1 墨子是如何证明杠杆原理的？

人们很早就利用杠杆来移动或搬运重物，而且在使用杠杆的过程中发现，当杠杆的力臂长时可以省力。但力臂的长短与所施加的力之间是否存在严格的定量关系呢？是的，这一定量关系就是杠杆原理 重物重量 × 重臂 = 作用力 × 力臂。

我国古代科学家墨子（约公元前 468—376)在科学技术还不发达的年代，巧妙地设计了一个“头发丝引重”实验来证明杠杆原理。实验是这样的：在杆秤的一端系一根头发丝，并用手拉住头发丝代替秤砣，另一端悬挂重物,见图 1-1a。

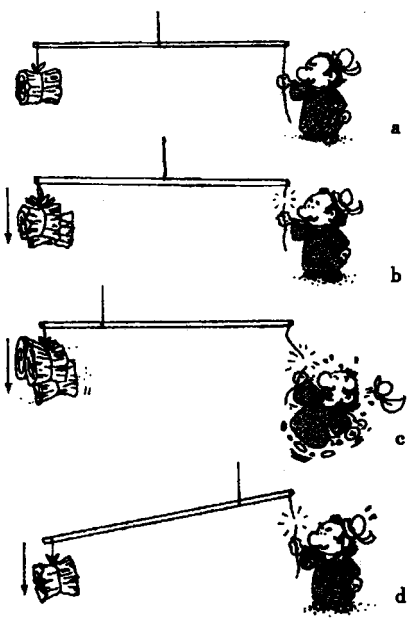


图 1-1 头发丝引重实验

当重臂和力臂相等时，重臂端悬挂的重物的重量 W_1 达到头发丝的最大抗拉力时，头发丝才会被拉断。如图 1-1b。

改变支点的位置，使力臂较长，重臂较短。在此情况下，不断增加重物的重量，当重臂端悬挂的重物的重量增加到 W_1 ,即达到头发丝的最大抗拉力

需要全本请访问 www.ertongbook.com

时，头发丝并不会被拉断。继续增加重物的重量，头发丝才会被拉断。也即，头发丝被拉断时，重物的重量大于 W_1 ,如图 1-1c。

相反，当力臂短，重臂长时，不断增加重物的重量，在重臂端悬挂的重物的重量还没达到 W_1 ，即还没达到头发丝的最大抗拉力时,头发丝就被拉断了,如图 1-1d。

这说明，头发丝被拉断时，重物的重量与力臂的长度有关。当头发丝被拉断时，力臂越长，所能悬挂的重物越重；力臂越短，所能悬挂的重物越轻。这一实验直观地证明了杠杆原理。这一方法妙不妙？

2 阿基米德是如何证明杠杆原理的？

证明杠杆原理有很多方法，我们来看看古希腊科学家阿基米德(Archimedes 公元前 287－212) 是如何证明的。

阿基米德是从一系列不证自明的公理出发，推证出杠杆原理的。这些公理是：

公理 1：在无重量杆的两端离支点相等的距离挂上重量相等的重物，杠杆将是平衡的。

公理 2：在无重量杆的两端离支点相等的距离挂上重量不相等的重物，重的一端将下垂。

公理 3：在无重量杆的两端离支点不相等的距离挂上相等重量的重物，离支点远的一端将下垂。

公理 4：一个重物的作用可以用几个均匀分布的重物的作用来代替，只要重心的位置保持不变。相反，几个均匀分布的重物可以用悬挂在它们的重心处的一个重物来代替。

公理 5：相似图形的重心以相似的方式分布。

利用以上公理，设两重物 A 和 B 的重量成整数比，即：

$$\frac{A}{B}=\frac{m}{n}$$

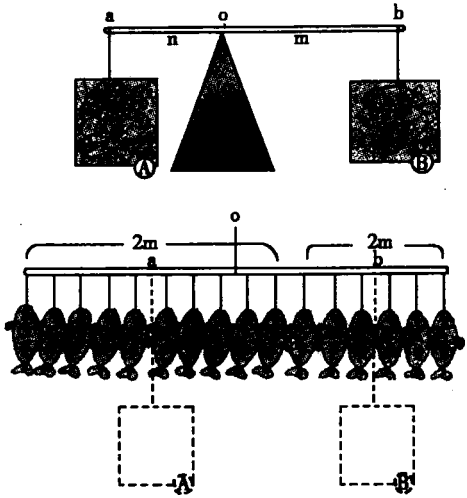


图 2-1　阿基米德关于杠杆原理的证明

如设，m = 5，n = 3，把重物 A 和 B 分别分成 2m = 10 和 2n = 6 等份，并以相等的间隔挂在长度为（2m + 2n − 1）个单位长的无重杆上，如图 2-1.

按公理 1，这些重物将以中心 O 为支点而平衡。再根据公理 4，2m 个重物可以用挂在它们重心处的重物 A 代替，而 2n 个重物可以用挂在它们重心处的重物 B 代替，杠杆仍然是平衡的。但重物 A 和 B 到 O 点的距离分别是 $ao = n$，$bo = m$，这就是重物 A 和 B 悬挂在杠杆上的平衡条件。由此可得出：

$$\frac{ao}{bo}=\frac{n}{m}=\frac{B}{A}$$

也即，重量成整数比的两物体，如果重物悬挂点到杠杆支点的距离与它们的重量成反比，杠杆将处于平衡状态，这就是杠杆原理。也可表述为：$A \times ao = B \times bo$，即，重物重量 × 重臂＝作用力 × 力臂。阿基米德还进一步将这一结论推广到重物重量不成整数比的情况，证明也符合这一原理。

3　阿基米德是如何测出王冠中掺假的？

传说，古希腊国王海罗大帝让工匠做了一顶精美的纯金王冠。王冠做得非常好看，而且重量与国王给工匠的黄金重量分毫不差。但是，国王仍存疑心：工匠会不会在王冠中掺入价值较低的银，而把黄金省下来，据为己有。于是，国王让阿基米德在不损坏王冠的情况下，查明王冠中是否掺了银。

这在当时是很难做到的。经过长时间的思考，虽然没有想出解决难题的办法，但阿基米德的思路逐渐明确起来。要查明王冠中是否掺有银，首先要查明王冠和同等重量的黄金的体积是否相同。因为相同重量的黄金，体积必定相同。如果王冠的体积与相同重量的黄金体积不同，说明其中掺有银。

金块的体积容易测量和计算，可王冠是由各种不规则的形状组成的，上面还有各种不规则的花纹和图案，显然不容易测量和计算出其体积。因此，测王冠的体积成为解决问题的关键。

怎样才能测出王冠的体积呢？

阿基米德时时刻刻都在思考测量王冠体积的方法。一天，他准备洗澡，但也没有停止思考，他一边想着问题一边进入盛满水的浴盆。在身体入水的过程中，阿基米德发现，水从浴盆中溢出了一些，随着身体不断入水，浴盆中的水也在一直不断地溢出，直到全身浸入水中，水才停止外溢。

这一从古至今被无数的人看到过的、体验过的，但又被人们忽视的现象，引起了正在苦思冥想的阿基米德的注意，他意识到这一现象里似乎隐藏着什么道理。因此，他从浴盆里出来，又把浴盆灌满水，重新进入浴盆。这样反复进出好多次，他发现，身体入水部分越多，水溢出的越多。这说明，从浴盆排出的水量与身体入水的

体积有关。当身体全部进入水中，所排出的水的体积就是整个身体的体积。阿基米德似有所悟，“这一现象不正可以用来测量王冠的体积吗？把王冠放入水中，所排出的水的体积，不就是王冠的体积吗？”

随后，阿基米德把王冠以及与王冠重量相同的金块、银块分别放入装满水的容器中，此时从容器中溢出的水的体积，分别是王冠、金块、银块的体积。由于金子和银子的密度不同，所以同等重量的金子和银子，体积不同。金子的密度大，体积小，排开（或溢出）的水少 銀子的密度小，体积大，排开（或溢出）的水多。如果王冠是纯金的，其溢出的水量应和同等重量的金块溢出的水量相同；如果溢出的水量比金块多，则说明王冠中掺有银。测量结果是：王冠所排出的水量介于金子和银子排出的水量之间，这就说明王冠不是纯金的，其中掺有银，如图 3-1。

阿基米德在解决王冠的纯度问题中所用的方法是一种“体积替代法”，即利用溢出的水的体积来测出不规则物体的体积。王冠上有各种不规则的形状和花纹，很难测算，用体积替代法则变得很容易。

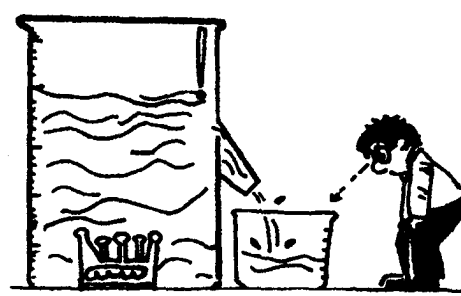


图 3-1　用溢出的水的体积测物体的体积

4　史蒂文是如何证明浮力定律的？

浸在液体里的物体所受到的液体的浮力，等于该物体所排开的液体的重量。这就是阿基米德发现的浮力定律。

需要全本请访问 www.ertongbook.com

阿基米德在洗澡时，发现浴盆中的水向外溢，而且感到身体入水越深，身体越轻。对此现象进行深入研究，导致了浮力定律的发现。阿基米德发现浮力定律的故事，我们都很熟悉，这里不多讲。科学原理往往可以用很多方法证明。你一定还想知道荷兰物理学家史蒂文(S.Stevin　1548－1620)是如何用另一种方法证明浮力定律的。

首先，他论证静水中的任一部分水（如图 4－1 中的 A 部分），必定受到其周围的水的支持力。这支持力必定向上，而且等于 A 部分水自身的重量。如果不是这样， A 部分的水就要向下运动。它周围的水就会补充到 A 原来的位置，处于 A 原来所处的环境，又会和 A 一样向下降。这样，在静止的水中就要发生不停的运动，而这种运动是和我们的经验以及对事物的直觉认识相违背的，静水是不会自发地产生这种运动的。我们所以称其为静水，就是因为水是静止的，没有这样的运动。

然后,他设想 A 的表面为一层极薄的硬壳所包围。这层硬壳所受周围液体的作用将和原来A受到的作用一样。也就是说，这层硬壳受到和 A 重量相等的向上的力。再设硬壳中的水被取走，而换上任何一种物质，则这一块物质受周围液体的作用力也就等于 A 部分水的重量，而且方向向上。由于受到这种向上的力，在水中称这块物质的重量就比在空气中称少，所减少的重量正好等于和这块物体的等体积的水的重量（或者说这块物体所排开的水的重量）。

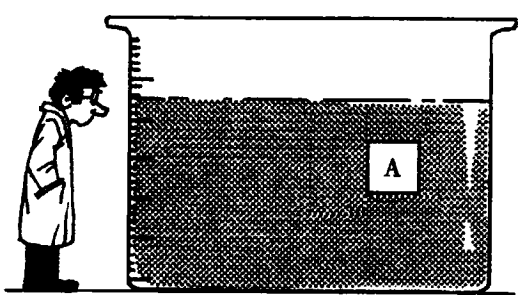


图 4-1　史蒂文证明浮力定律的示意图

5 惠更斯是如何研究碰撞的？

碰撞是相对运动的物体相遇，在极短时间内运动状态发生显著变化的过程，并用动量来描述物体的碰撞。动量是物体的质量 m 和速度 v 的乘积 mv。

碰撞现象是物体间相互作用最直接的一种形式，因此，碰撞的研究对于力学的发展具有明显的重要性。但在惠更斯（Christian Huygens 1629－1695 荷兰物理学家）那个时代，由于受科学发展水平的限制，研究碰撞并不是一件容易的事。

因此，降低研究难度就成了研究的关键。为了降低研究的难度，惠更斯从最简单的、最易研究的碰撞入手，选择两个质量和大小都相同的弹性小球，研究它们的完全弹性碰撞情况。他是从三个公理出发，对完全弹性碰撞进行研究的。这三个公理是：

公理 1：运动起来的物体，在未受到阻碍作用时，将以不变的速度沿直线运动。

公理 2：两个具有相同质量和大小的物体，以相同的速度相向作弹性碰撞后，两者都以相同的速度向相反方向运动。

公理 3：物体的运动以及它们的速度，必须看作是相对于另一些我们以为是静止的物体而言的，而不必考虑这些物体是否还参与另外的共同运动，即运动的相对性原理。

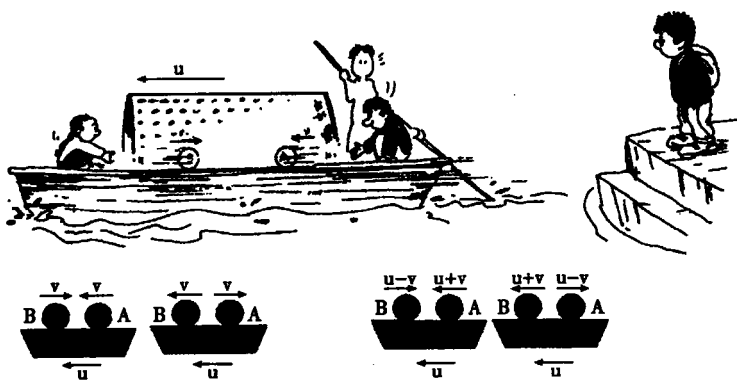
公理 2 已给出了两个相同质量、相同大小的弹性小球以相同的速度相向碰撞的情况，那么速度不同的小球碰撞后速度会有什么变化呢？

尽管这是碰撞中较简单的情况，但要精确测定碰撞前后的速度，在当时也是很困难的。因此，也就无法得到准确的结论。

既然测量速度不容易，是否有避开这一难题，不用测量速度而

得到结论的方法？

经过思考，惠更斯利用上述三个公理，巧妙地设计了一个不用测量速度的思想实验。他想象，在以速度 u 作匀速运动的船上，两个质量为 m、大小相同的球以相同的速度 v 作相向运动，并发生碰撞。对于船上的观察者，根据上述公理 1 和公理 2，碰撞后，两个小球都以速度 v 向相反方向运动，如图 5-1a。然而，对于站在岸上的人，所观察到的结果见图 5-1b。即球 A 的速度由(u + v)变为(u − v)，球 B 的速度由(u − v)变为(u + v)。



(a)对于船上的观察者　　(b)对于岸上的观察者

图 5-1　惠更斯的思想实验

由这一思想实验的结果，可以得出这样的结论：两个大小相同、质量相同的球，以不同的速度发生对心弹性碰撞后，将彼此交换速度。

由这一结论可进一步得出，碰撞前球 A 的动量为 m(u + v)，球 B 的动量为 m(u − v)，动量之和为 m(u + v) + m(u − v)　碰撞后球 A 的动量为 m(u − v)，球 B 的动量为 m(u + v)，动量之和也是 m(u − v) + m(u + v)。由此可看出，碰撞前后动量总和保持不变，动量是守恒的。

“如果两个球的质量不同，碰撞前后的动量是否守恒？”惠更斯对此做了进一步研究，结果显示，碰撞前后动量同样是守恒的。

在这之后科学家们又研究了非弹性碰撞、偏心碰撞、旋转物体之间的碰撞，以及更复杂的碰撞情况，使碰撞理论得到不断发展和完善。

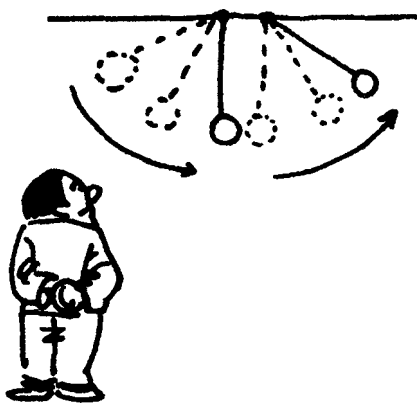


图 5-2　马略特用单摆所做的碰撞实验

再来看看马略特的碰撞实验，对我们也很有启发。马略特是用单摆研究碰撞的。如图 5-2，他把物体用线悬挂在同一水平面下作为摆锤。摆锤在最低点的速度与摆的起始高度有关，因此，可从摆下落时走过的弧长求出摆锤下落到最低点的速度。而摆锤在最低点碰撞后所获得的速度，可以从摆锤上升的高度或弧长来求出。也就是说，通过碰撞前后摆锤摆动的弧长，可以求出碰撞前后的瞬时速度。在此之前，要进行这样的测量是很困难的。

6　史蒂文是如何推导出斜面定律的？

放在水平桌面上的物体，将静止在桌面上。如果把物体放在竖直的墙上，它将无阻挡地下降。如果物体放在一个斜面上，它的情况就介于上述两种情况之间。一方面，它不会静止而要下滑；另一方面，要使它静止不需要像对墙上物体那样大的力。在斜面上

的物体到底需要多大的力才能保持静止呢？史蒂文是这样解决这个问题的。

他设想一个截面为三角形的棱柱，其底是水平的。在它上面放一条均匀地串连了 14 个相同小球的链圈，如图 6-1。这一链圈只可能有两种状态：静止或运动。如果是运动的话，当一个小球向前运动刚好取代另一个小球的位置时，整个链圈在斜面上伸展的情况又复原了。于是，链圈还要继续沿原方向运动。这样，整个链圈就会永无休止地运动下去。史蒂文认为链圈的这种永恒运动是不可能的，是和经验不符的。于是，他得出结论：链圈只能静止在棱柱上。

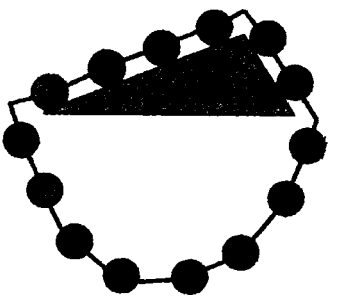


图 6-1 “链圈”假想

在静止的情况下，水平底边下面的那八个小球是对称地悬挂着的。因此，把它们去掉不会影响斜面上小球的平衡。这样便得到如图 6-2所示的平衡情况。

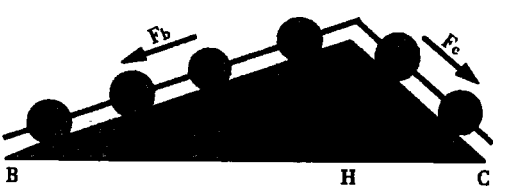


图 6-2 “史蒂文斜面”

在每一侧斜面上，沿斜面向下作用在每个小球上的力应该是相同的。以 F_b 表示作用在 AB 边上每一个小球上的力，以 F_c 表示作用在 AC 边上的每一个小球上的力。由于链条的平衡要求

F_b × AB 边上的小球数 = F_c × AC 边上的小球数

显然，在每一边上的小球数和边长成正比，因此可得

$$F_b \times AB = F_c \times AC$$

或者 $\frac{F_b}{F_c} = \frac{AC}{AB}$

这就是说，在高度相同的斜面上，重量相同的物体所受的沿斜面方向的力和斜面的长度成反比。如果利用三角关系，则有

$$\frac{AH}{AB} = \sin \phi_b \qquad \frac{AH}{AC} = \sin \phi_c$$

代入上式可得： $\frac{F_b}{F_c} = \frac{\sin \phi_b}{\sin \phi_c}$

这一公式说明，斜面上的物体所受的沿斜面向下的力和斜面倾角的正弦成正比。这也就是中学物理课中所学的斜面定律。

7 伽利略是如何用思想实验研究自由落体运动的？

亚里士多德认为：物体有截然不同的两大类运动。一类运动是自发的，如：天体在天上运动，石头向下掉落，火焰向上腾窜，他称这类运动为自然运动。另一类则是强迫运动，例如马在路上拉车，陶匠转动轮子制造陶器等。

亚里士多德还认为：物体都有趋向其“自然处所”的特性。每个物体都有各自的自然处所，只要没有阻挡，每个物体都力图到达各自的自然处所。固体和液体所以会往下坠，是由于它们力图靠近地面，地面是它们的自然处所。火焰和气体所以上升，是因为它们的自然处所是在地面之上。在无任何外界干预的情况下，趋向向上的东西被称为轻的，趋向向下运动的东西被称为重的。因此，火焰是轻物，石头是重物。并且石头越重，就应当下落得越快。如果一重一轻两个物体从同一高度下落，由于重的下落速度快，重的物体将先落地，轻的物体后落地。

在当时，用实验直接观察落体的下落情况，并从中得出结论是

需要全本请访问 www.ertongbook.com

极为困难的。因此，伽利略先从日常生活中最容易观察和最容易被人理解的现象入手，分析亚里士多德的学说。按亚里士多德的学说，物体越重，下落速度越快，那么两个重量相差很大的物体同时从很高的地方下落，当重的物体已落到地面时，轻的物体只下落很小一段距离，两者的差距应该非常大。而在日常生活中所能观察到的实际情况是，两个物体差距不大。

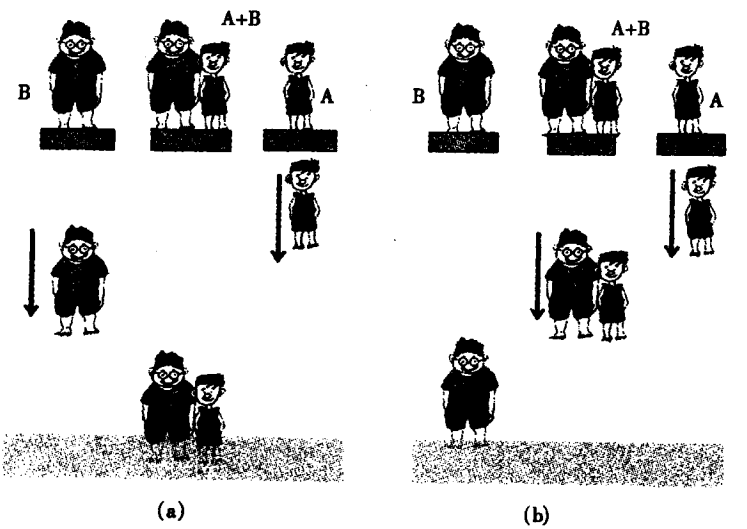


图 7-1 “如果把一轻一重两物体捆起来，使其自由下落会怎样？”

伽利略还设想了一个著名的思想实验：如果将一轻物体 A 和一重物体 B 捆在一起，使其自由下落。因为整个这捆物体（A 和 B）比 B 重，按亚里士多德的说法，其下落速度应该比 B 快，即应该比 B 先落地，如图 7-1a。从另一方面分析，两物体捆在一起后，下落速度慢的轻物体 A 使整捆物体下落速度减慢，整捆物体（A 和 B）应比重的物体 B 后落地，如图 7－1b。这两个结果是相互矛盾的，因此，只有承认轻、重物体同时落地才能避免这一矛盾。

8 伽利略是如何推导出自由落体运动定律的？

对自由落体的进一步研究，伽利略得出自由落体的运动定律，即物体自由下落的距离与时间的关系。伽利略是用几何方法推导出这一关系的。

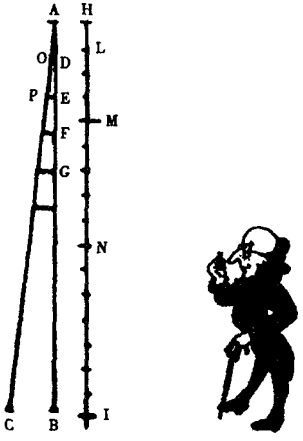


图 8-1 伽利略的几何推导用图

伽利略首先证明了如下的定理（证明略）：一个物体，从静止起，以匀加速度在任何空间通过，其所需时间与同一物体以平均速率（即最大速率与起始速率的平均值）在同一空间通过所需的时间相等。

然后再利用这一结论推导出自由落体下落距离与时间的关系。他是这样推导的见图 8-1。

设 AB 线表示从 A 开始的时间，AD 和 AE 表示两种时间的间隔。HI 表示物体从静止点 H 开始作匀加速度降落所通过的距离。假使 HL 表示在 AD 时间所通过的距离，HM 表示在 AE 时间所通过的距离，那么，

$$\frac{HM}{HL}=\frac{AE^2}{AD^2}$$

画直线 AC 与直线 AB 成任意角，从点 D 和 E 作平行线 DO 和 EP；DO 表示在 AD 时间的最大速度，EP 表示在 AE 时间的最大速度。利用已给出的定理可以推知：若物体匀速下落，下落速度为 DO 值的一半，此物体在时间 AE 所通过的距离与距离 HL 相同。

同样，若物体匀速下落，下落速度为 EP 值的一半，此物体在时间 AD 所通过的距离与距离 HM 相同。

又已知，两个质点以匀速运动通过的空间距离的比，等于速度比与时间比的乘积，而速度比与时间比相同（因为， AE 与 AD 的比，与 $\frac{1}{2}$EP 与 $\frac{1}{2}$DO，或 EP 与 DO 的比相同）。因此，距离比等于时间比的平方。也即距离 S 与时间的平方 t^2 成正比。

$$S \propto t^2$$

9 伽利略是如何用实验研究自由落体运动的？

由几何推导所得出的 $S \propto t^2$ 的结论是否正确，还需用实验证明，但是自由落体下落速度很快，而且在伽利略那个时代又没有准备的计时工具，要测量物体的下落时间和速度，研究自由落体的运动规律是非常困难的。因此，必须另辟蹊径，找出新的方法，设计新的实验。

“既然物体下落太快，无法测出下落的时间和速度，如果能把物体的下落速度放慢，不是给研究工作带来极大的便利吗？”

伽利略经过长时间的思考，想出了可以放慢物体下落速度的方法。方法是：选择光滑的铁球作为下落物体，让铁球沿光滑的、摩擦力很小(可以忽略不计)的斜面滚落，见图 9-1。斜面的倾斜度越小，铁球的滚落速度越慢。这样，可以通过减小斜面的倾斜度，减慢铁球的滚落速度，进而测出铁球滚落一定距离所需的时间，计算出铁球的滚落速度。相反斜面倾斜度越大，小球的滚落速度越快。当斜面的倾斜度增大到与水平面成 90°角时，铁球的滚落就变成了自由落体运动。因此，由铁球在斜面上滚落得出的结论，对自由落体也是适用的。



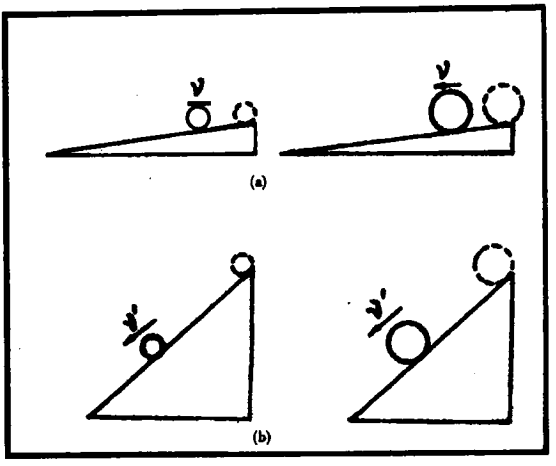


图 9-1 斜面实验

伽利略用这种方法进行实验，结果表明：当斜面处于某一倾斜度时，不论是大球还是小球，轻球还是重球，从同一起点往下滚落，都是在相同的时间滚过相同的距离。由此可推知，无论铁球大小，在同一斜面上的同一点向下滚落，滚落到某一点时的速度是相同的，如图 9-1a。改变斜面的倾斜度，这一结论也成立，如图 9-1b。因此，把这一结论推广到自由落体也是正确的。也就是说，从同一高度同时自由下落的轻重不同的物体，将同时落到地面。亚里士多德“重物体下落快，轻物体下落慢”的观点是不正确的。

伽利略进一步用斜面实验测量了铁球滚落不同距离所需的时间。由斜面实验发现，当铁球滚过整个斜面长度的四分之一时，所用时间为滚过整个斜面所用时间的一半。接着，伽利略又测量了铁球滚过整个斜面的一半距离、三分之二距离、四分之三距离所用

的时间，并把铁球滚落的时间和滚下整个斜面的时间相比较，证明结论是正确的。

10　惯性定律是如何发现的？

亚里士多德认为：力是维持速度的原因。也就是说，要使物体不停地运动，就必须不断地给物体施加力。对于这一观点的真伪，需要用实验证明。

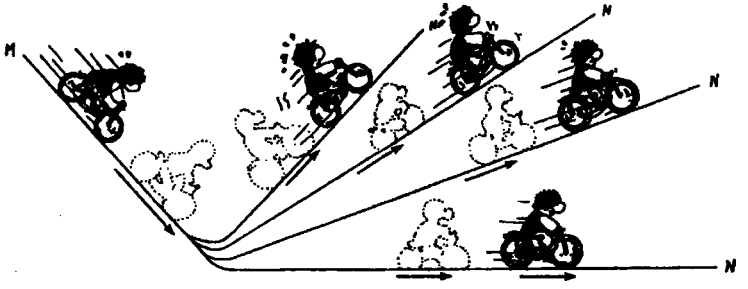


图 10-1　在不同的斜面上爬升到相同的高度

伽利略用斜面研究自由落体运动的过程中，观察到了这样的现象，如图 10-1，从斜面 M 滚下的铁球，沿相连的另一斜面 N 向上滚动，能爬升到起始高度。而且不论斜面 N 倾斜度大小，铁球都可以爬升到这一起始高度。但是，斜面 N 的倾斜度不同，铁球要爬升到这一高度所需走过的距离不同。斜面 N 的倾斜度越小，铁球要爬升到这一高度所需走过的距离越长。当斜面 N 的倾斜度无限小时，铁球要爬升到原来的高度，就必须用无限长的时间，通过无限长的距离。由此可得出这样的推论，如果没有阻力，没有引起减速的因素，铁球会在倾斜度为零的平面上以一定的速度一直运动下去。

伽利略又比较了铁球沿斜面向下滚落和沿斜面向上滚动的情况，铁球向下滚落是加速运动，向上爬升是减速运动，如果在平面上运动，则既不加速也不减速，铁球会以匀速一直运动下去，如图10-2。这说明，匀速直线运动不需要力来维持，推翻了亚里士多德的“运动需要力来维持”的说法。伽利略把物体的这种运动特性叫做惯性。



图 10-2　加速、减速和匀速运动

后来，牛顿在此基础上总结出了惯性定律：任何物体在不受外力作用时，都保持原有的运动状态不变，即原来静止的继续静止，原来运动的继续作匀速直线运动。

古希腊的亚里士多德基于直观观察得出重物比轻物下落速度快、力是维持物体运动的原因的结论。这符合古代科学在直观观察基础上思辨猜测进行科学探索的特点，有其进步的意义。但科学的进一步发展必须突破这种局限，真正探讨事物的本质和规律。伽利略对自由落体的研究，发现惯性定律都是近代科学这种真正科学研究的表现。伽利略在科学史上的重要地位不仅表现在他的诸多科学成就，也表现在他把可控实验、理性思维和数学方法相结合而创立的科学研究方法。伽利略通过思想实验发现亚里士多德关于重物、轻物下落速度不同的逻辑错误，通过斜面实验验证自己的思想，并用数学公式定量表述。在实验的基础上进一步延伸思考，发现了惯性定律。理性思维、可控实验、定量研究，这是近代科学同古代科学的重大区别，是现代意义上的科学的起点，是科学研究的基础。

需要全本请访问 www.ertongbook.com