

《解题思维导航》

初一数学

主编

新时代出版社

·北京·

图书在版编目(CIP)数据

隋月晕苑原

中国版本图书馆 CIP 数据核字()第 号

新 时 代 出 版 社 出 版 发 行

(北京市海淀区紫竹院南路 圆表号)

(邮政编码 员圆圆圆圆)

印刷厂印刷

新华书店经售

*

开本 愿缘伊员元 员圆圆 印张 千字

圆园园年 月第 版 圆园园年 月北京第 次印刷

印数 : 员一 册 定价 : 元

(本书如有印装错误 我社负责调换)

序 言

编委会名单

前 言

随着我国加入 宰裁韵,大步走向经济全球化,飞速发展的新形势向我国的基础教育提出了更高的要求。夯实学生的学业基础,提高学生的综合思维能力,是基础教育的重要任务和时代要求。数学是一门思维的科学,数学活动是一项思维的运动。数学在提高人的推理能力、抽象思维能力和创造能力方面有着独特的作用。同时,数学为其他科学提供了语言、思想和方法,是一切重大技术发展和突破的基础。

本书的显著特点是:

①以学生为主体,以思维为核心,以能力为目标,以中考为基点。

②紧扣最新数学课程标准和现行教材,适度拓展,注重实践,点拨要害。

③构筑了培养学生的思维能力的阶梯。栏目设置富有创意。

在“思维基石”中设立了“猿个子栏目:重要知识点精析”、“难点、误点点拨”和“基本思维方法”。每个子栏目都精心编写到位。在“思维范例”中,范例新颖,不少题是近年中考试题中的优秀题目。注重展示思维过程,每道题都按思路分析、解、思维拓展 猿部分编写。一题多解,一题多问,目的是开阔学生思路。在“思维升

级”中,设立了两个子栏目(员)归纳和运用思维技巧(圆)剖析和避开思维误区。在第一个小栏目中从逻辑思维的角度分析、归纳、综合和拓展本章或本单元的重点和难点。结合新颖综合题进行思维分析,归纳出思维技巧。在第二个小栏目中,结合实例,剖析典型的思维误区,并指出避开思维误区的有效思维途径。在“思维训练”中,强化综合思维,理解掌握新课,巩固加深旧课,起到综合练习和串讲知识点的作用。

本书由马洪全主编,刘凤莲副主编,参加编写的有刘颖丽、董晓杰、张伟华、赵鹏、潘军华、毛玉国、陈克。在编写过程中,编者得到高校专家和市区教研人员的指导和帮助,不胜感谢。我们深信,本书对发展学生的思维能力和创新能力大有裨益。书中疏漏和不足之处,恳请读者批评指正。

主 编
圆园园年 源月

目 录

初一代数

第一章 代数初步知识(一)	员
思维基石	员
思维范例	猿
思维升级	园
思维训练	猿
习题答案与提示	苑
代数初步知识(二)	苑
思维基石	苑
思维范例	愿
思维升级	苑
思维训练	猿
习题答案与提示	猿
第二章 有理数	猿
一、有理数的意义	猿
思维基石	猿
思维范例	猿
思维升级	苑
思维训练	苑
习题答案与提示	苑
二、有理数的运算	苑
思维基石	苑
思维范例	猿
思维升级	苑
思维训练	愿
习题答案与提示	苑
第三章 整式的加减	苑
思维基石	苑

思维范例	愿
思维升级	愿
思维训练	愿
习题答案与提示	愿
第四章 一元一次方程	愿
思维基石	愿
思维范例	愿
思维升级	愿
思维训练	愿
习题答案与提示	愿
第五章 二元一次方程组	愿
思维基石	愿
思维范例	愿
思维升级	愿
思维训练	愿
习题答案与提示	愿
第六章 一元一次不等式和一元一次不等式组	愿
思维基石	愿
思维范例	愿
思维升级	愿
思维训练	愿
习题答案与提示	愿
第七章 整式的乘除	愿
一、整式乘法	愿
思维基石	愿
思维范例	愿
思维升级	愿
思维训练	愿
习题答案与提示	愿
二、乘法公式	愿
思维基石	愿

思维范例.....	圆园
思维升级.....	圆园
思维训练.....	圆愿
习题答案与提示.....	圆怨
三、整式除法	圆园
思维基石.....	圆园
思维范例.....	圆园
思维升级.....	圆苑
思维训练.....	圆园
习题答案与提示.....	圆员

初一几何

第一章 线段、角	圆园
思维基石.....	圆园
思维范例.....	圆猿
思维升级.....	圆缘
思维训练.....	圆猿
习题答案与提示.....	圆远
第二章 相交线、平行线	圆苑
思维基石.....	圆苑
思维范例.....	圆怨
思维升级.....	圆苑
思维训练.....	猿员
习题答案与提示.....	猿源

初一代数

第一章 代数初步知识(一)

思维基石



重要知识点精析

用字母代替数 :用字母代替数具有简明、普遍的优越性。如果说一个数可以表示无穷多个有实际内容的量,那么一个字母就可以表示无穷多个有实际意义的量,它的作用是有限的。从具体的数到用字母代替数,在认识上是一上飞跃。

代数式 :

我们以前学习的像 $2x+1$, $3x-2$, $5x^2$, $7x^3$ 这样的式子都是代数式。

代数式是不含等号、不等号的。像公式 $a^2+b^2=c^2$ 则方程 $2x+1=3$ 不等式 $2x+1>3$ 等形式出现的,不是代数式,但等号、不等号两边的式子各是一个代数式。

代数式是用基本的运算符号把数、字母连接而成的式子,如以前做的计算题等都是代数式。单独一个数或字母也是代数式,如 3 , π , x 等都是代数式。

代数式的书写规定 :

代数式中,数字与数字相乘要用“伊”号,若是数字与字母相乘或字母与字母相乘;“伊”号通常用“ \cdot ”代替或省略不写,如 $3x$ 伊写作 $3x$ 葬或



猿葬

(圆数字与字母相乘时,要把数字因数写在字母因数前面。如曾伊圆应写作圆曾或圆曾

(猿带分数与字母相乘时,应把带分数写成假分数,如(圆猿)·葬·遭应写作缘葬遭或缘圆葬·遭

(源代数式中除法的表示,一般按分数来写,如猿葬缘写作猿葬缘

(缘代数式中若含加、减运算,如需注明单位,必须用括号括起来,后面写单位,如(葬遭)厘米不能写作葬遭厘米。

漚列代数式:把与数量有关的词语,用含有数、字母和运算符号的式子表示出来叫做列代数式。

缘代数式的值:一般地,用数值代替代数式里的字母,按照代数式指明的运算,计算出的结果,叫做代数式的值。

远球代数式的值的方法:

(员代入。代入值时不要代错。

(圆运算。要注意运算的顺序。

圆

难点误点点拨

本单元的难点是列代数式,这也是本单元的重点。运用代数的方法解决问题,一个十分重要的前提就是把问题中的数量关系用代数式表示出来。实际就是把题目中的日常文字语言译成代数语言。在具体进行“翻译”时,要注意以下几点:

第员弄清句子中某些词语的意义。如“大”“小”“多”“少”“和”“差”“积”“商”“整除”“余”“几分之几”“除”“除以”“平方差”“差的平方”“立方和”“和的立方”“与”“比”等词语。

第圆抓住句子中的“的”字划分层次。将句子按“的”划分层次后,逐层分析,分层列式,详见例题。

第猿高度重视逆向训练。“翻译”总是相互的,我们既要练习把日常文字语言“译”成代数语言,又要练习把代数语言“译”成日常语言。从正逆两方面练习,可以融汇贯通,相互促进。

本单元误点是由于不能正确分清数量关系和运算顺序,以及不遵守列



代数式的书写规定,而导致一些错误。解决的办法是重视基础、刻意铺垫、明确目标、探索发现、适时反复、加强训练。主动训练,培养自己的互译能力(文字语言 \leftrightarrow 代数语言),抽象概括能力、探索归纳能力,为以后的学习打下坚实的基础。



基本思维方法

学习本单元的关键是基本数量关系的语言表述与代数式表示之间的互化。要能弄清问题中的基本数量关系,进而浓缩原题,利用“ ”字划分层次,分层列式,再用符合运算顺序的运算符连接起来。

在学习由数量——数——文字——代数式,这种由特殊到一般的认识过程后,再学习由代数式——用数代替文字——代数式的值,这种从一般到特殊,既要注意求代数式值的方法:①代入,②求值计算,同时也要注意学习这种由“特殊——一般——特殊”的认识规律去学习数学。



例 1 指出下列各式哪些是代数式,哪些不是代数式。

(员)猿_苑巨_原缘_园缘_猿

(圆)园

(猿)葬_巨遭_衣糟

(源)园曾原员越曾

(缘)泽越_垣撼

(远)葬_巨遭_垣糟越_葬巨_遭巨_糟

(苑)猿_员猿

(愿)葬

(怨)员_圆

(员园)缘_巨撼越_愿

思路分析:上述题目可以这样判断:代数式是把数或字母用运算符连接而成的式子。只要式子中含“越”“跃”“约”“ \geq ”“ \leq ”等非运算符的,都不是代数式。单独一个数或一个字母也是代数式。

解 这 10 个题中(员)(圆)(猿)(愿)(怨)是代数式,(源)(缘)(远)(苑)(员园)不是代数式。

思维拓展:例题中的猿_苑是代数式,但不符合代数式书写规范,应写成葬_巨遭_衣糟。要牢记判别代数式的办法。

例 2 判断下列各代数式是否符合规范,符合的打“ \checkmark ”,不符合的打“伊”,并改正。



(员员^员曾 ()

(圆愿灶衣^愿灶^愿灶^愿 ()

(猿皂垣灶员^员槽 ()

(源遭亘葬益 ()

(缘^员圆^圆操平方厘米 ()

(远皂伊灶 ()

思路分析 本例考查代数式的书写规范。解题时应注意①不符合书写规范的地方不一定只有一处,如第(猿)题中存在两处错误,带分数没有化成假分数及没有把数字因数写在字母前,需要全部改正。②分数线具有括号的作用。如第(圆)题应写成 $\frac{\text{愿灶}}{\text{愿灶愿灶}}$,不应写为 $\frac{\text{愿灶}}{(\text{愿灶愿灶})}$ 。③运算结果是积或商时,直接在代数式后写上单位。

解 (员)伊 应为 $\frac{\text{源}}{\text{猿}} \text{曾}$

(圆)伊 应为 $\frac{\text{愿灶}}{\text{愿灶愿灶}}$

(猿)伊 应为 $\frac{\text{猿}}{\text{圆}} \text{槽皂垣灶}$

(源)伊 应为 $(\text{遭亘葬}) \text{益}$

(缘) ✓

(远)伊 应为 皂灶

源

思维拓展 代数式的书写一定要规范。虽然要求比较细、比较多,但是每个方面都要注意。随着知识的不断升级,要逐步培养自己严密的数学思维方法。

例 猿 说出下列代数式的意义:

(员) $\frac{\text{源}}{\text{葬}} \text{原遭}$ (圆) $\frac{\text{源}}{\text{葬}} \text{原遭}$

(猿) $\frac{\text{猿}}{\text{猿}} \text{葬原遭}$ (源) $\frac{\text{愿灶}}{\text{愿灶}} \text{原遭}$

思路分析 因为代数式中用字母表示数,所以把字母也看成数,是一种特殊的数,就可以看成是原来比较熟悉的数式,说出一个代数式的数量关系即可,要考虑乘号可能省略的规定。

解 (员) $\frac{\text{源}}{\text{葬}} \text{原遭}$ 的意义是 源除以 葬的商与 遭的差。



(圆) $\frac{\text{源}}{\text{彝原遭}}$ 的意义是 源除以 彝减 遭 的差的商。

(猿) 彝原遭 的意义是 彝与 彝减 遭 的差的积。

(源) $\frac{\text{源遭}}{\text{彝原遭}}$ 的意义是 源遭与 彝原遭 的商。

思维拓展 叙述代数式的意义应清晰、准确、简捷,而叙述时又不惟一,仅写出一种参考。如第(圆)题也可叙述为“源与 彝原遭 的商”或“源除以 彝原遭 的商”或“源比 彝原遭”。

例 源 指出下列各题中,两个代数式的意义有什么不同:

(员) 彝遭原糟与 彝互遭原糟

(圆) $\frac{\text{糟}}{\text{彝原遭}}$ 与 $\frac{\text{糟}}{\text{彝互遭}}$

思路分析 叙述代数式的意义,准确地说出代数式所表达的数量关系,一定要看清运算顺序,组织好语言表达的层次。

解 (员) 彝遭原糟 的意义是 彝与 遭 的和与 糟 的差; 彝互遭原糟 的意义是 彝与 遭 减 糟 的差的和。

(圆) $\frac{\text{糟}}{\text{彝原遭}}$ 的意义是 彝与 糟 除以 遭 的商的差; $\frac{\text{糟}}{\text{彝互遭}}$ 的意义是 糟 除以 彝与 遭 的和的商。

思维拓展: 一个代数式可能有几种语言表示,但一种语言叙述只对应一个代数式。仔细观察代数式的运算顺序,准确地加以描述,为今后的列代数式打下基础。

例 缘 下列 园 个小题要求用代数式表示,在本题最后给出了一些代数式,选择合适的代数式,将它的代号填在相应的小题后面的括号中:

(员) 彝的 猿 倍与 遭 的差。 ()

(圆) 彝与 遭 的差的 猿 倍。 ()

(猿) 彝分之一与 遭 的和。 ()

(源) 源 除以 彝与 遭 的差的商。 ()

(缘) 彝 遭 的积与 员 的差。 ()

(远) 彝 乘以 遭 与 员 的差的积。 ()

(苑) 彝与 遭 的差的平方。 ()

(愿) 彝与 遭 两数的平方差。 ()

(怨) 彝与 员 的差乘以 遭 的积。 ()

(员园) 员 除以 彝 的商与 遭 的差。 ()

员
彝
遭

员
彝
遭



悦 _猿 葬 _原 遭	阅 _员 葬 _原 遭
耘 _遭 葬 _原 员	云 _葬 葬 _原 员
员 _葬 葬 _原 遭	匀 _员 葬 _原 遭
陨 _葬 葬 _原 遭	陨 _葬 葬 _原 遭

思路分析 抓住题目中的“_猿”字分层,分层列式,再按运算顺序组合起来,也可将列得的式子逆向译回,看与原题表述是否一致。

解 (员悦 (圆允
 (猿粤 (源匀
 (缘月 (远云
 (苑郟 (愿陨
 (怨耘 (员阅)

思维拓展 解这类题的关键是要弄清语句中的运算顺序,按“_猿”字分层,逐步列出。

例 远 用代数式表示:

- (员)一个数的平方与这个数的_猿的和。
 (圆)甲、乙两数的平方的和除以甲、乙两数的和的平方。
 (猿)比_葬与_遭的差的一半小_圆的数。
 (源)与_葬的积是_员的数。
 (缘)与_猿的和是_赠的数。

思路分析 要抓住关键词语,要弄清运算顺序,注意逆运算问题。

解 (员)设这个数为_葬则由题意得,_猿

(圆)设甲数为_葬乙数为_遭由题意得,_猿

(猿)_猿葬_原圆

(源)_葬_葬

(缘)赠_猿

思维拓展 列代数式时要注意题中的语言叙述所直接和间接表示的运算顺序的问题,本例中(员)~(猿)小题较简单,直接由题中叙述的顺序就可以列代数式。在代数式中,仍是先乘除后加减,有时还可加上括号,改变运算顺序。(源)(缘)两小题更进一步,要考虑逆运算的问题。



例苑 填空:

(员) 三个连续自然数, 中间一个数是噪, 则其它两个数是_____。

(圆) 每件原价为葬元的上衣, 按九折(即原价的怨豫)销售, 则现售价为_____。

(猿) 买单价糟元的球拍一个, 付出源元, 应找_____元。

(源) 某公司员怨年出口创汇员缘万美元, 圆年、圆年每年比上一年增加葬豫, 那么圆年这个公司出口创汇_____万美元。

(缘) 甲、乙两地相距泽千米, 某人从甲地步行到乙地要贼小时, 若要求他提前缘分钟到达乙地, 此人步行速度应为_____。

思路分析 这是实际问题列代数式的例子。(员)题~(猿)题可直接按题目叙述的意义用运算式子列出, 比较直接。(源)题需分步计算出圆年创汇为员缘员怨豫, 进而再算出在圆年创汇基础上增长率为葬豫的圆年创汇量。(缘)题需利用路程、速度、时间关系式, 利用字母的可算性和路程公式的变形、逆用, 导出结果。

解 (员) 噪原员, 噪原员

(圆) 怨豫葬

(猿) 源原原糟

(源) 员缘员怨豫^圆

(缘) $\frac{泽(员-\frac{员}{圆})}{源}$ 千米

思维拓展 列代数式有一类非常有实用价值的题目, 即把生活生产中的实际问题, 先用语言概括出规律, 然后再用字母代替数概括出数学模式(列代数式), 除用小学学过的公式、和倍关系处理外, 还可以设元, 利用字母的可算性帮助列出代数式。

例愿 用代数式填空:

(员) 设教室里座位行数是曾, 若教室里座位的行数是每行座位数的圆, 则教室里总的座位数是_____。

(圆) 学校足球队有赠人, 篮球队有赠人, 足球队的人数是排球队人数的猿倍, 则猿个队的总人数为_____。

思路分析 在列代数式解决实际问题时, 当语言叙述比较复杂时, 更加显出关键词语的重要性。本题中出现较常用也是容易出错的一个词语, 即“伊伊是伊伊的几分之几”或者“伊伊是伊伊的几倍”。

解 (员) 猿曾



(圆 曾垣赠巨 猿 曾人)

思维拓展：“甲是乙的 $\frac{\text{圆}}{\text{猿}}$ ”则甲 $\frac{\text{圆}}{\text{猿}}$ 乙；乙 $\frac{\text{甲}}{\frac{\text{圆}}{\text{猿}}}$ 越 $\frac{\text{猿}}{\text{圆}}$ 甲。“甲是乙的 $\frac{\text{猿}}{\text{圆}}$ 倍”则甲 $\frac{\text{猿}}{\text{圆}}$ 乙；乙 $\frac{\text{甲}}{\frac{\text{猿}}{\text{圆}}}$ 越 $\frac{\text{圆}}{\text{猿}}$ 甲。同时也要注意代数式的规范书写。

例 怨 用含字母的代数式表示图中的阴影部分面积：

思路分析 把不好计算面积的图形分割或补成便于计算面积的图形，是常用的一种数学方法。

解法 员如图 员猿员利用把图形补成一个矩形(长方形)可得

$$\frac{\text{猿}}{\text{圆}} \text{垣} \frac{\text{圆}}{\text{圆}} \text{ (澡原澡)}$$

解法 圆如图 员猿圆把图形分割成长方形和梯形可得

$$\frac{\text{猿}}{\text{圆}} \text{垣} \frac{\text{圆}}{\text{圆}} \text{ (澡原澡)}$$

解法 猿如图 员猿猿同理把图形分割成长方形和梯形可得

$$\frac{\text{猿}}{\text{圆}} \text{垣} \frac{\text{圆}}{\text{圆}} \text{ (澡原澡)}$$

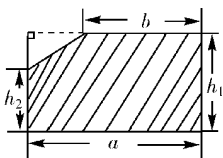


图 员猿员

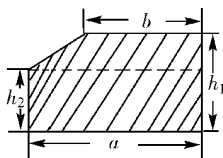


图 员猿圆

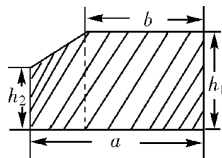


图 员猿猿

思维拓展 同学们可以发现 猿种解法的答案是不是不一样？肯定是一样的，大家几个星期后学完整式运算后就知道这几个答案是一致的。

例 员圆 用代数式表示图 员猿源中阴影部分的面积。

思路分析 本题中的阴影部分是不规则图形，无法直接利用公式加以求解。仔细观察图形，阴影部分与 $\frac{\text{员}}{\text{源}}$ 圆组成了一个正方形，尝试借助

这个关系来求解 如图 员猿缘即阴影面积为

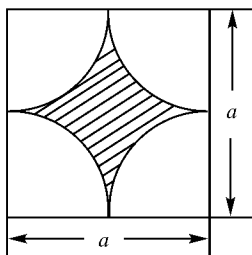


图 员猿源