

金版 1 + 1 同步双测

高一数学 (下)

GAOYI SHUXUE (XIA)

丛书主编 方 可

*

北 京 教 育 出 版 社 出 版

(北京北三环中路 6 号)

邮政编码 :100011

网 址 :www.bph.com.cn

北京出版社出版集团总发行

新 华 书 店 经 销

西安旗舰印务有限公司印刷

*

787×1092 16 开本 10.25 印张 201 000 字

2005 年 11 月第 6 版 2005 年 11 月第 2 次印刷

ISBN 7 - 5303 - 1417 - 3

G·1392 定价 :12.00 元

目 录

第一部分 基础巩固 综合拓展 阶段测试 新颖题型参考 最新考题展示 能力自测

第四章 三角函数

4.1 角的概念的推广	(3)
4.2 弧度制	(7)
4.3 任意角的三角函数	(11)
4.4 同角三角函数的基本关系式	(15)
4.5 正弦、余弦的诱导公式	(19)
阶段测试(一)(4.1~4.5)	(23)
4.6 两角和与差的正弦、余弦、正切	(25)
4.7 二倍角的正弦、余弦、正切	(29)
4.8 正弦函数、余弦函数的图象和性质	(33)
4.9 函数 $y = A \sin(\omega x + \varphi)$ 的图象	(37)
4.10 正切函数的图象和性质	(41)
4.11 已知三角函数值求角	(45)
阶段测试(二)(4.6~4.11)	(49)
新颖题型参考 最新考题展示	(51)
能力自测	(53)

第五章 平面向量

5.1 向 量	(55)
5.2 向量的加法与减法	(59)
5.3 实数与向量的积	(63)
5.4 平面向量的坐标运算	(67)
5.5 线段的定比分点	(71)
5.6 平面向量的数量积及运算律	(75)
5.7 平面向量数量积的坐标表示	(79)

CONTENTS

5.8 平 移	(83)
5.9 正弦定理、余弦定理	(87)
5.10 解斜三角形应用举例	(91)
阶段测试(5.1~5.10)	(95)
新颖题型参考 最新考题展示	(97)
能力自测	(99)
参考答案	(103)

第二部分 单元测试

第四章测试卷	(1)
期中测试卷	(5)
第五章测试卷(一)	(9)
第五章测试卷(二)	(13)
期末测试卷	(17)

同步双测



第四章 三角函数

4.1 角的概念的推广

(时间:45 分钟 满分:100 分)

一、选择题(每小题 3 分,共 24 分)

1. 下列命题中正确的是

- A. 第一象限角一定不是负角
 B. 小于 90° 的角一定是锐角
 C. 钝角一定是第二象限的角
 D. 终边相同的角一定相等

2. 与 120° 角终边相同的角是

- A. $-240^\circ + k \cdot 360^\circ, k \in \mathbb{Z}$
 B. $-120^\circ + k \cdot 360^\circ, k \in \mathbb{Z}$
 C. $120^\circ + (2k+1) \cdot 180^\circ, k \in \mathbb{Z}$
 D. $660^\circ + k \cdot 360^\circ, k \in \mathbb{Z}$

3. 终边与坐标轴重合的角 α 的集合是

- A. $\{\alpha | \alpha = k \cdot 360^\circ, k \in \mathbb{Z}\}$
 B. $\{\alpha | \alpha = k \cdot 180^\circ, k \in \mathbb{Z}\}$
 C. $\{\alpha | \alpha = k \cdot 90^\circ, k \in \mathbb{Z}\}$
 D. $\{\alpha | \alpha = k \cdot 180^\circ + 90^\circ, k \in \mathbb{Z}\}$

4. 角 α 的终边落在 $y = -x (x > 0)$ 上, 则角 α 的集合为

- A. $\{\alpha | \alpha = k \cdot 360^\circ - 45^\circ, k \in \mathbb{Z}\}$
 B. $\{\alpha | \alpha = k \cdot 360^\circ + 45^\circ, k \in \mathbb{Z}\}$
 C. $\{\alpha | \alpha = k \cdot 180^\circ - 45^\circ, k \in \mathbb{Z}\}$
 D. $\{\alpha | \alpha = k \cdot 180^\circ + 45^\circ, k \in \mathbb{Z}\}$

5. 若 α 是第二象限角, 则 $180^\circ - \alpha$ 是第几象限角 ()

- A. 一 B. 二 C. 三 D. 四

6. 若角 α 与 β 终边相同, 则一定有

- A. $\alpha + \beta = 180^\circ$
 B. $\alpha + \beta = 0^\circ$
 C. $\alpha - \beta = k \cdot 360^\circ, k \in \mathbb{Z}$
 D. $\alpha + \beta = k \cdot 360^\circ, k \in \mathbb{Z}$

7. 若 α 是第一象限角, 则下面各角中是第四象限角的是

- A. $90^\circ - \alpha$ B. $90^\circ + \alpha$
 C. $360^\circ - \alpha$ D. $180^\circ + \alpha$

8. 已知角 2α 的终边在 x 轴的上方, 那么 α 是

- A. 第一象限角 B. 第一、二象限角
 C. 第一、三象限角 D. 第一、四象限角

二、填空题(每小题 4 分,共 24 分)

9. 终边在直线 $y = -\sqrt{3}x$ 上的所有角的集合是 _____.10. 与角 $-1\ 560^\circ$ 终边相同角的集合中最小的正角是 _____.11. -690° 是第 _____ 象限角.12. θ 是第二象限角, 终边与 $k \cdot 360^\circ + \theta$ 终边关于 x 轴对

称的角是第 ____ 象限角.

13. 时针走过 1 小时 20 分, 则分针所转过的角度为 _____, 时针所转过的角度为 _____.
14. 在 0° 到 720° 之间与 $-123^\circ 12'$ 终边相同的角是 _____.

三、解答题(每小题 13 分, 共 52 分)

15. 将下列各角表示为 $\alpha + k \cdot 360^\circ (k \in \mathbb{Z}, 0^\circ \leq \alpha < 360^\circ)$ 的形式, 并判断它们在第几象限.

- (1) $560^\circ 24'$; (2) $-560^\circ 24'$;
(3) $3\ 900^\circ$; (4) $-3\ 900^\circ$.

16. 写出与下列各角终边相同的集合 S .

- (1) 30° (2) 45° (3) 60° (4) 90° (5) 180°
(6) 270°

17. 有一个小于 360° 的正角, 这个角的 6 倍的终边与 x 轴的正半轴重合, 求这个角.

18. 已知角 α 终边上一点 $P(\sqrt{3}, a)$, 且角 α 的终边与 30° 的终边相同或关于 x 轴对称, 试写出与角 α 的终边相同的所有角的集合, 并求出实数 a 的值.



第四章 三角函数

4.1 角的概念的推广

(时间:45 分钟 满分:100 分)

一、选择题(每小题4分,共28分)

1. 下列命题中正确的是 ()

- A. 终边在 y 轴非负半轴上的角是直角
 B. 第二象限角一定是钝角
 C. 第四象限角一定是负角
 D. 若 $\beta = \alpha + k \cdot 360^\circ (k \in \mathbb{Z})$, 则 α 与 β 终边相同

2. 已知角 α 与 $x + 45^\circ$ 有相同的终边, 角 β 与 $x - 45^\circ$ 有相同的终边, 那么 α 与 β 之间的关系为 ()

- A. $\alpha + \beta = 0$
 B. $\alpha - \beta = 0$
 C. $\alpha + \beta = 45^\circ$
 D. $\alpha - \beta = k \cdot 360^\circ + 90^\circ (k \in \mathbb{Z})$

3. 若角 α 与 β 终边相同, 则一定有 ()

- A. $\alpha + \beta = 180^\circ$
 B. $\alpha + \beta = 0^\circ$
 C. $\alpha - \beta = k \cdot 360^\circ (k \in \mathbb{Z})$
 D. $\alpha + \beta = k \cdot 360^\circ (k \in \mathbb{Z})$

4. 若 $\alpha = k\pi + \frac{\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$, 则 α 是第 _____ 象限角 ()

- A. 一、二象限
 B. 二、三象限
 C. 一、四象限
 D. 一、三象限

5. 如果角 $\alpha \neq k \cdot 180^\circ, \theta_1 = k_1 \cdot 360^\circ + \alpha, \theta_2 = k_2 \cdot 360^\circ - \alpha$, ($k, k_1, k_2 \in \mathbb{Z}$). 那么角 θ_1 和 θ_2 的终边的位置关系是 ()A. 关于 x 轴对称B. 关于 y 轴对称

C. 互为反向延长线

D. 重合

6. $90^\circ < \beta < \alpha < 135^\circ$, 则 $\alpha - \beta$ 的范围是 ()

- A. $(0^\circ, 45^\circ)$ B. $(180^\circ, 270^\circ)$
 C. $(45^\circ, 90^\circ)$ D. $(-45^\circ, 45^\circ)$

7. 集合 $A = \{x | x = k \cdot 45^\circ, k \in \mathbb{Z}\}$ 与集合 $B = \{x | x = k \cdot 90^\circ \pm 45^\circ, k \in \mathbb{Z}\}$ 之间的关系为 ()

- A. $A \subsetneq B$ B. $A \supsetneq B$
 C. $A = B$ D. $A \cap B = \emptyset$

二、填空题(每小题5分,共30分)

8. 若集合 $A = \{\alpha | k \cdot 180^\circ + 30^\circ < \alpha < k \cdot 180^\circ + 90^\circ, k \in \mathbb{Z}\}$, 集合 $B = \{\beta | k \cdot 360^\circ - 45^\circ < \beta < k \cdot 360^\circ + 45^\circ, k \in \mathbb{Z}\}$, 则 $A \cap B =$ _____.9. 已知 α 是第三象限的角, 则 $\frac{\alpha}{3}$ 不可能是第 _____ 象限的角.10. 已知 α 是小于 360° 的正角, $\beta = 7\alpha$ 且 β 的终边与 α 的终边重合, 则 $\alpha =$ _____.11. 在直角坐标系中, 若 α 与 β 的终边互相垂直, 则 α 与 β 的关系为 _____.12. 若 α 的终边在第一、三象限的角平分线上, 则 2α 的终边在 _____.13. 若 α 是第三象限角, 则 2α 的终边在 _____.

三、解答题(第 14、15、16 小题各 8 分,第 17、18 小题各 9 分,共 42 分)

14. 找出与下列各角终边相同的最小正角,并判断它们在第几象限.

(1) 435° (2) $1\,442^\circ$ (3) -60° (4) $-951^\circ 12'$

15. 已知 α 是第二象限的角,试确定 2α 与 $\frac{\alpha}{2}$ 所在的象限.

16. 若角 α 的终边在直线 $y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x$ 上,试写出角 α 的集合 S .

17. 写出与 $-1\,840^\circ$ 终边相同的角的集合 S ;若 $\alpha \in S$,且 $\alpha \in [-720^\circ, 360^\circ)$,判断角 α 的个数,并求 α .

18. 如图 1 所示,半径为 1 的圆的圆心为坐标原点,点 P 从点 $A(1,0)$ 出发,依逆时针方向等速沿单位圆周旋转,已知 P 在 1 s 内转过的角度为 θ ($0^\circ < \theta < 180^\circ$),经过 2 s 到达第三象限,经过 14 s 后又恰好回到出发点 A ,求 θ .

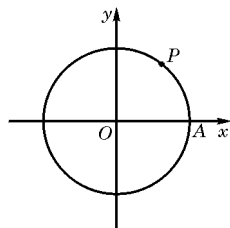


图 1



第四章 三角函数

4.2 弧度制

(时间:45 分钟 满分:100 分)

一、选择题(每小题 3 分,共 24 分)

1. -300° 化为弧度是 ()

- A. $-\frac{4}{3}\pi$ B. $-\frac{5}{3}\pi$
C. $-\frac{7}{4}\pi$ D. $-\frac{7}{6}\pi$

2. $\frac{8}{5}\pi$ 弧度化为角度为 ()

- A. 278° B. 280°
C. 288° D. 318°

3. 把 $-\frac{11}{4}\pi$ 表示成 $\theta + 2k\pi (k \in \mathbb{Z})$ 的形式使 $|\theta|$ 最小的 θ 的值是 ()

- A. $-\frac{3}{4}\pi$ B. $-\frac{\pi}{4}$ C. $\frac{\pi}{4}$ D. $\frac{3}{4}\pi$

4. 下列各组角中,终边相同的是 ()

- A. $\frac{3}{2}\pi$ 和 $2k\pi - \frac{3}{2}\pi (k \in \mathbb{Z})$
B. $-\frac{\pi}{5}$ 和 $\frac{22}{5}\pi$
C. $-\frac{7}{9}\pi$ 和 $\frac{11}{9}\pi$
D. $\frac{20}{3}\pi$ 和 $\frac{122}{9}\pi$

5. 一个半径为 R 的扇形,它的周长为 $4R$,则这扇形的面积为 ()

- A. $2R^2$ B. 2 C. $\frac{1}{2}R^2$ D. R^2

6. 在半径为 1 的单位圆中,一条弦 AB 的长度为 $\sqrt{3}$,则弦 AB 所对的圆心角 α 是 ()

- A. $\alpha = \sqrt{3}$ B. $\alpha < \sqrt{3}$

C. $\alpha = \frac{2}{3}\pi$ D. $\alpha = 120$

7. 第四象限的角可表示为 ()

- A. $(2k\pi - \frac{3}{2}\pi, 2k\pi) (k \in \mathbb{Z})$
B. $(\frac{3\pi}{2}, 2\pi)$

C. $(2k\pi - \frac{\pi}{2}, 2k\pi) (k \in \mathbb{Z})$

D. $(2k\pi, 2k\pi + \frac{3}{2}\pi) (k \in \mathbb{Z})$

8. 下列命题中假命题是 ()

A. “度”与“弧度”是度量角的大小的两种不同单位

B. 1° 的角是周角的 $\frac{1}{360}$, 1 弧度的角是周角的 $\frac{1}{2\pi}$

C. 180° 一定等于 π 弧度

D. 不论是用角度制还是用弧度制度量角,它们与圆的半径长短有关

二、填空题(每小题 4 分,共 24 分)

9. 若 $4\pi < \alpha < 6\pi$, 且与 $-\frac{2}{3}\pi$ 角终边相同, 则 $\alpha =$ _____.

10. 把 $22^\circ 30'$ 化为弧度, $\frac{\pi}{12}$ 化为角度分别是 _____.

11. 三角形的三内角之比为 $2:5:8$, 则各角的弧度数分别为 _____.

12. 将分针拨快了 10 min, 则分针转过的弧度数是 _____.

13. 求值: $\sin \frac{\pi}{3} \tan \frac{\pi}{3} + \tan \frac{\pi}{6} \cos \frac{\pi}{6} - \tan \frac{\pi}{4} \cos \frac{\pi}{2} =$ _____.

14. 若扇形的面积为 1 cm^2 , 它的周长为 4 cm , 则扇形圆



第四章 三角函数

4.2 弧度制

(时间:45 分钟 满分:100 分)

一、选择题(每小题 3 分,共 24 分)

1. 若 φ 是第二象限角,那么 $\frac{\varphi}{2}$ 与 $\frac{\pi}{2} - \varphi$ 都不是 ()

- A. 第一象限角 B. 第二象限角
C. 第三象限角 D. 第四象限角

2. 终边在第三象限的角平分线上的角的集合为 ()

- A. $\{\alpha | \alpha = 2k\pi + \frac{3}{4}\pi, k \in \mathbb{Z}\}$
B. $\{\alpha | \alpha = 2k\pi + \frac{5}{4}\pi, k \in \mathbb{Z}\}$
C. $\{\alpha | \alpha = 2k\pi - \frac{\pi}{4}, k \in \mathbb{Z}\}$
D. $\{\alpha | \alpha = k\pi + \frac{3}{4}\pi, k \in \mathbb{Z}\}$

3. 若 α 是第四象限角,则 $\pi - \alpha$ 一定在 ()

- A. 第一象限 B. 第二象限
C. 第三象限 D. 第四象限

4. 下列命题中正确的命题是 ()

- A. 若两扇形面积的比是 1:4,则两扇形弧长的比为 1:2
B. 若扇形的弧长一定,则面积存在最大值
C. 若扇形的面积一定,则弧长存在最小值
D. 任意角的集合可以与实数集 $\mathbb{R}$ 之间建立一种一一对应关系

5. 集合 $M = \{x | x = k \cdot 90^\circ + 45^\circ, k \in \mathbb{Z}\}$, $N = \{x | x =$ $\frac{k\pi}{4} + \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\}$, 则 ()

- A. $M = N$ B. $M \supsetneq N$

C. $M \subsetneq N$ D. $M \cap N = \emptyset$

6. 圆的半径变为原来的 2 倍时,则 ()

- A. 扇形的面积不变
B. 扇形的圆心角不变
C. 扇形的弧长不变
D. 扇形的面积增大到原来的 2 倍

7. 半径为 1 的扇形的面积为 $\frac{3}{8}\pi$, 则扇形的中心角为 ()

- A. $\frac{3}{16}\pi$ B. $\frac{3}{8}\pi$ C. $\frac{3}{4}\pi$ D. $\frac{3}{2}\pi$

8. 一个半径为 R 的扇形,它的周长为 $4R$,则这个扇形所含弓形的面积为 ()

- A. $\frac{1}{2}(2 - \sin 1 \cos 1)R^2$
B. $\frac{1}{2}R^2$
C. $\frac{1}{2}\sin 1 \cos 1 R^2$
D. $(1 - \sin 1 \cos 1)R^2$

二、填空题(每小题 4 分,共 24 分)

9. 圆的半径变为原来的 $\frac{1}{2}$, 而弧长不变,则该弧所对的圆心角是原来的 _____ 倍.10. 直径为 10 cm 的滑轮上有一条长为 6 cm 的弦, P 是此弦的中点,若滑轮以每秒 5 弧度的角速度旋转,则经过 5 s 后,点 P 转过的弧长为 _____.

11. 设集合 $P = \{x \mid x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}, k \in \mathbf{Z}\}$, $Q = \{x \mid x = k\pi \pm \frac{\pi}{4}, k \in \mathbf{Z}\}$, 则 P, Q 之间的关系为 _____.

12. 若角 α 的终边与角 $\frac{\pi}{6}$ 的终边关于直线 $y=x$ 对称, 且 $\alpha \in (-4\pi, 4\pi)$, 则 $\alpha =$ _____.

13. 已知四边形的四个内角之比是 $1:3:5:6$, 分别用角度和弧度将这些内角的大小表示为 _____ (角度), _____ (弧度).

14. 一只正常的时钟, 自零点开始到分针与时针再一次重合, 分针所转过的角的弧度数是 _____.

三、解答题(每小题 13 分, 共 52 分)

15. 已知扇形的周长为 20 cm, 当扇形的中心角为多大时, 它有最大面积?

16. 现在时针和分针都指向 12 点, 试用弧度制表示 15 分钟后, 时针和分针的夹角.

17. 设集合 $A = \{\alpha \mid \alpha = \frac{3}{2}k\pi, k \in \mathbf{Z}\}$, $B = \{\beta \mid \beta = \frac{5}{3}k\pi, |k| \leq 10, k \in \mathbf{Z}\}$. 求与 $A \cap B$ 的角的终边相同的角的集合.

18. 如图 1, 半径为 1 的圆 O 上有两动点 M, N , 同时从一点 P 出发, M 点按逆时针方向转 $\frac{\pi}{6}$ rad/s, N 点则按顺时针方向转 $\frac{\pi}{3}$ rad/s, 试求它们出发后第三次相遇时的位置及各自走过的弧长.

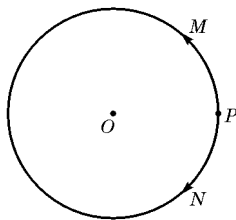


图 1



第四章 三角函数

4.3 任意角的三角函数

(时间:45 分钟 满分:100 分)

一、选择题(每小题 3 分,共 24 分)

1. 若角 600° 的终边上有一点 $(-4, a)$, 则 a 的值为 ()
- A. $4\sqrt{3}$ B. $-4\sqrt{3}$
C. $\pm 4\sqrt{3}$ D. $\sqrt{3}$
2. 若三角形的两内角 A, B 满足 $\sin A \cos B < 0$, 则此三角形的形状为 ()
- A. 锐角三角形 B. 钝角三角形
C. 直角三角形 D. 不能确定
3. 已知 $\tan x > 0$ 且 $\sin x + \cos x > 0$, 那么角 x 是 ()
- A. 第一象限角 B. 第二象限角
C. 第三象限角 D. 第四象限角
4. 若角 α 的终边落在直线 $y = 2x$ 上, 则 $\sin \alpha$ 的值为 ()
- A. $\pm \frac{1}{5}$ B. $\pm \frac{\sqrt{5}}{5}$
C. $\pm \frac{2\sqrt{5}}{5}$ D. $\pm \frac{1}{2}$
5. $\cos \alpha$ 与 $\tan \alpha$ 同号, 那么 α 在 ()
- A. 第一象限 B. 第一、二象限
C. 第三象限 D. 第三、四象限
6. 设 α 是三角形的一个内角, 则下列正确的是 ()
- A. $\sin \alpha > 0$ B. $\cos \alpha > 0$
C. $\tan \alpha > 0$ D. $\sec \alpha > 0$
7. 角 α 的终边经过点 $P(2, 3)$, 则有 ()

A. $\sin \alpha = \frac{2\sqrt{13}}{13}$ B. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{13}}{2}$

C. $\sin \alpha = \frac{3\sqrt{13}}{13}$ D. $\tan \alpha = \frac{2}{3}$

8. 满足 $2\sin x < 1$ 的 x 的集合是 ()

A. $\{x | 2k\pi + \frac{\pi}{6} < x < 2k\pi + \frac{5}{6}\pi, k \in \mathbb{Z}\}$

B. $\{x | k\pi + \frac{\pi}{6} < x < k\pi + \frac{5}{6}\pi, k \in \mathbb{Z}\}$

C. $\{x | k\pi - \frac{7\pi}{6} < x < k\pi + \frac{\pi}{6}, k \in \mathbb{Z}\}$

D. $\{x | 2k\pi - \frac{7\pi}{6} < x < 2k\pi + \frac{\pi}{6}, k \in \mathbb{Z}\}$

二、填空题(每小题 4 分,共 24 分)

9. $a \sin 0^\circ + b \cos 90^\circ + c \tan 180^\circ =$ _____.

10. $a^2 \sin(-1350^\circ) + b^2 \tan 405^\circ - (a-b)^2 \cot 765^\circ - 2ab \cos(-1080^\circ) =$ _____.

11. 有下列命题:

①存在 α 角使 $\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{\pi}{2}$; ②终边相同的角的同名三角函数值相等; ③不相等的角的同名三角函数值可能相等; ④终边不相同, 它们的同名三角函数值一定不相等; ⑤ $\{\alpha | \alpha = \frac{m\pi}{3}, m \in \mathbb{Z}\} \cap \{\beta | \beta = \frac{n\pi}{4}, n \in \mathbb{Z}\} = \{\theta | \theta = k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

其中正确的是 _____.

12. 在 $(0, 2\pi)$ 内满足 $\sqrt{\cos^2 x} = -\cos x$ 的 x 的取值范围是 _____.

13. 若 $\sin\theta < \cos\theta$ 则 θ 的取值范围是_____.

14. 已知角 α 的终边经过点 $(3a-9, a+2)$ 且 $\cos\alpha \leq 0$,
 $\sin\alpha > 0$ 则 a 的取值范围是_____.

三、解答题(每小题 13 分,共 52 分)

15. 求 135° 角的正弦、余弦和正切.

17. 若 $\sin 2\alpha > 0$, 且 $\cos\alpha < 0$, 试确定 α 所在象限.

18. 已知 α 的终边经过点 $P(3t, 4t)$, $t \neq 0$, 求角 α 的正弦、余弦和正切.

16. 求函数的定义域:

$$(1) y = \sqrt{\lg(\cos x)};$$

$$(2) y = \sqrt{\sin x} + \lg(2\cos x - 1).$$



第四章 三角函数

4.3 任意角的三角函数

(时间:45 分钟 满分:100 分)

一、选择题(每小题 3 分,共 24 分)

1. $\sin 1, \cos 1, \tan 1$ 的大小关系是 ()

- A. $\tan 1 < \cos 1 < \sin 1$
 B. $\sin 1 < \cos 1 < \tan 1$
 C. $\sin 1 < \tan 1 < \cos 1$
 D. $\cos 1 < \sin 1 < \tan 1$

2. 已知 $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$, 则下列各式中正确的是 ()

- A. $\sin \theta < \cos \theta < \cot \theta$
 B. $\cos \theta < \cot \theta < \sin \theta$
 C. $\cot \theta < \sin \theta < \cos \theta$
 D. $\cos \theta < \sin \theta < \cot \theta$

3. 已知 $\sin \frac{\theta}{2} = \frac{3}{5}, \cos \frac{\theta}{2} = -\frac{4}{5}$, 则 θ 角所在的象限是 ()

- A. 第二象限
 B. 第三象限
 C. 第四象限
 D. 第三或第四象限

4. 已知 $\sin \alpha > \sin \beta$, 那么下列命题正确的是 ()

- A. 若 α, β 是第一象限角, 则 $\cos \alpha > \cos \beta$
 B. 若 α, β 是第二象限角, 则 $\tan \alpha > \tan \beta$
 C. 若 α, β 是第三象限角, 则 $\cos \alpha > \cos \beta$
 D. 若 α, β 是第四象限角, 则 $\tan \alpha > \tan \beta$

5. 设 α 角属于第二象限的角, 且 $\left| \cos \frac{\alpha}{2} \right| = -\cos \frac{\alpha}{2}$, 则

$\frac{\alpha}{2}$ 角属于 ()

- A. 第一象限
 B. 第二象限

C. 第三象限

D. 第四象限

6. 设 α 为第二象限的角, $P(x, \sqrt{5})$ 是其终边上的一点, 若

$\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{4}x$, 则 $\sin \alpha$ 为 ()

- A. $\frac{\sqrt{16-2x^2}}{4}$
 B. $\frac{\sqrt{6}}{4}$
 C. $-\frac{\sqrt{10}}{4}$
 D. $\frac{\sqrt{10}}{4}$

7. 若角 α 的终边与直线 $y = 3x$ 重合, 且 $\sin \alpha < 0$, 又 $P(m, n)$ 是 α 终边上一点, 且 $|OP| = \sqrt{10}$, 则 $m - n$ 等于 ()

- A. 2
 B. -2
 C. 4
 D. -4

8. 下列命题中正确的是 ()

- A. 若 $\cos \alpha < 0$, 则 α 是第二或第三象限角
 B. 若 $\alpha > \beta$, 则 $\cos \alpha < \cos \beta$
 C. 若 $\sin \alpha = \sin \beta$, 则 α 与 β 的终边相同
 D. α 是第三象限角的充要条件是 $\sin \alpha \cos \alpha > 0$ 且 $\cot \alpha \cos \alpha < 0$

二、填空题(每小题 4 分,共 24 分)

9. 若 x 为第一象限角, 则在 $\sin \frac{x}{2}, \cos \frac{x}{2}, \sin 2x, \cos 2x$ 中必取正值的是_____.

10. 函数 $f(x) = \frac{\sin x}{|\sin x|} + \frac{|\cos x|}{\cos x} + \frac{\tan x}{|\tan x|} + \frac{|\cot x|}{\cot x}$ 的值域为_____.

11. 已知 $\cos \alpha \leq -\frac{1}{2}$, 则满足条件的角 α 的集合为

- _____.
12. 若 $f(x)$ 的定义域为 $[0, 1]$, 则 $f(\sin x)$ 的定义域为 _____.
13. 角 α 的顶点在原点, 始边与 x 轴正半轴重合, 终边为射线 $4x + 3y = 0 (x > 0)$, 则 $\sin \alpha (\sin \alpha + \cot \alpha) + \cos^2 \alpha$ 的值为 _____.
14. 设 $f(x) = \cos \frac{x\pi}{2}$, 求 $f(25) + f(26) + f(27) + \dots + f(42)$ 的值为 _____.

三、解答题 (每小题 13 分, 共 52 分)

15. 已知: 角 α 的终边在直线 $y = kx$ 上, 若 $\sin \alpha = \frac{2}{\sqrt{5}}$ 且 $\cos \alpha < 0$, 试求 k 的值.

16. 已知 $\cos(\alpha + \beta) + 1 = 0$, 求证: $\sin(2\alpha + \beta) + \sin \beta = 0$.

17. (1) 已知角 α 的终边上一点 P 与 x 轴的距离和与 y 轴的距离之比为 $4 : 3$, 且 $\cos \alpha < 0$, 求 $\sin \alpha$ 和 $\tan \alpha$ 的值;
- (2) 角 α 的终边经过点 $P(-3\cos \theta, 4\cos \theta)$, 其中 $\theta \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$, 求 $\sin \alpha, \cos \alpha, \tan \alpha$ 的值.

18. 利用三角函数性质证明: 当 $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ 时, $\tan \alpha > \alpha > \sin \alpha$.



第四章 三角函数

4.4 同角三角函数的基本关系式

(时间:45 分钟 满分:100 分)

一、选择题(每小题 3 分,共 24 分)

1. 已知 $\cos\alpha = -\frac{3}{5}$, $\alpha \in (0, \pi)$ 则 $\tan\alpha$ 等于 ()

- A. $\frac{4}{3}$ B. $-\frac{4}{3}$ C. $\pm\frac{4}{3}$ D. $\pm\frac{3}{4}$

2. 若 α 是三角形的内角,且 $\sin\alpha + \cos\alpha = \frac{2}{3}$,则这个三角形是 ()

- A. 正三角形 B. 直角三角形
C. 锐角三角形 D. 钝角三角形

3. 已知 $\sin\theta = \frac{m-3}{m+5}$, $\cos\theta = \frac{4-2m}{m+5}$, 其中 $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$, 那么实数 m 的取值范围是 ()

- A. $3 < m < 9$ B. $-5 < m < 9$
C. $m=0$ 或 $m=8$ D. $m=8$

4. 已知 $\theta \in (\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2})$, 若 $\sin\theta\cos\theta = \frac{1}{32}$, 那么 $\cos\theta - \sin\theta$ 的值为 ()

- A. $\frac{3}{4}$ B. $-\frac{3}{4}$
C. $-\frac{\sqrt{15}}{4}$ D. $\frac{\sqrt{15}}{4}$

5. 在下列各组函数中,是同一函数的是 ()

- A. $y = \sqrt{\sin^2 x + \cos^2 x}$ 与 $y = \tan x \cot x$
B. $y = \cos x$ 与 $y = \sin x \cot x$
C. $y = \frac{1}{\sin^2 x}$ 与 $y = 1 + \cot^2 x$
D. $y = \tan x$ 与 $y = \frac{1}{\cot x}$

6. 若角 α 的终边落在直线 $x + y = 0$ 上,则 $\frac{\sin\alpha}{\sqrt{1-\sin^2\alpha}} +$ $\frac{\sqrt{1-\cos^2\alpha}}{\cos\alpha}$ 等于 ()

- A. 2 B. -2 C. 1 D. 0

7. 若 $\tan\alpha = \frac{1}{3}$, $\pi < \alpha < \frac{3}{2}\pi$, 则 $\sin\alpha \cdot \cos\alpha$ 的值为 ()

- A. $\pm\frac{3}{10}$ B. $\frac{3}{10}$
C. $\frac{3}{\sqrt{10}}$ D. $\pm\frac{3}{\sqrt{10}}$

8. 若 $\cot\alpha = m$ 且 $\pi < \alpha < \frac{3}{2}\pi$, 则 $\cos\alpha$ 的值是 ()

- A. $\frac{m}{\sqrt{1+m^2}}$ B. $-\frac{m}{\sqrt{1+m^2}}$
C. $\pm\frac{m}{\sqrt{1+m^2}}$ D. $-\frac{\sqrt{1+m^2}}{m}$

二、填空题(每小题 4 分,共 24 分)

9. 若 $\frac{4\sin\alpha - 2\cos\alpha}{5\cos\alpha + 3\sin\alpha} = 10$, 则 $\tan\alpha =$ _____.10. 已知 $\tan\alpha = \sqrt{5}$, $\alpha \in (\pi, \frac{3}{2}\pi)$, 则 $\cos\alpha - \sin\alpha =$ _____.11. 若 $\sin\alpha + 3\cos\alpha = 0$, 则 $\frac{\cos\alpha + 2\sin\alpha}{2\cos\alpha - 3\sin\alpha}$ 的值为 _____.12. 已知 $\sin\alpha + \cos\alpha = \frac{1}{5}$, 且 $0^\circ < \alpha < 180^\circ$, 则 $\tan\alpha =$ _____.13. 若 $\sin\alpha + \cos\alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$ 则 $\tan\alpha + \cot\alpha =$ _____.

14. 若 $\sin\theta + \sin^2\theta = 1$, 则 $\cos^2\theta + \cos^4\theta =$ _____.

三、解答题(每小题 13 分,共 52 分)

15. 化简:

(1) $\frac{\sqrt{1-2\sin 10^\circ \cos 10^\circ}}{\cos 10^\circ - \sqrt{1-\cos^2 10^\circ}};$

(2) $\sqrt{(1-\tan\theta)\cos^2\theta + (1+\cot\theta)\sin^2\theta}.$

16. 已知 $\sin x - \cos x = \frac{1}{2}$, 求 $\sin^3 x - \cos^3 x$ 的值.

17. 已知 $\frac{2\sin^2\alpha + 2\sin\alpha\cos\alpha}{1+\tan\alpha} = k (\frac{\pi}{4} < \alpha < \frac{\pi}{2})$, 试用 k 表示

$\sin\alpha - \cos\alpha$ 的值.

18. 已知关于 x 的方程 $2x^2 - (\sqrt{3}+1)x + m = 0$ 的两根为

$\sin\theta$ 和 $\cos\theta$, $\theta \in (0, 2\pi)$. 求:

(1) $\frac{\sin\theta}{1-\cot\theta} + \frac{\cos\theta}{1-\tan\theta}$ 的值;

(2) m 的值;

(3) 方程的两根及此时 θ 的值.