

全日制普通高级中学“课课练”丛书

数摇摇学

第二册（下）

高中“课课练”丛书编委会摇编
云南省中小学教材审定委员会摇审定

云南教育出版社

责任编辑 轱正平 封面设计 轱摇伟



全日制普通高级中学“课课练”丛书

数摇摇学

第二册（下）

高中“课课练”丛书编委会编
云南省中小学教材审定委员会审定

全日制普通高级中学“课课练”丛书

数摇摇学

第二册（下）

高中“课课练”丛书编委会编
云南省中小学教材审定委员会审定

全日制普通高级中学“课课练”丛书

数摇摇学

第二册（下）

高中“课课练”丛书编委会编
云南省中小学教材审定委员会审定

全日制普通高级中学“课课练”丛书

数摇摇学

第二册（下）

高中“课课练”丛书编委会编
云南省中小学教材审定委员会审定

[illegible]

出版版摇云南教育出版社
摇摇摇摇再版第肆次印刷第肆千册第肆号第肆云
摇摇摇摇（远城）昆明环城西路远号
摇摇摇摇精造（圆角）源毫缘毫
发行行摇云南省新华书店
印装装摇开远市印刷厂
开本本摇苑厘米圆厘米员远
印张张摇肆张（含答案）
字摇摇数摇肆肆肆肆
版摇次摇圆年圆月第员版
印摇次摇圆年圆月第员次印刷
书摇摇号摇陈星苑缘缘缘圆京港·员圆
定摇摇价摇源元
凡出现印装质量问题，请与承印厂联系调换（电话：园猿园园园缘园缘园

高中“课课练”丛书编委会名单

丛书主编 余建忠（特级教师、教授）

各科主编
语文：牛兴旺（特级教师） 柳直东（高级教师）
英语：于希文（特级教师） 程惠云（特级教师）
数学：张炜（高级教师） 杨吉贵（特级教师）
物理：马固（特级教师） 黄珩（高级教师）
化学：王蔷（特级教师） 叶森（高级教师）
历史：李永顺（特级教师） 谢正聪（特级教师）
地理：纳爱琼（高级教师） 王幼明（高级教师）
政治：梅榆（高级教师） 张以平（高级教师）
生物：孙家流（特级教师） 张行端（高级教师）

编委
刘致凡 刘萃 王璿 高勇 李昕蔚 白杨文
牛兴旺 柳直东 于希文 程惠云 张炜 杨吉贵
马固 黄珩 王蔷 叶森 李永顺 谢正聪
纳爱琼 王幼明 梅榆 张以平 孙家流 张行端
余建忠 张强

本册执笔 杨吉贵 张炜 周顺喜 吴兆平 刘剑涛 吴志华

说摇摇明

实施素质教育和提高教学质量的重要途径之一，是改革课堂教学，遵循“学生为主体、教师为主导、训练为主线”的教学原则，并以此达到培养和发展学生综合能力的目的。援而欲达此目的，教师就须在“练”字上做好文章。援为了给高中学生提供一套适用而有质量的练习册，云南教育出版社组织了一批有丰富教学经验、多年来在教学中取得突出成绩的教师编写了这套高中“课课练”丛书，包括政治、语文、英语、历史、地理、数学、物理、化学、生物九科援

高中“课课练”丛书以国家教育部新制定的全日制普通高级中学教育数学大纲为依据，根据全日制普通高级中学现行教材编写援按教材的顺序和教学进度，以课（章、节）为单位，设计了多种常用题型，将各课的知识点落实到练习上；同时注意了科学性和练习的梯度，突出了适用性和可操作性，以方便教师和学生在使用援对教师来说，这套书是教学的必要补充，它可以帮助教师节约时间，贯彻“精讲多练”的原则，将其融入课堂教学中，起到直接检查学生学习效果的重要作用；对学生来说，它有助于将所学知识转化为能力，便于及时检查自己是否学懂、会用援

每课（章、节）的内容主要分为三部分，即“学法（学习）提示”、“练习”、“小结”援其中的“练习”又分为“预习”（课前练习）、“学习”（课堂练习）、“巩固”（课后练习）、“提高”（提高练习）等援除每课的练习外，丛书还配有“阶段综合练习”和“期中考试模拟题”、“期末考试模拟题”，供任课教师根据实际情况选用援各册均附有参考答案（单独装订），专供教师使用援在基本遵循丛书的总体编写思路和体例的原则下，各科的具体编写体例根据本学科的特点而有所不同援

本套丛书应与全日制普通高级中学现行教材配套使用援

本套丛书在编写过程中，得到了云南大学附属中学、云南师范大学附属中学、昆明第一中学、昆明第三中学、昆明第八中学、昆明第十中学、昆明第十二中学、玉溪第一中学、曲靖第一中学、个旧第一中学等学校的关心和支持，在此一并表示深深的谢意援

在使用本书的过程中如发现不妥之处，诚盼广大师生提出宝贵意见，以便我们修订，使之日臻完善援

高中“课课练”丛书编委会

目摇摇录

第九章摇直线、平面、简单几何体	(员)
第一课摇平面	(源)
第二课摇空间直线	(苑)
第三课摇直线与平面平行的判定和性质	(园)
第四课摇直线与平面垂直的判定和性质	(员)
第五课摇两个平面平行的判定和性质	(愿)
第六课摇两个平面垂直的判定和性质	(园)
第七课摇棱柱	(缘)
第八课摇棱锥	(愿)
第九课摇柱体、锥体的体积	(猿)
第十课摇多面体欧拉公式的发现	(猿)
第十一课摇球	(猿)
阶段综合练习	(源)
第十章摇排列、组合和概率	(源)
第一课摇分类计数原理与分步计数原理	(源)
第二课摇排列	(缘)
第三课摇组合	(缘)
第四课摇二项式定理	(缘)
第五课摇随机事件的概率	(缘)
第六课摇互斥事件有一个发生的概率	(远)
第七课摇相互独立事件同时发生的概率	(远)
阶段综合练习	(远)

第九章 直线、平面、简单几何体

学法指导



学习目标

立体几何是研究空间图形的性质、画法、计算以及它们的应用的学科。通过学习立体几何这门课程，要能够系统地掌握空间图形的基本性质，掌握一些简单多面体和球的画法、表面积和体积公式，进一步增强逻辑思维能力和空间想像能力，以及用这些知识去分析问题、解决问题的能力：

掌握平面的基本性质，空间两条直线、直线和平面、两个平面的位置关系（特别是平行和垂直关系），以及它们形成的角与距离等概念。

能运用上述概念以及有关两条直线、直线和平面、两个平面的平行和垂直关系的性质与判定，进行推理论证和解决有关问题。

会用斜二测画法画出水平放置的平面图形（特别是正三角形、正四边形、正五边形、正六边形）的直观图。能够画出空间两条直线、两个平面、直线与平面的各种位置关系的图形，能够根据图形想像它们的位置关系。

理解反证法证明命题的思路，会用反证法证明一些简单的问题。

在学习了直线与平面的基础知识，掌握了若干基本图形（如异面直线、二面角等）概念，熟悉了一些直观图的基本画法，具备了一定的空间想像能力之后，我们将学习简单几何体的知识。简单几何体的内容实际上是直线和平面位置关系的具体化，通过学习，不仅要掌握棱柱、棱锥和球的有关知识，而且还要巩固直线和平面位置关系的基本知识，从而进一步培养自己的空间想像能力：

了解棱柱的概念，掌握棱柱的性质，会画直棱柱的直观图。

了解棱锥的概念，掌握正棱锥的性质，会画正棱锥的直观图。

了解多面体、凸多面体和正多面体的概念，了解多面体的欧拉公式。

了解球的概念，掌握球的性质，掌握球的表面积和体积公式。

重点难点

本章的重点是平面的基本性质；两条直线、直线和平面、两个平面的平行和垂直关系；三种角及距离的计算；柱、锥、球的概念、性质以及球的面积和体积的计算。

本章的难点是线线、线面、面面平行或垂直关系的判定；在求角或距离时，如何作出有关的角或找到表示距离的线段；柱、锥、球的直观图的画法；球的面积公式和体积公式的推导。



◆注意问题◆

㊦平面

(员 平面在空间是无限伸展着的, 平面把空间分成两个部分援通常画平行四边形表示平面援

(圆 公理 员是用来判定直线是否在平面内的, 同时还可用来检验平面援

(猿 由于平面在空间是无限伸展着的, 因此两个平面一旦有一个公共的交点, 就一定有一条(也只有这一条)过这个交点的公共交线援公理 圆是判定两平面相交和确定交线的依据援

(源 公理 猿及其推论给出了确定平面的条件援

㊦空间直线

研究空间两直线, 一是研究它们之间的位置关系, 二是研究它们之间的度量关系援以是否共面为标准, 空间两直线的位置关系有共面和异面两类援不同在任何一个平面内的两条直线叫做异面直线, 它们没有公共点援但分别在某两个平面内的两条直线不一定是异面直线, 它们可能平行, 也可能相交援

(员 异面直线所成角的概念, 是用于刻画两条异面直线中的一条相对于另一条的倾斜程度的援求异面直线所成的角时, 恰当选取一点, 将两条异面直线中的一条或两条“平移过来”, 把异面直线所成的角转化为相交直线所成的角援

(圆 异面直线的距离的概念, 是用于刻画两条异面直线之间的远近程度的援异面直线的距离具有“存在性”、“惟一性”和“最小性”援

㊦直线与平面平行的判定和性质

(员 直线和平面平行是指直线和平面没有公共点援因此得到了“线线平行, 则线面平行”的判定定理援

(圆 直线和平面平行的性质定理用“线面平行, 则线线平行”来叙述援所谓线面平行, 就是指已知直线和平面平行; 所谓线线平行, 就是指过这条直线的任意一个平面和已知平面的交线和这条直线平行, 并非是平行于这个平面内的一切直线援

㊦直线与平面垂直的判定和性质

(员 直线与平面垂直是指直线和平面内的任意一条直线都垂直援

(圆 直线与平面垂直的判定定理是把直线与平面垂直的判定具体化, 定理的证明过程体现了从具体到抽象的思维方法援

(猿 斜线和平面形成的角(锐角)是用于刻画直线和平面之间的倾斜程度的, 是这条斜线和这个平面内经过斜足的直线形成的一切角中最小的角援

(源 无论是平行或垂直关系的判定, 还是角或距离的确定, 三垂线定理及其逆定理都是最重要的理论依据, 而正确作出垂线或垂面是应用定理的关键所在援

㊦两个平面平行的判定和性质

(员 两个平面平行是指两个平面没有公共点援

(圆 两个平面平行的判定定理是把判断两平面平行具体化援定理中最关键的一点是平面内的两条直线必须相交援



(猿 两个平面平行的性质定理,说明了空间两个平面的知识能为解决线线、线面问题带来很多便利:其一,面面平行 $\rightarrow$ 线线平行 $\rightarrow$ 线面平行;其二,可以将线面距离转化为面面距离援

獬两个平面垂直的判定与性质援

(员 两个平面垂直的判定定理,不仅是判定两个平面互相垂直的依据,而且是找出垂直于一个平面的另一个平面的依据援

(圆 由两个平面垂直的判定定理与性质定理可以看出:从线面垂直可以得到面面垂直援反之,由面面垂直又可推导出线面垂直援

(猿 从二面角的平面角的概念出发,求二面角时,可过棱上一点作棱的垂面,与两个面的交线即构成平面角;另外,平面角的两边,实际上一个面上的一边是另一个面上的一边的射影,连同二面角的棱恰好构成三垂线定理中的“三线”,可见,三垂线定理与二面角有机地联系着援

獬棱柱援

(员 棱柱有两个面互相平行,其余各面每相邻两个面的公共边互相平行援这就是棱柱的本质特征,它是推导棱柱性质、解决棱柱问题的出发点援

(圆 掌握棱柱的截面性质:平行于底的截面是与两底面全等的多边形;过不相邻两条侧棱的截面是平行四边形援

(猿 掌握棱柱中特殊线的性质:所有侧棱平行且相等;直棱柱中侧棱与底面垂直,斜棱柱中侧棱与底面不垂直;长方体的对角线的平方等于长、宽、高的平方和援

(源 掌握两个几何系列援

①棱柱 $\rightarrow$ 斜棱柱 $\rightarrow$ 直棱柱;

②四棱柱 $\rightarrow$ 平行六面体 $\rightarrow$ 直平行六面体 $\rightarrow$ 长方体 $\rightarrow$ 正四棱柱 $\rightarrow$ 正方体援

獬棱锥援

(员 棱锥平行于底面的截面与底面相似,且它们的面积比等于截得棱锥的高与已知原棱锥的高的平方之比援

(圆 一个棱锥是不是正棱锥必须满足两个条件:一是底面是正多边形;二是顶点在底面内的射影必是正多边形的中心援

獬多面体和正多面体援

多面体是由若干个多边形围成的几何体,棱柱和棱锥是特殊的多面体援正多面体的每个面都是相同边数的正多边形援以每个顶点为其一端都有相同数目的棱,这样的多面体只有五种,即正四面体、正六面体、正八面体、正十二面体、正二十面体援

獬球援

(员 球是一种常见的简单几何体,球的位置由球心确定,球的大小仅取决于半径的大小援球包括球面及球面围成的空间区域内的所有点援球的截面是圆面,其中过球心的截面叫大圆面援球面上两点间的距离,是过这两点的大圆在这两点间的劣弧长援

(圆 推导球的体积与表面积公式,运用了“分割 $\rightarrow$ 求近似和 $\rightarrow$ 化成准确值”的推导方法,要从中认真体会这种“化整为零,又积零为整”的“无限细分,化曲为平,逼近精确值”的数学思想,学会用运动变化的观点分析问题和解决问题援



第一课摇平摇面

预习

(员 已知 造是平面 α 内的一条直线, 点 粤在 造上, 点 月 在 α 内, 但 月不在 造上, 则它们的关系可以表示为: 粤摇摇造 月摇摇造 粤摇摇 α , 月摇摇 α , 造摇摇 α 援

(圖 可以确定一个平面的条件有

◆ 学习 ◆

有下列三个命题：

- ①三点确定一个平面；
②两两相交的三条直线共面；
③直线 l 与直线 m 共面，直线 m 与直线 n 共面，则 l 与 n 共面。

其中正确命题的个数是 (摇摇)援

摇 粤援员摇摇月援圆摇摇悦援猿摇摇阅援园

圖若粵月是不同的两个点, 直线葬=平面 α , 直线遭=平面 α , 直线造葬越粵造遭月, 则 (摇摇) 援

摇 粤援造 α 摇摇月援造 α 摇摇悦援造 α 越粤摇摇阅援造 α 越月

已知空间四个点中任意三点不共线，那么经过其中三点的平面（摇摇）援

摇 粵 粵 必有 源个 摇摇摇摇摇摇 厝有 猿个 或 员个

摇 愧 有 源 个 或 员 个 阔 阿 能 有 员 个、猿 个 或 源 个

如果 $\triangle ABC$ 在平面 α 内，点 E, F 分别是 AB, AC 边的中点，那么 EF 与 α 的关系是_____。

巩固

下列说法中正确的是 ()

摇 粤四边相等的四边形是菱形

平面 α 不经过直线 l 则 l 上最多有一个点在 α 内

搖 憾一个平面的面积是 $\frac{\pi}{2}$

摇 阅 一条直线和一个点确定一个平面

这三个平面可将平面分成 n 个部分，则 n 的值是 ()

摇 粤援源或 逯摇摇摇摇月援源或 远或 苑

摇 悦援源或远或愿 阅援源或远或苑或愿

例 1 平面 α 与平面 β 相交, 在 α 、 β 内各取两点, 使四点都不在交线上, 则这四点可

确定的平面个数是

已知平面 $\alpha \cap \beta$ 是直线 l ，直线 $a \subset \alpha$ ，直线 $b \subset \beta$ ， $a \cap b = P$ ，求证：点 $P \in l$

求证：两两相交但不共点的三条直线共面

提高

如图 1-1-1 所示，四边形 $ABCD$ 中，已知 $AB \parallel CD$ ， $BC \parallel AD$ ， AB （或延长线）分别与平面 α 相交于 E ， F ， G ， H ，求证： E ， F ， G ， H 必在同一直线上

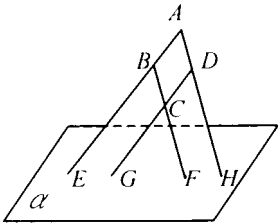


图 1-1-1



例1 已知三个平面两两相交于三条直线，如果其中两条相交，试证：这三条直线必相交于同一点

例2 已知 n 条直线 $l_1, l_2, l_3, \dots, l_n$ ($n \geq 3$ 且 $n \in \mathbb{N}$) 互相平行，直线 l 与这 n 条直线都相交，求证：这 $n+1$ 条直线共面



第二课摇空间直线

预习

(员摇摇摇摇摇摇摇摇摇摇摇摇摇摇摇摇摇摇叫异面直线援

(圖 两条异面直线所成的角是指

◆ 学习 ◆

倘若直线葬/遭遭糟埋，则葬糟一定不是（摇摇）援

相交直线

摇 愧 平行直线 摇摇摇摇 阅 以上结论均错

圆如果一条直线上有两点到另一条直线的距离相等，那么这两条直线的位置关系是（摇摇）援

摇 掣 平行 摇摇摇摇摇摇 月 相交或平行

平行或异面 平行、相交或异面

已知 $ABCD$ 为空间四边形, E, F, G, H 分别为 AB, BC, CD, DA 的中点, 若对角线 AC 与 BD 所成的角为 60° , 则 EF, FG, GH, HE 所成的角为 60° .

摇 粤媛缘瑶瑶瑶月媛员瑶瑶瑶悦媛员瑶瑶瑶阅 不能确定

如果把两条异面直线称作“一对”，那么在正方体的 12 条棱所在的直线中，共有 12 对异面直线。

摇 粤援愿摇摇月援员摇摇悦援圆摇摇阅援猿圆

如果直线 a 是异面直线, $a \perp$ 平面 α , $a \perp$ 平面 β , 平面 $\alpha \cap$ 平面 β 那么直线 a 垂直于平面 $\alpha \cap$ 平面 β 的交线

搖擗同时与葬遭相交

至少与 Γ 中的一条相交

搖 懷陸多与 葬 遭中的一条相交

摇 圆与葬 遭中的一条相交、一条平行

巩固

在空间四边形 $ABCD$ 中, 已知 E 、 F 分别是 AB 、 CD 的中点, 若 $EF \parallel AC$, 则 EF 与 BD 所成的角是 ()

摇 粤爰猿猿摇摇摇月援远猿摇摇摇悦援源猿摇摇摇阅援怨园殺

殓在棱长为 葬的正方体中，与其中一条棱所在直线异面且距离为 葬的棱共有 (摇摇) 援

摇 粤援源条摇摇摇月援缘条摇摇摇悦援远条摇摇摇阅援苑条



员
圆

愿 若空间四边形 粤月悦阅 中，对角线 粤悦 与 月阅 耘 云分别是 粤月 悦阅 中点，则 耘云与 月悦 的大小关系是

愿 若正方体 粤月悦阅 中，耘 云分别为 月悦 悦阅 中点，则 粤耘 与 阅云 所成的角等于

愿 一个空间四边形的两条对角线长分别为 远 和 愿 所成的角为 猿园° 则连结各边中点所得四边形的面积为

愿 若长方体 粤月悦阅 的长和宽都是 圆，高是 圆，则异面直线 月悦 和 阅悦 所成角的余弦值是

愿 已知平面 $\alpha \cap \beta = l$ 直线 葬 $\subset \alpha$ ，葬 $\cap l = P$ ，葬 $\not\subset \beta$ ，求证：葬 是异面直线

愿 已知 杂 是 $\triangle$ 粤月悦 所在平面外一点，阅 耘 分别是 $\triangle$ 杂粤月 和 $\triangle$ 杂月悦 的重心，求证：阅耘 $\parallel$ 粤悦



◆提高◆

例 1 如图 1-1-10 所示，在空间四边形 $ABCD$ 中， E 为 AC 的中点， F 为 BD 的中点，求 EF 与 AB 所成角的余弦值。

例 2 如图 1-1-11 所示，在空间四边形 $ABCD$ 中， E 为 AC 的中点， F 为 BD 的中点，求 EF 与 AB 所成角的最小值。



第三课 直线与平面平行的判定和性质

预习

(员 当直线 l 与平面 α 有 无数个 公共点时, $l \subset \alpha$; 有 一个 公共点时, l 与 α 相交; 有 无数个 公共点时, l 与 α 相交

(圆 若直线 $l \parallel$ 平面 α , 直线 $m \subset \alpha$, 则 l 与 m 的关系是 平行或异面

(猿 若 $l \parallel \alpha$ 内的无数条直线均无公共点, 则 l 与 α 的关系是 平行

学习

直线与平面平行的充要条件是这条直线与平面内的 ()

粤 一条直线不相交

摇 两条相交直线不相交

摇 无数条直线不相交

摇 所有直线不相交

圆 下列命题中正确的是 ()

摇 粤 若直线 $l \parallel$ 平面 α , 直线 $m \subset \alpha$, 则 $l \parallel m$

摇 粤 若直线 l 上有两个点到平面 α 的距离相等, 则 $l \parallel \alpha$

摇 粤 若直线 l 与平面 α 内的无数条直线互为异面直线, 则 $l \parallel \alpha$

摇 粤 若点 P 是直线 l 上的动点, 且 $P \notin \alpha$, 则 $l \parallel \alpha$

猿 若点 P 是平面 α 外的一点, 则过 P 且平行于 α 的直线有 ()

摇 粤 一条

摇 粤 无数条

圆 若直线 $m \parallel$ 直线 n , m 与平面 α 相交, 则 n 与平面 α 的位置关系是 ()

摇 粤 相交

摇 粤 平行或相交

猿 如果直线 $m \parallel$ 直线 n 且 $m \parallel$ 平面 α , 那么 n 与 α 的关系是 ()

摇 粤 $n \subset \alpha$

摇 粤 n 与 α 相交

圆 $n \parallel \alpha$ 或 $n \subset \alpha$

巩固

圆 若 m, n 是异面直线, P 是 m, n 外一点, 则过 P 且与 m, n 都平行的平面 ()

摇 粤 有一个

摇 粤 有无数个



例 设平面 $\alpha \cap$ 平面 β 于直线 l ，且 $l \parallel \alpha$ 且 $l \parallel \beta$ ，则直线 l 与 α 的关系是 ()
 A. 异面 B. 平行 C. 相交 D. 平行或异面
 例 三个平面两两相交，有三条交线，这三条交线的位置关系是 ()

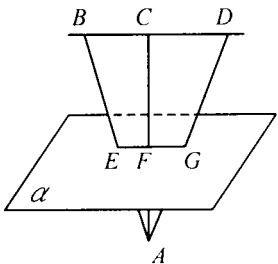


图 1-1-1

例 如图 1-1-1 所示，直线 $l \parallel$ 平面 α ，点 A 在 α 的另外一侧，且 $AB \in \alpha$ ，线段 AC 、 AD 、 AE 分别交 α 于点 B 、 C 、 D 。若 $AB \parallel CD$ ， $AC \parallel DE$ ， $AD \parallel BE$ ，则 AE 与 BC 的位置关系是 ()

例 已知 AB 、 AC 、 AD 是不在同一平面内的三条线段，求证：过这三条线段的中点的平面与 BC 平行，与 AD 也平行。

例 在空间四边形 $ABCD$ 中， $E \in AB$ ， $F \in AC$ ，若 $EF \parallel BC$ ，求证：直线 $EF \parallel$ 平面 BCD 。

证明：如果平面外两条平行直线中的一条平行于这个平面，那么另一条也平行于这个平面

提高

已知是两条异面直线，/平面 α ， $AB \in$ ， $CD \in$ ， $AC \cap \alpha = E$ ， $BD \cap \alpha = F$ ，若 G 是 EF 的中点，求证： G 是 AB 的中点

