名校秘题

课课练·单元测

高中同步素质训练题集

数　　学

高二上 雪

湖北名校名师编写组

主编　周远方

北方文艺出版社

图书在版编目(CIP)数据

课课练·单元测.数学.高二.上:高中同步素质训练题集/周远方编.—哈尔滨:北方文艺出版社,
2002.5
ISBN 7-5317-1524-4

Ⅰ.**课**... Ⅱ.**周**... Ⅲ.**数学课—高中—习题**
Ⅳ.G634

中国版本图书馆 CIP **数据核字**(2002)**第** 036675 **号**

总 主 编 **喻选芳**
本科主编 **周远方**
编　　委 **陈仁胜 李 晖 周远方**
杨晓璐 万 东 黄德福
尹国江 杨 明 李光全
刘昌文 徐 东 刘剑梅
王宇斌 曾小平 何 峰

课 课 练·单 元 测
ke ke lian dan yuan ce
高 中 同 步 素 质 训 练 题 集　数 学 高二(上)
Gao zhong tong bu su zhi xun lian ti ji Shu Xue

责任编辑/**于祺盛 李玉鹏 平治国**
封面设计/**明悦平面动画设计工作室**
出版发行/**北方文艺出版社**
地　　址/**哈尔滨市道外区大方里小区** 105 **号楼**
邮　　编/150020
电　　话/0451－2529952
电子信箱/bfwy@bfwy.com
经　　销/**新华书店**
印　　刷/**黑龙江龙科印刷厂**
开　　本/787×1092 1/8
印　　张/7
字　　数/193
版　　次/2002 **年** 5 **月第** 1 **版**
印　　次/2002 **年** 5 **月第** 1 **次印刷**
定　　价/7.00 **元**
书　　号/ISBN 7-5317-1524-4/G·114

目　录

第六章　不　等　式

6.1　不等式的性质

一、选择题

1. 已知 $a<0$，$-1<b<0$，则有　（　　）

A. $ab^2<ab<a$　　B. $a<ab<ab^2$　　C. $ab>b>ab^2$　　D. $ab>ab^2>a$

2. 若 $a<b<0$，则下列不等式中不能成立的是

A. $\frac{1}{a}>\frac{1}{b}$　　B. $\frac{1}{a-b}>\frac{1}{a}$　　C. $|a|>|b|$　　D. $a^2>b^2$

3. 若 $a>b>c$，且 $a+b+c=0$，则　（　　）

A. $ab>ac$　　B. $ac>bc$　　C. $ab>bc$　　D. $a^2>b^2>c^2$

4. 若 a，$b\in R$，则“$ab>0$”是“$|a+b|=|a|+|b|$”的　（　　）

A. 充分非必要条件　　B. 必要非充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

二、填空题

5. 已知$\frac{\pi}{2}<\alpha<\pi$，$\frac{\pi}{2}<\beta<\pi$，则 $\beta-2\alpha$ 的取值范围是________________.

6. 若 $a>b>0$，$m>0$，$n>0$，则 $p=\frac{b}{a}$，$q=\frac{a}{b}$，$r=\frac{b+m}{a+m}$，$s=\frac{a+n}{b+n}$ 的大小顺序是________________.

7. 已知三个不等式：①$ab>0$，②$-\frac{c}{a}<-\frac{d}{b}$，③$bc>ad$，以其中两个作为条件，余下一个作为结论，则可组成________个正确的命题.

8. 已知指数函数 $y=a^x$ 在区间［-2，2］上的函数值小于 2，则 a 的取值范围是________________.

三、解答题

9. 设 a，b，$c\in R$，$M=5a^2+b^2+c^2$，$N=2ab+4a+2c-2$，试比较 M 与 N 的大小.

10．问题：若方程 $x^2+(m-2)x-m+5=0$ 的两个实根都大于 2，求实数 m 的取值范围．阅读下面的解法，回答提出的问题．

解：第一步，令判别式 $\Delta=(m-2)^2-4(-m+5)\geqslant 0$，解得 $m\geqslant 4$ 或 $m\leqslant -4$；

第二步，设两实根为 x_1，x_2，由 $x_1>2$，$x_2>2$，得 $\begin{cases} x_1+x_2>4, \\ x_1\cdot x_2>4, \end{cases}$

$\therefore \begin{cases} -(m-2)>4, \\ -m+5>4, \end{cases}$

$\therefore\ m<-2$

第三步，由 $\begin{cases} m\geqslant 4 \text{ 或 } m\leqslant -4, \\ m<-2 \end{cases}$

得 $m\leqslant -4$.

第四步，由第三步得出结论：当 $m\in(-\infty, -4]$ 时，此方程两实根均大于 2.

但当取 $m=-6$ 检验知，方程 $x^2-8x+11=0$ 的两实根为 $x=4\pm\sqrt{5}$，其中 $4-\sqrt{5}<2$.

试问：产生错误的原因是什么？

11．设 $c<-1<b<0<a<1$，下列各式中：①$bc+c$；②$ab-b$；③abc；④$bc+b+c+1$．值最小的是哪一个？说明理由．

12．已知 a，$b\in R^+$，且方程 $x^2+ax+2b=0$ 和 $x^2+2bx+a=0$ 都有实根，求 $a+b$ 的最小值．

6.2　算术平均数与几何平均数

一、选择题

1．已知 a，$b\in R^+$，则 $\sqrt{ab}$，$\dfrac{a+b}{2}$，$\sqrt{\dfrac{a^2+b^2}{2}}$，$\dfrac{2ab}{a+b}$ 的大小顺序是　（　　）

A. $\frac{a+b}{2}\geqslant\sqrt{ab}\geqslant\sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}\geqslant\frac{2ab}{a+b}$　　B. $\frac{2ab}{a+b}\geqslant\sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}\geqslant\sqrt{ab}\geqslant\frac{a+b}{2}$

C. $\sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}\geqslant\frac{a+b}{2}\geqslant\sqrt{ab}\geqslant\frac{2ab}{a+b}$　　D. $\frac{a+b}{2}\geqslant\frac{2ab}{a+b}\geqslant\sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}\geqslant\sqrt{ab}$

2. **下列不等式：**①$x+\frac{1}{x}\geqslant2$；②$\left|x+\frac{1}{x}\right|\geqslant2$；③**若** $0<a<1<b$，**则** $\log_a b+\log_b a\leqslant-2$；④**若** $0<a<1<b$，**则** $\log_a b+\log_b a\geqslant2$，**其中正确的是**　(　　)

A. ①②　　B. ②③　　C. ②④　　D. ①②④

3. **若** $a>b>1$，$P=\sqrt{\lg a\cdot\lg b}$，$Q=\frac{1}{2}(\lg a+\lg b)$，$R=\lg\left(\frac{a+b}{2}\right)$，**则**　(　　)

A. $R<P<Q$　　B. $P<Q<R$　　C. $Q<P<R$　　D. $P<R<Q$

4. **已知** x，$y\in R^+$，**且** $\frac{9}{x}+\frac{1}{y}=1$，**则** $x+y$ **的最小值为**　(　　)

A. 6　　B. 12　　C. 16　　D. 24

二、填空题

5. **若正数** a，b **满足** $ab=a+b+3$，**则** ab **的取值范围是**________.

6. **若** $x>0$，$y>0$，**则** $S=3\left(\frac{x^2}{y^2}+\frac{y^2}{x^2}\right)-8\left(\frac{x}{y}+\frac{y}{x}\right)+10$ **的最小值是**________.

7. **一段长为** a m **的篱笆围成一个一边靠墙的矩形菜园，则菜园的最大面积是**________.

8. **给出下列函数：**①$y=\frac{x^2+3}{\sqrt{x^2+2}}$ $(x\in R)$；②$y=\frac{1}{2}\left(x+\frac{x}{x-2}\right)$ $(x>2)$；③$y=\lg x+\log_x 10$ $(x>0$，$x\neq1)$；④$y=\tan x+\cot x$ $\left(0<x<\frac{\pi}{2}\right)$. **其中有最小值** 2 **的函数的序号是**________________

三、解答题

9. **设** a，b，c **为非负实数，求证：**

$$\frac{1}{2}(a+b+c)\geqslant\sqrt{a}+2\sqrt{b}+3\sqrt{c}-7$$

10. **已知** a，b，c **都是正数，且** $a+b+c=1$，**求** $\sqrt{a}+\sqrt{b}+\sqrt{c}$ **的最大值**.

解法 1　∵　a，b，$c\in R^+$.

∴　$a+1\geqslant2\sqrt{a}$，$b+1\geqslant2\sqrt{b}$，$c+1\geqslant2\sqrt{c}$

三式相加，得

$$(a+b+c)+3\geqslant2(\sqrt{a}+\sqrt{b}+\sqrt{c})$$

$\because\ a+b+c=1$

$\therefore\ \sqrt{a}+\sqrt{b}+\sqrt{c}\leqslant 2$

即 $\sqrt{a}+\sqrt{b}+\sqrt{c}$**的最大值为** 2.

解法 2 $\because\ a$，b，$c\in R^{+}$，

$\therefore\ 2\sqrt{ab}\leqslant a+b$，$2\sqrt{bc}\leqslant b+c$，$2\sqrt{ca}\leqslant a+c$

$\therefore\ (\sqrt{a}+\sqrt{b}+\sqrt{c})^2=(a+b+c)+(2\sqrt{ab}+2\sqrt{bc}+2\sqrt{ca})$

$\leqslant 3(a+b+c)=3$

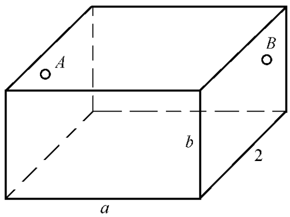
又 $\because\ \sqrt{a}+\sqrt{b}+\sqrt{c}>0$

$\therefore \sqrt{a}+\sqrt{b}+\sqrt{c}\leqslant\sqrt{3}$.

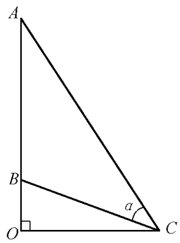
即 $\sqrt{a}+\sqrt{b}+\sqrt{c}$**的最大值为** $\sqrt{3}$.

请判断以上两种解法的正误，并说明理由.

11. **如图所示，为处理含有某种杂质的污水，要制造一个底宽为** 2 m **的无盖长方体沉淀箱，污水从** A **孔流入，经沉淀后从** B **孔流出，设箱体的长度为** a m**，高度为** b m**，已知流出的水中该杂质的质量分数与** a**，**b **的乘积** ab **成反比，现有制箱材料** 60 m^2**，问当** a**，**b **各为多少米时，经沉淀后流出的水中，该杂质的质量分数最小？(**A**，**B **孔的面积忽略不计)**



12. **在直角**$\triangle AOC$ **中，**$\angle AOC$ **为直角，**B **为** OA **上一点，且** $OA=a$**，**$OB=b$**，**$\angle ACB=\alpha$ **(如图) 求** OC **的长，使** α **取得最大值，**α **的最大值是多少？**



6.3　不等式的证明

一、选择题

1．设 $x=2-\sqrt{5}$，$y=\sqrt{5}-2$，$z=5-2\sqrt{5}$，则下面不等式正确的是　（　　）

A．$z<x<y$　　B．$z<y<x$　　C．$x<y<z$　　D．$x<z<y$

2．已知 a，b，c，d 都是正数，且$\frac{a}{b}<\frac{c}{d}$，则　（　　）

A．$\frac{a}{b}<\frac{a+c}{b+d}<\frac{c}{d}$　　B．$\frac{a+c}{b+d}<\frac{a}{b}<\frac{c}{d}$

C．$\frac{a}{b}<\frac{c}{d}<\frac{a+c}{b+d}$　　D．以上均有可能

3．已知 x 和 k 都是正实数，$f(x)=\frac{x^2+k+1}{\sqrt{x^2+k}}$，则　（　　）

A．$f(x)\geqslant 4$　　B．$f(x)\geqslant 3$　　C．$f(x)\geqslant 2$　　D．$f(x)>2$

4．为适应社会发展的需要，国家决定降低某种存款的利息，现有四种降息方案：

方案Ⅰ　先降息 $p\%$，后降息 $q\%$（p，$q>0$，且 $p\neq q$）

方案Ⅱ　先降息 $q\%$，后降息 $p\%$；

方案Ⅲ　先降息$\frac{p+q}{2}\%$，再降息$\frac{p+q}{2}\%$；

方案Ⅳ　一次降息$(p+q)\%$．

在上述四种方案中，降息最少的是　（　　）

A．方案Ⅰ　　B．方案Ⅱ　　C．方案Ⅲ　　D．方案Ⅳ

二、填空题

5．b 克糖水中有 a 克糖（$b>a>0$），若再添上 m 克糖（$m>0$），则糖水就变甜了，试根据这个事实提炼一个不等式________________．

6．实数$\frac{x}{y}=x-y$，则 x 的取值范围是________________．

7．设 $S_n=1+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}+\cdots+\frac{1}{n^2}$（$n\in N^*$），则 S_n 与 2 的大小关系是________________．

8．已知 $a\geqslant 0$，$b\geqslant 0$，且 $a^2+\frac{b^2}{2}=1$，则 $a\sqrt{1+b^2}$的最大值为________________．

9．设实数 x，y 满足 $x^2+(y-1)^2=1$，则 $x+y+\lambda\geqslant 0$ 恒成立时，实数 λ 的取值范围是________________．

三、解答题

10．已知 $a>0$，$b>0$，$c>0$，求证

$$\lg\frac{c}{a}\cdot\lg\frac{c}{b}\geqslant\lg\frac{b}{a}\cdot\lg\sqrt{\frac{a}{b}}$$

11．设 $a>b>c$，求证

$a^2b+b^2c+c^2a>ab^2+bc^2+ca^2$

12．设 $f(x)=\sqrt{x^2+1}-ax$（$a\geqslant1$），证明当 $x\in[0,+\infty)$ 时，函数 $f(x)$ 是减函数

13．已知 a，b，c，$d\in(0,1)$，试比较 $abcd$ 与 $a+b+c+d-3$ 的大小，并给出证明，你能将结论加以推广吗？

6.4　不等式的解法举例

一、选择题

1．已知不等式 $ax^2+bx+2>0$ 的解为 $-\frac{1}{2}<x<\frac{1}{3}$，则 $a+b$ 等于　（　　）

A．-10　　B．-14　　C．10　　D．14

2．不等式 $\frac{(x+3)^2(x-1)}{x-2}\leqslant0$ 的解集是　（　　）

A．$\{x\mid1\leqslant x<2\}$　　B．$\{x\mid1<x<2$ 或 $x=-3\}$

C．$\{x\mid1\leqslant x<2$ 或 $x=-3\}$　　D．$\{x\mid1\leqslant x\leqslant2$ 或 $x=-3\}$

3．已知不等式 $(a^2-1)x^2-(a-1)x-1<0$ 的解是全体实数，则实数 a 的取值范围是（　　）

A．$-\frac{3}{5}<a\leqslant1$　　B．$-\frac{3}{5}\leqslant a<1$　　C．$-\frac{3}{5}<a<1$　　D．$-\frac{3}{5}\leqslant a\leqslant1$

4．若不等式 $0\leqslant x^2+px+5\leqslant 1$ 有且只有一解，则实数 p 的取值范围是　（　　）

A. $p<-2\sqrt{5}$ 或 $p>2\sqrt{5}$　　B. $p=\pm 2\sqrt{5}$

C. $p=\pm 4$　　D. 不存在

二、填空题

5．不等式 $x^2-4|x|+3>0$ 的解集为________________

6．若不等式 $\sqrt{x}>ax+\frac{3}{2}$ 的解为 $4<x<c$，则 $a=$________，$c=$________.

7．若关于 x 的不等式组 $\begin{cases} ax>-1 \\ x+a>0 \end{cases}$ 的解集不是空集，则实数 a 的取值范围是________.

8．已知关于 x 的不等式 $\frac{(x-a)(x-b)}{x-c}\geqslant 0$ 的解为 $-1\leqslant x<2$ 或 $x\geqslant 3$，则不等式 $\frac{x-c}{(x-a)(x-b)}\leqslant 0$ 的解集为________________

三、解答题

9．设 $a\neq b$，解关于 x 的不等式

$a^2x+b^2(1-x)\geqslant [ax+b(1-x)]^2$

10．解关于 x 的不等式 $\sqrt{x^2+1}-ax\leqslant 1\ (a>0)$

11．求使关于 x 的一元二次方程 $kx^2-(k+1)x+2=0$ 有实根，且两根的绝对值都小于 1 的 k 的取值范围.

12．某地为促进淡水鱼养殖业的发展，将价格控制在适当范围内，决定对淡水鱼养殖提供政府补贴．设淡水鱼的市场价格为 1 kg 售 x 元，当 $8\leqslant x\leqslant 14$ 时，淡水鱼的市场日供应量 P kg 与市场日需求量 Q kg 近似地满足关系

$P=1\,000(x+t-8)\ (x\geqslant 8，t>0)$，

$Q=500\sqrt{40-(x-8)^2}\ (8\leqslant x\leqslant 14)$

当 $P=Q$ 的价格称为市场平衡价格.

（1）将市场平衡价格表示成政府补贴的函数，并求出此函数的定义域.

（2）为了使市场平衡价格为 1 kg 不高于售 10 元，政府补贴为 1 kg 至少补多少元？

6.5　含有绝对值的不等式

一、选择题

1．已知 $\varepsilon>0$，设命题甲为：两个实数 a，b 满足 $|a-b|<2\varepsilon$；命题乙：两个实数 a，b 满足 $|a-1|<\varepsilon$ 且 $|b-1|<\varepsilon$，那么　（　　）

A．甲是乙的充分不必要条件　　B．甲是乙的必要不充分条件

C．甲是乙的充要条件　　D．甲是乙的既不充分又不必要条件

2．不等式 $|x^2-x-6|>3-x$ 的解集是　（　　）

A．$(3,+\infty)$　　B．$(-\infty,-3)\cup(3,+\infty)$

C．$(-\infty,-3)\cup(-1,+\infty)$　　D．$(-\infty,-3)\cup(-1,3)\cup(3,+\infty)$

3．设实数 a，b 满足 $ab<0$，则　（　　）

A．$|a-b|<|a|+|b|$　　B．$|a+b|>|a-b|$

C．$|a+b|<|a-b|$　　D．$|a-b|<\big||a|-|b|\big|$

4．不等式组 $\begin{cases} x>0 \\ \dfrac{3-x}{3+x}>\left|\dfrac{2-x}{2+x}\right| \end{cases}$ 的解集是　（　　）

A．$\{x|0<x<2\}$　　B．$\{x|0<x<2.5\}$　　C．$\{x|0<x<\sqrt{6}\}$　　D．$\{x|0<x<3\}$

二、填空题

5．不等式 $\log_2|x-3|<1$ 的解集是________.

6．不等式 $|2x-\log_2 x|<2x+|\log_2 x|$ 的解为________.

7．若 α、β 是方程 $x^2+px+8=0$ 的两不等实根，则 $|\alpha+\beta|$ 的取值范围是________.

8．若关于 x 的不等式 $|x+2|+|x-1|<a$ 的解集是 $\varnothing$，则实数 a 的取值范围是________________.

三、解答题

9．已知 $|a|<1$，$|b|<1$，试比较 $|a+b|+|a-b|$ 与 2 的大小.

10．解不等式$|\log_{\frac{1}{3}} x|+|\log_3(3-x)|\geqslant 1$

11．已知函数$f(x)=\sqrt{1+x^2}$，设a，$b\in R$，且$a\neq b$，求证：$|f(a)-f(b)|<|a-b|$

12．已知a，b，c是实数，函数$f(x)=ax^2+bx+c$，$g(x)=ax+b$，当$-1\leqslant x\leqslant 1$时，$|f(x)|\leqslant 1$

（1）证明$|c|\leqslant 1$；

（2）证明当$-1\leqslant x\leqslant 1$时，$|g(x)|\leqslant 2$；

（3）设$a>0$，当$-1\leqslant x\leqslant 1$时，$g(x)$的最大值为2，求$f(x)$.

第六章检测题（一）

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 5 分，共 50 分）

1．设集合 $A=\{x\mid x^2-2x-3>0\}$，集合 $B=\{x\mid x^2+ax+b\leqslant 0\}$，若 $A\cup B=R$，$A\cap B=(3,4)$，则 $a+b$ 的值为　（　　）

A．7　　B．1　　C．-7　　D．-1

2．已知命题甲：“$-4<k<0$”，命题乙：“函数 $y=kx^2-kx-1$ 的值恒为负值”，则命题甲是命题乙成立的　（　　）

A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件

C．充要条件　　D．既不充分又不必条件

3．已知不等式 $ax^2+bx+c>0$ 的解集为 $\left\{x\mid -\frac{1}{3}<x<2\right\}$，则不等式 $cx^2+bx+a<0$ 的解集为　（　　）

A．$\left\{x\mid -3<x<\frac{1}{2}\right\}$　　B．$\left\{x\mid x<-3 \text{ 或 } x>\frac{1}{2}\right\}$

C．$\left\{x\mid -2<x<\frac{1}{3}\right\}$　　D．$\left\{x\mid x<-2 \text{ 或 } x>\frac{1}{3}\right\}$

4．若对于任意实数 x，不等式 $|x+1|-|x-2|>a$ 恒成立，则实数 a 的取值范围是　（　　）

A．$(-\infty,3)$　　B．$(-\infty,3]$　　C．$(-\infty,-3)$　　D．$(-\infty,-3]$

5．若 $a>b>c$，且 $a+b+c=0$，则有（　　）

A．$ac>bc$　　B．$ab>ac$　　C．$a|b|>|b|c$　　D．$a^2>b^2>c^2$

6．设 $a\geqslant b>0$，则 $a+\frac{4}{(2a-b)\ b}$的最小值是　（　　）

A．1　　B．3　　C．8　　D．12

7．设 a，b 是两个实数，给出下列条件：

①$a+b>1$；②$a+b=2$；③$a+b>2$；④$a^2+b^2>2$；⑤$ab>1$，其中能推出“a，b 中至少有一个数大于 1”的条件是　（　　）

A．②③　　B．①②③　　C．③④⑤　　D．③

8．设 $x>0$，$y>0$，且 $x\neq y$，记 $a=\frac{1}{x+y}$，$b=\frac{1}{2\sqrt{xy}}$，$c=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right)$，$d=\sqrt{\frac{1}{2\ (x^2+y^2)}}$，则 a，b，c，d 中最小的是　（　　）

A．a　　B．b　　C．c　　D．d

9．设关于 x 的不等式$\sqrt{6x-x^2}\geqslant|k|x$ 的解集为 $\{x\mid 0\leqslant x\leqslant 3\}$，则实数 k 的取值集合是（　　）

A. $\{1\}$　　B. $\{-1, 1\}$　　C. $[-1, 1]$　　D. $(0, 1]$

10．**如果一辆汽车每天行驶的路程比原来多** 19 km，**那么在** 8 **天内它的行程就超过** 2 200 km；**如果它每天的行程比原来少** 12 km，**那么它行同样的路程得花** 9 **天多时间，那么这辆汽车原来每天行程的千米数** x **是**　（　　）

A. $259<x<260$　　B. $258<x<260$　　C. $257<x<260$　　D. $256<x<260$

二、填空题（本大题共 4 小题，每小题 4 分，共 16 分）

11．**已知** a，b，$c\in R^{+}$，**且** $2^{a}=3^{b}=5^{c}$，**则** $2a$，$3b$，$5c$ **的大小关系是**________________.

12．**已知** a **是不等式** $a^{2}-\frac{17}{a}+1<0$ **的解，则关于** x **的不等式** $x^{2}+ax+1>2x+a$ **的解集是**________________.

13．**设** x，$y\in R^{+}$，**且** $x+y+xy=2$，**则** $x+y$ **的取值范围是**________________.

14．**已知** α、$\beta\in R$，**给出下列四个论断：**

①$|\alpha+\beta|=|\alpha|+|\beta|$，②$|\alpha-\beta|\leqslant|\alpha+\beta|$，③$|\alpha|>2\sqrt{2}$，$|\beta|>2\sqrt{2}$，④$|\alpha+\beta|>5$，**以其中的两个论断为条件，其余两个论断为结论，写出你认为正确的一个命题：**________________.

三、解答题（本大题共 5 小题，共 54 分）

15．**（本小题满分** 10 **分）**

解关于 x **的不等式：**$\log_{a}\left(x-\frac{2}{x}\right)>0$，**其中** $a>0$，**且** $a\neq1$

16．**（本小题满分** 10 **分）**

若 a，b，c **是不全相等的正数，求证：**

$$\lg\frac{a+b}{2}+\lg\frac{b+c}{2}+\lg\frac{c+a}{2}>\lg a+\lg b+\lg c$$

17．**（本小题满分** 10 **分）**

已知对 $x\in R$，**不等式**

$$x^{2}\log_{2}\frac{4(a+1)}{a}+2x\log_{2}\frac{2a}{a+1}+\log_{2}\frac{(a+1)^{2}}{4a^{2}}>0$$

恒成立，求实数 a **的取值范围**

18. **（本小题满分 12 分）**

设计一幅宣传画，要求画面面积为 $4\,840\ \mathrm{cm}^2$，画面的宽与高的比为 λ（$\lambda<1$），画面的上、下各留 $8\ \mathrm{cm}$ 空白，左、右各留 $5\ \mathrm{cm}$ 空白，怎样确定画面的高与宽尺寸，能使宣传画所用纸张面积最小？如果要求 $\lambda\in\left[\frac{2}{3}，\frac{3}{4}\right]$，那么 λ 为何值时，能使宣传画所用纸张面积最小？

19. **（本小题满分 12 分）**

已知二次函数 $y=ax^2+2bx+c$，其中 $a>b>c$，且 $a+b+c=0$.

（1）求证：此函数的图象与 x 轴相交于相异的两个点；

（2）设函数图象截 x 轴所得线段的长为 l，求证：$\sqrt{3}<l<2\sqrt{3}$

第六章检测题（二）

一、选择题（本大题共10小题，每小题5分，共50分）

1．对于满足 $x\in$（0，1）的一切 x，可使 $ax+b>0$ 总能成立，则 $a+2b>0$ 是 $ax+b>0$ 恒成立的（　　）

A．充分非必要条件　　B．必要非充分条件

C．充要条件　　D．既非充分又非必要条件

2．在△ABC 中，A、B、C 分别为 a，b，c 的边所对的角，若 a，b，c 成等差数列，则∠B 的范围是（　　）

A．$0<B\leqslant\frac{\pi}{4}$　　B．$0<B\leqslant\frac{\pi}{3}$　　C．$0<B\leqslant\frac{\pi}{2}$　　D．$\frac{\pi}{2}<B<\pi$

3．已知 $f(x)$ 是 R 上的增函数，$A(0,-1)$，$B(3,1)$ 是其图象上的两个点，则 $|f(x+1)|<1$ 的解集的补集是（　　）

A．$[3,+\infty)$　　B．$[2,+\infty)$

C．$(-\infty,0]\cup[3,+\infty)$　　D．$(-\infty,-1)\cup[2,+\infty)$

4．已知 a，b 是两个正数，且关于 x 的方程：$x^2+ax+2b=0$ 和 $x^2+2bx+a=0$ 都有实根，则 $a+b$ 的最小可能的值是（　　）

A．5　　B．6　　C．8　　D．16

5．若 $a>1$，且 $a^{-x}+\log_a y<a^{-y}+\log_a x$，则 x，y 间的关系是（　　）

A．$x>y>0$　　B．$x=y>0$　　C．$y>x>0$　　D．不确定

6．已知 $f(x)=3ax-2a+1$，在 $[-1,1]$ 上有 x_0（$x_0\neq\pm1$）使 $f(x_0)=0$，则实数 a 的范围是（　　）

A．$(-1,\frac{1}{5})$　　B．$(\frac{1}{5},+\infty)$

C．$(-\infty,-1)\cup(\frac{1}{5},+\infty)$　　D．$(-\infty,-1)$

7．设 $a_n=\frac{\sin 1}{2}+\frac{\sin 2}{2^2}+\cdots+\frac{\sin n}{2^n}$，则对任意正整数 m，n（$m>n$）都成立的不等式应是（　　）

A．$|a_m-a_n|<\frac{m-n}{2^n}$　　B．$|a_m-a_n|>\frac{m-n}{2^n}$

C．$|a_m-a_n|<\frac{1}{2^n}$　　D．$|a_m-a_n|>\frac{1}{2^n}$

8．若 $a<b<0$，则下列结论中正确的是（　　）

A．不等式 $\frac{1}{a-b}>\frac{1}{a}$ 和 $\frac{1}{|a|}>\frac{1}{|b|}$ 均不能成立.

B. 不等式$\frac{1}{a-b}>\frac{1}{a}$和（$a+\frac{1}{b}$）$^2>$（$b+\frac{1}{a}$）^{2} 均不能成立.

C. 不等式$\frac{1}{a}>\frac{1}{b}$和$\frac{1}{|a|}>\frac{1}{|b|}$均不能成立.

D. 不等式$\frac{1}{|a|}>\frac{1}{|b|}$和（$a+\frac{1}{b}$）$^2>$（$b+\frac{1}{a}$）^{2} 均不能成立.

9. 设 $M=a+\frac{1}{a-2}$（$2<a<3$），$N=\log_{\frac{1}{2}}$（$x^2+\frac{1}{16}$），则 M、N 的大小关系是　（　　）

A. $M<N$　　B. $M>N$　　C. $M=N$　　D. 不确定

10 已知 6 枝玫瑰与 3 枝康乃馨的价格之和大于 24 元，而 4 枝玫瑰与 5 枝康乃馨的价格之和小于 22 元，用 2 枝玫瑰的价格和 3 枝康乃馨的价格比较，结果是　（　　）

A. 2 枝玫瑰价格高　　B. 3 枝康乃馨价格高　C. 价格相同　　D. 不确定

二、填空题（本大题共 4 小题，每小题 4 分，共 16 分）

11. 不等式$\left|\frac{1}{\log_{\frac{1}{2}}x}+2\right|>\frac{3}{2}$的解集为____________________

12. 若 $x+2y=4$，$x>0$，$y>0$，则 $\lg x+\lg y$ 的最大值是______________

13. 若不等式$\sqrt{x+a}\geqslant x$（$a>0$）的解集为 $\{x\,|\,m\leqslant x\leqslant n\}$，且$|m-n|=2a$，则 a 的值为________.

14. 已知 $x+y=1$（$x>0$，$y>0$）求$\frac{1}{x}+\frac{2}{y}$的最小值. 请仔细阅读下列解法，并在填空处回答指定的问题.

解：$\because x+y=1$（$x>0$，$y>0$）

$\therefore$令 $x=\cos^2\theta$，$y=\sin^2\theta$.

（其中①______________，②______________）

则$\frac{1}{x}+\frac{2}{y}=\frac{1}{\cos^2\theta}+\frac{2}{\sin^2\theta}=\tan^2\theta+2\cot^2\theta+3\geqslant2\sqrt{2}+3$

此时当③____________________，$\frac{1}{x}+\frac{2}{y}$取得最小值 $2\sqrt{2}+3$.

注意：①指出运用了什么数学方法；②指出 θ 的一个取值范围；③指出 x，y 的取值.

15. （本小题满分 10 分）

在某两个正数 x，y 之间，插入两个数 a_1，a_2，使 x，a_1，a_2，y 成等差数列；另外插入两个数 b_1，b_2，使 x，b_1，b_2，y 成等比数列，求证：

$(\sqrt{b_1b_2}+1)^2\leqslant(a_1+1)(a_2+1)$