

《快乐奥赛丛书·天天练奥赛系列》

核心理念

课堂提升 奥赛阶梯 二合一

引导学生从课堂走向奥赛

快乐奥赛教练宣言

《快乐奥赛》方案，新内容新形式，

助你脱颖而出，成为尖子生！

《快乐奥赛》方案，新思维新方法，事半功倍，

助你顺利升入名牌初中，重点高中！



《快乐奥赛》金牌导师组

(主审按姓氏笔划排序)

叶 军 (中国数学奥林匹克高级教练, 所指导的湖南师大附中中学生获国际数学奥赛2金1银)

肖鹏飞 (湖南师大附中化学特级教师, 享受国务院特殊津贴, 所指导的湖南师大附中中学生获国际化学奥赛2金1银)

彭大斌 (长沙市一中物理特级教师, 浙江师大兼职教授, 所指导的长沙市一中中学生获国际物理奥赛1金2铜)

《快乐奥赛》金牌策划组

(编委按单位、姓氏笔划排序)

长沙市教育科学研究所 李 辉 杨爱吾 宫 健 戴国良

永州市教育科学研究所 向秋莲

怀化市教育科学研究所 彭绍雄

邵阳市教育科学研究所 欧阳叙学

岳阳市教育科学研究所 余志辉 易柏林

张家界市教育科学研究所 张华忠

娄底市教育科学研究所 孙水英 吴国贤 莫东平 蔡礼初

郴州市教育科学研究所 李中日

益阳市教育科学研究所 龙浪滨 张子林 周鹏来

株洲市教育科学研究所 李钟南 吴海昆

常德市教育科学研究所 张国平 郭环球 黄利华 傅广生

湘潭市教育科学研究所 尹本初 李建新 周大明 林向荣

湘西州教育科学研究所 童民才

衡阳市教育科学研究所 陈湘平 罗任元 贺才田

湖南省教育科学研究院 黄泽成

课堂提升 奥赛阶梯

二合一



主审 叶军 (中国数学奥林匹克高级教练,
所指导的湖南师大附中学生获国际奥林匹克
数学竞赛2枚金牌、1枚银牌)

主编 宫健 (长沙市教科所小学数学教研员)
编著 白祖和 宫健 林培玲 朱隆威
唐懿



湖南大学出版社

快乐奥赛教练宣言



国际奥赛金牌，湖南名冠全国

中学学科国际奥林匹克竞赛，湖南金牌总数稳居全国第一。五星级奥赛金牌学校，全国共五所湖南有其二：湖南师大附中、长沙市一中。2002年，湖南学子勇夺数学、物理、化学、生物、信息所有学科金牌，全国绝无仅有。金牌选手上清华，读北大，令人称羡。湖南奥赛培养模式，国内教育界公认为成功典范。

百名金牌教练揭秘湖南模式：课堂提升、奥赛阶梯二合一

历时两年，湖南大学出版社、三愚策划室会同湖南省各级教研部门归纳了30所金牌小学、30所金牌中学百名奥赛金牌教练秘诀：

- 小学起步，初中巩固，延绵不断；
- 以新课程标准为经线，以竞赛大纲为纬线，从课堂起步，使尖子生脱颖而出；
- 奥赛训练，梯度提升是核心方法。先易后难，循序渐进，给学生台阶，给学生楼梯；
- 传授一种解题方法，比做一百题更重要；
- 开启思维，使学生乐于探索奥赛之谜；点拨关键，助学生认识自我，树立信心。

百名金牌教练共同构思策划《快乐奥赛丛书·天天练奥赛系列》：
湖南奥赛密卷，新思维新方案

万丈高楼平地起，金牌选手宜早练。当我们羡慕别人凭借奥赛成绩顺利地升入名牌初中、重点高中，为什么自己不从现在开始呢？

这套丛书作为完整的湖南奥赛培训方案，知识范围限定在各年级新课程标准范围内，能力要求与各年级竞赛大纲要求相适应。每周安排3次学习与演练，每次约半小时，“学而时习之，不亦悦乎。”天天练奥赛，才能消化巩固，才能透彻理解；快乐练奥赛，才能融会贯通，才能创新运用。

《快乐奥赛》金牌教练组积多年奥赛培训成功经验，设计的《天天练奥赛系列》独特的梯层性及可操作性体例，引导学生从课堂提升走向奥赛阶梯，能充分满足学生自学、老师教学、家长辅导的需求。



编写特色

- [趣味性] 重观察、重动手、重应用，激发学生学习的热情。
- [生活性] 强调生活的直观性，知识的应用性。
- [同步性] 严格与各年级新课标知识点同步，与各年级奥赛大纲能力要求同步。
- [梯层性] 从课堂提升到奥赛阶梯，分层设计，循序渐进。
- [发散性] 拓展学生发散思维，开放条件，开放解法，开放答案。
- [探索性] 引导探索体验，激发求知欲望。

栏目设计

- [考点归纳] 热点专题重难点归纳及常考点点击。
- [夺冠技巧] 热点专题解题技巧归纳。
- [示范赛题] 剖析典型赛题，侧重点拨解题思路，归纳解题方法。
- [迁移演练] 选择与示范赛题相似的习题，让读者模仿练习，培养模仿思维与迁移能力。
- [热身演练] 选择中等难度的训练题，锻炼读者分析和解决问题的能力，巩固所学知识，增强应试能力。
- [拓展演练] 从一全新层面探索规律，总结方法，帮助读者学会学习、学会应用、学会创新。

快乐奥赛教练宣言

- 《快乐奥赛》方案，新内容新形式，助你脱颖而出，成为尖子生！
- 《快乐奥赛》方案，新思维新方法，事半功倍，助你顺利升入名牌初中，重点高中！

《快乐奥赛》金牌教练组



图书在版编目(CIP)数据

天天练奥赛·小学六年级数学/宫健主编.

——长沙:湖南大学出版社,2003.4

(快乐奥赛)

ISBN 7-81053-625-7

I.天... II.宫... III.数学课—小学—教学参考资料 IV.G624

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2003)第 016691 号

天天练奥赛·小学六年级数学

Tiantian Lian Aosai · Xiaoxue Liunianji Shuxue

宫 健 主 编

责任编辑 厉 亚
特约编辑 袁作兴
封面设计 吴颖辉
出版发行 湖南大学出版社
社址 长沙市岳麓山 邮码 410082
电话 0731-8821691 0731-8821315

经 销 湖南省新华书店
印 装 湖南航天长宇印刷有限责任公司

开本 787×1092 16 开 印张 7.75 字数 182 千
版次 2003 年 5 月第 1 版 2003 年 5 月第 1 次印刷
印数 1-23 000 册
书号 ISBN 7-81053-625-7/G·175
定价 8.00 元

(湖南大学版图书凡有印装差错,请向承印厂调换)



小学6年级上学期

热点专题	1	约分法与简算	1
热点专题	2	单位分数的拆分	3
热点专题	3	分数四则运算中的技巧	5
热点专题	4	错位相消法与裂项相消法	7
热点专题	5	繁分数的计算方法	9
热点专题	6	估值与放大缩小法	11
热点专题	7	数字问题	13
热点专题	8	比较分数大小的方法	15
热点专题	9	可能性大小的计算	17
热点专题	10	分数数列规律的猜想与试验	19
热点专题	11	三类基本分率问题的解法	21
热点专题	12	寻找不变量	23
热点专题	13	分数工程问题的解法	25
热点专题	14	分数行程问题的解法	27
热点专题	15	航行问题的解法	29
热点专题	16	利润与利息问题的解法	31
热点专题	17	浓度问题的解法	33
热点专题	18	列方程解答实际问题	35
热点专题	19	美妙的圆与 π	37
热点专题	20	扇形面积与弧长	39
		小学六年级上学期期末综合演练	41



小学6年级下学期

热点专题	21	比例与相似法求面积	45
热点专题	22	设元法求面积	47
热点专题	23	方程法求面积	49
热点专题	24	定义新运算	51
热点专题	25	分数与比的转化	53
热点专题	26	第一类牛顿问题的解法	55
热点专题	27	钟面问题的解法	57
热点专题	28	多次相遇问题	59
热点专题	29	龟兔赛跑问题	61
热点专题	30	立体图形的计数与欧拉公式	63
热点专题	31	立体图形的计算问题	65
热点专题	32	与运动有关的几何问题	67
热点专题	33	方位感问题	69
热点专题	34	简单的不定方程(组)与估算	71
热点专题	35	数的分解与分拆	73
热点专题	36	带余除法与递推数列	75
热点专题	37	说明与论证	77
热点专题	38	极端思想	79
热点专题	39	统筹规划与整体思想	81
热点专题	40	组合统计思想	83
		小学六年级下学期期末综合演练	85
		演练解答与提示	89

热点专题 1

约分法与简算

►► **考点归纳** 约分法就是将分数或分数形式的算式的分子、分母同时除以它们的公因数或公因式,从而简化计算过程的方法.

►► **夺冠技巧** 运用约分法的关键是将分子、分母进行适当的分解变形,准确地找分子、分母的公因数或公因式,再运用分数的基本性质约分,以达到简便计算的目的.

示范赛题

示范 1 全国夏令营赛题

(1) 计算 $624 \times \frac{213639}{312936}$;

(2) 计算 $\left(\frac{19}{96} + \frac{1919}{9696} + \frac{191919}{969696}\right) \div \frac{19191919}{96969696}$.

点拨

(1) 应先找出分子、分母的最大公约数,一般可用辗转相除法求,但这里分子、分母比较特殊: $213 \times 3 = 639$, $312 \times 3 = 936$,所以可将分子、分母进行分解,然后约分.(2) 四个分数都可约分变为 $\frac{19}{96}$,接下来就简便了.

解答 (1) $624 \times \frac{213639}{312936} = 2 \times 312 \times \frac{213 \times 1003}{312 \times 1003} = 2 \times 213 = 426$;

(2) $\left(\frac{19}{96} + \frac{1919}{9696} + \frac{191919}{969696}\right) \div \frac{19191919}{96969696} = \left(\frac{19}{96} + \frac{19}{96} + \frac{19}{96}\right) \div \frac{19}{96} = \frac{19}{96} \times 3 \div \frac{19}{96} = 3$.

示范 2 乌鲁木齐赛题

计算 $\frac{1 \times 2 \times 3 + 2 \times 4 \times 6 + \dots + 100 \times 200 \times 300}{2 \times 3 \times 4 + 4 \times 6 \times 8 + \dots + 200 \times 300 \times 400}$.

点拨

分子部分每个加数(连乘积)都有因数 $1 \times 2 \times 3$,分母部分每个加数(连乘积)都有因数 $2 \times 3 \times 4$.可运用乘法分配律,把它们提出来,就可以约简.

解答
$$\frac{1 \times 2 \times 3 + 2 \times 4 \times 6 + \dots + 100 \times 200 \times 300}{2 \times 3 \times 4 + 4 \times 6 \times 8 + \dots + 200 \times 300 \times 400} = \frac{1 \times 2 \times 3 + 2 \times 2 \times 2 \times (1 \times 2 \times 3) + \dots + 100 \times 100 \times 100 \times (1 \times 2 \times 3)}{2 \times 3 \times 4 + 2 \times 2 \times 2 \times (2 \times 3 \times 4) + \dots + 100 \times 100 \times 100 \times (2 \times 3 \times 4)}$$
$$= \frac{1 \times 2 \times 3 (1 + 2^3 + \dots + 100^3)}{2 \times 3 \times 4 (1 + 2^3 + \dots + 100^3)} = \frac{1 \times 2 \times 3}{2 \times 3 \times 4} = \frac{1}{4}$$

迁移演练

迁移 1

计算 $\frac{1313131313}{3737373737} \times 2 \frac{11}{13}$. (50分)

迁移 2 全国奥数题

计算

$$\frac{1 \times 2 \times 3 + 2 \times 4 \times 6 + 4 \times 8 \times 12 + 7 \times 14 \times 21}{1 \times 3 \times 5 + 2 \times 6 \times 10 + 4 \times 12 \times 20 + 7 \times 21 \times 35}$$

(50分)

第1周第1次 计时 得分



热身演练

热身 1 《小学生数学报》赛题

计算(50分)

$$(1) \frac{1+2+3+4+5+6+5+4+3+2+1}{666666 \times 666666};$$

$$(2) \frac{1.2 \times 2.4 \times 4.8 + 2 \times 4 \times 8 + \frac{1}{13} \times \frac{2}{13} \times \frac{4}{13}}{1.2 \times 3.6 \times 10.8 + 2 \times 6 \times 18 + \frac{1}{13} \times \frac{3}{13} \times \frac{9}{13}}.$$

热身 2

计算 $\frac{(382+498 \times 381) \times 1018}{382 \times 498 - 116}$. (50分)

拓展演练

拓展 1 全国夏令营赛题

计算(50分)

$$\frac{2000 + 20002000 + \dots + \overbrace{20002000 \dots 2000}^{2000 \uparrow 2000}}{2001 + 20012001 + \dots + \overbrace{20012001 \dots 2001}^{2001 \uparrow 2001}}.$$

拓展 2 全国奥赛题

计算 $(9 \frac{2}{7} + 7 \frac{2}{9}) \div (\frac{5}{7} + \frac{5}{9})$. (50分)

第1周第2次 计时 得分



第1周第3次 计时 得分

热点专题 2

单位分数的拆分

►► 考点归纳 将一个单位分数分成两个或两个以上的分数的和或差的过程叫做拆分.

►► 夺冠技巧 (1) 把单位分数 $\frac{1}{n}$ 拆分成两个单位分数的和的方法: 设 a, b 为 n 的两个约数, 则 $\frac{1}{n} = \frac{a+b}{n \times (a+b)} = \frac{a}{n(a+b)} + \frac{b}{n(a+b)}$, 特例: $\frac{1}{n} = \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n(n+1)}$. (2) 把单位分数 $\frac{1}{n}$ 拆分成两个单位分数的差的方法: 设 a, b 为 n 的两个约数, 则 $\frac{1}{n} = \frac{a-b}{n \times (a-b)} = \frac{a}{n(a-b)} - \frac{b}{n(a-b)}$, 特例: $\frac{1}{n} = \frac{1}{n-1} - \frac{1}{n(n-1)}$. 以上拆分方法反复使用即可按要求将一个单位分数拆分成若干个单位分数的和或差.

示范赛题

示范 1 (1) 武汉选拔题 (2) 宁波赛题

在 \square 中填上适当的数.

$$(1) \frac{1}{6} = \frac{1}{\square} + \frac{1}{\square}; \quad (2) \frac{1}{15} = \frac{1}{\square} - \frac{1}{\square}.$$

点拨

(1) 先将 6 分解质因数 $6 = 2 \times 3$, 再写出 6 的约数: 1, 2, 3, 6, 从中选出两个约数. 如 2, 3, 再将 $\frac{1}{6}$ 分子、分母都乘以 2+3 即可获解. 由于约数的选法不惟一, 故拆分的结果也是不惟一的. (2) 与 (1) 类似.

解答 (1) $\frac{1}{6} = \frac{2+3}{6 \times (2+3)} = \frac{2}{6 \times 5} + \frac{3}{6 \times 5} = \frac{1}{15} + \frac{1}{10};$

$$(2) \frac{1}{15} = \frac{15-3}{15 \times (15-3)} = \frac{15}{15 \times 12} - \frac{3}{15 \times 12} = \frac{1}{12} - \frac{1}{60}.$$

((1)(2) 还有哪些拆分方式, 试试看)

示范 2 美国赛题

将下面的和表示为一个最简分数:

$$\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \frac{1}{4 \times 5} + \frac{1}{5 \times 6}.$$

点拨

将每个分数拆分成两个分数的差, 中间有一些分数便可相互抵消.

解答 $\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \frac{1}{4 \times 5} + \frac{1}{5 \times 6}$
 $= (1 - \frac{1}{2}) + (\frac{1}{2} - \frac{1}{3}) + (\frac{1}{3} - \frac{1}{4})$
 $+ (\frac{1}{4} - \frac{1}{5}) + (\frac{1}{5} - \frac{1}{6}) = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}.$

迁移演练

迁移 1 成都外国语学校招生试题

(1) 如果 $\frac{1}{7} = \frac{1}{A} + \frac{1}{B} = \frac{1}{C} - \frac{1}{D}$

则 $A+B+C+D = \underline{\hspace{2cm}}$.

(2) 三个数的分母都不大于 12, 并且是各不相同的分数, 它们的和是 $\frac{1}{2}$, 这三个分数是 () () ().
(50 分)

迁移 2 南京市“兴趣杯”赛题

计算(50 分)

$$1 + 3 \frac{1}{6} + 5 \frac{1}{12} + 7 \frac{1}{20} + 9 \frac{1}{30} + 11 \frac{1}{42}.$$

第 2 周第 1 次 计时 得分



热身演练

热身 1

在下面的方框里填上不同的自然数,使等式成立

$$\frac{1}{15} = \frac{1}{\square} + \frac{1}{\square} + \frac{1}{\square}. \quad (50 \text{ 分})$$

热身 2 全国“我爱数学”夏令营赛题

在下面算式的括号中,各填入一个三位数,使等式成立。(50分)

$$\frac{1}{1998} = \frac{1}{(\quad)} - \frac{1}{(\quad)}$$

拓展演练

拓展 1 全国“希望杯”初试题

计算 $\frac{1}{2} - \frac{1}{6} - \frac{1}{12} - \frac{1}{20} - \frac{1}{30} - \frac{1}{42}$. (50分)

拓展 2

在算式 $\frac{1}{18} + \frac{1}{\bigcirc} + \frac{1}{\square} + \frac{1}{\triangle} = 1$ 中,符号 \bigcirc 、 \square 、 \triangle 代表不同的整数,求这三个数的和。(50分)

第2周第2次 计时 得分

第2周第3次 计时 得分



热点专题 3

分数四则运算中的技巧

►► **考点归纳** 在进行分数的运算时,一要熟练掌握四则运算法则,二要灵活运用运算定律.此外还应该掌握一些特殊的运算技巧,达到准确而迅速地进行计算的目的.

►► **夺冠技巧** 在进行分数的运算时,首先要通过观察和分析,找出规律,确定好运算顺序和运算方法.常用的运算技巧有(1)凑整法、(2)约分法、(3)转化法、(4)拆合法.每一种简便运算技巧都是以基本的运算法则和运算定律为基础的,要根据题目的特点合理选择.

示范赛题

示范 1 全国奥数题

$$\text{计算} \left(1 + \frac{1}{2}\right) \times \left(1 - \frac{1}{2}\right) \times \left(1 + \frac{1}{3}\right) \times \left(1 - \frac{1}{3}\right) \times \dots \\ \times \left(1 + \frac{1}{99}\right) \times \left(1 - \frac{1}{99}\right).$$

点拨

通过观察可发现 $\left(1 + \frac{1}{2}\right) \times \left(1 - \frac{1}{2}\right) = 1$, $\left(1 + \frac{1}{3}\right) \times \left(1 - \frac{1}{3}\right) = 1$, \dots , $\left(1 + \frac{1}{98}\right) \times \left(1 - \frac{1}{98}\right) = 1$. 可用乘法交换律和结合律,将原式中积为 1 的因式结合在一起乘,便可求解.

$$\text{解答} \left(1 + \frac{1}{2}\right) \times \left(1 - \frac{1}{2}\right) \times \left(1 + \frac{1}{3}\right) \times \left(1 - \frac{1}{3}\right) \times \dots \times \left(1 + \frac{1}{99}\right) \times \left(1 - \frac{1}{99}\right) \\ = \left[\left(1 + \frac{1}{2}\right) \times \left(1 - \frac{1}{2}\right)\right] \times \left[\left(1 + \frac{1}{3}\right) \times \left(1 - \frac{1}{3}\right)\right] \times \dots \times \left[\left(1 + \frac{1}{98}\right) \times \left(1 - \frac{1}{98}\right)\right] \times \left(1 - \frac{1}{99}\right) \\ = 1 \times \left(1 - \frac{1}{99}\right) = \frac{98}{99}.$$

示范 2 重庆赛题

$$\text{计算} \left(\frac{519}{123} + \frac{657}{324} + \frac{573}{947}\right) \times \left(\frac{657}{324} + \frac{573}{947} + \frac{246}{173}\right) \\ - \left(\frac{519}{123} + \frac{657}{324} + \frac{573}{947} + \frac{246}{173}\right) \times \left(\frac{657}{324} + \frac{573}{947}\right).$$

点拨

把四个括号中相同的部分用字母表示,然后再运用运算定律,可使运算简便.

$$\text{解答} \text{ 设 } \frac{519}{123} + \frac{657}{324} + \frac{573}{947} = A, \frac{657}{324} + \frac{573}{947} = B \\ \text{原式} = A \times (B + \frac{246}{173}) - (A + \frac{246}{173}) \times B = A \times B + A \times \frac{246}{173} \\ - A \times B - \frac{246}{173} \times B = \frac{246}{173} \times (A - B) = \frac{246}{173} \times \frac{519}{123} \\ = 2 \times 3 = 6.$$

迁移演练

迁移 1 全国奥数题

$$\text{计算} \left(1 + \frac{19}{92} \times 1\right) + \left(1 + \frac{19}{92} \times 2\right) \\ + \left(1 + \frac{19}{92} \times 3\right) + \dots + \left(1 + \frac{19}{92} \times 11\right). \\ (50 \text{ 分})$$

迁移 2 (1) 全国奥数题 (2) 武汉市赛题
计算 (50 分)

$$(1) 3.6 \times 31 \frac{2}{5} + 43.9 \times 6 \frac{2}{5};$$

$$(2) 1998 \div 1998 \frac{1998}{1999} + \frac{1}{2000}.$$

第 3 周第 1 次 计时 得分



热身演练

热身 1 全国夏令营赛题

计算(50分)

(1) $3\frac{1}{6} \times (7\frac{1}{3} - 3\frac{1}{7}) \times \frac{6}{19} \div 1\frac{1}{21}$;

(2) $1 - \frac{1}{10} - \frac{1}{100} - \dots - \frac{1}{10000000000}$.

热身 2 “祖冲之杯”赛题

计算

$(11 - \frac{11}{36}) + (9 - \frac{11}{36} \times 5) + (1 - \frac{11}{36} \times 3) + (5 -$

$\frac{11}{36} \times 9) + (3 - \frac{11}{36} \times 7) + (7 - \frac{11}{36} \times 11)$ 。(50分)

拓展演练

拓展 1 “祖冲之杯”赛题

将 1997 减去它的 $\frac{1}{2}$, 再减去余下的 $\frac{1}{3}$, 再减去余下的 $\frac{1}{4}$, ... 依此类推, 直至最后减去余下的 $\frac{1}{1997}$, 最后的结果是_____。(50分)

拓展 2 全国奥赛题

计算 $84\frac{4}{19} \times 1.375 + 105\frac{5}{19} \times 0.9$ 。(50分)

第3周第2次 计时 得分

第3周第3次 计时 得分



热点专题 4

错位相消法与裂项相消法

►► 考点归纳 (1) 一列数, 如果从第 2 个数起每一个数与它前面一个数的比是同一个常数, 这样的数列叫做等比数列. 等比数列求和常用错位相消法. (2) 在进行分数加减法时, 把每个分数适当拆开, 使得拆开后的某些分数在运算过程中可以互相抵消, 这种方法叫裂项相消法.

►► 夺冠技巧 (1) 等比数列中后一项与前一项的比叫做公比. 求等比数列之和, 可先设和式等于 S , 再将等式两边同乘以公比, 然后将两式错位相减(加), 便可很快求出结果. (2) 裂项相消法的主要公式(字母都是整数) ① $\frac{1}{n \times (n+m)} = \frac{1}{m} \times (\frac{1}{n} - \frac{1}{n+m})$ 特别地 ② $\frac{1}{n \times (n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$ ③ $\frac{n \pm m}{nm} = \frac{1}{m} \pm \frac{1}{n}$.

示范赛题

示范 1 《小学数学报》赛题

计算 $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64}$.

点拨

此题为等比数列求和, 公比为 $\frac{1}{2}$, 可用错位相消法计算.

解答 设 $S = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64}$ ①

① $\times \frac{1}{2}$, 得

$$\frac{1}{2}S = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64} + \frac{1}{128} \quad ②$$

① - ② (错位相减) 得 $\frac{1}{2}S = 1 - \frac{1}{128}$, $S = 2 - \frac{1}{64} = 1\frac{63}{64}$.

其他方法: $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64} - \frac{1}{64} + \frac{1}{64}$
 $= 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{32} - \frac{1}{64} + \frac{1}{64}$
 $= 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{16} - \frac{1}{64} + \frac{1}{64}$
 $= \dots = 1 + 1 - \frac{1}{64} = 1\frac{63}{64}$.

示范 2 全国奥数题

计算 (1) $\frac{1}{13 \times 15} + \frac{1}{15 \times 17} + \frac{1}{17 \times 19} + \dots + \frac{1}{37 \times 39}$;

(2) $1 - \frac{2}{1 \times (1+2)} - \frac{3}{(1+2) \times (1+2+3)} - \dots - \frac{10}{(1+2+3+\dots+9) \times (1+2+3+\dots+10)}$.

点拨

根据分母的特点, 宜用裂项相消法.

解答 (1) 题用公式①, (2) 题运用上述公式③

$$(1) \text{原式} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{13} - \frac{1}{15} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{15} - \frac{1}{17} \right) + \dots + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{37} - \frac{1}{39} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{13} - \frac{1}{15} + \frac{1}{15} - \frac{1}{17} + \dots + \frac{1}{37} - \frac{1}{39} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{13} - \frac{1}{39} \right) = \frac{1}{39};$$

$$(2) \text{原式} = 1 - \frac{2}{1 \times 3} - \frac{3}{3 \times 6} - \frac{4}{6 \times 10} - \dots - \frac{10}{45 \times 55} = 1 - \left(1 - \frac{1}{3} \right) - \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{6} \right) - \left(\frac{1}{6} - \frac{1}{10} \right) - \dots - \left(\frac{1}{45} - \frac{1}{55} \right) = 1 - 1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{3} + \frac{1}{6} - \frac{1}{6} + \frac{1}{10} - \dots - \frac{1}{45} + \frac{1}{55} = \frac{1}{55}.$$

迁移演练

迁移 1 “祖冲之杯”赛题

计算 $1\frac{1}{128} + 2\frac{1}{64} + 4\frac{1}{32} + 8\frac{1}{16} + 16\frac{1}{8} + 32\frac{1}{4} + 64\frac{1}{2}$. (50 分)

迁移 2 《小学数学报》赛题

计算(50 分)

(1) $\frac{1}{1 \times 4} + \frac{1}{4 \times 7} + \frac{1}{7 \times 10} + \dots + \frac{1}{97 \times 100}$;

(2) $\frac{3}{2} - \frac{5}{6} + \frac{7}{12} - \frac{9}{20} + \frac{11}{30} - \frac{13}{42}$.

第 4 周第 1 次 计时 得分



热身演练

热身 1 上海市竞赛题

$$\text{计算} \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{24} + \frac{1}{48} + \frac{1}{96} + \frac{1}{192} + \frac{1}{384} \right) \times 128. (50 \text{ 分})$$

热身 2 “祖冲之杯”赛题

计算(50分)

$$(1) \frac{1}{3} + \frac{1}{15} + \frac{1}{35} + \frac{1}{63} + \frac{1}{99};$$

$$(2) 1 + \frac{1}{1+2} + \frac{1}{1+2+3} + \frac{1}{1+2+3+4} + \dots + \frac{1}{1+2+3+\dots+10}.$$

拓展演练

拓展 1 全国夏令营赛题

计算

$$1 + \frac{3}{2} + \frac{5}{4} + \frac{7}{8} + \frac{9}{16} + \frac{11}{32} + \frac{13}{64}. (50 \text{ 分})$$

拓展 2 吉林省夏令营赛题 全国夏令营赛题

计算(50分)

$$(1) \frac{4}{3} + \frac{16}{15} + \frac{36}{35} + \frac{64}{63} + \frac{100}{99} + \frac{144}{143} + \frac{196}{195} + \frac{256}{255};$$

$$(2) \frac{2}{3 \times 4 \times 5} + \frac{2}{4 \times 5 \times 6} + \frac{2}{5 \times 6 \times 7} + \frac{2}{6 \times 7 \times 8} + \frac{2}{7 \times 8 \times 9} + \frac{2}{8 \times 9 \times 10}.$$

第4周第2次 计时 得分



第4周第3次 计时 得分

热点专题 5

繁分数的计算方法

►► **考点归纳** 分子和分母中还含有分数或四则混合运算的分数叫做繁分数.

►► **夺冠技巧** 通常无法应用运算定律和运算性质进行计算,因此繁分数的计算过程就是化简的过程,方法是把分子与分母先分别计算出来,再用分子除以分母,从而转化为一般的四则混合运算.但在具体计算时要灵活运用所学知识和计算技巧,以达到化繁为简的目的.

示范赛题

示范 1 全国奥数题

$$(1) \text{ 计算 } \frac{\frac{2}{3} + (1\frac{2}{3} - \frac{7}{12})}{(0.25 + \frac{2}{7}) \times 4}.$$

点拨

分别化简繁分数的分子、分母,然后转化为除法运算.

$$\begin{aligned} \text{解答 } \frac{2}{3} + (1\frac{2}{3} - \frac{7}{12}) &= \frac{2}{3} + 1\frac{2}{3} - \frac{7}{12} = \frac{7}{4}, \\ (0.25 + \frac{2}{7}) \times 4 &= \frac{1}{4} \times 4 + \frac{2}{7} \times 4 = 1 + \frac{8}{7} = \frac{15}{7}, \\ \text{原式} &= \frac{\frac{7}{4}}{\frac{15}{7}} = \frac{7}{4} \div \frac{15}{7} = \frac{7}{4} \times \frac{7}{15} = \frac{49}{60}. \end{aligned}$$

示范 2 南京“兴趣杯”赛题

$$\begin{aligned} \text{计算 } & \frac{\frac{1}{2}}{1 + \frac{1}{2}} + \frac{\frac{1}{3}}{(1 + \frac{1}{2})(1 + \frac{1}{3})} + \frac{\frac{1}{4}}{(1 + \frac{1}{2})(1 + \frac{1}{3})(1 + \frac{1}{4})} \\ & + \dots + \frac{\frac{1}{1999}}{(1 + \frac{1}{2})(1 + \frac{1}{3}) \dots (1 + \frac{1}{1999})}. \end{aligned}$$

点拨

先把每个繁分数化简,再整体寻找规律,运用裂项相消法进行计算.

$$\begin{aligned} \text{解答 } \text{原式} &= \frac{\frac{1}{2}}{\frac{3}{2}} + \frac{\frac{1}{3}}{\frac{3}{2} \times \frac{4}{3}} + \frac{\frac{1}{4}}{\frac{3}{2} \times \frac{4}{3} \times \frac{5}{4}} + \dots + \frac{\frac{1}{1999}}{\frac{3}{2} \times \frac{4}{3} \times \dots \times \frac{2000}{1999}} \\ &= \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} + \frac{1}{3} \left(\frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \right) + \frac{1}{4} \left(\frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{4}{5} \right) + \dots \\ &+ \frac{1}{1999} \left(\frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \dots \times \frac{1999}{2000} \right) = \frac{2}{2 \times 3} + \frac{2}{3 \times 4} + \frac{2}{4 \times 5} \\ &+ \dots + \frac{2}{1999 \times 2000} = 2 \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \dots \right. \\ &\left. \dots + \frac{1}{1999} - \frac{1}{2000} \right) = 2 \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2000} \right) = 1 - \frac{1}{1000} = \frac{999}{1000}. \end{aligned}$$

迁移演练

迁移 1 全国奥数题

$$\text{计算 } \frac{4\frac{1}{2} \div 2\frac{4}{7} + \frac{1}{6}}{13 + \frac{1}{3} - 3.75 \times 3\frac{1}{5}}. \quad (50 \text{ 分})$$

迁移 2

$$\text{化简 } \frac{1}{2 - \frac{1992 + 1993 \times 1991}{1992 \times 1993 - 1}}. \quad (50 \text{ 分})$$

第 5 周第 1 次 计时 得分



热身演练

热身 1 北京“迎春杯”试题

计算(50分)

$$\left(6\frac{117}{665} + 8\frac{1112}{1995}\right) \div \frac{1}{5\frac{1}{13} + 3\frac{13}{17} + \frac{41}{221}}$$

热身 2 北京华罗庚学校入学试题

$$\text{计算 } \frac{0.23\dot{7} + \frac{43}{450}}{0.5\dot{6}1 - \frac{113}{495}} \quad (50 \text{ 分})$$

第5周第2次 计时 得分



拓展演练

拓展 1 美国长岛赛题

将下式写成最简分数。(50分)

$$\frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2}}}}$$

拓展 2

化简(50分)

$$\frac{1\frac{2}{3} + 2\frac{3}{4} + 3\frac{4}{5} + \dots + 97\frac{98}{99} + 98\frac{99}{100}}{3\frac{1}{3} + 5\frac{2}{4} + 7\frac{3}{5} + \dots + 195\frac{97}{99} + 197\frac{98}{100}}$$

第5周第3次 计时 得分