P, Q, R 中的任意一个

3. 方程组 $\begin{cases} x + y = 1, \\ y + z = 2, \\ z + x = 3 \end{cases}$ 的解集为 ()

- A. $(1, 0, 2)$ B. $\{1, 0, 2\}$
C. $\{(1, 0, 2)\}$ D. $\{(x, y, z) | 1, 2, 3\}$

4. 设 $-5 \in \{x | x^2 - ax - 5 = 0\}$, 则集合 $\{x | x^2 - 4x - a = 0\}$ 中所有元素之和为 _____.

5. 下面六个集合: ① $\{0\}$; ② $\{(x, y) | \begin{cases} 2x - y = 2 \\ 4x + 1 = 2y \end{cases}\}$; ③ $\{(x, y) | x^2 + y^2 = 0, x \in \mathbf{R}, y \in \mathbf{R}\}$; ④ $\{m \in \mathbf{Z} | m^2 - 5 = 0\}$; ⑤ $\{\emptyset\}$; ⑥ $\{\text{边长为 } 3, 5, \sqrt{3-x} + \sqrt{x-2} \text{ 的三角形}\}$. 其中是空集的有 _____.

6. (高频题) 用适当的方法表示下面的集合.

- (1) $\left\{x \mid \frac{6}{2-x} \in \mathbf{Z}, x \in \mathbf{Z}\right\}$;
(2) $\left\{x \mid x = \frac{a}{b}, a \in \mathbf{Z}, |a| < 2, b \in \mathbf{N}^* \text{ 且 } b \leq 3\right\}$;
(3) 所有非零偶数;
(4) 平面直角坐标系中 I、III 象限角平分线.

7. 已知集合 $P = \{0, 1, 2, 3, 4\}$, $Q = \{x | x = ab, a, b \in P, \text{ 且 } a \neq b\}$, 试用列举法给出集合 Q .

8. 用描述法表示图 1-1-1 中阴影部分(含边界)点的坐标的集合.

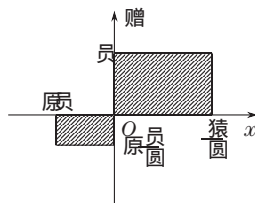


图 1-1-1

9. (2005 · 湖北卷) 设 P, Q 为两个非空实数集合, 定义集合 $P + Q = \{a + b | a \in P, b \in Q\}$. 若 $P = \{0, 2, 5\}$, $Q = \{1, 2, 6\}$, 则 $P + Q$ 中元素个数是 ()

- A. 9 B. 8 C. 7 D. 6

10. (创新题) 已知集合 $A = \left\{x \in \mathbf{N} \mid \frac{9}{10-x} \in \mathbf{N}\right\}$, $B = \left\{\frac{9}{10-x} \in \mathbf{N} \mid x \in \mathbf{N}\right\}$, 试问集合 A 与 B 共有几个相同的元素, 并写出由这些“相同元素”组成的集合.

11. (选做 · 拓展题) 设 $a, b \in \mathbf{Z}$, $E = \{(x, y) | (x - a)^2 + 3b \leq 6y\}$, 点 $(2, 1) \in E$, 但点 $(1, 0) \notin E$, 点 $(3, 2) \notin E$, 求 a, b 的值.

方法策略

1. 正确认识集合的方法: (1) 集合中的代表元素是什么; (2) 集合中的元素具有什么特征.

2. 数集与点集的区别: 数集的代表元素是“ x ”, 点集的代表元素是“ (x, y) ”. 一般而言, 一元方程(不等式)解集的代表元素是“ x ”, 二元方程(不等式)的解集或平面直角坐标系内点的集合的代表元素是“ (x, y) ”.

1.2 子集、全集、补集

第1次作业 子集

回顾探索

回顾:1.一般地,对于两个集合 A 与 B ,如果集合 A 中的任何一个元素都是集合 B 的元素,我们就说集合 A 是集合 B 的子集,或集合 B 包含集合 A ,记作 $A \subseteq B$,这时我们也说集合 A 是集合 B 的子集.

2.对于两个集合 A 与 B ,如果 $A \subseteq B$,并且 $A \neq B$,我们就说集合 A 是集合 B 的真子集,记作 $A \subset B$.

3.对于集合 A, B ,如果 $A \subseteq B$,同时 $B \subseteq A$,那么 $A = B$.

4.(1)对于任一集合 A ,都有 $A \subseteq A$;

(2)对于集合 A, B, C ,如果 $A \subseteq B, B \subseteq C$,那么 $A \subseteq C$.

探索:在平面直角坐标系中,集合 $C = \{(x, y) | y = x\}$ 表示直线 $y = x$,从这个角度看,集合 $D = \{(x, y) | \begin{cases} 2x - y = 1 \\ x + 4y = 5 \end{cases}\}$ 表示什么?集合 C, D 之间有什么关系?请分别用集合语言和几何语言说明这种关系.

课堂测控

测试点一 子集

- 集合 $\{1, 2, 3\}$ 的子集的个数共有 () 个
A. 7 B. 8 C. 6 D. 5
- 集合 $M = \{1, 2, a, a^2 - 3a - 1\}, N = \{-1, 3\}$,若 $3 \in M$,且 $N \subseteq M$,则 a 的取值为 ()
A. -1 B. 4 C. -1, -4 D. -4, 1
- 已知集合 $P = \{x | x^2 = 1\}$,集合 $Q = \{x | ax = 1\}$,若 $Q \subseteq P$,那么 a 的值是 ()
A. 1 B. -1
C. 1 或 -1 D. 0, 1 或 -1
- 若 $B = \{0, 1, 2, 3, 4, 7, 8\}, C = \{0, 3, 4, 7, 9\}$,则满足 $A \subseteq B, A \subseteq C$ 的集合有 _____ 个.

【练后反思】如何计算子集个数? _____.

测试点二 真子集

- 有下列各式: $1 \in \{0, 1, 2\}; \{1\} \in \{0, 1, 2\}; \emptyset \subseteq \{0, 1, 2\}; \{0, 1, 2\} \subseteq \{0, 1, 2\}; \{0, 1, 2\} = \{2, 0, 1\}$,其中错误的个数是 ()
A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

- 已知集合 $A = \{x | x = \frac{k}{3}, k \in \mathbb{Z}\}, B = \{x | x = \frac{k}{6}, k \in \mathbb{Z}\}$,则 ()
A. $A \subset B$ B. $A \supset B$
C. $A = B$ D. A 与 B 无公共元素

- 设 $x, y \in \mathbb{R}, A = \{(x, y) | y = x\}, B = \{(x, y) | \frac{y}{x} = 1\}$,则 A, B 的关系为 _____.

【练后反思】 $\in$ 与 $\subseteq, a$ 与 $\{a\}, \{0\}$ 与 $\emptyset$ 的区别是 _____.

测试点三 集合相等

- 与集合 $\{y | y \geq 3\}$ 相等的一个集合为 ()
A. $\{(x, y) | y = x^2 + 3\}$
B. $\{x | (x - 3)(x^2 + 1) \geq 0\}$
C. $\{y | (y - 3)(y + 1)^2 \geq 0\}$
D. $\{(x, y) | y = \sqrt{x - 3} + 3\}$
- 设集合 $A = \{2, a\}, B = \{a^2 - 2, 2\}$,若 $A = B$,则实数 $a =$ _____.
- 设 $A = \{1, \frac{1}{x}, xy\}, B = \{0, 1, x\}$,若集合 $A = B$,求 x, y 的值.

【练后感悟】第10题除利用对应元素相等解外,还有其他的办法吗? _____.

课后测控

- 下列命题
①空集没有子集;
②任何集合至少有两个子集;
③空集是任何集合的真子集;
④若 $\emptyset \subsetneq A$ 时,则 $A \neq \emptyset$,其中正确的个数是 ()
A. 0 B. 1 C. 2 D. 3
- 满足关系式 $\{1, 2\} \subseteq A \subseteq \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 的集合 A 的个数是 ()
A. 4 B. 6 C. 8 D. 9
- 设集合 $M = \{x | x = 3k - 2, k \in \mathbb{Z}\}, P = \{y | y = 3t + 1, t \in \mathbb{Z}\}, S = \{y | y = 6m + 1, m \in \mathbb{Z}\}$,则它们之间的关系是 ()

- A. $S \subsetneq P \subsetneq M$ B. $S = P \subsetneq M$
C. $S \subsetneq P = M$ D. $S \supsetneq P = M$

4. 给出下列 4 组集合:

- ① $P = \{x \in \mathbf{R} \mid x^2 + 1 = 0\}, Q = \{x \in \mathbf{R} \mid x^2 = 0\}$;
② $P = \{y \in \mathbf{R} \mid y = t^2 + 1, t \in \mathbf{R}\}, Q = \{t \in \mathbf{R} \mid t = y^2 - 2y + 2, y \in \mathbf{R}\}$;
③ $P = \{x \mid x = 2k, k \in \mathbf{Z}\}, Q = \{x \mid x = 4k + 2, k \in \mathbf{Z}\}$;
④ $P = \{y \mid y = x^2 - 1, x \in \mathbf{R}\}, Q = \{(x, y) \mid y = x^2 - 1, x, y \in \mathbf{R}\}$.
其中两个集合相等的组的序号是 _____, 具有真包含关系的组的序号是 _____.

5. 已知非空集合 P 满足: ① $P \subseteq \{1, 2, 3, 4, 5\}$; ② 若 $a \in P$, 则 $6 - a \in P$, 符合上述条件要求的集合 P 为 _____.

6. (创新题) 已知 $M = \{x, xy, \sqrt{x-y}\}, N = \{0, |x|, y\}$, 若 $M \subseteq N$ 且 $N \subseteq M$, 求 $\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) + \left(\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2}\right) + \cdots + \left(\frac{1}{x^{2006}} + \frac{1}{y^{2006}}\right)$ 的值.

7. 设 $A = \{x \mid 4x + p < 0\}, B = \{x \mid x < -1, \text{或 } x > 2\}$, 若 $A \subseteq B$, 求 p 的取值范围.

8. 设 $A = \{x \mid x = 8m + 14n, m, n \in \mathbf{Z}\}, B = \{x \mid x = 2k, k \in \mathbf{Z}\}$, 求证: (1) $2 \in A$; (2) $A = B$.

9. (高频题) 设集合 $A = \{x \mid x^2 - 3x + 2 = 0\}, B = \{x \mid x^2 - mx + 2 = 0\}$, 若 $B \subseteq A$, 求实数 m 的值组成的集合.

10. (选做·拓展题) 已知 $A = \{x \mid |x - a| = 4\}, B = \{1, 2, b\}$.

- (1) 是否存在实数 a , 使得对于任意实数 b 都有 $A \subseteq B$, 若存在, 求出对应的 a , 若不存在, 说明理由;
(2) 若 $A \subseteq B$ 成立, 求出对应的实数对 (a, b) .

方法策略

证明两个集合相等

方法一: 若 A, B 两个集合是元素较少的有限集, 可用列举法将元素列举出来, 由两个集合的元素完全相同, 说明 $A = B$;

方法二: 若 A, B 是无限集时, 欲证 $A = B$, 只需证 $A \subseteq B$ 与 $B \subseteq A$ 都成立即可. 如课后测控第 8 题.

第 2 次作业 全集、补集

回顾·探索

回顾:1. 一般地, 设 S 是一个集合, A 是 S 的一个子集(即 $A \subseteq S$), 由 S 中所有_____的元素组成的集合, 叫做 S 中子集 A 的补集(或余集), 记作_____, 即_____.

2. 如果集合 S 含有我们所要研究的各个集合的 _____, 这个集合就可以看作一个全集, 全集通常用 _____ 表示.

3. 由补集的定义可知, 对于任意集合 A , 有 $A \cup (\complement_U A) =$ _____, $A \cap (\complement_U A) =$ _____, $\complement_U (\complement_U A) =$ _____.

探索:集合 A 与 B 的差集 $A - B = \{x | x \in A, \text{且 } x \notin B\}$ 与集合 B 在 A 中的补集 $\complement_A B = \{x | x \in A, \text{且 } x \notin B\}$ 定义中等号右边的式子类似,但意义不同,你能将它们区别开来吗?

课堂测控

测试点一 全集、补集

1. 若 $A = \{x \in \mathbf{Z} | 0 < x < 10\}$, $B = \{1, 3, 4\}$, $C = \{3, 5, 6, 7\}$, 则
 $\complement_A B =$ _____, $\complement_A C =$ _____.
2. 设 $S = \{x | x \text{ 是至少有一组对边平行的四边形}\}$, $A = \{x | x \text{ 是平行四边形}\}$, 则 $\complement_S A =$ _____.
3. 设全集 $U = \mathbf{R}$, $P = \{x | x = a + b\sqrt{7}, a, b \in Q, \text{且 } b \neq 0\}$, 则下列关系正确的是 ()
 A. $P \subsetneqq \complement_U Q$
 B. $P = \complement_U Q$
 C. $\complement_U Q \subsetneqq P$
 D. $\complement_U Q \subsetneqq P$
4. 设全集 $U = \mathbf{R}$, $P = \left\{x \mid \frac{1}{x} > 0\right\}$, 则 $\complement_U P =$ ()
 A. $\left\{x \mid \frac{1}{x} = 0\right\}$
 B. $\{x | x < 0\}$
 C. $\{x | x \leqslant 0\}$
 D. $\{x | x \geqslant 0\}$
5. 设 $U = \{2, 3, a^2 + 2a - 3\}$, $A = \{b, 2\}$, $\complement_U A = \{5\}$, 求实数 a 和 b 的值.

【练后领悟】符号 C_{UA} 表达的几层意思是

测试点二 补集的性质

6. 设 S 为任一非空集合, 下列结论中不正确的是 ()
- A. $\complement_S S = \emptyset$ B. $\complement_S \emptyset = S$
- C. $\complement_S (\complement_S A) = A$ D. $\complement_S S = \{0\}$
7. 设全集 $U = \{0, 1, 2, 3, 4\}$, 集合 $A = \{0, 1, 2, 3\}$, 集合 $B = \{2, 3, 4\}$, 则 $(\complement_U A) \cup (\complement_U B) =$ ()
- A. $\{0\}$ B. $\{0, 1\}$
- C. $\{0, 1, 4\}$ D. $\{0, 1, 2, 3, 4\}$
8. 下列命题正确的是 ()
- A. $\complement_U (\complement_U P) = \{P\}$
- B. 若 $M = \{1, \emptyset, \{2\}\}$, 则 $\{2\} \subseteq M$
- C. $\complement_R Q = Q$
- D. 若 $N = \{1, 2, 3\}$, $S = \{x | x \in N\}$, 则 $N \subseteq S$
9. 已知全集 $U = \{|a-1|, (a-2)(a-1), 4, 6\}$.
- (1) 若 $\complement_U (\complement_U B) = \{0, 1\}$, 求实数 a 的值;
- (2) 若 $\complement_U A = \{3, 4\}$, 求实数 a 的值.

【练后反思】你能用自然语言描述下列性质吗？

$$(1) \mathfrak{L}_U \emptyset = U; (2) \mathfrak{L}_U U = \emptyset; (3) \mathfrak{L}_U (\mathfrak{L}_U A) = A.$$

课后测控

1. 设全集 $U = \{x \mid |x| < 4, \text{ 且 } x \in \mathbf{Z}\}$, $S = \{-2, 1, 3\}$, 若 $\complement_U P \subseteq S$, 则这样的集合 P 共有 ()
- A. 5 个 B. 6 个 C. 7 个 D. 8 个
2. 已知全集 S 和集合 $M, N, P, M = \complement_S N, N = \complement_S P$, 则 M 与 P 的关系是 ()
- A. $M = \complement_S P$ B. $M = P$
- C. $P \subsetneq M$ D. $M \subsetneq P$
3. 定义 $A - B = \{x \mid x \in A, \text{ 且 } x \notin B\}$, 若 $A = \{2, 4, 6, 8, 10\}, B = \{1, 4, 8\}$, 则 $A - B =$ ()
- A. $\{4, 8\}$ B. $\{2, 6, 1, 10\}$
- C. $\{1\}$ D. $\{2, 6, 10\}$

4. 已知全集 $I = \{2, 4, 1-a\}$, $A = \{2, a^2 - a + 2\}$, 若 $\complement_I A = \{-1\}$, 则 $a =$ _____.

5. 若 $A = \{x \in \mathbf{R} | x < 4\}$, $B = \{x \in \mathbf{R} | x < 2\}$, $C = \{x \in \mathbf{R} | x \geq 10\}$, 则 $\complement_{\mathbf{R}} A$, $\complement_{\mathbf{R}} B$, $\complement_{\mathbf{R}} (\complement_{\mathbf{R}} C)$ 的关系为 _____.

6. 设全集 $U = \mathbf{R}$, 集合 $A = \{a | \text{二次方程 } ax^2 - x + 1 = 0 \text{ 有实数根}\}$, 求 $\complement_U A$.

7. (创新题) 已知全集 $U = \{-1, 1, 2x^3 - x^2 + 3x\}$, 集合 $A = \{-1, |2x-1|\}$, 若 $\complement_U A = \{0\}$, 问这样的实数 x 是否存在, 若存在, 求出 x 值; 若不存在, 说明理由.

8. (高频题) 已知全集 $U = \mathbf{R}$, 集合 $A = \{x | -1 \leq x \leq 2\}$, $B = \{x | 4x + p < 0\}$, 且 $B \subseteq \complement_U A$, 求实数 p 的取值范围.

9. 设 $U = \mathbf{R}$, $A = \{x | x^2 - x - 2 = 0\}$, $B = \{x | |x| = y + 1, y \in A\}$, 求 $\complement_U B$.

10. (选做·拓展题) 已知全集 $U = \{x \in P | -1 \leq x \leq 2\}$, 集合 $A = \{x | 0 \leq x < 2\}$, 集合 $B = \{x | -0.1 < x \leq 1\}$.

(1) 若 $P = \mathbf{R}$, 求 $\complement_U A$ 中最大元素 m 与 $\complement_U B$ 中最小元素 n 的差 $m - n$;

(2) 若 $P = \mathbf{Z}$, 求 $\complement_U B$ 和 $\complement_U A$ 中所有的元素之和及 $\complement_U (\complement_U A)$.

方法策略

图 示 法

在数学中, 我们经常用平面上封闭曲线的内部代表集合, 这种图称为 Venn 图, 这种表示集合的方法称为图示法.

Venn 图是集合的一种直观表示, 可以帮助我们理解分析问题, 但它不能作为严密的数学工具使用. 如课后测控第 2 题.

1.3 交集、并集

第1次作业 交集、并集(1)

回顾探索

回顾:1. 一般地,由所有 _____ 且 _____ 的元素所组成的集合,叫做 A 与 B 的交集,记作 _____, 即 $A \cap B =$ _____. 对于任意两个集合 A, B , 都有 $A \cap B =$ _____; $A \cap A =$ _____; $A \cap \emptyset =$ _____; 如果 $A \subseteq B$, 则 $A \cap B =$ _____.

2. 一般地,由所有 _____ 或 _____ 的元素所组成的集合,叫做 A 与 B 的并集,记作 _____, 即 $A \cup B =$ _____. 对于任意的两个集合 A, B , 有 $A \cup B =$ _____; $A \cup A =$ _____; $A \cup \emptyset =$ _____; 如果 $A \subseteq B$, 则 $A \cup B =$ _____.

探索:设方程 $f(x)=0$ 的解构成的集合为 $A=\{1, 2, 3\}$, 方程 $g(x)=0$ 的解构成的集合为 $B=\{2, 3, 4\}$, 你能分别写出下列方程的解构成的集合吗? 它们分别与 A 和 B 有怎样的关系?

(1) $f(x) \cdot g(x)=0$; (2) $f^2(x)+g^2(x)=0$.

课堂测控

测试点一 交集

- 已知 $M=\{x|x \text{ 是平行四边形}\}$, $P=\{x|x \text{ 是梯形}\}$, 则 $M \cap P$ 等于 ()
A. M B. P
C. $\{x|x \text{ 是平行四边形且是梯形}\}$ D. $\emptyset$
- 已知 $M=\{y|y=x^2+1, x \in \mathbf{R}\}$, $N=\{y|y=-x^2+1, x \in \mathbf{R}\}$, 则 $M \cap N$ 是 ()
A. $\{0, 1\}$ B. $\{(0, 1)\}$
C. $\{1\}$ D. 以上都不对
- 若 $\{3, 4, m^2-3m-1\} \cap \{2m, -3\} = \{-3\}$, 则 $m =$ _____.
- 已知方程 $x^2-px+15=0$ 与 $x^2-5x+q=0$ 的解集分别为 M 和 S , 且 $M \cap S = \{3\}$, 则 $\frac{p}{q} =$ _____.

【练后感悟】交集是集合间的一种运算,理解交集的概念要抓住两点:一是 _____; 二是 _____.

测试点二 并集

- 若 $M \cup N = \emptyset$, 则 ()
A. $M \neq \emptyset, N = \emptyset$ B. $M = \emptyset, N \neq \emptyset$
C. $M = \emptyset, N = \emptyset$ D. $M \neq \emptyset, N \neq \emptyset$
- 设集合 $A=\{0, 1, 2, 4, 5, 7\}$, $B=\{1, 3, 6, 8, 9\}$, $C=\{3, 7, 8\}$,

则集合 $(A \cap B) \cup C$ 是 ()

- A. $\{0, 1, 2, 4, 8\}$ B. $\{3, 7, 8\}$
C. $\{1, 3, 7, 8\}$ D. $\{1, 3, 6, 7, 8\}$
- 设集合 $A=\{x \in \mathbf{Z} | -10 \leq x \leq -1\}$, $B=\{x \in \mathbf{Z} | |x| \leq 5\}$, $A \cup B$ 中的元素个数是 ()
A. 11 个 B. 10 个 C. 16 个 D. 15 个
 - 集合 $A=\{x|x < -3 \text{ 或 } x > 3\}$, $B=\{x|x < 1 \text{ 或 } x > 4\}$, 则 $A \cap B =$ _____, $A \cup B =$ _____.
 - 设 $A=\{-4, 2a-1, a^2\}$, $B=\{a-5, 1-a, 9\}$, 已知 $A \cap B = \{9\}$, 求 a 的值及 $A \cup B$.

【练后反思】并集是集合间的一种运算,对于 $A \cup B$, 你能认为是由 A 的所有元素和 B 的所有元素组成的集合吗? _____.

课后测控

- 设全集为 $\mathbf{R}$, 集合 $M=\{x|x \leq 0\}$, $N=\{x|x > 2\}$, 集合 $\complement_{\mathbf{R}}(M \cup N) =$ ()
A. $\{x|x \leq 0 \text{ 或 } x > 2\}$ B. $\{x|0 < x < 2\}$
C. $\{x|0 \leq x \leq 2\}$ D. $\{x|0 < x \leq 2\}$
- 如图 1-3-1 所示,阴影部分可表示为 ()

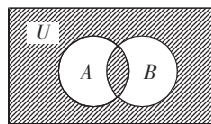


图 1-3-1

- A. $(A \cup B) \cap \complement_U(A \cup B)$
B. $\complement_U(A \cup B)$
C. $\complement_U(A \cap B)$
D. $(\complement_U(A \cup B)) \cup (A \cap B)$
- 设 $A=\{(x, y) | 4x+y=6, x, y \in \mathbf{Z}\}$, $B=\{(x, y) | 3x+2y=$

7. $x, y \in \mathbf{N}$, 则 $A \cap B$ 为 ()
- A. $\{x=1, \text{或 } y=2\}$ B. $\{1, 2\}$
 C. $\{(1, 2)\}$ D. $(1, 2)$
4. 已知集合 $A = \{x | x^2 + \sqrt{m}x + 1 = 0\}$, 若 $A \cap \mathbf{R} = \emptyset$, 则实数 m 的取值范围为 _____.
5. 有下列四个命题: ①若 $a \in A \cup B$, 则 $a \in A$; ②若 $a \in A \cap B$, 则 $a \in A \cup B$; ③若 $A \subseteq B$, 则 $A \cup B = B$; ④ $A \cup B = A$, 则 $A \cap B = B$. 其中是真命题的命题序号为 _____. (把所有真命题的序号全部填上)
6. 设 $U = \mathbf{R}$, 集合 $M = \{m | \text{方程 } mx^2 - x - 1 = 0 \text{ 有实根}\}$, $N = \{n | \text{方程 } x^2 - x + n = 0 \text{ 有实根}\}$, 求 $(\complement_U M) \cap N$.

7. 已知集合 $A = \{x \in \mathbf{Z} | x^2 - px + m = 0\}$, $B = \{x \in \mathbf{N}^* | x^2 - 2x - q = 0\}$, 若 $A \cup B = \{-2, 3, 4\}$, 且 $A \cap B = \{4\}$, 求集合 B 及 p, m 的值.

8. (高频题) 已知集合 $A = \{x | x^2 - 3x + 2 = 0\}$, $B = \{x | ax - 2 = 0\}$, 若 $A \cup B = A$, 求实数 a 的值所组成的集合.

9. 已知集合 $A = \{x | x^2 - (p+2)x + 1 = 0, x \in \mathbf{R}\}$, 且 $A \cap \{\text{正实数}\} = \emptyset$, 求实数 p 的取值范围.

10. (选做·拓展题) 设集合 $A = \{x | -2 \leq x \leq a\}$, $B = \{y | y = 2x + 3, x \in A\}$, $C = \{y | y = x^2, x \in A\}$, 若 $B \cup C = B$, 求 a 的取值范围.

方法策略

有关集合的题目中, 常常以 $A \cap B = A$, $A \cup B = B$, $A \subseteq B$ 等为条件, 因此正确理解 $A \cap B = A \Leftrightarrow A \subseteq B$; $A \cup B = B \Leftrightarrow A \subseteq B$ 这两个结论是解决这类问题的关键.

第 2 次作业 交集、并集(2)

回顾·探索

回顾:1. 形如 $2n(n \in \mathbf{Z})$ 的整数叫做 _____, 形如 $2n+1(n \in \mathbf{Z})$ 的整数叫做 _____, 全体 _____ 的集合简称奇数集, 全体 _____ 的集合简称偶数集.

2. 一般地, 对于任意两个有限集合 A, B , 有 $\text{card}(A \cup B) =$ _____; 对于任意三个有限集合 A, B, C , 有 $\text{card}(A \cup B \cup C) =$ _____.

探索: 为了加强素质教育, 培养学生个性特长, 某班成立微机 and 书法两个兴趣小组, 已知参加微机小组有 25 名同学, 参加书法小组有 21 名同学, 问这个班参加了兴趣小组的共有多少名同学? 如果回答有 46 名同学参加, 对吗?

课堂测控

测试点一 奇数集、偶数集

- 已知全集 $U = \mathbf{N}^*$, 集合 $A = \{x | x = 2n, n \in \mathbf{N}^*\}$, $B = \{x | x = 4n, n \in \mathbf{N}^*\}$, 则 ()
 A. $U = A \cup B$ B. $U = (\complement_U A) \cup B$
 C. $U = A \cup (\complement_U B)$ D. $U = (\complement_U A) \cup (\complement_U B)$
- 设 $M = \left\{x \mid x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}, k \in \mathbf{Z}\right\}$, $N = \left\{x \mid x = \frac{k\pi}{4} + \frac{\pi}{2}, k \in \mathbf{Z}\right\}$, 则 $M \cup N =$ _____, $M \cap N =$ _____.
- 已知 A 为奇数集, B 为偶数集, $\mathbf{Z}$ 为整数集, 求 $A \cap B, A \cap \mathbf{Z}, B \cap \mathbf{Z}, A \cup B, A \cup \mathbf{Z}, B \cup \mathbf{Z}$.

- 设 $A = \{x | x = 2k, k \in \mathbf{Z}\}$, $B = \{x | x = 2k+1, k \in \mathbf{Z}\}$, $C = \{x | x = 2(k+1), k \in \mathbf{Z}\}$, $D = \{x | x = 2k-1, k \in \mathbf{Z}\}$, 在 A, B, C, D 中, 哪些集合相等, 哪些集合的交集是空集?

【练后反思】在 4 题中, 有人认为 $2k \neq 2(k+1), 2k+1 \neq 2k-1$, 所以 $A \neq C, B \neq D$, 你认为呢? _____.

测试点二 有限集元素个数

- 一个 20 人的团体走进一家商城, 有 8 人买了电脑, 14 人买了彩电, 其中有 6 人同时买了这两样商品, 则当走出该商城时, 不必付款的人数是 ()
 A. 3 B. 4 C. 5 D. 6
- 在 $1 \sim 100$ 的自然数中有多少个能被 3 或 2 整除的数?
- 某年级先后举办了数学、历史、音乐的讲座, 其中有 75 人听了数学讲座, 68 人听了历史讲座, 61 人听了音乐讲座, 17 人同时听了数学、历史讲座, 12 人同时听了数学、音乐讲座, 9 人同时听了历史、音乐讲座, 还有 6 人听了全部讲座. 求听讲座的人数.
- 在高一年级数、理、化三科竞赛中, 某班学生每人至少参加了数、理、化竞赛中的一种, 已知获奖结果是: 有 13 人获数学奖, 10 人获物理奖, 11 人获化学奖, 28 人未获奖, 假定这三科竞赛是不同时间里举行的, 问这个班人数至多有多少人, 至少有多少人?

课后测控

- (2005·湖南卷) 设全集 $U = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$, $A = \{-2, -1, 0\}$, $B = \{0, 1, 2\}$, 则 $(\complement_U A) \cap B$ 等于 ()
A. $\{0\}$ B. $\{-2, -1\}$ C. $\{1, 2\}$ D. $\{0, 1, 2\}$
- 使根式 $\sqrt{x-1}$ 与 $\sqrt{x-2}$ 分别有意义的 x 的允许值集合依次为 M, F , 则使根式 $\sqrt{x-1} + \sqrt{x-2}$ 有意义的 x 的允许值集合可表示为 ()
A. $M \cup F$ B. $M \cap F$ C. $\complement_M F$ D. $\complement_F M$
- (2005·全国卷) 设 I 为全集, S_1, S_2, S_3 是 I 的三个非空子集且 $S_1 \cup S_2 \cup S_3 = I$, 则下面论断正确的是 ()
A. $\complement_I S_1 \cap (S_2 \cup S_3) = \emptyset$
B. $S_1 \subseteq (\complement_I S_2 \cap \complement_I S_3)$
C. $\complement_I S_1 \cap \complement_I S_2 \cap \complement_I S_3 = \emptyset$
D. $S_1 \subseteq (\complement_I S_2 \cup \complement_I S_3)$
- 已知集合 M 和 P 中的元素个数相等, 则当 $M \cup P = \{a, b, c, d, e, f\}$ 时, M 中的元素个数最多可以是 x 个, 最少可以是 y 个, 则 $xy =$ _____.
- 若 $A = \{x | x = 2n, n \in \mathbf{N}\}$, $B = \{x | x = 3n, n \in \mathbf{N}\}$, $C = \{x | x = 4n + 2, n \in \mathbf{N}\}$, 则 $(A \cup C) \cap B =$ _____.
- 设集合 $A = \{x | -2 < x < -1\} \cup \{x | x > 1\}$, $B = \{x | a \leq x \leq b\}$, 若 $A \cup B = \{x | x > -2\}$, $A \cap B = \{x | 1 < x \leq 3\}$, 求 a, b 的值.

- (创新题) 设全集 $U = \{(x, y) | x \in \mathbf{R}, y \in \mathbf{R}\}$, 集合 $M = \{(x, y) | \frac{y-3}{x-2} = 1\}$, $P = \{(x, y) | y \neq x + 1\}$, 求 $\complement_U (M \cup P)$.

- (高频题) 已知两个不同集合 $A = \{1, 3, a^2 - a + 3\}$, $B = \{1, 5, a^3 - a^2 - 4a + 7\}$, $A \cap B = \{1, 3\}$. 求:
(1) a 及集合 A 和 B ;
(2) 满足 $A \cap B \subseteq M \subseteq A \cup B$ 的集合 M 的子集的个数.

- 已知集合 $A = \{x | x^2 - 3x + 2 = 0\}$, $B = \{x | x^2 - ax + a - 1 = 0\}$, $C = \{x | x^2 - mx + 2 = 0\}$, 且 $A \cup B = A$, $A \cap C = C$, 求 a 与 m 的值.

- (选做·拓展题) 已知集合 $A = \{x | x^2 - ax + a^2 - 19 = 0, x \in \mathbf{R}\}$, $B = \{x | x^2 - 5x + 6 = 0\}$, $C = \{x | x^2 + 2x - 8 = 0\}$, 问是否存在实数 a , 使 $A \cap B \neq \emptyset$ 与 $A \cap C = \emptyset$ 同时成立?

方法策略

探索性问题

凡是涉及到“是否存在”, “是否具有某种性质”等这一类的未定结论的讨论式探索问题, 我们总是先假设结论成立, 进而进行演绎推理, 在推导过程中, 若出现矛盾, 即可否定假设, 则问题的反面成立; 如果推导过程中没有矛盾的产生, 一直推导到符合已知的公理、定理或已知条件, 即假设存在.

1.4 含绝对值的不等式解法

第1次作业 含绝对值的不等式解法(1)

回顾探索

回顾:1. 不等式的性质(1)可加性: $a > b \Rightarrow$ _____.

(2)可乘性: $a > b, c > 0 \Rightarrow$ _____, $a > b, c < 0 \Rightarrow$ _____.

2. 绝对值的代数意义: $|a| =$ _____.

3. 绝对值的几何意义: $|a|$ 是数轴上表示数 a 的点到 _____ 的距离.

探索:当 $a \in \mathbf{R}$ 时, $|x| < a, |x| > a$ 的解集是什么呢?

课堂测控

测试点一 不等式的性质和绝对值的意义

1. 在数轴上与原点距离不大于3的点坐标的集合是 ()

- A. $\{x | -3 < x < 3\}$ B. $\{x | 0 < x \leq 3\}$
C. $\{x | -3 \leq x \leq 3\}$ D. $\{x | x \geq 3, \text{或 } x \leq -3\}$

2. 若 $\sqrt{a^2} = a$, 且 $|a| < 1$, 化简 $\sqrt{a^2 + \frac{1}{a^2} - 2} + \left| a + \frac{1}{a} \right|$ 的结果是 _____.

3. 解下列不等式组:

$$(1) \begin{cases} 5x+6 > 4x, \\ 15-9x < 10-4x; \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} 1 - \frac{x+1}{2} \leq 2 - \frac{x+2}{3}, \\ x(x-1) \geq (x+3)(x-3); \end{cases}$$

4. 利用绝对值的几何意义解不等式: $1 < |2x+1| \leq 3$.

【练后感悟】绝对值是难点也是重点,突破的关键是领会绝对值的意义,特别是绝对值的 _____ 在解题中应用广泛.

测试点二 形如 $|x| < a, |x| > a$ 的不等式的解集

5. 不等式 $3 \leq |x| \leq 7$ 的解集为 ()

- A. $\{x | 3 \leq x \leq 7\}$
B. $\{x | -7 \leq x \leq -3\}$
C. $\{x | -7 \leq x \leq -3, \text{或 } x \geq 7\}$
D. $\{x | -7 \leq x \leq -3, \text{或 } 3 \leq x \leq 7\}$

6. 不等式 $3 - |-2x-1| > 0$ 的解集是 ()

- A. $\{x | x \in \mathbf{R}\}$ B. $\{x | x < -2, \text{或 } x > 1\}$
C. $\{x | -2 < x < 1\}$ D. $\{x | -1 < x < 2\}$

7. 已知 $A = \{x | |x-1| < 2\}$, $B = \{x | |x-1| > 1\}$, 则 $A \cap B =$ _____.

8. 已知不等式 $|x-2| < a (a > 0)$ 的解集是 $\{x | -1 < x < c\}$, 则 $a+2c =$ _____.

9. 解下列不等式

$$(1) \frac{3-|x|}{|x|+2} \geq \frac{1}{2};$$

$$(2) 5 \leq |2x-5| < 20;$$

$$(3) ||x+1|-4| < 2.$$

【练后反思】解 $|ax+b| < c$ 与 $|ax+b| > c$ 型的不等式用到了一些什么数学思想? _____.

课后测控

1. 不等式 $(1+x)(1-|x|) > 0$ 的解集是 ()

- A. $\{x|0 \leq x < 1\}$ B. $\{x|x < 0 \text{ 且 } x \neq -1\}$
C. $\{x|-1 < x < 1\}$ D. $\{x|x < 1 \text{ 且 } x \neq -1\}$

2. 设全集 $U = \mathbf{R}$, $A = \{x| |x| \geq 1\}$, $B = \{x| |x-1| < 2\}$, 则 $(\complement_U A) \cup (\complement_U B) =$ ()

- A. $\{x|x < 1, \text{或 } x \geq 3\}$
B. $\{x|x \leq 1, \text{或 } x > 3\}$
C. $\{x|x < -1, \text{或 } x > 3\}$
D. $\{x|x < -1, \text{或 } -1 < x < 1, \text{或 } x > 3\}$

3. 下列不等式中, 解集为 $\{x|x < 1, \text{或 } x > 3\}$ 的不等式是 ()

- A. $|x-2| > 5$ B. $|2x-4| > 3$
C. $1 - \left| \frac{x}{2} - 1 \right| \leq \frac{1}{2}$ D. $1 - \left| \frac{x}{2} - 1 \right| < \frac{1}{2}$

4. 若 $|x-1| < 3$, 化简 $|x-4| + \sqrt{x^2+4x+4}$ 得 _____.

5. $|x+1| < |x-4|$ 的解集是 _____.

6. 设 $y = |x-2| - 3$, 求使 $y < 0$ 和 $y \geq 0$ 时 x 的取值范围.

7. (创新题) 若集合 $M = \left\{ x \mid \left| x-5 \right| < \frac{11}{2}, x \in \mathbf{Z} \right\}$, $N = \{x| |x| < 10, x \in \mathbf{Z}\}$, 且 $M \cap N = P$, 求集合 P 的所有元素之和.

8. 解不等式: $|x-5| - |2x+3| < 1$.

9. (高频率) 设 $A = \{x| |x-1| < |x-2|\}$, $B = \left\{ x \mid \left| x-t \right| \leq \frac{1}{2} \right\}$, 若集合 $B \subseteq A$, 求实数 t 的取值范围.

10. (选做·拓展题) $x \in \mathbf{R}$, $y = |x-2| + |x+3|$.

- (1) 为使 $y \leq 4$, 求 x ;
(2) $y \geq m$ 恒成立, 求 m ;
(3) $y \leq k$ 有解, 求 k .

方法策略

零点分段法解绝对值不等式

第一步令每个绝对值里的因式等于零求出相应的零点; 第二步把这些零点按从小到大的顺序排号, 并把数轴分成相应的若干区间; 第三步根据所分区间去掉绝对值符号, 组成若干个不等式组, 最后分别解每个不等式组, 取结果的并集就是原不等式的解集. 注意此题分类讨论的思想. 如课后测控第8题.

第2次作业 含绝对值的不等式解法(2)

回顾探索

回顾:一般地,不等式 $|x|<a(a>0)$ 的解集是_____,不等式 $|x|>a(a>0)$ 的解集是_____.

探索:汽车沿道路AE行驶,AE是由AB(长10km),BC(长5km),CD(长5km),DE(长6km)几段组成,根据时刻表,汽车于9时从A处出发,经过B、C、D等处的时刻分别是 $9\frac{1}{5}$ 、 $9\frac{3}{8}$ 、 $9\frac{2}{3}$,如果汽车以匀速 v 行驶,为了使它经过B、C、D等处的时刻与汽车时刻表的差的绝对值之和,再加上从A到E的行驶时间不超过51.7分钟,那么汽车行驶的速度 v 应怎样确定?

课堂测控

测试点一 形如 $|f(x)|<g(x)$, $|f(x)|>g(x)$ 的不等式解法

1. 不等式 $|4x-1|<3x+5$ 的解集为 ()

- A. $x>-\frac{5}{3}$ B. $-\frac{4}{7}<x<6$
C. $x<6$ D. $-\frac{5}{3}<x<6$

2. 不等式 $|2x+1|>2x+1$ 的解集为_____.

3. 不等式 $\left|\frac{x}{3}-4\right|>4-\frac{x}{3}$ 的解集为_____.

4. 解下列不等式:

(1) $x-3>3|x|$;

(3) $|2x+3|<3-x$;

(3) $|4x-3|\geq 2x+1$

【练后领悟】如何解形如 $|f(x)|<g(x)$, $|f(x)|>g(x)$ 的不等式? _____.

测试点二 含参数的绝对值不等式解法

5. 已知不等式 $|ax+2|<8$ 的解集为 $\{x|-3<x<5\}$,则 a 的值为 ()

- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{5}{8}$ C. -2 D. 2

6. 已知 $|x-a|<b$ 的解集为 $\{x|-3<x<9\}$,则 a,b 的值分别为 ()

- A. $-3,9$ B. $3,6$ C. $3,9$ D. $-3,6$

7. 如果 $|2x|>b(b>0)$ 的解集是 $\{x|x<-10, \text{或 } x>10\}$,则 b 的取值为_____.

8. 关于 x 的不等式 $|kx-1|\leq 5$ 的解集为 $\{x|-3\leq x\leq 2\}$,则 k 的值为_____.

9. 解关于 x 的不等式 $|4x-9|<4m-8(m\in\mathbf{R})$.

【练后反思】解含参数的绝对值不等式的规律是_____.

课后测控

1. 已知 $\{x||m-2x|>n, n>0\}=\{x|x<-5, \text{或 } x>4\}$,则 m^2+n 的值为 ()

- A. -8 B. 10 C. 8 D. 80

2. 已知全集为 $U=\mathbf{R}$,集合 $A=\{x|x<-1, \text{或 } x>6\}$, $B=\{x||x-5|<a\}$ (a 为常数)且 $11\in B$,则 ()

- A. $\complement_U A \cup B = \mathbf{R}$ B. $A \cup \complement_U B = \mathbf{R}$
C. $\complement_U A \cup \complement_U B = \mathbf{R}$ D. $A \cup B = \mathbf{R}$

3. 若 $a>0$,使不等式 $|x-4|+|x-3|<a$ 在 $\mathbf{R}$ 上的解集不是空集,则 a 取值范围是 ()

- A. $0<a<1$ B. $0<a\leq 1$
C. $a>1$ D. $a\geq 1$