□总 策 划：教育分社
□责任编辑：郑小媛　张　帆　等
□封面设计：宋　超
□责任校对：卢　焱　张秋红　等
□责任印制：张允豪

□主　　编：郭奕津
□编　　者：郭奕津　裴艳丽　王　岩　李明林　俞立柱　李松涛　孙国芹　栾惠芳　张永军　朱　航
马希莉　梁　宏　田海燕　王　晶　朱洪国　张　磊　王淑华　谢亚萍　陈思光　曲亚玲杨　志　朱焕芹　关　欣　周传海　刘佳琦　崔　标　张　辉　张冬梅　王继伟　于漫红赵丽娟

图书在版编目（CIP）数据

解题决策．初中数学/郭奕津主编．—长春：东北师范大学出版社，2007.10
ISBN　978-7-5602-5279-7

Ⅰ.解…　Ⅱ.郭…　Ⅲ.数学课—初中—解题　Ⅳ.G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2008）第 007151 号

东北师范大学出版社出版发行
长春市人民大街 5268 号（130024）
电话：0431—85695744　85688470
传真：0431—85695734
网址：http：//www.nenup.com
电子函件：sdcbs@mail.jl.cn
东北师范大学出版社激光照排中心制版
黑龙江新华印刷厂二厂印装
黑龙江省阿城市通城街（150300）
2008 年 5 月第 1 版第 1 次印刷
幅面尺寸：210 mm×296 mm　印张：26.25　字数：1106 千

定价：39.00 元
如发现印装质量问题，影响阅读，可直接与承印厂联系调换

目　录

第一章
有　理　数

第一节　认识有理数的相关概念

决策指导

1. 有理数 $\begin{cases} 整数\begin{cases} 正整数 \\ 零 \\ 负整数 \end{cases} \\ 分数\begin{cases} 正分数 \\ 负分数 \end{cases} \end{cases}$

2. 弄清绝对值、数轴、相反数这三个概念的本质及相互间的联系，是学习有理数运算的必备条件.

名师点题

◆ 1. 把下列各数分别填在相应的大括号里：

$-10, 15, \frac{2}{3}, 0, -\frac{2}{7}, -2.5, 103, -3.14, +\frac{3}{5}, +0.7$

正数集合：{　　　　　　　　…}；

分数集合：{　　　　　　　　…}；

自然数集合：{　　　　　　　　…}；

负整数集合：{　　　　　　　　…}；

正分数集合：{　　　　　　　　…}；

整数集合：{　　　　　　　　…}；

负数集合：{　　　　　　　　…}.

【解】　正数集合：$\left\{15, \frac{2}{3}, 103, +\frac{3}{5}, +0.7, \cdots\right\}$；

分数集合：$\left\{\frac{2}{3}, -\frac{2}{7}, -2.5, -3.14, +\frac{3}{5}, +0.7, \cdots\right\}$；

自然数集合：$\{15, 0, 103, \cdots\}$；

负整数集合：$\{-10, \cdots\}$；

正分数集合：$\left\{\frac{2}{3}, +\frac{3}{5}, +0.7, \cdots\right\}$；

整数集合：$\{-10, 15, 0, 103, \cdots\}$；

负数集合：$\left\{-10, -\frac{2}{7}, -2.5, -3.14, \cdots\right\}$.

◆ 2. (1) 下列说法正确的是（　　）.

A. 一个数不是正数就是负数

B. 整数又叫自然数

C. 正整数又称自然数

D. 整数与分数统称为有理数

(2) 下列说法正确的是（　　）.

A. 0 是正整数　　　B. 0 是正数

C. 0 是整数　　　D. 0 既不是奇数也不是偶数

(3) 下列说法错误的是（　　）.

A. 0 是最小的整数　　　B. 1 是最小的正整数

C. 0 是最小的自然数　　　D. 自然数就是非负整数

【答案】 (1)D　(2)C　(3)A

◆ 3. 数轴上的点 A、点 B 表示两个互为相反数的数，并且这两个点的距离是 10，那么点 A、点 B 表示的数分别是多少？

【解】　点 A、点 B 表示的数分别为 $5, -5$.

◆ 4. (1) -2 的相反数是________；$\frac{3}{4}$ 与________互为相反数；$-(-4)$ 表示________.

(2) 若 $-m=4$，则 $m=$________；$-m+1$ 的相反数是________；$m+2$ 的相反数是________.

【答案】 (1)2　$-\frac{3}{4}$　4　(2)-4　$m-1$　$-m-2$

解题策略

只有符号不同的两个数称为互为相反数，0 的相反数是 0，因此互为相反数的两个点在数轴上的位置是在原点两旁且到原点的距离相等. 写出一个数的相反数，只要在这个数前面添一个“－”号即可，注意在 -8 前面添负号为 $-(-8)=8$，在 $m+6$ 前面添负号为 $-(m+6)=-m-6$.

◆ 5. 甲、乙两名同学进行数学猜谜游戏：甲说一个数 a 的相反数就是它本身，乙说一个数 b 的倒数也等于它本身，请你猜一猜：$|a-b|=$________.

【解析】　一个数的相反数是它本身的数只有 0，则 $a=0$.

一个数的倒数等于它本身的数有 1 和 -1，

则 $b=1$ 或 $b=-1$.

当 $a=0, b=1$ 时，$|a-b|=|0-1|=1$.

当 $a=0, b=-1$ 时，$|a-b|=|0-(-1)|=1$.【答案】　1

◆ 6. 若 a, b 互为相反数，c, d 互为倒数，m 的绝对值是 2，求 $(a+b+cd)m-cd$ 的值.

【解】　$\because a, b$ 互为相反数，$\therefore a+b=0$.

$\because c, d$ 互为倒数，$\therefore cd=1$.

$\because m$ 的绝对值是 2，$\therefore m=\pm 2$.

当 $m=2$ 时，$(a+b+cd)m-cd=(0+1)\times 2-1=1$.

当 $m=-2$ 时，$(a+b+cd)m-cd=(0+1)\times(-2)-1=-3$.

◆ 7. 已知 a, b 互为相反数，且 x, y 互为倒数，求 $(a+b)\cdot\frac{x}{y}-xy$ 的值.

【解】　$\because a, b$ 互为相反数，$\therefore a+b=0$.

$\because x, y$ 互为倒数，$\therefore xy=1$.

$\therefore (a+b)\cdot\frac{x}{y}-xy=0\cdot\frac{x}{y}-1=-1$.

解题策略

JIETI CELUE

1. 若 m,n 互为相反数，则 $m+n=0$.
2. 若 m,n 互为倒数，则 $mn=1$.
3. $|m|=\begin{cases} m & (m>0), \\ 0 & (m=0), \\ -m & (m<0). \end{cases}$

◆ **8. 若 $a-2$ 的绝对值为 6，求 a 的值.**

【解】 $\because a-2$ 的绝对值为 6，

$\therefore a-2=6$ 或 $a-2=-6$. $\therefore a=8$ 或 $a=-4$.

◆ **9. 若有理数 a,b 在数轴上对应点的位置如图 1-1 所示，你能确定 $|a|$ 与 $|b|$ 的大小关系吗？**

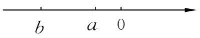


图 1-1

【解】 由图 1-1 可知，$a<0,b<0$，因此 $|a|$ 与 $|b|$ 的位置如图 1-2 所示，$\therefore |a|<|b|$.

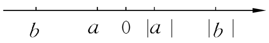


图 1-2

解题策略

JIETI CELUE

数轴上表示一个数 a 的点与原点的距离叫做数 a 的绝对值，则 $|a|\geqslant 0$.

一个正数的绝对值是它本身，一个负数的绝对值是它的相反数，0 的绝对值是 0.

◆ **10. 数轴上标有若干个点，每相邻两个点之间是一个单位长度，若 A,B,C,D 对应的点分别是整数 a,b,c,d，且 $d-2a=10$，那么数轴的原点应该是（　　）.**

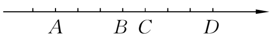


图 1-3

A. A 点　　B. B 点　　C. C 点　　D. D 点

【解析】 从数轴上可看出 $d=a+7$，

又$\because d-2a=10$，$\therefore a+7-2a=10$，$\therefore a=-3$.

$\therefore B$ 点表示原点.　　【答案】 B

◆ **11. 如果数轴上的点 A 和点 B 分别代表 $-2,1$，点 P 是到点 A 或者点 B 距离为 3 的点，那么所有满足条件的点 P 到原点的距离之和为________.**

【解析】 满足条件的点 P 表示的数可以为 $-5,1,-2,4$，则 $|-5|+|1|+|-2|+|4|=12$.　　【答案】 12

◆ **12. 已知 $|x|=4$，$|y|=\frac{1}{2}$，且 $xy<0$，则 $\frac{x}{y}$ 的值等于________.**

【解】 由 $|x|=4$ 可知，$x=4$ 或 $x=-4$；

由 $|y|=\frac{1}{2}$ 可知，$y=\frac{1}{2}$ 或 $y=-\frac{1}{2}$.

又由 $xy<0$ 可知，x,y 异号，则

当 $x=4,y=-\frac{1}{2}$ 时，$\frac{x}{y}=\frac{4}{-\frac{1}{2}}=-8$.

当 $x=-4,y=\frac{1}{2}$ 时，$\frac{x}{y}=\frac{-4}{\frac{1}{2}}=-8$.　　【答案】 -8

◆ **13. 数轴上到原点距离小于 3 的整数点的个数为 x，不大于 3 的整数点的个数为 y，等于 3 的整数点的个数为 z，则 $x+y+z$ 的值是多少？**

【解】 数轴上到原点距离小于 3 的整数有 $-2,-1,0,1,2$，则 $x=5$.

到原点距离不大于 3 的整数有 $-3,-2,-1,0,1,2,3$，则 $y=7$.

到原点距离等于 3 的整数有 $3,-3$，则 $z=2$.

$\therefore x+y+z=5+7+2=14$.

◆ **14. 数 a 在数轴上的位置如图 1-4 所示，试把 a、a 的相反数、a 的倒数和 a 的倒数的绝对值从小到大用“$<$”连接起来.**

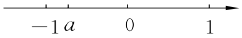


图 1-4

【解】 可知 a 的相反数是 $-a$，a 的倒数的 $\frac{1}{a}$，a 的倒数的绝对值是 $\left|\frac{1}{a}\right|$.

如图 1-4，因为 $-1<a<0$，

所以 $0<-a<1$，$\frac{1}{a}<-1$，$\left|\frac{1}{a}\right|>1$.

所以 $\frac{1}{a}<a<-a<\left|\frac{1}{a}\right|$.

◆ **15. 下列结论一定正确的是（　　）.**

A. 若一个数是整数，则这个数一定是有理数

B. 若一个数是有理数，则这个数一定是整数

C. 若一个数是有理数，则这个数一定是负数

D. 若一个数是有理数，则这个数一定是正数

【答案】 A

第二节　怎样比较有理数的大小

决策指导

●**比较有理数大小的法则**

正数都大于 0；负数都小于 0；正数大于一切负数；两个负数相比较，绝对值大的反而小.

●**在数轴上比较有理数的大小**

在数轴上表示的两个数，右边的数总比左边的数大.

名师点题

◆ **16. 比较 $-\frac{1}{2}$，$-\frac{1}{3}$，$\frac{1}{4}$ 的大小，结果正确的是（　　）.**

A. $-\frac{1}{2}<-\frac{1}{3}<\frac{1}{4}$　　B. $-\frac{1}{2}<\frac{1}{4}<-\frac{1}{3}$

C. $\frac{1}{4}<-\frac{1}{3}<-\frac{1}{2}$　　D. $-\frac{1}{3}<-\frac{1}{2}<\frac{1}{4}$

【答案】 A

◆ **17. 用“$<$”把下列各组数连接起来：**

$$-5,0,1\frac{2}{3},-3,-2\frac{3}{8}.$$

【解】 $-5<-3<-2\frac{3}{8}<0<1\frac{2}{3}$.

◆ **18. 比较 $-\frac{2}{7}$ 和 -0.28 的大小.**

【解】 解法一：（化为同分子）

$\because \left|-\frac{2}{7}\right|=\frac{2}{7}=\frac{14}{49}$，$|-0.28|=\frac{28}{100}=\frac{14}{50}$，

且$\frac{14}{49}>\frac{14}{50}$，$\therefore \left|-\frac{2}{7}\right|>|-0.28|$．$\therefore -\frac{2}{7}<-0.28$．

解法二：(化为同分母)

$\because \left|-\frac{2}{7}\right|=\frac{2}{7}=\frac{50}{175}$，$|-0.28|=\frac{7}{25}=\frac{49}{175}$，

$\therefore \left|-\frac{2}{7}\right|>|-0.28|$，$\therefore -\frac{2}{7}<-0.28$．

解法三：(作商法)

$\because |-0.28|=\frac{7}{25}$，$\left|-\frac{2}{7}\right|=\frac{2}{7}$，

又$\because \frac{7}{25}\div\frac{2}{7}=\frac{49}{50}<1$，

$\therefore \frac{7}{25}<\frac{2}{7}$，即$|-0.28|<\left|-\frac{2}{7}\right|$．$\therefore -\frac{2}{7}<-0.28$．

◆ **19．比较 2^{3^4} 与 2^{4^3} 的大小．**

【解】 $\because 2^{3^4}=2^{81}$，$2^{4^3}=2^{64}$，$\therefore 2^{81}>2^{64}$．则 $2^{3^4}>2^{4^3}$．

解题策略 JIETI CELUE

当 $a>1$ 时，比较 a^m 与 a^n 的大小：若 $m>n$，则 $a^m>a^n$；若 $m=n$，则 $a^m=a^n$；若 $m<n$，则 $a^m<a^n$．

当 $0<a<1$ 时，比较 a^m 与 a^n 的大小：若 $m>n$，则 $a^m<a^n$；若 $m=n$，则 $a^m=a^n$；若 $m<n$，则 $a^m>a^n$．

◆ **20．设 $P=\frac{2^{2006}+1}{2^{2007}+1}$，$Q=\frac{2^{2007}+1}{2^{2008}+1}$，试判断 P 与 Q 的大小．**

【解】 设 $2^{2006}=m$，则 $2^{2007}=2\times2^{2006}=2m$，$2^{2008}=4m$．

$$\because \frac{P}{Q}=\frac{m+1}{2m+1}\div\frac{2m+1}{4m+1}=\frac{(m+1)(4m+1)}{(2m+1)^2}$$

$$=\frac{(4m^2+4m+1)+m}{(2m+1)^2}=1+\frac{m}{(2m+1)^2}>1,$$

$\therefore \frac{P}{Q}>1$，$\therefore P>Q$．

◆ **21．比较$\frac{20062004}{20062007}$与$\frac{20062005}{20062008}$的大小．**

【解】 设 $a=20062007$，$b=20062004$，显然 $0<b<a$．

则$\frac{20062004}{20062007}=\frac{b}{a}$，$\frac{20062005}{20062008}=\frac{b+1}{a+1}$．

$\because \frac{b+1}{a+1}-\frac{b}{a}=\frac{ab+a-ab-b}{a(a+1)}=\frac{a-b}{a(a+1)}$，

又$\because a(a+1)>0$，$a-b>0$，

$\therefore \frac{b+1}{a+1}-\frac{b}{a}>0$，即$\frac{b+1}{a+1}>\frac{b}{a}$．

$\therefore \frac{20062004}{20062007}<\frac{20062005}{20062008}$．

解题策略 JIETI CELUE

(1)若 $A-B\geqslant0$，则 $A\geqslant B$．

(2)若 $A>0$，$B>0$，$\frac{A}{B}\geqslant1$，则 $A\geqslant B$．

(3)若 $A\geqslant B$，$B\geqslant C$，则 $A\geqslant C$．

◆ **22．如果$\frac{ab}{c}<0$，$bc>0$，那么 a ________ 0．**

【解析】 $\because bc>0$，$\therefore b$，c 的符号相同．

$\therefore \frac{b}{c}>0$．又$\because \frac{ab}{c}=a\cdot\left(\frac{b}{c}\right)<0$，

$\therefore a<0$．　　【答案】 $<$

◆ **23．有理数 a，b，c 在数轴上的位置如图 1－5 所示，则(　　)．**

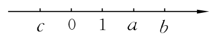


图 1－5

A．$(-a)>b-a$　　B．$ac>bc$

C．$\frac{c}{a}>\frac{c}{b}$　　D．$\frac{1}{a}-\frac{1}{b}<\frac{1}{c}$

【解析】 (1)$\because a>0$，$\therefore -a<0$，$b-a>0$，$\therefore -a<b-a$．

(2)$\because a<b$，$c<0$，$\therefore ac>bc$．

(3)$\because 0<a<b$，$\therefore \frac{1}{a}>\frac{1}{b}$，$c<0$，$\therefore \frac{c}{a}<\frac{c}{b}$．

(4)$\because \frac{1}{a}>\frac{1}{b}$，$\therefore \frac{1}{a}-\frac{1}{b}>0$，$\frac{1}{c}<0$，

$\therefore \frac{1}{a}-\frac{1}{b}>\frac{1}{c}$．　　【答案】 B

◆ **24．a 为有理数，在$-a$ 与 a 之间有 2007 个整数，求 a 的取值范围．**

【解】 设 a 与$-a$ 之间有 $2n+1$ 个整数，

$\therefore 2n+1=2007$，$\therefore n=1003$．

即正半轴、负半轴上各有 1003 个整数，另一个整数为 0．

若 $a>0$，则 $1003\leqslant a<1004$．

若 $a<0$，则 $-1004<a\leqslant-1003$．

$\therefore -1004<a\leqslant-1003$ 或 $1003\leqslant a<1004$．

第三节　准确进行有理数的四则运算

决策指导

● **有理数加法法则**

(1)同号两数相加，取相同的符号，并把绝对值相加．

(2)绝对值不相等的异号两数相加，取绝对值较大的加数的符号，并用较大的绝对值减去较小的绝对值．

(3)互为相反数的两数相加得 0．

(4)一个数同 0 相加仍得这个数．

● **有理数减法法则**

减去一个数等于加上这个数的相反数．

● **有理数乘法法则**

(1) 两数相乘，同号得正，异号得负，并把绝对值相乘，任何数与 0 相乘，都得 0．

(2)几个不等于 0 的有理数相乘，积的符号由负因数的个数决定，负因数有偶数个时，积为正，负因数有奇数个时，积为负．几个有理数相乘时，只要有一个因数是 0，则积为 0．

● **有理数除法法则**

(1)除以一个数等于乘以这个数的倒数，0 不能做除数．

(2)两数相除，同号得正，异号得负，并把绝对值相除，0 除以任何一个不等于 0 的数都得 0．

名师点题

◆**25. 计 算：**

(1) $(-10)-(+12)+11-32-(-24)$；

(2) $\left(+\frac{1}{3}\right)+\left(-\frac{1}{2}\right)-\left(+\frac{3}{4}\right)-\left(-\frac{2}{3}\right)$.

【解】 (1) $(-10)-(+12)+11-32-(-24)$

$=-10+(-12)+11+(-32)+24$

$=-19$.

(2) $\left(+\frac{1}{3}\right)+\left(-\frac{1}{2}\right)-\left(+\frac{3}{4}\right)-\left(-\frac{2}{3}\right)$

$=\frac{1}{3}+\left(-\frac{1}{2}\right)+\left(-\frac{3}{4}\right)+\frac{2}{3}$

$=\frac{1}{3}+\frac{2}{3}+\left[\left(-\frac{1}{2}\right)+\left(-\frac{3}{4}\right)\right]$

$=1-\frac{5}{4}$

$=-\frac{1}{4}$.

◆**26. 计 算：**

(1) $2.7-(-4+2.1-14+32)$；

(2) $\left(-4\frac{7}{8}\right)-\left(-5\frac{1}{2}\right)+\left(-4\frac{1}{4}\right)-\left(+3\frac{1}{8}\right)$.

【解】 (1) $2.7-(-4+2.1-14+32)$

$=2.7+4-2.1+14-32$

$=-13.4$.

(2) $\left(-4\frac{7}{8}\right)-\left(-5\frac{1}{2}\right)+\left(-4\frac{1}{4}\right)-\left(+3\frac{1}{8}\right)$

$=-4\frac{7}{8}+5\frac{1}{2}-4\frac{1}{4}-3\frac{1}{8}$

$=\left(-4\frac{7}{8}-4\frac{1}{4}-3\frac{1}{8}\right)+5\frac{1}{2}$

$=-12\frac{1}{4}+5\frac{1}{2}$

$=-6\frac{3}{4}$.

解题策略
JIETI CELUE

1. 同号两数相加，取相同的符号，并把绝对值相加.
2. 绝对值不相等的异号两数相加，取绝对值较大的加数的符号，并用较大的绝对值减去较小的绝对值，互为相反数的两个数相加得 0.
3. 一个数同 0 相加，仍得这个数.
4. 减去一个数等于加上这个数的相反数.

◆**27. 设 A 为 -3 的相反数与 -12 的绝对值的差，B 为比 -6 大 4 的数，C 为比 5 小 8 的数.**

求：(1) $A+B-C$；(2) $B-A+C$；(3) $C-B+A$.

【解】 $A=-(-3)-|-12|=3-12=-9$，

$B=-6+4=-2$，

$C=5-8=-3$.

(1) $A+B-C=-9+(-2)-(-3)=-9-2+3=-8$.

(2) $B-A+C=-2-(-9)+(-3)=-2+9-3=4$.

(3) $C-B+A=-3-(-2)+(-9)=-3+2-9$

$=-10$.

◆**28. 计 算：**

(1) $(-2)\times\left(-\frac{1}{2}\right)\times(-3)$； (2) $49\frac{15}{16}\times(-8)$；

(3) $3\frac{1}{3}\times\left(-11\frac{1}{4}\right)\times\left(-1\frac{1}{3}\right)\times(-0.3)\times\left(-\frac{3}{5}\right)$.

【解】 (1) $(-2)\times\left(-\frac{1}{2}\right)\times(-3)=-2\times\frac{1}{2}\times3=-3$.

(2) $49\frac{15}{16}\times(-8)$

$=\left(50-\frac{1}{16}\right)\times(-8)$

$=50\times(-8)-\frac{1}{16}\times(-8)$

$=-400+\frac{1}{2}$

$=-399\frac{1}{2}$.

(3) $3\frac{1}{3}\times\left(-11\frac{1}{4}\right)\times\left(-1\frac{1}{3}\right)\times(-0.3)\times\left(-\frac{3}{5}\right)$

$=3\frac{1}{3}\times11\frac{1}{4}\times1\frac{1}{3}\times0.3\times\frac{3}{5}$

$=\frac{10}{3}\times\frac{45}{4}\times\frac{4}{3}\times\frac{3}{10}\times\frac{3}{5}$

$=9$.

◆**29. 计 算：**

(1) $-6\div(-0.25)\div\frac{4}{11}$；

(2) $\left(+\frac{3}{8}\right)\times\left(-1\frac{2}{5}\right)\times\left(-2\frac{2}{3}\right)\times\left(+1\frac{9}{16}\right)\times\left(-4\frac{4}{7}\right)$.

【解】 (1) $-6\div(-0.25)\div\frac{4}{11}$

$=6\div\frac{1}{4}\div\frac{4}{11}$

$=6\times4\times\frac{11}{4}$

$=66$.

(2) $\left(+\frac{3}{8}\right)\times\left(-1\frac{2}{5}\right)\times\left(-2\frac{2}{3}\right)\times\left(+1\frac{9}{16}\right)\times\left(-4\frac{4}{7}\right)$

$=-\frac{3}{8}\times\frac{7}{5}\times\frac{8}{3}\times\frac{25}{16}\times\frac{32}{7}$

$=-10$.

解题策略
JIETI CELUE

1. 两数相乘，同号得正，异号得负，并把绝对值相乘.
2. 任何数同 0 相乘都得 0.
3. 两数相除，同号得正，异号得负，并把绝对值相除.
4. 0 除以任何一个不等于 0 的数都得 0.

◆**30. 与算式 $3^2+3^2+3^2$ 的运算结果相等的是（ ）.**

A. 3^3 B. 2^3 C. 3^6 D. 3^8

【解析】 $3^2+3^2+3^2=3\times3^2=3^3$. 【答案】 A

◆**31. 化简 -3^0 的结果是（ ）.**

A. 3 B. -3 C. 1 D. -1

【解析】 $3^0=1$，$\therefore -3^0=-1$. 【答案】 D

◆ **32. 计　算：**

(1) $(-2)^4$；(2) -2^4；(3) $(-2\times3)^3$；(4) -2×3^3.

【解】 (1) $(-2)^4=(-2)\times(-2)\times(-2)\times(-2)=16$.

(2) $-2^4=-2\times2\times2\times2=-16$.

(3) $(-2\times3)^3=(-2\times3)(-2\times3)(-2\times3)$
$=-6\times(-6)\times(-6)=-216$.

(4) $-2\times3^3=-2\times3\times3\times3=-54$.

解题策略
JIETI CELUE

有理数乘方的意义是 $a^n=\underbrace{a\cdots a}_{n个}$.

注意区分 $(-2)^4$ 与 -2^4，前一个表示四个 -2 相乘，后一个表示四个 2 相乘的相反数.

◆ **33. 计　算：**

$-117\times\left(\frac{1}{32}-0.125\right)\div(-1.2)\times\left(-1\frac{3}{13}\right)$.

【解】 原式 $=117\times\left(\frac{1}{8}-\frac{1}{32}\right)\div\frac{12}{10}\times\frac{16}{13}$

$=117\times\frac{3}{32}\times\frac{5}{6}\times\frac{16}{13}$

$=\frac{45}{4}$.

◆ **34. 计　算：**

$\left(5\frac{1}{2}-2\frac{1}{3}-1\frac{5}{6}\right)\times(-18)-(-2)\times(+85)\times(-5)$.

【解】 原式 $=\left(\frac{11}{2}-\frac{7}{3}-\frac{11}{6}\right)\times(-18)-(+85)\times10$

$=-11\times9+7\times6+11\times3-850$

$=-99+42+33-850$

$=-874$.

◆ **35. 计　算：**

$\left(+\frac{2}{3}\right)\div(-0.4)-\left(-\frac{1}{3}\right)\div(-0.4)+1\frac{2}{3}\div0.4$.

【解】 原式 $=\left[\left(+\frac{2}{3}\right)-\left(-\frac{1}{3}\right)\right]\times\left(-\frac{5}{2}\right)+\frac{5}{3}\times\frac{5}{2}$

$=1\times\left(-\frac{5}{2}\right)+\frac{5}{3}\times\frac{5}{2}$

$=\left(-1+\frac{5}{3}\right)\times\frac{5}{2}$

$=\frac{2}{3}\times\frac{5}{2}$

$=\frac{5}{3}$.

◆ **36. 计　算：**

(1) $[3\times(-2)^2-5\times(-2)-7]\div[-3\times(-2)+1]$；

(2) $(-4)\times\left(\frac{2}{3}\right)^3-\frac{3}{4}\times\left(\frac{2}{3}\right)^2+\frac{2}{3}+1$；

(3) $\left(-1\frac{1}{2}\right)^2\times\left(-\frac{1}{9}\right)\div\left(+1\frac{1}{3}\right)^3-\left(-1\frac{1}{8}\right)$.

【解】 (1) 原式 $=[3\times4-(-10)-7]\div[-(-6)+1]$

$=[12+10-7]\div[6+1]$

$=15\div7$

$=2\frac{1}{7}$.

(2) 原式 $=(-4)\times\frac{8}{27}-\frac{3}{4}\times\frac{4}{9}+\frac{2}{3}+1$

$=-\frac{32}{27}-\frac{1}{3}+\frac{2}{3}+1$

$=-1\frac{5}{27}+\frac{1}{3}+1$

$=-\frac{5}{27}+\frac{9}{27}$

$=\frac{4}{27}$.

(3) 原式 $=\left(-\frac{3}{2}\right)^2\times\left(-\frac{1}{9}\right)\div\left(+\frac{4}{3}\right)^3+1\frac{1}{8}$

$=\frac{9}{4}\times\left(-\frac{1}{9}\right)\times\frac{27}{64}+1\frac{1}{8}$

$=-\frac{27}{256}+1\frac{1}{8}$

$=1\frac{5}{256}$.

◆ **37. 计　算：**

(1) $4\times(-1)^2+3\times(-2)^3+2\times(-3)^4+(-4)^5$；

(2) $-(0.125)^{2006}\times8^{2007}$.

【解】 (1) 原式 $=4\times1+3\times(-8)+2\times81+(-1024)$

$=4-24+162-1024$

$=-882$.

(2) 原式 $=-(0.125)^{2006}\times8^{2006}\times8$

$=-(0.125\times8)^{2006}\times8$

$=-1^{2006}\times8$

$=-8$.

◆ **38. 计　算：**

(1) $5^{18}\times\left(-\frac{1}{25}\right)^9$；(2) $\left(-\frac{5}{12}\right)^{2007}\times\left(2\frac{2}{5}\right)^{2008}$.

【解】 (1) 原式 $=(5^2)^9\times\left(-\frac{1}{25}\right)^9=25^9\times\left(-\frac{1}{25}\right)^9$

$=\left[25\times\left(-\frac{1}{25}\right)\right]^9=(-1)^9=-1$.

(2) 原式 $=\left(-\frac{5}{12}\right)^{2007}\times\left(\frac{12}{5}\right)^{2008}$

$=\left(-\frac{5}{12}\right)^{2007}\times\left(\frac{12}{5}\right)^{2007}\times\left(\frac{12}{5}\right)$

$=\left(-\frac{5}{12}\times\frac{12}{5}\right)^{2007}\times\frac{12}{5}$

$=(-1)^{2007}\times\frac{12}{5}$

$=-\frac{12}{5}$.

◆ **39. 计算下列各题：**

(1) $\left(-16-50+3\frac{2}{5}\right)\div2$；(2) $3^2\times\left(\frac{-1}{3}\right)^3-2^4\div\left(\frac{-1}{2}\right)$；

(3) $\left[1\frac{2}{13}-\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{6}+\frac{5}{12}\right)\times2.4\right]\div5$；

(4) $\frac{1}{0.2^2}\div\left[2\frac{1}{2}-\left(-1+2\frac{1}{4}\right)\right]\times0.4$.

【解】 (1) 原式 $=\left(-66+\frac{17}{5}\right)\div2=-33+\frac{17}{10}$

$=-31\frac{3}{10}$.

(2) 原式 $=3^2\times\left(-\frac{1}{3^3}\right)+2^4\times2=-\frac{1}{3}+32=31\frac{2}{3}$.

(3) 原式 $=\left[1\frac{2}{13}-\frac{4}{5}+\frac{2}{5}-1\right]\div5=\left[\frac{15}{13}-\frac{7}{5}\right]\div5$

$=\frac{3}{13}-\frac{7}{25}=-\frac{16}{325}$.

(4)**原式**$=25\div\left[2\frac{1}{2}+1-2\frac{1}{4}\right]\times0.4$

$=25\div\frac{5}{4}\times\frac{2}{5}$

$=25\times\frac{4}{5}\times\frac{2}{5}$

$=8$.

解题策略 JIETI CELUE

做有理数混合运算时,应注意其运算顺序:

1. 先乘方,再乘除,最后加减.

2. 同级运算,从左到右进行.

3. 如有括号,先做括号内的运算,并按小括号、中括号、大括号的顺序依次进行运算.

◆ **40. 如果 a,b 都是自然数,并且 $b^3=1176a$,则 a 可以取到最小的数是( ).**

A. 63　B. 504　C. 27　D. 1176^2

【解析】 $\because 1176=2^3\times3\times7^2$,$a=\frac{b^3}{2^3\times3\times7^2}$**是自然数,**

$\therefore b=2\times3\times7$,**则** a **最小是** $3^2\times7=63$.　**【答案】** A

◆ **41. 设** $x=1\times2007+2\times2007+3\times2007+\cdots+199\times2007$,**则** x **被 7 除后,余数是( ).**

A. 0　B. 2　C. 5　D. 6

【解析】 $x=\frac{1+199}{2}\times199\times2007=19900\times2007$.

2007 **被** 7 **除,余** 5,**可设** $2007=7m+5$,

19900 **被** 7 **除,余** 6,**可设** $19900=7n+6$,

其中 m,n **为正整数,则**

$x=(7m+5)(7n+6)=49mn+7(6m+5n)+30$.

$\therefore x$ **被 7 除,所得的余数就是 30 被 7 除所得的余数,即** 2.　**【答案】** B

第四节　利用运算律求式子的值

决策指导

加法交换律:$a+b=b+a$.

加法结合律:$a+(b+c)=(a+b)+c$.

乘法交换律:$ab=ba$.

乘法结合律:$(ab)c=a(bc)$.

乘法分配律:$a(b+c)=ab+ac$.

名师点题

◆ **42. 计算** $\frac{1}{4}-\frac{1}{3}-\frac{7}{4}-\frac{2}{3}$ **时,下面运算顺序最简便的是( ).**

A. $\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{3}\right)-\left(\frac{7}{4}+\frac{2}{3}\right)$

B. $\left[\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{3}\right)-\frac{7}{4}\right]-\frac{2}{3}$

C. $\left(\frac{1}{4}-\frac{2}{3}\right)+\left(-\frac{1}{3}-\frac{7}{4}\right)$

D. $\left(\frac{1}{4}-\frac{7}{4}\right)+\left(-\frac{1}{3}-\frac{2}{3}\right)$　**【答案】** D

解题策略 JIETI CELUE

为了简化加减法的运算,通常可以利用加法或减法的运算律交换加数或减数的位置,改变其运算顺序.在利用运算律调整运算顺序时,先考虑把几个数相加和为 0 的数放在一起,或把同分母的几个数放在一起,或把几个数相加后和为整数的数放在一起,通过这样的组合,可使运算简便.

◆ **43. 计算:**$-0.5+\left(-7\frac{1}{2}\right)+1.75+3\frac{1}{4}$.

【解】 $-0.5+\left(-7\frac{1}{2}\right)+1.75+3\frac{1}{4}$

$=-0.5+(-7.5)+1.75+3.25$

$=(-0.5-7.5)+(1.75+3.25)$

$=-8+5$

$=-3$.

◆ **44. 计　算:**

(1) $(-36)-(-28)+(+125)+(-4)-(+53)-(-40)$;

(2) $32.76+17.24-113.76-19.74$.

【解】 (1)**原式**$=-36+28+125-4-53+40$

$=(-36-4+40)+(28+125)-53$

$=0+153-53$

$=100$.

(2)**原式**$=(32.76-113.76)+(17.24-19.74)$

$=-81-2.5$

$=-83.5$.

◆ **45. 计　算:**

$\left[(-89.76)+\left(-47\frac{11}{50}\right)\right]+\left[34\frac{6}{25}-(-89.76)\right]$.

【解】 原式$=(-89.76)-47\frac{11}{50}+34\frac{6}{25}+89.76$

$=[(-89.76)+89.76]+\left[-47\frac{11}{50}+34\frac{6}{25}\right]$

$=0+\left(-12\frac{49}{50}\right)$

$=-12\frac{49}{50}$.

◆ **46. 计　算:**

(1) $(-26.54)+(-6.4)+(-18.54)+6.4$;

(2) $1+(-2)+3+(-4)+5+\cdots+2005+(-2006)+2007$.

【解】 (1)**原式**$=[(-6.4)+6.4]+[(-26.54)+(-18.54)]$

$=0+(-45.08)$

$=-45.08$.

(2)**原式**$=[1+(-2)]+[3+(-4)]+\cdots+[2005+(-2006)]+2007$

$=\underbrace{(-1)+(-1)+\cdots+(-1)}_{1003个}+2007$

$=-1003+2007$

$=1004.$

◆ **47. 计算：**

$(+6)-\left(-\frac{1}{4}\right)+(-3.3)+(+3)+(-6)-(-0.3)+(+8)+(+6)-\left(+6\frac{1}{4}\right)+(-16).$

【解】 **原式**$=\left(6+\frac{1}{4}-6\frac{1}{4}\right)+(-3.3+3+0.3)+(-6+6)+(-16+8)$

$=0+0+0+(-8)$

$=-8.$

解题策略 JIETI CELUE

1. **两数相加，交换加数的位置后，和不变.**
2. **三个数相加，先把前两个数相加或者先把后两个数相加，和不变.**

◆ **48.** $\left(-\frac{7}{8}\right)\times(-0.25)\times(-4)\times\left(+1\frac{1}{7}\right)=[(-0.25)\times(-4)]\times\left[\left(-\frac{7}{8}\right)\times\left(+1\frac{1}{7}\right)\right]$**，这是为了简便运算而使用了（　　）.**

A. **乘法交换律**
B. **乘法结合律**
C. **乘法分配律**
D. **乘法交换律和结合律**　　**【答案】** D

解题策略 JIETI CELUE

使用乘法运算律可简化运算，也使我们更准确地认识乘数之间的关系.

◆ **49. 用简便方法计算：**

(1) $120\times\left(3\frac{4}{5}-5\frac{5}{6}-7\frac{29}{30}\right)$；

(2) $1\frac{1}{2}\times\frac{5}{7}-\left(-\frac{5}{7}\right)\times2\frac{1}{2}+\left(-\frac{1}{2}\right)\times\frac{5}{7}$；

(3) $\left[2\frac{1}{27}-\left(\frac{7}{9}-\frac{11}{12}+\frac{1}{6}\right)\times36\right]\div7.$

【解】 (1)**原式**$=120\times\left(\frac{19}{5}-\frac{35}{6}-\frac{239}{30}\right)$

$=19\times24-20\times35-4\times239$

$=456-700-956$

$=(456-956)-700$

$=-500-700$

$=-1200.$

(2)**原式**$=\frac{5}{7}\times\left(1\frac{1}{2}+2\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\right)$

$=\frac{5}{7}\times\frac{7}{2}$

$=2\frac{1}{2}.$

(3)**原式**$=\left[2\frac{1}{27}-28+33-6\right]\div7=\left[\frac{55}{27}-1\right]\div7$

$=\frac{28}{27}\div7$

$=\frac{4}{27}.$

◆ **50. 计　算：**

$(-5)\times\left[\left(-\frac{1}{85}-1\frac{8}{17}-\frac{1}{5}\right)\times17-\left(-\frac{4}{5}\right)^2\right].$

【解】 **原式**$=-5\times\left[-\frac{1}{5}-25-\frac{17}{5}-\frac{16}{25}\right]$

$=1+125+17+\frac{16}{5}$

$=146\frac{1}{5}.$

解题策略 JIETI CELUE

1. **两个数相乘，交换因数的位置后，积不变.**
2. **三个数相乘，先把前两个数相乘，或者先把后两个数相乘，积不变.**
3. **一个数同两个数的和相乘，等于把这个数分别同这两个数相乘，再把积相加.**

◆ **51. 计算：**$1+\frac{1}{2}+\frac{1}{2^2}+\cdots+\frac{1}{2^{99}}+\frac{1}{2^{100}}.$

【解】 **设** $S=1+\frac{1}{2}+\frac{1}{2^2}+\cdots+\frac{1}{2^{99}}+\frac{1}{2^{100}}$，

则$\frac{1}{2}S=\frac{1}{2}+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{2^3}+\cdots+\frac{1}{2^{100}}+\frac{1}{2^{101}}.$

$\therefore S-\frac{1}{2}S=1-\frac{1}{2^{101}}$，$\therefore S=2-\frac{1}{2^{100}}.$

◆ **52. 计算：**

$(2^8+1)(2^4+1)(2^2+1)(2+1).$

【解】 **原式**$=(2-1)(2+1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)$

$=(2^2-1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)$

$=(2^4-1)(2^4+1)(2^8+1)$

$=(2^8-1)(2^8+1)$

$=2^{16}-1.$

解题策略 JIETI CELUE

本题直接计算比较麻烦，在乘式中添加因式$(2-1)$**并不改变乘积的大小，并可以利用**$(a-b)(a+b)=a^2-b^2$ **这一公式简化运算.**

第五节　探索有理数中的一些规律

决策指导

解答探索数学规律的问题，要认真观察题目中式子的变化规律，在阅读的基础上理解其实质、方法和思想，再结合式子的特征和意义解题. 这类问题的主要类型有：阅读特殊范例，推出一般结论；阅读解题过程，总结解题思路和方法；阅读新知识，研究新问题等.

名师点题

◆53. 观察下面依次排列的一列数，你能发现它们的排列有什么规律吗？它们后面的三个数是什么数？试把它们写出来.

(1) $1,-2,3,-4,5$，____，____，____，…；

(2) $3,2,1,0,-1,-2$，____，____，____，…；

(3) $1,0,-1,1,0,-1,1$，____，____，____，…；

(4) $-5,-3,-1,1$，____，____，____，….

【答案】 (1) -6　7　-8　(2) -3　-4　-5　(3) 0　-1　1　(4) 3　5　7

◆54. 将正偶数按下表排成 5 列：

	第 1 列	第 2 列	第 3 列	第 4 列	第 5 列
第 1 行		2	4	6	8
第 2 行	16	14	12	10	
第 3 行		18	20	22	24
……		…	28	26	

根据上面的规律，2008 应排在第几行第几列？

【解】 根据上表的规律可以看出每 8 个偶数占两行，而从 2 到 2000 共有 1000 个偶数，共占了 125 个两行，即占了 250 行，其中 2000 是第 250 行第 1 列的数.

因此 2008 在第 251 行第 5 列.

◆55. 观察下列算式：

$7^1=7, 7^2=49, 7^3=343, 7^4=2401, 7^5=16807, 7^6=117649,\cdots$

用你所发现的规律写出 7^{2008} 的末位数字.

【解】 当 n 是正整数时，7^{4n+1} 的末位数字是 7，7^{4n+2} 的末位数字是 9，7^{4n+3} 的末位数字是 3，7^{4n} 的末位数字是 1.

而 $7^{2008}=7^{4\times502}$，因此 7^{2008} 的末位数字是 1.

◆56. 观察下列各式：

$\frac{2}{1}\times2=\frac{2}{1}+2, \frac{3}{2}\times3=\frac{3}{2}+3, \frac{4}{3}\times4=\frac{4}{3}+4, \frac{5}{4}\times5=\frac{5}{4}+5,\cdots$

想一想，什么样的两数之积等于这两数之和？设 n 表示正整数，用关于 n 的等式表示这个规律为：________.

【答案】 $\frac{n+1}{n}\times(n+1)=\frac{n+1}{n}+(n+1)$

◆57. 定义一种对正整数 n 的"F"运算：①当 n 为奇数时，结果为 $3n+5$；②当 n 为偶数时，结果为 $\frac{n}{2^k}$（其中 k 是使 $\frac{n}{2^k}$ 为奇数的正整数），并且运算重复进行. 例如，取 $n=26$，则

$\boxed{26}\xrightarrow[\text{第 1 次}]{F②}\boxed{13}\xrightarrow[\text{第 2 次}]{F①}\boxed{44}\xrightarrow[\text{第 3 次}]{F②}\boxed{11}\cdots$，

若 $n=449$，则第 449 次"F"运算的结果是______.

【解析】 第一次 449 作 F①运算：$3\times449+5=1352$；第二次 1352 作 F②运算：$\frac{1352}{2^3}=169$；第三次 169 作 F①运算：$3\times169+5=512$；第四次 512 作 F②运算：$\frac{512}{2^9}=1$；第五次 1 作 F①运算：$3\times1+5=8$；第六次 8 作 F②运算：$\frac{8}{2^3}=1$；以下各次运算结果依次为 $8,1,8,1,8,1,\cdots$ 奇数次运算结果为 8，偶数次运算结果为 1，从而第 449 次运算后结果为 8.

【答案】 8

◆58. 求证：$3^{2008}-4\times3^{2007}+10\times3^{2006}$ 是 7 的倍数.

【证明】 $\because 3^{2008}-4\times3^{2007}+10\times3^{2006}$

$=3^{2006}(3^2-4\times3+10)$

$=3^{2006}(9-12+10)$

$=7\times3^{2006}$.

$\because 7\times3^{2006}$ 能被 7 整除，

$\therefore 3^{2008}-4\times3^{2007}+10\times3^{2006}$ 也能被 7 整除.

◆59. 平面上有 n ($n\geqslant3$) 个点，任意 3 个点不在同一条直线上，过任意 3 点作三角形，一共能作出多少个不同的三角形？

(1) 分析：当仅有 3 个点时，可作______个三角形；

当有 4 个点时，可作______个三角形；

当有 5 个点时，可作______个三角形；

……

(2) 归纳：考察点的个数 n 和可作出的三角形的个数 S_n，可发现：

点的个数	可作三角形的个数
3	
4	
5	
…	…
n	

(3) 推理：________________；

(4) 结论：________________.

【答案】 (1) 1　4　10

(2) $\frac{3\times2\times1}{6}$　$\frac{4\times3\times2}{6}$　$\frac{5\times4\times3}{6}$　$\frac{n(n-1)(n-2)}{6}$

(3) 平面上有 n 个点，过不在同一条直线上的 3 点可以确定一个三角形，取第一个点 A 有 n 种取法，取第二个点 B 有 $(n-1)$ 种取法，取第三个点 C 有 $(n-2)$ 种取法，所以一共可以作 $n(n-1)(n-2)$ 个三角形，但 $\triangle ABC$，$\triangle ACB$，$\triangle BAC$，$\triangle BCA$，$\triangle CAB$，$\triangle CBA$ 是同一个三角形，故应除以 6，即过平面上任意 3 点都不共线的 n 个点可作 $\frac{n(n-1)(n-2)}{6}$ 个三角形

(4) 过平面上任意 3 点都不共线的 n 个点可作 $\frac{n(n-1)(n-2)}{6}$ 个三角形

◆60. 探究数字"黑洞"："黑洞"原指非常奇怪的天体，它体积小，密度大，吸引力强，任何物体到了它那里都别想再"爬"出来. 无独有偶，数字中也有类似的"黑洞"，满足某种条件的所有数，通过一种运算，都能被它"吸"进去，无一能逃脱它的魔掌. 例如，任意找一个 3 的倍数的数，先把这个数的每一个数位上的数字都立方，再相加，得到一个新数，然后把这个新数的每一个数位上的数字再立方、求和，……，如此重

复运算下去，就能得到一个固定的数 $T=$________，我们称它为数字“黑洞”.

T 为何具有如此魔力？通过认真的观察、分析，你一定能发现它的奥秘！

【解析】 例如，63 是 3 的倍数，按上面的规律运算如下：

$6^3+3^3=216+27=243$，

$2^3+4^3+3^3=8+64+27=99$，

$9^3+9^3=729+729=1458$，

$1^3+4^3+5^3+8^3=1+64+125+512=702$，

$7^3+0^3+2^3=351$，

$3^3+5^3+1^3=153$，

$1^3+5^3+3^3=153$，…

如此继续下去，结果都为 153，因此 $T=153$.

如果换另一个 3 的倍数，仍然可以得到同样的结论，因此 153 被称作一个数字“黑洞”. 【答案】 153

◆ 61. 在密码学中，直接可以看到的内容为明码，对明码进行某种处理后得到的内容为密码. 有一种密码，是将英文的 26 个字母 $a,b,c,\cdots,z$（不论大小写）依次对应 1，2，3，…，26 这 26 个自然数（见表格）. 当明码对应的序号 x 为奇数时，密码对应的序号 $y=\dfrac{x+1}{2}$；当明码对应的序号 x 为偶数时，密码对应的序号 $y=\dfrac{x}{2}+13$.

字母	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m
序号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
字母	n	o	p	q	r	s	t	u	v	w	x	y	z
序号	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26

按上述规定，将明码“*love*”译成密码是（　　）.

A. *gawq*　　B. *shxc*　　C. *sdri*　　D. *love*

【解析】 l 对应的序号 12 是偶数，

则密码对应的序号 $y=\dfrac{12}{2}+13=19$，对应的字母为 s.

o 对应的序号 15 是奇数，

则密码对应的序号 $y=\dfrac{15+1}{2}=8$，对应的字母为 h.

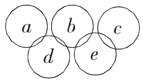
v 对应的序号 22 是偶数，

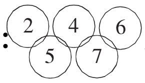
则密码对应的序号 $y=\dfrac{22}{2}+13=24$，对应的字母为 x.

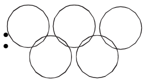
e 对应的序号 5 是奇数，

则密码对应的序号 $y=\dfrac{5+1}{2}=3$，对应的字母为 c.

则 *love* 对应的密码为 *shxc*. 【答案】 B

◆ 62. 在五环图案内，分别填写五个数 a,b,c,d,e，如：

，其中 a,b,c 是三个连续偶数（$a<b$），d,e 是两个连续奇数（$d<e$），且满足 $a+b+c=d+e$，例如：

. 请你在 0 到 20 之间选择另一组符合条件的数填入下图：

【解】 设 $b=2n$，则 $a=2n-2$，$c=2n+2$，

则 $a+b+c=6n$.

由 $a+b+c=d+e$，而 d,e 都为 0 到 20 之间的数，

$\therefore d+e\leqslant 40$，

则 $0<a+b+c\leqslant 40$，即 $0<6n\leqslant 40$，

$\therefore 0<n\leqslant\dfrac{20}{3}$.

又 $\because n$ 为整数，

$\therefore n=1,2,3,4,5,6$.

(1) 当 $n=1$ 时，a,b,c 分别为 0，2，4，$d+e=6$，但不存在满足条件的两个连续奇数，能使它们的和为 6.

(2) 当 $n=2$ 时，a,b,c 分别为 2，4，6，$d+e=12$，

$\therefore d=5,e=7$.

(3) 当 $n=3$ 时，a,b,c 分别为 4，6，8，$d+e=18$，不存在满足条件的两个连续奇数，能使它们的和为 18.

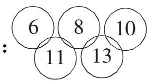
(4) 当 $n=4$ 时，a,b,c 分别为 6，8，10，$d+e=24$，

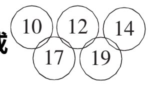
$\therefore d=11,e=13$.

(5) 当 $n=5$ 时，理由同 $n=3$.

(6) 当 $n=6$ 时，a,b,c 分别为 10，12，14，$d+e=36$，

$\therefore d=17,e=19$.

$\therefore$ 有两种填图方案：

或 

◆ 63. 将 2008 名学生排成一列，按 1，2，3，4，5，4，3，2，1，2，3，4，5，4，3，2，1 循环报数，那么第 2008 名学生所报的数是（　　）.

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

【解析】 所报的数是按 1，2，3，4，5，4，3，2 这八个数循环进行的.

又 $\because 2008\div 8=251$.

$\therefore$ 第 2008 名学生所报的数是 2. 【答案】 B

第二章 数 的 开 方

第一节 平 方 根

决策指导

●平方根与算术平方根的区别

1. 定义不同:如果一个数的平方等于 a,这个数就叫做 a 的平方根;非负数 a 的非负平方根叫做 a 的算术平方根.

2. 个数不同:一个正数有两个平方根,而一个正数的算术平方根只有一个.

3. 表示方法不同:正数 a 的平方根为 $\pm\sqrt{a}$,而其算术平方根为 $\sqrt{a}$.

4. 正数的算术平方根一定是正数;正数的平方根有一正一负两个数,两数互为相反数.

名师点题

◆1. 求下列各数的平方根:

(1) 25; (2) 0.49; (3) $\frac{9}{16}$; (4) $(-17)^2$; (5) $-(-4)^3$.

【解】 (1) $\because (\pm5)^2=25$, $\therefore$ 25 的平方根是 ±5,

即 $\pm\sqrt{25}=\pm5$.

(2) $\because (\pm0.7)^2=0.49$, $\therefore$ 0.49 的平方根是 ±0.7,

即 $\pm\sqrt{0.49}=\pm0.7$.

(3) $\because \left(\pm\frac{3}{4}\right)^2=\frac{9}{16}$, $\therefore \frac{9}{16}$ 的平方根是 $\pm\frac{3}{4}$,

即 $\pm\sqrt{\frac{9}{16}}=\pm\frac{3}{4}$.

(4) $\because (\pm17)^2=(-17)^2$,

$\therefore (-17)^2$ 的平方根是 ±17,即 $\pm\sqrt{(-17)^2}=\pm17$.

(5) $\because (\pm8)^2=-(-4)^3$,

$\therefore -(-4)^3$ 的平方根是 ±8,

即 $\pm\sqrt{-(-4)^3}=\pm8$.

◆2. 求下列各式的值:

(1) $\sqrt{169}$; (2) $-\sqrt{0.36}$; (3) $\sqrt{12\frac{1}{4}}$;

(4) $-\sqrt{1.1^2}+\sqrt{0.0121}$.

【解】 (1) $\sqrt{169}=13$.

(2) $-\sqrt{0.36}=-0.6$.

(3) $\sqrt{12\frac{1}{4}}=\sqrt{\frac{49}{4}}=\frac{7}{2}$.

(4) $-\sqrt{1.1^2}+\sqrt{0.0121}=-1.1+0.11=-0.99$.

解题策略
JIETI CELUE

1. 如果一个数的平方等于 a,那么这个数叫做 a 的平方根或二次方根,求一个数 a 的平方根的运算叫做开平方.

2. 正数有两个平方根,它们互为相反数,0 的平方根是 0,负数没有平方根.

3. 一个正数 a 有两个平方根,其中正的平方根叫做 a 的算术平方根,0 的算术平方根是 0.

◆3. 飞出地球,遨游太空,是人类长久以来的一个理想. 可是地球的引力毕竟太大了,飞机飞得再快,也得回到地面,导弹打得再高,也得落向地面,只有当物体的速度达到一定值时,才能克服地球引力,围绕地球旋转,这个速度就叫做第一宇宙速度,计算式子是:$v=\sqrt{gR}$,其中重力加速度 $g=0.0098\ \text{km/s}^2$,地球半径 $R=6370$ km,试求出第一宇宙速度的值. (单位:km/s)

【解】 $v=\sqrt{gR}=\sqrt{0.0098\times6370}\approx7.9$(km/s).

◆4. 有一个边长为 5 cm 的正方形和一个长为 18 cm、宽为 8 cm 的长方形,要作一个面积为这两个图形的面积之和的正方形,则这个正方形的边长是多少?

【解】 这两个图形的面积之和为

$5^2+18\times8=169(\text{cm}^2)$.

则要作的正方形边长为 $\sqrt{169}=13$(cm).

◆5. 用六块面积为 110 cm^2 的正方形拼成一个正方体的六个面,则这个正方体的体积是多少立方厘米?(精确到 0.1 cm^3).

【解】 正方形的边长为 $\sqrt{110}\approx10.49$(cm).

则这个正方体的体积是 $(10.49)^3\approx1154.3(\text{cm}^3)$.

◆6. 一张面积为 80 cm^2 的正方形纸片的边长是多少?用 4 张这样的纸片拼成一个正方形,则拼成的正方形的边长是多少?用 100 张这样的纸片拼成一个大正方形,这个大正方形的边长是多少?(精确到 0.1 cm)

【解】 一张面积为 80 cm^2 的正方形纸片的边长为 $\sqrt{80}\approx8.9$(cm).

4 张这样的纸片拼成的正方形的边长为

$\sqrt{4\times80}\approx17.9$(cm).

100 张这样的纸片拼成的正方形的边长为

$\sqrt{100\times80}\approx89.4$(cm).

解题策略
JIETI CELUE

1. 大多数的数开平方后得到的是一个无限不循环的小数,通常可以用计算器来求一个数的算术平方根.

2. 大多数计算器有 $\boxed{\sqrt{\ }}$ 键，用它可以求出一个正数的算术平方根. 一般在计算器上显示 9 个或 10 个有效数字，在使用时可按要求四舍五入到符合要求的那一位.

3. 利用计算器求出算术平方根后，也就很容易求出这个数的平方根了.

第二节 立 方 根

决策指导

任何实数都有且只有一个立方根.

立方和开立方为逆运算.

名师点题

◆ **7. 求下列各数的立方根：**

(1) 512； (2) -0.729； (3) $-\frac{27}{64}$； (4) 0.125.

【解】 (1) $\because 8^3=512$，$\therefore 512$ 的立方根是 8，即 $\sqrt[3]{512}=8$.

(2) $\because(-0.9)^3=-0.729$，$\therefore -0.729$ 的立方根是 -0.9，即 $\sqrt[3]{-0.729}=-0.9$.

(3) $\because\left(-\frac{3}{4}\right)^3=-\frac{27}{64}$，$\therefore -\frac{27}{64}$的立方根是$-\frac{3}{4}$，

即 $\sqrt[3]{-\frac{27}{64}}=-\frac{3}{4}$.

(4) $\because 0.5^3=0.125$，$\therefore 0.125$ 的立方根是 0.5，

即 $\sqrt[3]{0.125}=0.5$.

◆ **8. 求下列各式的值：**

(1) $-\sqrt[3]{1331}$； (2) $\sqrt[3]{-\frac{64}{125}}$； (3) $-\sqrt[3]{-0.216}$；

(4) $\sqrt[3]{1-0.936}$； (5) $\sqrt[3]{5-\frac{10}{27}}$； (6) $\sqrt[3]{48\times45\times100}$.

【解】 (1) $-\sqrt[3]{1331}=-11$.

(2) $\sqrt[3]{-\frac{64}{125}}=-\frac{4}{5}$.

(3) $-\sqrt[3]{-0.216}=\sqrt[3]{0.216}=0.6$.

(4) $\sqrt[3]{1-0.936}=\sqrt[3]{0.064}=0.4$.

(5) $\sqrt[3]{5-\frac{10}{27}}=\sqrt[3]{\frac{125}{27}}=\frac{5}{3}$.

(6) $\sqrt[3]{48\times45\times100}=\sqrt[3]{2^3\times2^3\times3^3\times5^3}$
$=2\times2\times3\times5=60$.

◆ **9. 下列式子正确的是（ ）.**

A. $\sqrt[3]{-3}=-\sqrt[3]{3}$ B. $-\sqrt{4.9}=-0.7$

C. $\sqrt{(-12)^2}=-12$ D. $\sqrt{25}=\pm5$

【解析】 B 中 $-\sqrt{4.9}\approx-2.214$.

C 中 $\sqrt{(-12)^2}=\sqrt{12^2}=12$.

D 中 $\sqrt{25}=5$.

因此正确的只有 A 选项. 【答案】 A

解题策略

1. 如果一个数的立方等于 a，那么这个数叫做 a 的立方根或三次方根，求一个数 a 的立方根的运算叫做开立方.

2. 正数的立方根是正数，0 的立方根是 0，负数的立方根是负数.

◆ **10. 讨论 $\sqrt[3]{-64}$ 与 $-\sqrt[3]{64}$ 与 $-\sqrt[3]{-64}$ 有什么相同点与不同点.**

【解】 相同点是这三个式子都是开立方运算：$\sqrt[3]{-64}$ 的值是 -4，$-\sqrt[3]{64}$ 的值是 -4，$-\sqrt[3]{-64}$ 的值是 4.

不同点是它们的意义不同：$\sqrt[3]{-64}$ 表示 -64 的立方根；$-\sqrt[3]{64}$ 表示 64 的立方根的相反数；$-\sqrt[3]{-64}$ 表示 -64 的立方根的相反数.

◆ **11. 大正方体的体积为 1331 cm^3，小正方体的体积为 125 cm^3，如图 2-1 放在一起，则这个物体的最高点 A 离地面 C 的距离是多少？**

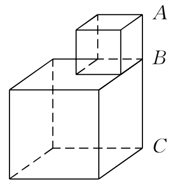


图 2-1

【解】 $AB=\sqrt[3]{125}=5$(cm)，

$BC=\sqrt[3]{1331}=11$(cm).

$\therefore AC=AB+BC=16$(cm).

◆ **12. 一个正方体的体积是 27 cm^3，它的边长是多少厘米？如果它的边长扩大一倍，则它的体积是原正方体体积的多少倍？若正方体的体积减为原正方体体积的一半，则它的边长是多少厘米？**

就本题的计算过程，你能得出什么结论？

【解】 正方体的体积是 27 cm^3，

则它的边长为 $\sqrt[3]{27}=3$(cm).

边长扩大一倍，则边长为 6 cm，体积为 216 cm^3，体积是原来的 8 倍.

若正方体体积减为原来的一半，即为 13.5 cm^3，

则它的边长为 $\sqrt[3]{13.5}=\sqrt[3]{\frac{27}{2}}=\frac{3}{2}\sqrt[3]{4}\approx2.38$(cm).

若正方体的边长扩大一倍，则体积扩大 8 倍；若正方体的体积缩小一倍，则边长是原边长的$\frac{1}{2}\sqrt[3]{4}\approx0.79$ 倍.

◆ **13. 有一个长 5.80 m、宽 2.90 m、高 3.30 m 的集装箱，要装进体积为 0.064 m^3 的正方体的纸箱，最多可装多少只这样的纸箱？**

【解】 0.064 m^3 的正方体纸箱的棱长为 $\sqrt[3]{0.064}=0.4$ m.

长 5.80 m 可放进棱长为 0.4 m 的纸箱 14 个；

高 3.30 m 可放进棱长为 0.4 m 的纸箱 8 个；

宽 2.90 m 可放进棱长为 0.4 m 的纸箱 7 个.

因此最多可装入 $14\times8\times7=784$(个)纸箱.

◆ **14. 一个小正方体纸盒的棱长是 7 cm，另一个大正方体纸盒的体积比小正方体纸盒的体积大 169 cm^3，求大正方体纸盒的棱长.**

【解】 小正方体纸盒的体积是 $7^3=343(cm^3)$.

大正方体纸盒的体积是 $343+169=512(cm^3)$.

大正方体纸盒的棱长为 $\sqrt[3]{512}=8$(cm).

解题策略
JIETI CELUE

1. 许多数开立方后得到的是一个无限不循环的小数，通常可以用计算器来求一个数的立方根.

2. 计算器中的 $\boxed{\sqrt[3]{}}$ 键就是用来求立方根的. 一般在计算器上显示立方根的 9 个或 10 个有效数字，在应用中，可按实际需要，四舍五入求得所要得到的近似数.

第三节 实 数

决策指导

●实数的分类

- 实数
  - 有理数
    - 整数
      - 正整数
      - 0
      - 负整数
    - 分数（有限小数或无限循环小数）
      - 正分数
      - 负分数
  - 无理数（无限不循环小数）
    - 正无理数
    - 负无理数

●实数的运算

在实数范围内，可以进行加、减、乘、除、乘方及开方运算，而且有理数的运算法则和运算律在实数范围内仍然适用. 实数混合运算的运算顺序与有理数的运算顺序相同，先乘方、开方，再乘除，最后加减，同级运算按照从左到右的顺序进行，有括号先算括号里的.

名师点题

◆ 15. 下列各数中，哪些是有理数？哪些是无理数？

$\sqrt{5}$，-3.14，$\sqrt{9}$，$\sqrt[3]{-13}$，0，$\frac{13}{9}$，$-\sqrt{7}$，$-\frac{\sqrt{2}}{3}$，π，$5+\sqrt{3}$，$\frac{1}{3}\sqrt{7}$.

【解】 有理数有：-3.14，$\sqrt{9}$，0，$\frac{13}{9}$.

无理数有：$\sqrt{5}$，$\sqrt[3]{-13}$，$-\sqrt{7}$，$-\frac{\sqrt{2}}{3}$，π，$5+\sqrt{3}$，$\frac{1}{3}\sqrt{7}$.

解题策略
JIETI CELUE

要判断一个数是有理数还是无理数，应根据它们的定义. 有理数是整数与分数的统称，有理数中包含有限小数与无限循环小数，无理数是无限不循环小数.

◆ 16. 下列各组数中，互为相反数的一组是（　　）.

A. -2 与 $\sqrt{(-2)^2}$　　B. -2 与 $\sqrt[3]{-8}$

C. -2 与 $-\frac{1}{2}$　　D. $|-2|$ 与 2

【解析】 A 中，$\sqrt{(-2)^2}=\sqrt{2^2}=2$，则 2 与 -2 互为相反数.

B 中，$\sqrt[3]{-8}=-2$，则 -2 与 $\sqrt[3]{-8}$ 相等.

C 中，-2 与 $-\frac{1}{2}$ 互为倒数.

D 中，$|-2|=2$，则 $|-2|$ 与 2 相等. 【答案】 A

◆ 17. 如图 2 - 2，在数轴上，点 A 和点 B 之间表示整数的点有______个.

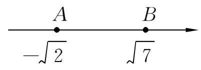


图 2 - 2

【解析】 $\because -2<-\sqrt{2}<-1$，$2<\sqrt{7}<3$，

$\therefore$ 在 A，B 之间表示整数的点有 -1，0，1，2. 【答案】 4

解题策略
JIETI CELUE

1. 任何一个实数都能用数轴上的点表示，数轴上任何一个点都表示一个实数.

2. 实数与数轴上的点是一一对应的.

◆ 18. 一个数的算术平方根为 a，则比这个数大 5 的数是（　　）.

A. $a+5$　B. $a-5$　C. a^2+5　D. a^2-5

【解析】 一个数的算术平方根为 a，则这个数为 a^2，比这个数大 5 的数是 a^2+5. 【答案】 C

◆ 19. -8 的立方根与 4 的平方根的和是（　　）.

A. 0　B. 4　C. -4　D. 0 或 -4

【解析】 -8 的立方根是 -2，4 的平方根是 ±2.

因此 -8 的立方根与 4 的平方根的和是 0 或 -4.

【答案】 D

◆ 20. 求下列各数的相反数及绝对值：

(1) $-\sqrt{7}$； (2) $-\frac{\pi}{3}$； (3) $2-\sqrt{5}$.

【解】 (1) $-\sqrt{7}$ 的相反数是 $\sqrt{7}$，$|-\sqrt{7}|=\sqrt{7}$.

(2) $-\frac{\pi}{3}$ 的相反数是 $\frac{\pi}{3}$，$\left|-\frac{\pi}{3}\right|=\frac{\pi}{3}$.

(3) $2-\sqrt{5}$ 的相反数是 $\sqrt{5}-2$，$|2-\sqrt{5}|=\sqrt{5}-2$.

解题策略
JIETI CELUE

1. 实数 a 的相反数是 $-a$.

2. 一个正实数的绝对值是它本身，一个负实数的绝对值是它的相反数，0 的绝对值是 0.

◆ 21. 比较下列各组数的大小：

(1) $-\sqrt{3}$ 与 $-\sqrt{5}$； (2) $-3\frac{1}{3}$ 与 $-\sqrt{11}$.

【解】 (1) $\because |-\sqrt{3}|=\sqrt{3}$，$|-\sqrt{5}|=\sqrt{5}$，而 $\sqrt{3}<\sqrt{5}$，

$\therefore -\sqrt{3}>-\sqrt{5}$.

(2) $\because \left|-3\frac{1}{3}\right|=3\frac{1}{3}=\frac{10}{3}=\sqrt{\frac{100}{9}}=\sqrt{11\frac{1}{9}}$，

$|-\sqrt{11}|=\sqrt{11}$，而 $\sqrt{11\frac{1}{9}}>\sqrt{11}$，

$\therefore 3\frac{1}{3}>\sqrt{11}$，则 $-3\frac{1}{3}<-\sqrt{11}$.

解题策略
JIETI CELUE

1. 比较两个无理数的大小通常有两种方法：

(1) 两个正数开平方时，被开方数大的数大.

(2) 用小数表示无理数，从十分位起逐位比较.

2. 正数大于零，零大于负数，两个负数比较大小，绝对值较大的数反而小.

◆ 22. 用计算器计算下列各式的值：$\frac{\sqrt{2^2-1}}{2-1}$，$\frac{\sqrt{3^2-1}}{3-1}$，$\frac{\sqrt{4^2-1}}{4-1}$，$\frac{\sqrt{5^2-1}}{5-1}$，…，根据你发现的规律，判断 $P=\frac{\sqrt{n^2-1}}{n-1}$ 与 $Q=\frac{\sqrt{(n+1)^2-1}}{(n+1)-1}$（$n$ 为大于 1 的整数）的值的大小关系为（　　）.

A. $P<Q$　　　B. $P=Q$

C. $P>Q$　　　D. 与 n 的取值有关

【解析】 $\frac{\sqrt{2^2-1}}{2-1}\approx1.732$，$\frac{\sqrt{3^2-1}}{3-1}\approx1.414$，$\frac{\sqrt{4^2-1}}{4-1}\approx1.291$，$\frac{\sqrt{5^2-1}}{5-1}\approx1.225$，…

可得：n 的值越大，$\frac{\sqrt{n^2-1}}{n-1}$ 越小.　　　【答案】 C

◆ 23. 估计 $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ 与 0.5 哪个大，$\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ 与 1.0 相比较呢？

【解】 $\because 2<\sqrt{5}<3$，$\therefore 1<\sqrt{5}-1<2$，

$\therefore \frac{1}{2}<\frac{\sqrt{5}-1}{2}<1$. 因此 $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ 比 0.5 大，比 1.0 小.

◆ 24. 估算 $\frac{\sqrt{50}+2\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$ 的值为（　　）.

A. 在 4 和 5 之间　　B. 在 5 和 6 之间

C. 在 6 和 7 之间　　D. 在 7 和 8 之间

【解析】 原式 $=\frac{\sqrt{100}+2\sqrt{2}\times\sqrt{3}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\frac{10+2\sqrt{6}}{2}=5+\sqrt{6}$.

$\because 2<\sqrt{6}<3$，$\therefore 7<5+\sqrt{6}<8$.　　　【答案】 D

解题策略
JIETI CELUE

估算一个无理数的值或无理数的大小的实质是判断这个无理数在哪两个有理数之间，通常的做法有：(1)用计算器求这个无理数的近似值；(2)如本题中先估计无理数部分的值的范围，再确定实数的值的范围.

◆ 25. (1) 化简 $\sqrt{5}\times\sqrt{\frac{9}{20}}$ 的结果是（　　）.

A. $\frac{3}{2}$　　B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　C. $\frac{5}{2}\sqrt{3}$　　D. $\frac{15}{2}$

(2) 化简 $\frac{3}{\sqrt{7}-2}$ 的结果是（　　）.

A. $\sqrt{7}-2$　　　B. $\sqrt{7}+2$

C. $3(\sqrt{7}-2)$　　D. $3(\sqrt{7}+2)$

【解析】 (1) $\sqrt{5}\times\sqrt{\frac{9}{20}}=\sqrt{5\times\frac{9}{20}}=\sqrt{\frac{9}{4}}=\frac{3}{2}$.

(2) $\frac{3}{\sqrt{7}-2}=\frac{3(\sqrt{7}+2)}{(\sqrt{7}-2)(\sqrt{7}+2)}=\frac{3(\sqrt{7}+2)}{7-4}=\sqrt{7}+2$.

【答案】 (1)A　(2)B

◆ 26. 计算下列各题：

(1) $\sqrt{3}(\sqrt{12}-3\sqrt{75})$；

(2) $\left(\sqrt{18}-4\sqrt{\frac{1}{2}}\right)\times\sqrt{\frac{1}{12}}$；

(3) $\left(\sqrt{6}-\frac{1}{3}\sqrt{3}-\frac{1}{2}\sqrt{8}\right)(-2\sqrt{6})$；

(4) $(4\sqrt{3}+3\sqrt{2})^2$.

【解】 (1) 原式 $=\sqrt{3\times12}-3\sqrt{3\times75}=6-3\times15$
$=-39$.

(2) 原式 $=\sqrt{18\times\frac{1}{12}}-4\sqrt{\frac{1}{2\times12}}=\sqrt{\frac{3}{2}}-2\sqrt{\frac{1}{6}}$
$=\frac{1}{2}\sqrt{6}-\frac{1}{3}\sqrt{6}=\frac{\sqrt{6}}{6}$.

(3) 原式 $=-12+\frac{2}{3}\sqrt{3\times6}+\sqrt{8\times6}$
$=-12+2\sqrt{2}+4\sqrt{3}$.

(4) 原式 $=16\times3+24\sqrt{6}+9\times2=66+24\sqrt{6}$.

◆ 27. 计算 $(-2)^2-2^{-1}\times\sqrt{8}+(1-\sqrt{2})^0+\frac{1}{\sqrt{2}+1}$.

【解】 原式 $=4-\frac{1}{2}\times2\sqrt{2}+1+\sqrt{2}-1=4$.

解题策略
JIETI CELUE

1. 计算时，通常先把根式化成最简根式，即：(1)被开方数中的因数都是整数；(2)被开方数中不含能开方的因数.

2. 化简时，往往须要把被开方数分解因数.

3. 当一个数的分母中含有根式时，一般应把它化简成分母中不含根式的式子，也就是把分母有理化.

◆ 28. 化简：$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}+\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1}$.

【解】 原式 $=\frac{\sqrt{2}(\sqrt{3}-\sqrt{2})}{(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})}+\frac{(\sqrt{3}+1)^2}{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)}$
$=\frac{\sqrt{6}-2}{3-2}+\frac{3+2\sqrt{3}+1}{3-1}$
$=\sqrt{6}-2+2+\sqrt{3}$
$=\sqrt{6}+\sqrt{3}$.

◆ 29. $\left(\frac{1}{\sqrt{2}+1}+\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{3}}+\cdots+\frac{1}{\sqrt{2008}+\sqrt{2007}}\right)\times(\sqrt{2008}+1)$.

【解】 原式 $=[(\sqrt{2}-1)+(\sqrt{3}-\sqrt{2})+(\sqrt{4}-\sqrt{3})+\cdots+(\sqrt{2008}-\sqrt{2007})]\times(\sqrt{2008}+1)$
$=(\sqrt{2008}-1)(\sqrt{2008}+1)$
$=2008-1=2007$.

解题策略
JIETI CELUE

1. 实数之间可以进行加、减、乘、除(除数不为 0)、乘方运算，而且正数及 0 可以进行开平方运算，任意一个实数都可以进行开立方运算.

2. 在实数运算中，加法交换律、结合律、乘法交换律、结合律、分配律都仍然适用.

第三章
整式的运算

第一节 认识整式的相关概念

决策指导

学习整式的相关概念时，要注意分类思想的运用：

1. 整式分为单项式和多项式；
2. 要了解单项式的次数与系数，要了解多项式的项、次数及各项的系数.

名师点题

◆ 1. 下列结论正确的是（　　）.

A. $\frac{2}{5}$不是单项式　　B. $-a$ 不是单项式

C. $\frac{1}{x}$是单项式　　D. $\frac{xy}{5}$是单项式

【解析】 单项式是数字与字母的积组成的代数式，单独的一个数或一个字母也是单项式.

$\frac{2}{5}$，$-a=(-1)\cdot a$，$\frac{xy}{5}=\frac{1}{5}\cdot x\cdot y$ 都是单项式.

$\frac{1}{x}=1\div x$ 不是单项式，而是分式.　　【答案】 D

◆ 2. 下列多项式是二次三项式的是（　　）.

A. $a+b$　　B. $3a+4ab^2+5b$

C. a^2+2a+1　　D. a^3+b^3

【解析】 A 中，$a+b$ 是一次二项式.

B 中，$3a+4ab^2+5b$ 是三次三项式.

C 中，a^2+2a+1 是二次三项式.

D 中，a^3+b^3 是三次二项式.　　【答案】 C

◆ 3. 下列结论正确的是（　　）.

A. 代数式中没有加减运算，则这个代数式是单项式

B. 单项式$\frac{3xy^2}{8}$的系数是 3，次数是 2

C. 单项式 a 的系数是 0，次数也是 0

D. 单项式$-xy^2z$ 的系数是-1，次数是 4

【解析】 A 中，若将 $3\div a$ 记做$\frac{3}{a}$，则它不是单项式，而是分式，即有关于字母的除法运算不是单项式.

B 中，单项式$\frac{3xy^2}{8}$的系数是$\frac{3}{8}$，次数是 3.

C 中，单项式 a 的系数是 1，可以省略不写，次数为 1，也可以省略不写.　　【答案】 D

◆ 4. 说出多项式 $4x-3xy^2-1$ 的项、最高次项和常数项.

【解】 这个多项式中的项有 $4x$，$-3xy^2$，-1，其中最高次项是$-3xy^2$，常数项是-1.

解题策略

几个单项式的和叫做多项式. 在多项式中，每个单项式叫做多项式的项，其中不含字母的项叫做常数项.

多项式中，次数最高项的次数就是这个多项式的次数.

◆ 5. 把多项式 $3x^2y-4xy^2+x^3-5y^3$ 重新排列：

(1) 按 y 的降幂排列；(2) 按 x 的升幂排列.

【解】 (1) $-5y^3-4xy^2+3x^2y+x^3$.

(2) $-5y^3-4xy^2+3x^2y+x^3$.

解题策略

1. 把多项式的各项按照某一个字母的指数从大到小的顺序排列，叫做按这个字母的降幂排列. 按字母的降幂排列时，不含这个字母的项放在多项式的最后边.

2. 把多项式的各项按照某一个字母的指数从小到大的顺序排列，叫做按这个字母的升幂排列. 按字母的升幂排列时，不含这个字母的项放在多项式的最前面.

◆ 6. 找出下列代数式中的单项式与多项式：

abc，$m+n$，$-4x^3$，$3x^2+4x-2$，$\frac{1}{x+1}$，$\frac{1}{2}\pi R^2$，$a^2-3ab-4b^2$，$pq-1$，$-a$，$3ab^2$，$\frac{x^2-4}{x}$，$x^3-x^2y+xy^2+y^3$.

【解】 单项式有：abc，$-4x^3$，$\frac{1}{2}\pi R^2$，$-a$，$3ab^2$.

多项式有：$m+n$，$3x^2+4x-2$，$a^2-3ab-4b^2$，$pq-1$，$x^3-x^2y+xy^2+y^3$.

解题策略

1. 单项式与多项式统称为整式.

2. $\frac{1}{x+1}$，$\frac{x^2-4}{x}$既不是单项式，也不是多项式，因此这两个代数式不是整式，事实上它们是分式.

第二节 列代数式的方法

决策指导

用代数式表示数量关系是以后学习列方程解应用题和函数的基础. 列代数式时一定要审清题意，找出其中的关键术语，再用恰当的符号表示出来. 应用题中量与量之间的关系不明显，会导致分析问题时出现错解或无从下手，