

金版 1 + 1 同步双测

高二数学(下)

GAOER SHUXUE (XIA)

丛书主编 方 可

*

北 京 教 育 出 版 社 出 版

(北京北三环中路 6 号)

邮政编码 :100011

网 址 :www.bph.com.cn

北京出版社出版集团总发行

新 华 书 店 经 销

西安旗舰印务有限公司印刷

*

787×1092 16 开本 10 印张 149 000 字

2005 年 11 月第 5 版 2005 年 11 月第 2 次印刷

ISBN 7 - 5303 - 1426 - 2

G·1401 定价 :11.50 元

目 录

第一部分 基础巩固 综合拓展 新颖题型参考 最新考题展示

第九章 直线、平面、简单几何体

9.1 平面的基本性质

基础巩固 (3)

综合拓展 (5)

9.2 空间的平行直线与异面直线

基础巩固 (7)

综合拓展 (9)

9.3 直线和平面平行与平面和平面平行

基础巩固 (11)

综合拓展 (13)

9.4 直线和平面垂直

基础巩固 (15)

综合拓展 (17)

9.5 空间向量及其运算

基础巩固 (19)

综合拓展 (21)

9.6 空间向量的坐标运算

基础巩固 (23)

综合拓展 (25)

9.7 直线和平面所成的角与二面角

基础巩固 (27)

综合拓展 (29)

9.8 距 离

基础巩固 (31)

综合拓展 (33)

9.9 棱柱与棱锥

基础巩固 (35)

综合拓展 (37)

* 9.10 多面体与欧拉定理

基础巩固 (39)

综合拓展 (41)

9.11 球

基础巩固 (43)

综合拓展 (45)

新颖题型参考 (47)

最新考题展示 (49)

CONTENTS

第十章 排列、组合和二项式定理

10.1 分类计数原理与分步计数原理

基础巩固..... (53)

综合拓展..... (55)

10.2 排 列

基础巩固..... (57)

综合拓展..... (59)

10.3 组 合

基础巩固..... (61)

综合拓展..... (63)

10.4 二项式定理

基础巩固..... (65)

综合拓展..... (67)

新颖题型参考..... (69)

最新考题展示..... (70)

第十一章 概 率

11.1 随机事件的概率

基础巩固..... (71)

综合拓展..... (73)

11.2 互斥事件有一个发生的概率

基础巩固..... (75)

综合拓展..... (77)

11.3 相互独立事件同时发生的概率

基础巩固..... (79)

综合拓展..... (81)

新颖题型参考..... (83)

最新考题展示..... (84)

参考答案..... (87)

第二部分 单元测试

第九章测试卷(一)..... (1)

第九章测试卷(二)..... (5)

期中测试卷..... (9)

第十章测试卷(一)..... (13)

第十章测试卷(二)..... (17)

第十一章测试卷(一)..... (21)

第十一章测试卷(二)..... (25)

期末测试卷..... (29)

同步双测



第九章 直线、平面、简单几何体

9.1 平面的基本性质

(时间:45 分钟 满分:100 分)

一、选择题(每小题 5 分,共 30 分)

1. 若 A 表示点, a 表示直线, α, β 表示平面, 则下列各项中, 错误的是 ()

- A. $a \subset \alpha, A \in a \Rightarrow A \in \alpha$
 B. $a \not\subset \alpha, A \in a \Rightarrow A \notin \alpha$
 C. $A \in \alpha, A \in \beta, \alpha \cap \beta = a \Rightarrow A \in a$
 D. $A \in a, A \notin \alpha \Rightarrow a \not\subset \alpha$

2. 已知命题“直线 a 上两点 A, B 在平面 α 内”, 那么与此命题不等价的命题是 ()

- A. $a \subset \alpha$
 B. 平面 α 通过 a
 C. 直线 a 上只有两点在平面 α 内
 D. 直线 a 上所有点都在平面 α 内

3. 下列命题中, 正确的是 ()

- A. 空间三点确定一个平面
 B. 一条直线和一个点确定一个平面
 C. 空间任意三点必共面
 D. 与同一直线都相交的两条直线共面

4. 有以下四个命题:

- ① 不共面的四点中, 其中任意三点不共线; ② 若点 A, B, C, D 共面, 点 A, B, C, E 共面, 则 A, B, C, D, E 共面; ③ 若直线 a, b 共面, 直线 a, c 共面, 则直线 c, b 共面; ④ 依次首尾相接的四条线段必共面.

其中正确的命题个数是 ()

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

5. 一条直线和这条直线外的三点所确定的几何体的平面个数是 ()

- A. 1 或 3 B. 1 或 4
 C. 1, 3 或 4 D. 1, 2 或 4

6. 在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, O 是 B_1D_1 的中点, 直线 A_1C 交平面 AB_1D_1 于点 M , 则下列结论中错误的是 ()

- A. A, M, O 三点共线
 B. A, M, O, A_1 四点共面
 C. A, M, O, C 四点共面
 D. B, B_1, O, M 四点共面

二、填空题(每小题 6 分,共 24 分)

7. 判定下列命题的正误(正确的在括号内打“√”, 错误的打“×”).

- (1) 所有的三角形都是平面图形. ()
 (2) 所有的四边形都是平面图形. ()
 (3) 所有的梯形都是平面图形. ()
 (4) 有无数个交点的两个平面重合. ()

8. 平面内有一条直线, 这条直线把平面分成 _____ 部分; 平面内不重合的两条直线能把平面分成 _____ 部分.

9. 平面 α, β 相交, α, β 内各取两点, 这四点都不在交线上, 这四点确定平面的个数为 _____.

10. 共点的三条直线确定平面的个数为 _____.

三、解答题(14 分+10 分+10 分+12 分=46 分)

11. 用符号表示下列语句,并画图.

(1)平面 $ABCD$ 和平面 $ABEF$ 相交于直线 AB ,点 P 在 AB 上;

(2)直线 AB 经过平面 α 内一点 A ,但 AB 在平面 α 外.

12. 如图 1 所示,已知 $\triangle ABC$ 在平面 α 外,它的三边所在直线分别交平面 α 于 P 、 Q 、 R . 求证: P 、 Q 、 R 三点共线.

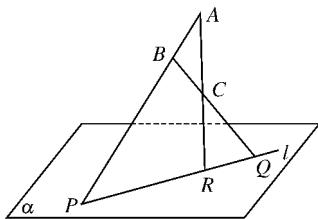


图 1

13. 如图 2 所示,已知直线 $a \parallel b \parallel c$,直线 d 与 a 、 b 、 c 分别相交于 A 、 B 、 C 三点.

求证: a 、 b 、 c 、 d 四线共面.

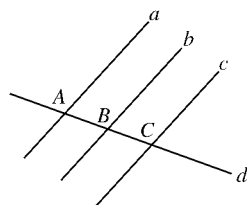


图 2

14. 如图 3 所示,平面 $ABD \cap$ 平面 $BCD =$ 直线 BD , M 、 N 、 P 、 Q 分别为线段 AB 、 BC 、 CD 、 DA 上的点,四边形 $MNPQ$ 是以 PN 、 QM 为腰的梯形,试证明三直线 BD 、 MQ 、 NP 共点.

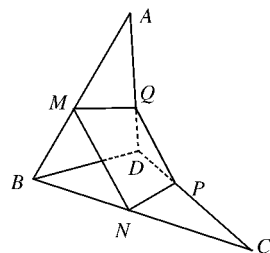


图 3



第九章 直线、平面、简单几何体

9.1 平面的基本性质

(时间:45 分钟 满分:100 分)

一、选择题(每小题 5 分,共 30 分)

1. 下面推理不正确的是 ()
- A. 点 $A \in$ 直线 a , $A \in$ 平面 β , 点 $B \in$ 直线 a , $B \in$ 平面 $\beta \Rightarrow$ 直线 $a \subset$ 平面 β
- B. 点 $M \in$ 平面 α , $M \in$ 平面 β , 点 $N \in \alpha$, $N \in \beta \Rightarrow \alpha \cap \beta =$ 直线 MN
- C. 点 $A, B, C \in$ 平面 α , $A, B, C \in$ 平面 β , 且 A, B, C 不共线 $\Rightarrow \alpha$ 与 β 重合
- D. 直线 l 不在平面 α 内, 点 $A \in l \Rightarrow A \notin \alpha$

2. 文字语言叙述:“平面 α 内有一条直线 a , 则这条直线上的一点 A 必在这个平面内”改成符号语言是

()

- A. $\left. \begin{matrix} a \in \alpha \\ a \subset A \end{matrix} \right\} \Rightarrow A \subset \alpha$
- B. $\left. \begin{matrix} a \subset \alpha \\ A \in a \end{matrix} \right\} \Rightarrow A \in \alpha$
- C. $\left. \begin{matrix} a \in \alpha \\ A \in a \end{matrix} \right\} \Rightarrow A \subset \alpha$
- D. $\left. \begin{matrix} A \in a \\ a \in \alpha \end{matrix} \right\} \Rightarrow A \in \alpha$

3. 空间有四个点, 其中任何三点不共线是这四点不共面的

()

- A. 充分而不必要条件
- B. 必要而不充分条件
- C. 充要条件
- D. 既不充分也不必要条件
4. 在空间四边形各边 AB, BC, CD, DA 上各取 E, F, G, H 四点, 若 EF, GH 交于一点 P , 则
- A. P 一定在直线 BD 上
- B. P 一定在直线 AC 上
- C. P 在直线 AC 或 BD 上

D. P 不在直线 AC 上, 也不在直线 BD 上

5. α, β 是不重合的两个平面, 在 α 内任取 4 点, 在 β 内任取 3 点, 由这些点最多可确定平面的个数是 ()
- A. 32 B. 31 C. 30 D. 28

6. 如图 1 所示, 梯形 $A_1B_1C_1D_1$ 是一平面图形 $ABCD$ 的直观图. 若 $A_1D_1 \parallel O_1y_1$, $A_1B_1 \parallel C_1D_1$, $A_1B_1 = \frac{2}{3}C_1D_1 = 4$, $A_1D_1 = 1$, 则 $ABCD$ 的面积是 ()

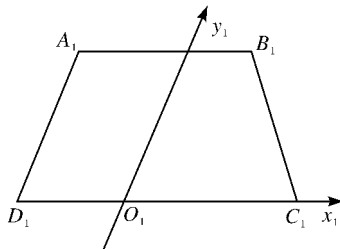


图 1

- A. 10 B. $5\sqrt{2}$ C. 5 D. $10\sqrt{2}$

二、填空题(每小题 6 分,共 24 分)

7. 若两条直线确定一个平面, 则这两条直线一定是 _____.
8. 平面 $\alpha \cap \beta = a$, $\beta \cap \gamma = b$, $\gamma \cap \alpha = c$, 则平面 α, β, γ 可将空间分成 _____ 个部分.
9. 四条直线顺次首尾相接, 所得图形 _____ 平面图形, 在 _____ 的条件下为平面图形.
10. $\triangle ABC$ 是 _____ 图形, BC 中点与 A 的连线与 $\triangle ABC$ 所在平面的关系为 _____.

三、解答题(16分+16分+14分=46分)

11. 三个平面两两相交,画出各种可能的直观图.

12. 正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中 E, F 分别是 AB, AA_1 的中点.

(1)证明: CE, D_1F, DA 三线共点;

(2)证明: E, C, D_1, F 四点共面;

(3)若 Q 是 A_1C 与平面 ABC_1D_1 的交点,证明: B, Q, D_1 三点共线.

13. 如图 2,空间四边形 $ABCD$ 中, E, F 分别是 AB 和 BC 的中点, G, H 分别在 CD 和 AD 上,且 $DG : DC = DH : DA = 1 : m (m > 2)$, 求证: 直线 EH 与 FG, BD 相交于一点.

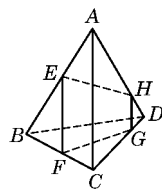


图 2



第九章 直线、平面、简单几何体

9.2 空间的平行直线与异面直线

(时间:45 分钟 满分:100 分)

一、选择题(每小题 5 分,共 35 分)

1. 下列命题中,正确的是 ()
- A. 没有公共点的两条直线平行
- B. 与同一直线垂直且相交的两条直线平行
- C. 平行于同一直线的两条直线平行
- D. 相等的两个角,若一组对应边平行,那么另一组对应边也平行

2. 异面直线是指 ()

- A. 不同在一个平面内的两条直线
- B. 无交点,不共面的两条直线
- C. 分别在两个平面内的两条直线
- D. 平面内的一条直线与平面外的一条直线

3. 如果 $a \perp b$,那么 a 与 b ()

- A. 一定相交 B. 一定异面
- C. 一定共面 D. 一定不平行

4. 如果 a 与 b 是异面直线, AB 是它们的公垂线,直线 $c \parallel AB$,那么 c 与 a 和 b 的交点个数是 ()

- A. 0 B. 无数个
- C. 最多 1 个 D. 最多 2 个

5. 正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中,与对角线 AC_1 异面的棱有 ()

- A. 3 条 B. 4 条 C. 6 条 D. 8 条

6. 在棱长为 a 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中,与 AD 成异面直线且距离为 a 的棱共有 ()

- A. 4 条 B. 5 条 C. 6 条 D. 7 条

7. 如图 1 是正方体的平面展开图,在这个正方体中,

- ① $BM \parallel ED$;② CN 与 BE 是异面直线;③ CN 与 BM

成 60° 角;④ $DM \perp BN$.

以上四个命题中,正确命题的序号是 ()

- A. ①②③ B. ②④
- C. ③④ D. ②③④

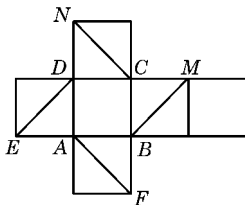


图 1

二、填空题(每小题 4 分,共 20 分)

8. 分别和两条异面直线都相交的两条直线,其位置关系是_____.

9. 若空间中的两个角的对应边互相平行,那么这两个角的大小关系是_____.

10. 长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中长和宽都是 1 cm,高为 2 cm,那么异面直线 B_1C 和 DC_1 所成角的余弦值是_____.

11. 如图 2 所示,在空间四边形 $ABCD$ 中, $AD=BC=2$, E 、 F 分别是 AB 、 CD 的中点,若 $EF=\sqrt{3}$,则 AD 、 BC 所成的角为_____.

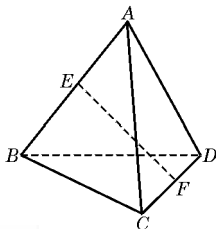


图 2

12. 如图 3 所示, A 是 $\triangle BCD$ 所在平面外一点, M 、 N 分别是 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ACD$ 的重心, 若 $BD=a$, 则 $MN=$ _____.

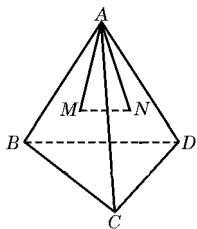


图 3

三、解答题 (18 分 + 12 分 + 15 分 = 45 分)

13. 如图 4 所示, 正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, E 、 F 、 G 、 H 分别是 AB 、 BB_1 、 A_1D_1 和 D_1C_1 的中点, 求:

(1) AA_1 和 GH 所成角的度数;

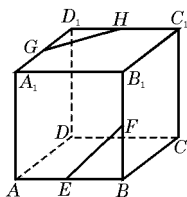


图 4

(2) EF 和 C_1C 所成角的度数;

(3) EF 和 GH 所成角的度数.

14. 已知平面 α 与平面 β 相交于直线 a , $b \subset \alpha$, $c \subset \beta$, $b \cap a = A$, $c \parallel a$. 求证: 直线 b 与直线 c 是异面直线.

15. 在空间四边形 $ABCD$ 中, E 、 F 分别是 AD 、 BC 上的点, 且 $\frac{AE}{AD} = \frac{BF}{BC} = \frac{1}{2}$, $AB = CD = 3$, $EF = \sqrt{7}$. 求 AB 与 CD 所成角的余弦值的大小.



第九章 直线、平面、简单几何体

9.2 空间的平行直线与异面直线

(时间:45 分钟 满分:100 分)

一、选择题(每小题 5 分,共 30 分)

- 如果 a, b, c 是两两平行的三条直线,那么经过直线 a 的所有平面中 ()
 A. 必有一个平面同时经过 b 和 c
 B. 必有一个平面经过 b , 但不经过 c
 C. 必有一个平面经过 c , 但不一定经过 b
 D. 没有一个平面同时经过 b 和 c
- 空间四边形 $ABCD$ 中, E, F, G, H 分别是四条边上异于顶点的四点, 那么直线 EG 和 FH 的位置关系是 ()
 A. 异面 B. 相交
 C. 相交或异面 D. 平行或异面
- 一条直线与两条异面直线中的一条平行, 则它和另一条的位置关系是 ()
 A. 平行或异面 B. 相交或异面
 C. 异面 D. 相交
- 若 a 和 b 异面, b 和 c 异面, 则 ()
 A. $a \parallel c$ B. a 和 c 异面
 C. a 和 c 相交 D. a 与 c 或平行或相交或异面
- 若直线 a, b, c 满足 $a \parallel b, b \perp c$, 则 a 与 c 的关系是 ()
 A. 异面直线 B. 平行直线
 C. 垂直 D. 相交
- 异面直线 $a, b, a \perp b, c$ 与 a 成 30° , 则 c 与 b 所成角的范围是 ()
 A. $[30^\circ, 90^\circ]$ B. $[60^\circ, 90^\circ]$
 C. $[60^\circ, 120^\circ]$ D. $[30^\circ, 120^\circ]$

二、填空题(每小题 6 分,共 24 分)

- 设正四面体 $S-ABC$ 的棱长为 $\sqrt{2}$, E 为 SA 的中点, 则异面直线 BE 与 SC 所成的角的正弦值是 _____.
- 在空间四边形 $ABCD$ 中, E, F 分别为 AB, CD 的中点, $AD \perp BC, AD = BC$, 则 EF 和 BC 所成的角为 _____.
- 若直线 a, b 都与直线 c 平行, 则直线 a, b, c 共能确定 _____ 个平面.
- 给出以下几个命题:
 ①互相垂直的两条直线一定相交; ②同时垂直于直线 a 的两条直线互相平行; ③一条直线垂直于两条平行线中的一条, 那么它也垂直于另一条; ④与两条异面直线都垂直的直线是两条异面直线的公垂线; ⑤两条异面直线有无数条公垂线; ⑥与两条异面直线都垂直的直线有无数条.
 其中, 正确的命题是 _____.

三、解答题(10 分+12 分+12 分+12 分=46 分)

- 已知 $\alpha \cap \beta = l, a \subset \alpha, a \cap l = A, b \subset \beta, b \parallel l$. 求证: a, b 是异面直线.

12. 在长方体 $ABCD - A_1 B_1 C_1 D_1$ 中, $AB = BC = 2a$, $AA_1 = a$, E 和 F 分别是 $A_1 B_1$ 和 BB_1 的中点. 求:
- (1) EF 和 AD_1 所成角的正弦值;

(2) AC_1 和 $B_1 C$ 所成角的余弦值.

13. 如图 1 所示, 在棱长为 1 的正方体 $ABCD - A_1 B_1 C_1 D_1$ 中, E_1 、 F_1 分别是 $C_1 D_1$ 和 $B_1 C_1$ 的中点.

(1) 求证: B 、 D 、 E_1 、 F_1 四点共面;

(2) 求四边形 $BDE_1 F_1$ 的面积.

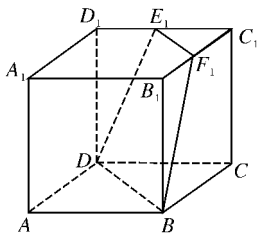


图 1

14. 如图 2 所示, 已知 S 是 $\triangle ABC$ 所在平面外一点, D 、 E 、 F 分别是 $\triangle SAB$ 、 $\triangle SBC$ 和 $\triangle SAC$ 的重心. 求证: $\triangle DEF \sim \triangle ABC$, 并求出 $\triangle DEF$ 与 $\triangle ABC$ 的面积之比.

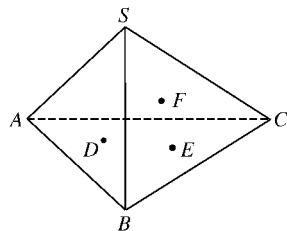


图 2



第九章 直线、平面、简单几何体

9.3 直线和平面平行与平面和平面平行

(时间:45 分钟 满分:100 分)

一、选择题(每小题 5 分,共 30 分)

- 平行于同一个平面的两条直线的位置关系是 ()
A. 平行 B. 相交
C. 异面 D. 平行或相交或异面
- 平面外的一条直线上的两点到这个平面的距离相等,那么直线与平面的位置关系是 ()
A. 平行 B. 相交而不垂直
C. 平行或相交 D. 垂直
- 有下列四个命题:①分别在两个平行平面内的两条直线都平行;②若两个平面平行,则其中一个平面内的直线必平行于另一个平面;③如果一个平面内的两条直线平行于另一个平面,则这两个平面平行;④如果一个平面内的任何一条直线都平行于另一个平面,则这两个平面平行.其中正确命题的个数是 ()
A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
- 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中,已知 P, Q 分别是棱 AA_1, CC_1 的中点,则过点 B, P, Q 的截面是 ()
A. 邻边不等的平行四边形
B. 菱形但不是正方形
C. 邻边不等的矩形
D. 正方形
- 平面 $\alpha \parallel$ 平面 β , AB, CD 是夹在 α 和 β 间的两条异面线段, E, F 分别为 AB, CD 的中点,则 EF 与 α 的关系是 ()
A. 平行 B. 相交
C. 垂直 D. 不能确定
- 已知 $\alpha \parallel \beta$, 点 P 到 α 的距离为 2 cm, 到 β 的距离为 3 cm, 过 P 的直线分别与 α, β 交于 A, B , 且 $AB = 8$ cm, 则直线 AB 与 α 所成角的正弦值为 ()
A. $\frac{1}{8}$ B. $\frac{5}{8}$

C. $\frac{3}{5}$ 或 $\frac{1}{8}$ D. $\frac{1}{8}$ 或 $\frac{5}{8}$

二、填空题(每小题 6 分,共 24 分)

- 若直线 $a \parallel$ 直线 $b, a \subset \alpha, b \subset \beta$, 则平面 α 与 β 的位置关系是_____.
- 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 已知 E, F 分别是棱 BB_1, B_1C_1 的中点, 则过点 A, E, F 的截面的形状是_____.
- 已知 AB, CD 是夹在两平行平面 α, β 之间的两条线段, $AB \perp CD, AB = 2, AB$ 与平面 α 成 30° , 则线段 CD 的取值范围是_____.
- 如图 1 所示, 棱长为 a 的正方体 $ABCD-A'B'C'D'$:
(1) 画出过点 A, C, B' 的平面与下底面的交线;
(2) 交线与直线 AC 的距离为_____.

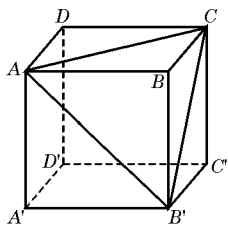


图 1

三、解答题(14 分+16 分+16 分=46 分)

- 空间四边形 $ABCD$ 被一平面所截, E, F, G, H 分别在 AC, CB, BD, DA 上, 截面 $EFGH$ 是一个矩形.
(1) 求证: $CD \parallel$ 平面 $EFGH$;
(2) 求异面直线 AB, CD 所成的角.

12. 如图 2 所示,在正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中,棱长为 1, M 、 N 、 E 、 F 分别是棱 A_1B_1 、 A_1D_1 、 B_1C_1 、 C_1D_1 的中点.

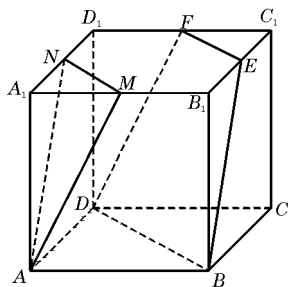


图 2

- (1) 求证:平面 $AMN \parallel$ 平面 $EFDB$;

- (2) 求平面 AMN 与平面 $EFDB$ 的距离.

13. 如图 3 所示,正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, E 在 AB_1 上, F 在 BD 上,且 $B_1E = BF$. 求证: $EF \parallel$ 平面 BB_1C_1C .

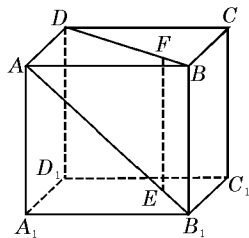


图 3



第九章 直线、平面、简单几何体

9.3 直线和平面平行与平面和平面平行

(时间:45 分钟 满分:100 分)

一、选择题(每小题 5 分,共 30 分)

1. 能保证直线
- a
- 与平面
- α
- 平行的条件是 ()

A. $a \not\subset \alpha, b \subset \alpha, a \parallel b$ B. $b \subset \alpha, a \parallel b$ C. $b \subset \alpha, c \subset \alpha, a \parallel c$ D. $b \subset \alpha, A \in a, B \in a, C \in b, D \in b$, 且 $AC=BD$

2. 平面
- $\alpha \parallel$
- 平面
- β
- , 直线
- $a \subset \alpha$
- , 直线
- $b \subset \beta$
- , 则下列四种情形:①
- $a \perp b$
- ;②
- $a \parallel b$
- ;③
- a
- 与
- b
- 异面;④
- a
- 与
- b
- 相交. 其中可能出现的情形有 ()

A. 1 种 B. 2 种 C. 3 种 D. 4 种

3. 平面
- $\alpha \parallel$
- 平面
- β
- 的一个充要条件是 ()

A. 直线 $a \subset \alpha$, 且 $a \parallel \beta$ B. 直线 $a \subset \alpha, b \subset \alpha, a \parallel \beta, b \parallel \beta$ C. 平面 α 内有无数条直线都平行于 β D. 平面 α 内任一条直线都平行于 β

4. 以下命题:① 平行于同一条直线的两个平面平行;② 垂直于同一个平面的两个平面平行;③ 分别与两条相互垂直的直线中的一条垂直的两个平面互相垂直;④ 同垂直于一个平面的两条直线平行.

其中正确命题的个数有 ()

A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

5. 设
- $\alpha \parallel \beta, A \in \alpha, B \in \beta, C$
- 是
- AB
- 的中点, 当
- A, B
- 分别在平面
- α, β
- 内运动时, 那么所有的动点
- C
- ()

A. 不共面

B. 不论 A, B 如何移动, 都共面C. 仅当 A, B 分别在两条直线上移动时才共面D. 仅当 A, B 分别在两条给定的异面直线上移动时才共面

6. 已知平面
- $\alpha \parallel$
- 平面
- $\beta, a \subset \alpha, b \subset \beta$
- , 平面
- α
- 和平面
- β
- 的距离为
- d
- , 直线
- a
- 与
- b
- 的距离为
- p
- , 则 ()

A. $p=d$ B. $p \leq d$ C. $p \geq d$ D. $p < d$

二、填空题(每小题 6 分,共 24 分)

7. 已知平面
- α, β
- , 不同直线
- m, n
- . ①
- $m \subset \alpha, n \subset \beta$
- 且
- $m \parallel n$
- ; ②
- $m \subset \alpha, n \subset \beta$
- 且
- $m \parallel \beta, n \parallel \alpha$
- ; ③
- $m \parallel \alpha, n \parallel \beta$
- 且
- $m \parallel n$
- ; ④
- $m \perp \alpha, n \perp \beta$
- 且
- $m \parallel n$
- . 那么
- $\alpha \parallel \beta$
- 的一个充分条件是 _____.

8. 如果在一个平面内有无数条直线和另一个平面平行, 那么这两个平面 _____.

9. 夹在两个互相平行的平面间有一条长 4 cm 的垂线段和一条长 6 cm 的斜线段, 在每一个平面内, 这两线段端点的距离都是 3 cm, 则此垂线段的中点到斜线段中点的距离为 _____.

10. 如图 1 所示, 过
- $\triangle ABC$
- 重心
- G
- 的平面
- $\alpha \parallel BC$
- , 则
- $\triangle ABC$
- 被平面
- α
- 分成上下两部分面积的比为 _____.

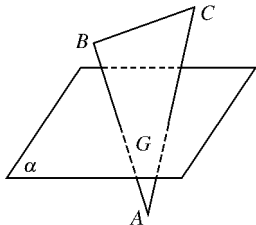


图 1

三、解答题(15 分+15 分+16 分=46 分)

- 11.
- P
- 为
- $\square ABCD$
- 外一点,
- M, N
- 分别为
- AB, PC
- 的中点, 而平面
- $PAD \cap$
- 平面
- $PBC = l$
- .

(1) 求证: $BC \parallel l$;

(2) MN 与平面 PAD 是否平行? 证明你的结论.

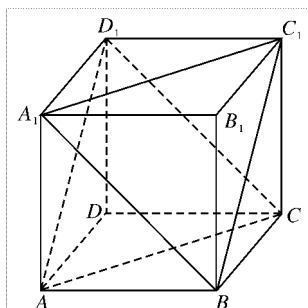


图 2

(1) 求证: 平面 $A_1BC_1 \parallel$ 平面 ACD_1 ;

(2) 求平面 A_1BC_1 与平面 ACD_1 的距离.

13. 已知: 如图 3 所示, 平面 $\alpha \parallel$ 平面 β , 线段 AB 与线段 CD 异面, $AB \subset \alpha, CD \subset \beta$, 且 $AB = a, CD = b$, AB 与 CD 成的角为 θ , 平面 $\gamma \parallel \alpha$, 且 γ 与 AC, BC, BD, AD 分别交于 M, N, P, Q , 且 M, N, P, Q 分别是其所在各边的中点.

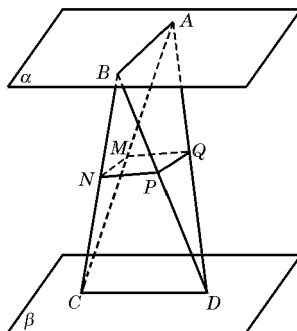


图 3

(1) 若 $a = b$, 试求截面 $MNPQ$ 的周长;

(2) 试求截面 $MNPQ$ 面积的最大值.



第九章 直线、平面、简单几何体

9.4 直线和平面垂直

(时间:45 分钟 满分:100 分)

一、选择题(每小题 5 分,共 30 分)

1. 判断下列命题,正确的个数为 ()

①若平面 α 内有一条直线与直线 a 不垂直,那么 a 与平面 α 不垂直;②若平面 α 内有无数条直线与平面 α 外的直线 a 垂直,那么 a 与平面 α 垂直;③若平面 α 内的一个四边形的两条边与直线 a 垂直,那么 a 与平面 α 垂直;④过空间内任意一点可以作无数条直线与一条已知直线垂直.

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

2. 若平面外一条直线和这个平面所成的角是 θ ,则 θ 的取值范围是 ()

A. $0 < \theta < 180^\circ$ B. $0 < \theta < 90^\circ$
C. $0 < \theta \leq 90^\circ$ D. $0 \leq \theta \leq 90^\circ$

3. 已知正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 a ,则棱 A_1B_1 所在的直线与对角线 BC_1 所在的直线间的距离是 ()

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}a$ B. a
C. $\sqrt{2}a$ D. $\frac{a}{2}$

4. 若平面 α 外两直线 a, b 在 α 上的射影是两相交直线(且不重合),则 a 与 b 的位置关系是 ()

A. 相交 B. 相交或异面
C. 异面 D. 相交或平行

5. 直线 l 垂直于平面 α 内的无数条直线是 $l \perp \alpha$ 的 ()

A. 充分而不必要条件 B. 必要而不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

6. 从平面 α 外一点 P 向 α 引垂线和若干条斜线,若这些斜线与 α 所成的角都相等,则 ()

A. 斜足一定是一正多边形的顶点
B. 垂足是以斜足为顶点的多边形的内心
C. 垂足是以斜足为顶点的多边形的外心
D. 垂足是以斜足为顶点的多边形的垂心

二、填空题(每小题 6 分,共 24 分)

7. 经过一点与已知直线垂直的直线有 _____ 条,这些直线在 _____ 内.

8. 若直线 m 和 n 都垂直于平面 α ,直线 l 垂直于平面 β , n 平行于 l ,则 m 和 β 的位置关系是 _____.9. 在棱长为 a 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, D_1 到 B_1C 的距离为 _____, A 到 A_1C 的距离为 _____.10. 若线段 AB 和平面 α 所成的角为 30° , A, B 与平面 α 的距离分别是 6 cm 和 10 cm,那么 AB 的长是 _____.

三、解答题(15 分+15 分+16 分=46 分)

11. 已知在四面体 $ABCD$ 中, $AB \perp CD$, $AC \perp BD$. 求证: $AD \perp BC$.

12. 如图 1 所示, 空间四边形 $PABC$ 中 $PA \perp$ 面 ABC , $AC \perp BC$, 若 A 在 PB 、 PC 上的射影分别为 E 、 F . 求证: $EF \perp PB$.

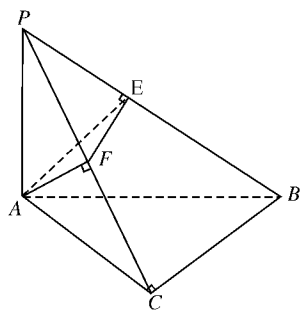


图 1

13. 如图 2 所示, 在正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, E 、 F 分别是棱 BB_1 与 CD 的中点. 求证: $AE \perp$ 面 A_1FD_1 .

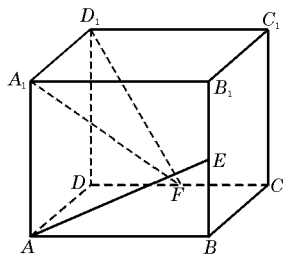


图 2