

全新修订

CHAMPION

教与学 整体设计

JIAO YU XUE
ZHENG TI SHE JI

全品学练考

本册主编：王能生

编者：王能生 封跃生 王愿生
张学礼 刘富国

新课标·人教版

数 学

七 年 级 下 册

中国致公出版社

第五章 相交线与平行线

5.1 相交线

5.1.1 相交线



知识互动

解读知识
夯实基础

► 知识点一 邻补角、对顶角的概念

若两角有一条公共边, 它们的另一边互为反向延长线, 具有这种关系的两个角, 互为邻补角.

若两角有一个公共_____, 且它们每角的两边都互为_____, 具有这种关系的两个角, 互为对顶角.

【问题】在黑板上任意画两条相交的直线, 在形成的四个角中, 两两相配共能组成几对对顶角? 各对对顶角存在怎样的位置关系? 根据这种位置关系将它们分类.

分别量一下各个角的度数, 各类角的度数有什么关系? 为什么? 在转动剪刀把手的过程中, 这个关系还保持吗?

【练一练】如图 5-1-1 所示, 两直线相交于点 O , 图中互为邻补角的有哪些? 互为对顶角的有哪些?

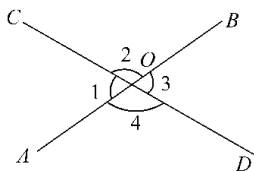


图 5-1-1

【答案】邻补角: $\angle BOC$ 与 $\angle AOC$, $\angle BOC$ 与 $\angle BOD$, $\angle BOD$ 与 $\angle AOD$, $\angle AOD$ 与 $\angle AOC$. 对顶角: $\angle BOC$ 与 $\angle AOD$, $\angle AOC$ 与 $\angle BOD$.

► 知识点二 对顶角相等

【探究】(1) 根据上图, 每个角的邻补角有几个, 与其邻补角的和为多少, 两边关系如何?

(2) 对顶角是否成对出现, 如何寻找对顶角?

(3) 对顶角具有什么样的性质?

【讨论】你能利用“对顶角相等”这个性质解释本节开头提出的现象吗?



拓展应用

分类示例
提升能力

► 类型之一 对顶角的概念及判别

例 1 判断下列说法是否正确, 并举例说明:

- (1) 有公共顶点的两个角是对顶角.
- (2) 有公共顶点且一边互为反向延长线的两个角是对顶角.
- (3) 有一边互为反向延长线, 且相等的两个角是对顶角.
- (4) 相等的两个角是对顶角.
- (5) 互为对顶角的两个角的余角相等.
- (6) 顶点相对的角是对顶角.
- (7) 有公共顶点且相等的两个角是对顶角.
- (8) 两条直线相交, 有公共顶点的两个角是对顶角.
- (9) 两条直线相交, 有公共顶点, 没有公共边的两个角是对顶角.



例2 如图 5-1-2, 直线 AB, CD, EF 相交于 O 点, 写出图中所有的对顶角.

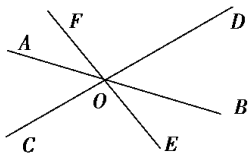


图 5-1-2

类型之二 与对顶角、邻补角有关的角度计算

例3 如图 5-1-3, 直线 a, b 相交, $\angle 1 = 40^\circ$, 求 $\angle 2, \angle 3, \angle 4$ 的度数.

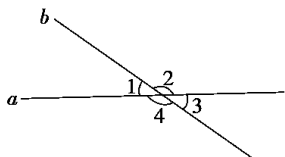


图 5-1-3

例4 如图 5-1-4, 点 O 在直线 AB 上, OC 为射线, $\angle 1$ 比 $\angle 2$ 的 3 倍少 10° , 则 $\angle 1$ 和 $\angle 2$ 的度数分别为 _____.

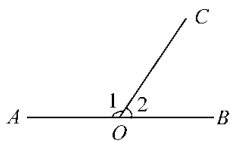


图 5-1-4

变式题 如图 5-1-5 所示, 三条直线 AB, CD, EF 相交于点 $O, \angle AOF = 3\angle FOB, \angle AOC = 90^\circ$, 求 $\angle EOC$ 的度数.

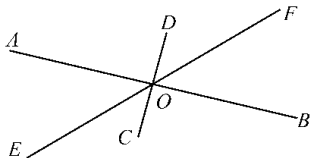


图 5-1-5

当堂检测 随堂练习 及时矫正

1. 如图 5-1-6, $\angle 1$ 和 $\angle 2$ 为对顶角的是 ()

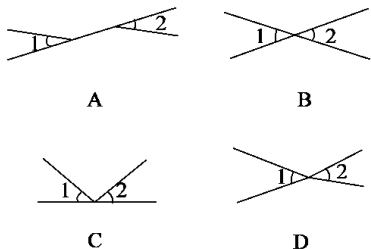


图 5-1-6

2. 如图 5-1-7, 直线 AB, CD 交于点 O , 因 $\angle 1 + \angle 3 = 180^\circ, \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$, 所以 $\angle 1 = \angle 2$, 其推理依据为 ()

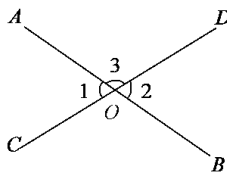


图 5-1-7

- A. 对顶角相等
- B. 同角的余角相等
- C. 等量代换
- D. 同角的补角相等

3. 如图 5-1-8, 直线 AB, CD 交于点 O, OE, OF 为射线, 则对顶角有 ()

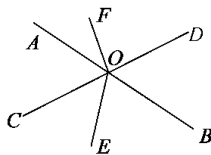


图 5-1-8

- A. 1 对
- B. 2 对
- C. 3 对
- D. 4 对

4. 如图 5-1-9, 直线 a, b 交于 $O, \angle 1 = \angle 2$.

- (1) 指出 $\angle 3$ 的对顶角;
- (2) 指出 $\angle 5$ 的补角;
- (3) $\angle 3$ 的补角有几个?
- (4) 若 $\angle 1$ 与 $\angle 4$ 的度数之比为 $1:4$, 求 $\angle 3$ 及其邻补角的度数.

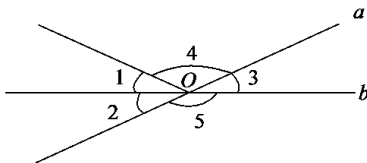


图 5-1-9

5. 如图 5-1-10, 已知 $\angle AOC = 59^\circ, \angle AOD = 120^\circ$. 问 $\angle AOC$ 和 $\angle BOD$ 是对顶角吗? 为什么?

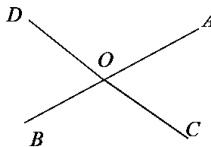


图 5-1-10



课时作业

课后操练
迁移升华

一、选择题

- 一个角的补角是 ()
A. 锐角
B. 直角
C. 钝角
D. 以上三种情况都有可能
- 下列说法正确的是 ()
A. 对顶角的角平分线在一条直线上
B. 相等的角是对顶角
C. 一个角的邻补角只有一个
D. 补角即为邻补角
- 如图 5-1-11, 图中共有对顶角 ()
A. 4 对
B. 5 对
C. 6 对
D. 8 对

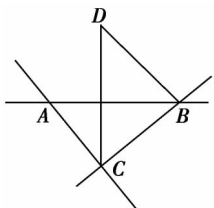


图 5-1-11

4. 下列说法:

①互余且相等的两个角都等于 45° ; ②有公共顶点且相等的角是对顶角; ③如果一个角有补角, 那么这个角必是钝角; ④一个锐角的余角比这个角的补角少 90° . 其中正确的个数为 ()

- A. 1 个
B. 2 个
C. 3 个
D. 4 个

二、填空题

- 已知 $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 是对顶角, $\angle 2$ 与 $\angle 3$ 是邻补角, 则 $\angle 1 + \angle 3 =$ _____.
- 一个锐角的补角是 108° , 则它的余角是 _____; 一个锐角的余角是 47° , 则它的补角是 _____.
- 如图 5-1-12, AB, CD 相交于 $O, \angle AOE = 90^\circ$, 则 $\angle AOC$ 和 $\angle BOD$ 是 _____, $\angle AOC$ 与 $\angle AOD$ 的关系是 _____, $\angle AOC$ 与 $\angle DOE$ 的关系是 _____.

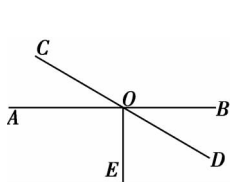


图 5-1-12

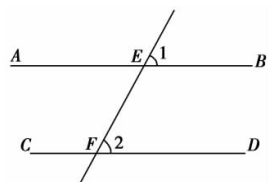


图 5-1-13

- 如图 5-1-13, 直线 AB, CD 被直线 EF 所截, 若 $\angle 1 = \angle 2$, 则 $\angle AEF + \angle CFE =$ _____.

三、解答题

- 如图 5-1-14, 直线 AB, CD 相交于 $O, \angle 1 - \angle 2 = 85^\circ$, 求 $\angle AOC$ 的度数.

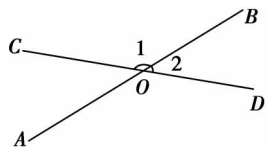


图 5-1-14

- 如图 5-1-15, AB, CD 相交于 O 点, OA 平分 $\angle COE$, 且 $\angle COE = 60^\circ$, 求 $\angle BOD$ 的度数.

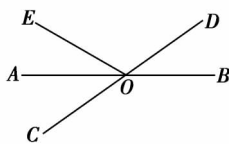


图 5-1-15

- 如图 5-1-16, $\angle 1 = \angle 2, \angle COE = 70^\circ$, 那么 $\angle COB$ 等于多少度?

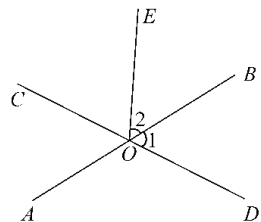


图 5-1-16

[选做题]

观察下列图形, 并阅读图形下面的相关文字, 像这样, 如果十条直线相交, 最多交点的个数是多少?



图 5-1-17



5.1.2 垂线

第1课时



知识互动

解读知识
夯实基础

▶ 知识点一 垂线的概念

当两条直线相交所成的四个角中,有一个角是_____时,就说这两条直线互相垂直,其中一条直线叫另一条直线的_____,它们的交点叫做_____.

【练一练】

以下各种说法是否正确:

- (1) 两条直线相交所成的四个角中有一个角是直角,则这两条直线互相垂直;
- (2) 两条直线相交,若有一组对顶角互补,则这两条直线互相垂直;
- (3) 两条直线相交,若所成的四个角相等,则这两条直线互相垂直;
- (4) 两条直线相交,若有一组邻补角相等,则这两条直线互相垂直.

【答案】(1)√ (2)√ (3)√ (4)√

【探究】(1)如何确定两条直线是否互相垂直?

- (2) 如何用因果关系来说明两直线互相垂直以及已知垂直得到直角?
- (3) 用三角尺或量角器画已知直线的垂线,这样的垂线能画多少条?
- (4) 点与直线的位置关系有几种?
- (5) 如图 5-1-18 所示,过点 A 画直线 BD 的垂线.

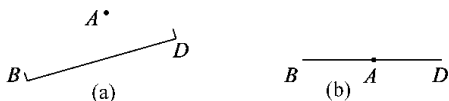


图 5-1-18

解:(1)只要判断它们相交的四个角中有没有一个是直角.

(2)①两条直线相交的四个角中,当有一个角是直角时,我们就说这两条直线互相垂直.

如图 5-1-19 所示,书写为:因为 $\angle AOC=90^\circ$,
由垂直的定义可得 $AB \perp CD$.

如图 5-1-19 所示,②反过来,如果两条直线互相垂直,则四个角全是直角.

书写为:因为 $AB \perp CD$,

由垂直的定义可得 $\angle AOC=90^\circ$ ($\angle BOC=90^\circ$, $\angle BOD=90^\circ$, $\angle AOD=90^\circ$).

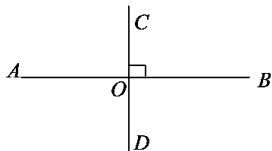


图 5-1-19

(3)这样的直线能画无数条.

(4)有两种,即点在直线上和点在直线外.

(5)如图 5-1-20 所示:

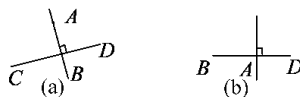


图 5-1-20

【想一想】由刚才的画图,你能得出过一点如何去画已知直线垂线的方法吗?这样的直线有几条?

▶ 知识点二 垂线的性质

过一点有且只有_____直线与已知直线垂直.

【明确】(1)“有且只有”中,“有”指“存在”,“只有”指“唯一”;

(2)“过一点”的点在直线外或在直线上都可以.

【练一练】已知如图 5-1-21 所示,画一条线段或射线的垂线,就是画它们所在直线的垂线,请你过点 P 画出线段 AB 或射线 AB 的垂线.

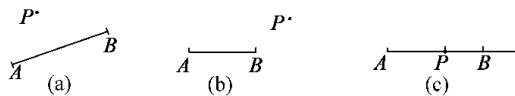


图 5-1-21



拓展应用

分类示例
提升能力

▶ 类型之一 垂线的性质在几何作图中的运用

例 1 ▶ 判断下列说法是否正确,若错误,请说明理由.

- (1) 过直线 AB 外一点 C,画 AB 的垂线,并使它过 AB 上一点 D.
- (2) 过直线 AB 上一点 C,画 AB 的垂线,并使它过 AB 外一点 D.

▶ 类型之二 垂线的画法

例 2 ▶ 如图 5-1-22,过 A 画 $AD \perp BC$,垂足为 D.

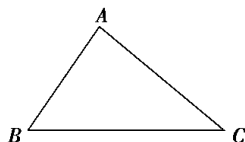


图 5-1-22

变式题 (1)在如图 5-1-23 所示的方格纸中,以线段 AB 为一边,画一个正方形;

(2)如果图中小方格的面积为 1 cm^2 ,你知道(1)中画出的正方形的面积是多大吗?并说一说你的计算方法.

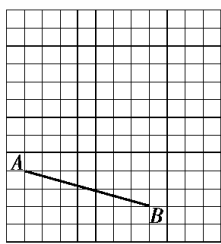


图 5-1-23

类型之三 与垂线有关的角度计算

例 3 已知直线 AB 和 CD 相交于 O ,射线 $OE \perp AB$ 于 O ,射线 $OF \perp CD$ 于 O ,且 $\angle BOF = 25^\circ$,求 $\angle AOC$ 和 $\angle EOD$ 的度数.

变式题 如图 5-1-24,已知 $AB \perp CD$,垂足是 O ,图中 $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 的关系是 ()

- A. $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$
- B. $\angle 1 + \angle 2 = 90^\circ$
- C. $\angle 1 = \angle 2$
- D. 无法确定

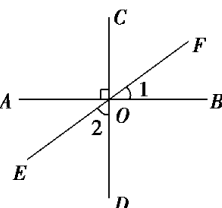


图 5-1-24

当堂检测 随堂练习 及时矫正

1. 如图 5-1-25, $AO \perp OC$, $BO \perp DO$,那么 ()
- A. $\angle 1 = \angle 2$
 - B. $\angle 2 = \angle 3$
 - C. $\angle 1 = \angle 3$
 - D. $\angle 1 = \angle 2 = \angle 3$

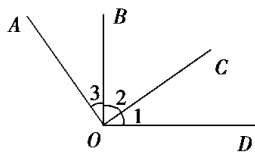


图 5-1-25

2. 如图 5-1-26, $BO \perp AO$, $\angle BOC$ 与 $\angle BOA$ 的度数之比为 $1:5$,那么 $\angle COA =$ _____ $\angle BOC$ 的补角 = _____.

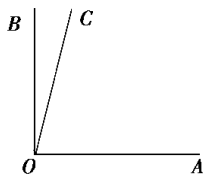


图 5-1-26

3. 如图 5-1-27,在图上过点 A 画出直线 BC 、直线 AC 的垂线,过 B 点画直线 AC 的垂线.

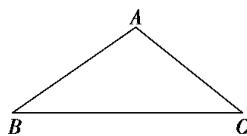


图 5-1-27

4. 如图 5-1-28, $\angle AOB$ 和 $\angle COD$ 有公共顶点 O , $AO \perp OC$, $BO \perp OD$, $\angle AOB : \angle COD = 3 : 17$,求 $\angle AOB$ 、 $\angle COD$ 的度数.

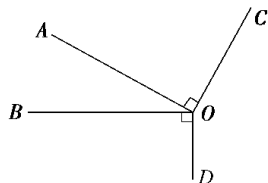


图 5-1-28

5. 如图 5-1-29,直线 AB 、 CD 相交于 O , $OE \perp AB$,且 $\angle DOE = 3\angle COE$,求 $\angle AOD$ 的度数.

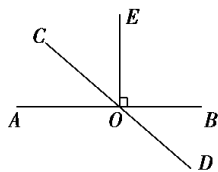


图 5-1-29

课时作业 课后操练 迁移升华

- 一、选择题
1. 在三角形 ABC 中, $AB \perp BC$, $BD \perp AC$ 于 D ,则其中互为余角的角共有 ()
- A. 3 对
 - B. 4 对
 - C. 5 对
 - D. 6 对
2. 与一条已知直线垂直的直线有 ()
- A. 1 条
 - B. 2 条
 - C. 3 条
 - D. 无数条
3. 如图 5-1-30,立方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中,与棱 AD 垂直的平面是 ()
- A. 平面 A_1B ,平面 CD_1
 - B. 平面 A_1D ,平面 BC_1
 - C. 平面 AC ,平面 A_1C_1
 - D. 平面 BD ,平面 AD_1
4. 如果线段 PO 与线段 AB 互相垂直, O 点在 AB 之间,设点 P 到 AB 的距离为 m , P 到 A 点的距离为 n ,那么 m 、 n 的关系为 ()
- A. $m > n$
 - B. $m = n$
 - C. $m < n$
 - D. m 、 n 的关系不确定

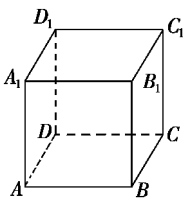


图 5-1-30



二、填空题

5. 如图 5-1-31, 已知 $\angle AOB = 105^\circ$, $AO \perp OC$, $BO \perp OD$, 则 $\angle COD =$ _____.

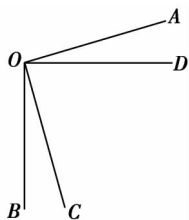


图 5-1-31

6. 已知射线 OA, OB, OC , 且有 $OA \perp OB$, 若 $\angle BOC = 40^\circ$, 则 $\angle AOC =$ _____.

7. 如图 5-1-32, 若 $OE \perp CD$, 直线 AB, CD 相交于 O , 则 $\angle AOD$ 的补角有 _____ 和 _____, $\angle DOF$ 的补角有 _____, 图中的对顶角是 _____.

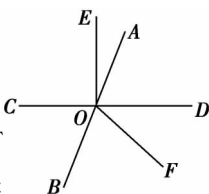


图 5-1-32

8. $OA \perp MN, OB \perp MN$, 所以 OA, OB 在一条直线上, 理由是 _____.

三、解答题

9. 如图 5-1-33, 在三角形 ABC 中, $\angle C = 90^\circ$, $CD \perp AB$ 于 D , 若 $\angle 1 + \angle 2 = 90^\circ$, $\angle 3 + \angle 4 = 90^\circ$, $\angle 2 + \angle 3 = 90^\circ$, 请指出图中相等的角.

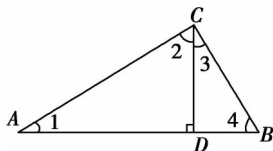


图 5-1-33

10. 如图 5-1-34, 已知直线 AB, CD, EF 交于点 O , $CD \perp AB$, $\angle AOE : \angle AOC = 2 : 5$, 求 $\angle BOF, \angle DOF$ 的度数.

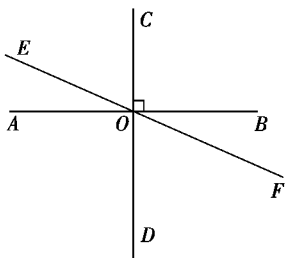


图 5-1-34

11. 如图 5-1-35, 一辆汽车在直线形的公路 AB 上由 A 向 B 行驶, M, N 分别是位于公路 AB 两侧的村庄, 设汽车行驶到点 P 位置时, 离村庄 M 最近; 行驶到点 Q 位置时, 离村庄 N 最近, 请在图中公路 AB 上分别画出 P, Q 两点的位置.

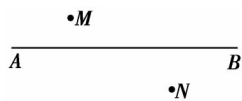


图 5-1-35

12. 如图 5-1-36 所示, 直线 AB, CD 相交于点 O ,
 (1) 画出 $\angle AOD, \angle BOC$ 的角平分线 OE, OF .
 (2) 射线 OE, OF 在同一条直线上吗? 为什么?
 (3) 画 $\angle AOC$ 的平分线 OG, OG 与 OE 有什么位置关系?

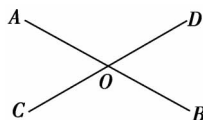


图 5-1-36

[选做题]

OC 把 $\angle AOB$ 分成两部分且有下列两个等式成立:

① $\angle AOC = \frac{1}{3} \text{直角} + \frac{1}{3} \angle BOC$;

② $\angle BOC = \frac{1}{3} \text{平角} - \frac{1}{3} \angle AOC$.

问: (1) OA 与 OB 的位置关系怎样?

(2) OC 是否为 $\angle AOB$ 的平分线? 并写出判断理由.

第2课时



知识互动

解读知识
夯实基础

▶ 知识点一 垂线段

从直线外一点引一条直线的_____线,这点和_____之间的线段叫做垂线段.

【探究】如图 5-1-37 所示,连接直线 l 外一点 P 与直线 l 上各点 O, A_1, A_2, A_3, \dots , 其中 $PO \perp l$. 比较线段 $PO, PA_1, PA_2, PA_3, \dots$ 的长短,这些线段中,哪一条最短?

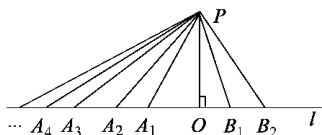


图 5-1-37

【讨论】由此同学们能得出什么样的结论?

【明确】连接直线外一点与直线上各点的所有线段中,垂线段最短.简单说成:垂线段最短.

【练一练】如图 5-1-38 所示,在灌溉时,要把河中的水引到农田 P 处,如何挖渠能使渠道最短?

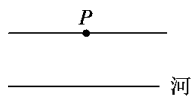


图 5-1-38

▶ 知识点二 点到直线的距离

直线外一点到这条直线的_____的长度,叫做点到直线的距离.

【想一想】垂线、垂线段和点到直线的距离的区别是什么?

【答案】垂线、垂线段和点到直线的距离,是三个不同的概念,不能混淆.垂线是直线;垂线段是一条线段,是图形;点到直线的距离是垂线段的长度,是一个数量,不能说垂线是距离.



拓展应用

分类示例
提升能力

▶ 类型之一 垂线段的画法

例 1 ▶ 如图 5-1-39, 已知钝角 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC$ 为钝角.

- (1) 画出点 C 到 AB 的垂线段;
- (2) 过点 A 画 BC 的垂线;
- (3) 量出点 B 到 AC 的距离.

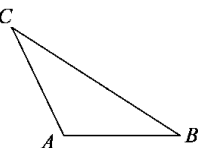


图 5-1-39

▶ 类型之二 垂线段在实际生活中的应用

例 2 ▶ 在体育课中,怎样正确量出跳远的成绩? 据此如何跳才能使量出的成绩不吃亏?

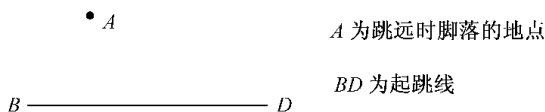


图 5-1-40

变式题 ▶ 如图 5-1-41, 一辆汽车在直线形公路 AB 上由 A 向 B 行驶, M, N 分别是位于公路两侧的村庄.

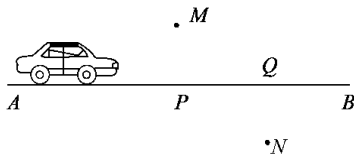


图 5-1-41

(1) 设汽车行驶到公路 AB 上点 P 位置时, 距离村庄 M 最近; 行驶到点 Q 位置时, 距离村庄 N 最近, 请在图中的公路 AB 上分别画出点 P 和点 Q 的位置(保留作图痕迹).

(2) 当汽车从 A 出发向 B 行驶时, 在公路 AB 的哪一段路上距离 M, N 两村庄都越来越近? 在哪一段路上距离村庄 N 越来越近, 而离村庄 M 越来越远? (分别用文字表述你的结论, 不必证明)

▶ 类型之三 求点到直线的距离

例 3 ▶ 如图 5-1-42, $BC \perp AC, CB = 8 \text{ cm}, AC = 6 \text{ cm}, AB = 10 \text{ cm}$, 那么点 B 到 AC 的距离是_____, 点 A 到 BC 的距离是_____, A, B 两点间的距离是_____.

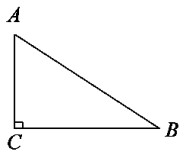


图 5-1-42

变式题 ▶ 读句画图: (1) 画 $\angle AOB = 60^\circ$, 再画 $\angle AOB$ 的平分线 OP ;

(2) 在 OP 上任取一点 Q , 过点 Q 分别画 OA, OB 的垂线段 QC, QD ;



(3)量线段 QC, QD 的长,并比较 QC, QD 的大小.



当堂检测

随堂练习
及时矫正

- 下列语句中错误的是 ()
 - 过一点有且只有一条直线与已知直线垂直
 - 垂直于已知线段并且经过这条线段中点的垂线只有一条
 - 垂直于已知直线的垂线只有一条
 - 连接直线外一点与直线上各点的所有线段中,垂线段最短
- 如图 5-1-43 所示的方格纸中,按下述要求画图并回答:
 - 过点 C 画线段 AB 的垂线,垂足为 D ;
 - 该垂线是否经过格点(格点指的是画格时的纵向和横向线段的交点)?如果经过格点,请在图中标出垂线所经过的格点;
 - 量出点 C 到线段 AB 所在的直线的距离(精确到 1 mm).

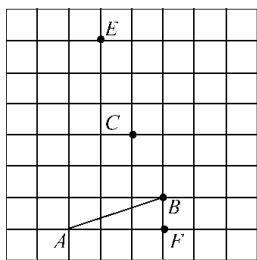


图 5-1-43

- 填空并在 () 处填写理由,完成下列题目的解答.
如图 5-1-44, $AE \perp CE, EB \perp AC$ 于 $B, BD \perp AE$ 于 D ,比较线段 AB, AC, AD, AE 的大小.

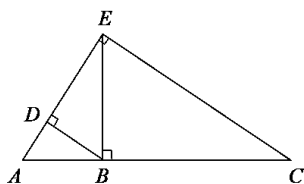


图 5-1-44

解:因为 $AD \perp BD$,所以 AD _____ AB ().
又因为 $AB \perp BE$,所以 AB _____ AE ().
因为 _____,所以 $AE < AC$ ().
所以 _____ $<$ _____ $<$ _____ $<$ _____.

- 直线 a 上一点 A 与 a 外一点 B 的距离为 2,与 a 外一点 C 的距离为 3,则点 B 到 a 的距离 d_1 与点 C 到直线 a 的距离 d_2 的关系是 ()
 - $d_1 < d_2$
 - $d_1 = d_2$
 - $d_1 > d_2$
 - 以上都有可能



课时作业

课后操练
迁移升华

- 选择题
 - 到直线 l 的距离等于 2 cm 的点有 ()
 - 0 个
 - 1 个
 - 2 个
 - 无数个
 - 点到直线的距离是指 ()
 - 从直线外一点到这条直线的垂线
 - 从直线外一点到这条直线的垂线段
 - 从直线外一点到这条直线的垂线的长
 - 从直线外一点到这条直线的垂线段的长
 - 如果点 A 为直线 l 上一点, B 为 l 外一点,下面画图一定成立的是 ()
 - 由点 A 画 l 的垂线过 B 点
 - 由 B 点画 l 的垂线过 A 点
 - 连接 AB 使 $AB \perp l$
 - 过点 A 或 B 作 l 的垂线
 - 如图 5-1-45, $AC \perp BC, AD \perp CD, AB = a, CD = b$,则 AC 的取值范围是 ()

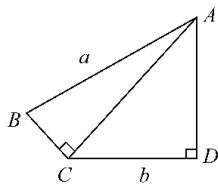


图 5-1-45

- 大于 b
- 小于 a
- 大于 b 且小于 a
- 无法确定

- 填空题
 - 在平面内,通过一点有一条且只有一条直线与已知直线 _____.
 - 直线外一点与直线上各点连接的所有线段中,垂线段 _____.
 - 如图 5-1-46 所示, $AC \perp BC, CD \perp AB$ 于 D ,图中有 _____ 个直角,线段 _____ 的长表示点 C 到 AB 的距离,线段 _____ 的长表示点 A 到 BC 的距离.

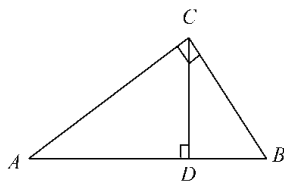


图 5-1-46

8. 如图 5-1-47, $AB \perp BC$ 于 B , $AB=4$, $AC=5$, 则点 A 到 BC 的距离是_____.

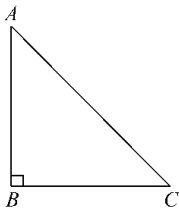


图 5-1-47

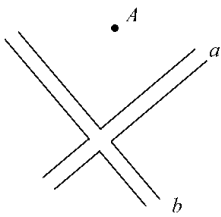


图 5-1-48

[选做题]

如图 5-1-49.

(1) 画出 C 点到 AB 的垂线段.

(2) 找出 BC 的中点 M . 作出点 M 到 AD 的垂线段, 并量出这个距离.

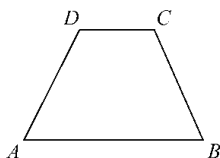


图 5-1-49

三、解答题

9. 如图 5-1-48, 某城市的十字路口旁有一居民区 A , 现在在城市规划局想建设两个公交车站以方便小区居民的工作与生活, 那么两车站应建在什么位置最合适呢? 请在图中画出来.

5.1.3 同位角、内错角、同旁内角



知识互动

解读知识
夯实基础

▶ 知识点 同位角、内错角、同旁内角

1. 如果两个角在被截的两条直线的同方向, 截线的同侧, 即它们的位置相同, 这样的两个角叫做_____.
2. 如果两个角在被截的两条直线之间(内), 截线的两侧(错), 这样的两个角叫做_____.
3. 如果两个角在被截直线之间(内), 截线的同侧(同旁)这样的两个角叫做_____.

【想一想】同位角、内错角、同旁内角是由几条直线构成的? 它们之间共顶点吗? 如图 5-1-50 所示, 其中同位角、内错角、同旁内角分别是哪些角? 你能用列表的方式将这三种角的位置特点表述出来吗?

【明确】(1) 像上述两条直线 AB 和 CD 被第三条直线所截得到八个角, 我们称之为三线八角, 这三种角即同位角、内错角、同旁内角, 它们是不共顶点的角的关系.

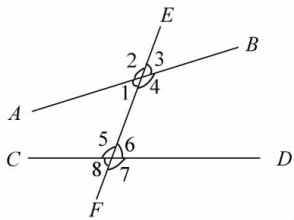


图 5-1-50

(2) 图中的同位角有_____;
内错角有_____;
同旁内角有_____.

(3) 三种角的位置.

	与被截直线的关系	与截线的关系
同位角	被截直线的同一方向	截线的同旁
内错角	被截直线之间	截线的两旁
同旁内角	被截直线之间	截线的同旁

【探究】如图 5-1-51 所示, 分别将木条 a, b 与木条 c 钉在一起, 并把它们想象成直线. 在直线 a, b 被直线 c 所截成的角中, $\angle 1$ 和 $\angle 2$ 是同位角. $\angle 2$ 和 $\angle 3$ 有怎样的位置关系? $\angle 2$ 和 $\angle 4$ 呢? 转动木条 a 或 b , 这些角之间还保持这种关系吗?

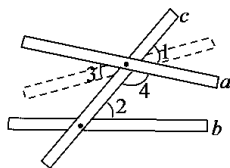


图 5-1-51

【答案】三线八角中不共顶点角的三种关系: 同位角、内错角、同旁内角. 它们不随角度大小变化而改变某两角之间关系, 如 $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 在转动的过程中, 只要直线 a, b 被 c 所截, 则始终都是同位角. $\angle 2$ 和 $\angle 3$ 是内错角. $\angle 2$ 和 $\angle 4$ 是同旁内角.

拓展应用
分类示例
提升能力

▶ 类型之一 识别同位角、内错角、同旁内角

例 1 指出图 5-1-52 中所有的同位角、内错角、同旁内角.

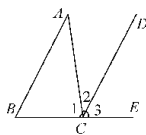


图 5-1-52



变式题 已知如图 5-1-53, 直线 AB, CD 被直线 EF 所截, 则 $\angle EMB$ 的同位角是 ()

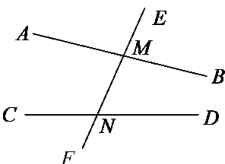


图 5-1-53

- A. $\angle AMF$
- B. $\angle BMF$
- C. $\angle ENC$
- D. $\angle END$

类型之二 用分离图形识别同位角、内错角、同旁内角

例 2 如图 5-1-54, $\angle B$ 与哪个角是内错角? $\angle B$ 与哪个角是同旁内角? $\angle C$ 与哪个角是内错角? $\angle C$ 与哪个角是同旁内角? 它们分别由哪两条直线被哪一条直线截成的?

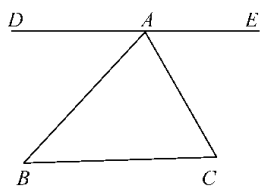


图 5-1-54

当堂检测 随堂练习 及时矫正

1. 下列各图中的 $\angle 1$ 与 $\angle 2$, 哪些是同位角? 哪些不是?

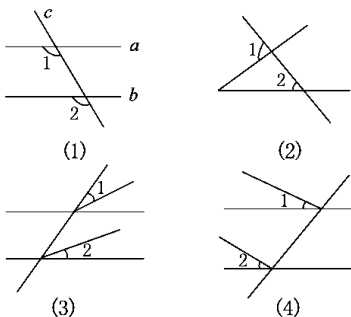


图 5-1-55

2. 如图 5-1-56.

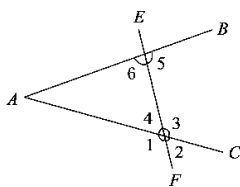


图 5-1-56

(1) $\angle 1, \angle 2, \angle 3, \angle 4, \angle 5, \angle 6$ 是直线 _____、_____ 被第三条直线 _____ 所截而成的;

(2) $\angle 2$ 的同位角是 _____, $\angle 1$ 的同位角是 _____;

(3) $\angle 3$ 的内错角是 _____, $\angle 4$ 的内错角是 _____;

(4) $\angle 6$ 的同旁内角是 _____, $\angle 5$ 的同旁内角是 _____.

3. 如图 5-1-57 中, 同位角有 _____ 对, 内错角有 _____ 对, 同旁内角有 _____ 对.

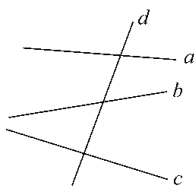


图 5-1-57

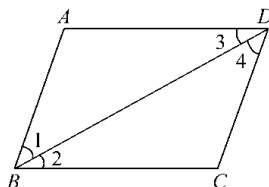


图 5-1-58

4. 如图 5-1-58 中, 同位角有 _____ 对, 内错角有 _____ 对, 同旁内角有 _____ 对.

5. 如图 5-1-59 中, 能与 $\angle 1$ 构成同位角的有 _____ 个, 内错角的有 _____ 个, 同旁内角的有 _____ 个.

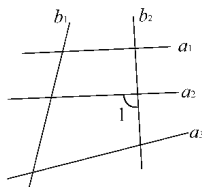


图 5-1-59

课时作业 课后操练 迁移升华

一、选择题

1. 具有下列关系的两角: (1) 互为补角; (2) 同位角; (3) 对顶角; (4) 内错角; (5) 邻补角; (6) 同旁内角. 其中一定有公共顶点的两角的对数为 ()
A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
2. 如图 5-1-60, 按各组角的位置, 判断错误的是 ()
A. $\angle 1$ 与 $\angle A$ 是同旁内角
B. $\angle 3$ 与 $\angle 4$ 是内错角
C. $\angle 5$ 与 $\angle 6$ 是同旁内角
D. $\angle 2$ 与 $\angle 5$ 是同位角

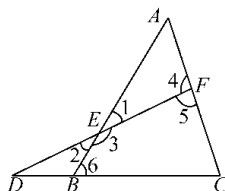


图 5-1-60

二、填空题

3. 如图 5-1-61, 直线 DE 经过三角形 ABC 的顶点 A , 延长 BA 到 F , 则 $\angle B$ 的同位角是 _____.

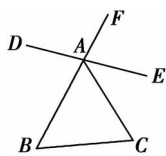


图 5-1-61

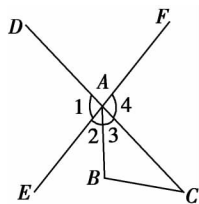


图 5-1-62

4. 如图 5-1-62, 直线 CD 、 EF 相交于点 A , 则在 $\angle 1$ 、 $\angle 2$ 、 $\angle 3$ 、 $\angle 4$ 、 $\angle B$ 和 $\angle C$ 这 6 个角中, 同位角有 _____, 内错角有 _____, 同旁内角有 _____.
5. 如图 5-1-63, 直线 DE 与 $\angle ABC$ 的两边相交, 则图中有 _____ 对内错角.

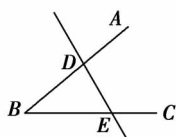


图 5-1-63

6. 如图 5-1-64 中, 请从: A. 同位角; B. 内错角; C. 同旁内角; D. 对顶角; E. 以上都不是. 选出正确答案, 并把它的代号填入题后的括号内.

- (1) $\angle 1$ 与 $\angle B$ (_____);
- (2) $\angle 2$ 与 $\angle B$ (_____);
- (3) $\angle 3$ 与 $\angle B$ (_____);
- (4) $\angle C$ 与 $\angle BAE$ (_____);
- (5) $\angle BAF$ 与 $\angle DAG$ (_____);
- (6) $\angle B$ 与 $\angle BAF$ (_____).

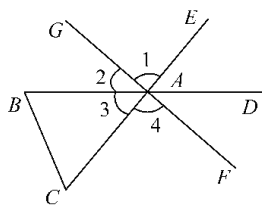


图 5-1-64

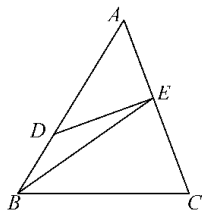


图 5-1-65

7. 如图 5-1-65 中, (1) $\angle BED$ 与 $\angle CBE$ 是直线 _____、_____ 被直线 _____ 所截成的 _____;
- (2) $\angle A$ 与 $\angle CED$ 是直线 _____、_____ 被直线 _____ 所截成的 _____ 角; (3) $\angle CBE$ 与 $\angle BEC$ 是直线 _____、_____ 被直线 _____ 所截成的 _____ 角; (4) $\angle AEB$ 与 $\angle CBE$ 是直线 _____、_____ 被直线 _____ 所截成的 _____ 角.

三、解答题

8. 如图 5-1-66, 图中同位角、内错角、同旁内角各有几对?

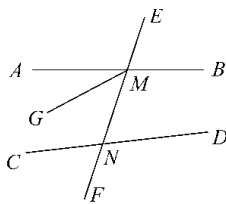


图 5-1-66

9. 如图 5-1-67, 标有角号的 7 个角中与 $\angle 1$ 是内错角、同旁内角的各有哪些? 与 $\angle 5$ 是同位角的有哪些?

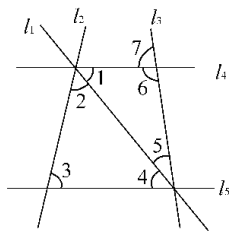


图 5-1-67

10. 如图 5-1-68, 其中同旁内角有多少对?

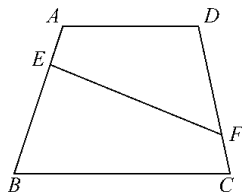


图 5-1-68

[选做题]

如图 5-1-69, 直线 AB 、 CD 、 EF 两两相交于点 O 、 P 、 Q ,

- (1) 试写出图中所有的对顶角;
- (2) 试写出 $\angle QOP$ 的同位角、内错角、同旁内角.

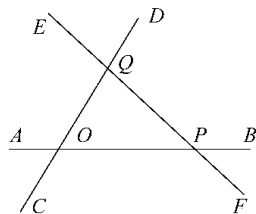


图 5-1-69



5.2 平行线及其判定

5.2.1 平行线



知识互动

解读知识
夯实基础

▶ 知识点一 平行线

在同一平面内，_____的两条直线叫做平行线。

直线 AB 平行于直线 CD ，记作_____。

【明确】(1) 平行线的定义中，“在同一平面内”是很重要的前提条件，空间里，两条直线还有既不平行也不相交的情况，如图 5-2-1 所示， AB 与 $B'C'$ ，既不相交，也不平行，叫做异面直线；

(2) 平行线指的是“两条直线”而不是两条射线或线段，两条射线或线段平行，是指它们所在的两条直线平行；

(3) “不相交”就是说两条直线没有公共点。

只有同时具备上面三个条件，才符合平行线的定义。

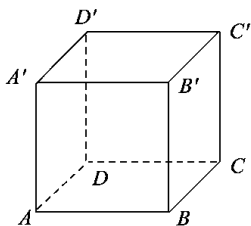


图 5-2-1

在同一平面内，两条直线只有_____和_____两种位置关系。

【注意】(1) 在同一平面内两条直线不相交就平行；反过来，不平行就相交。

(2) 现在所说的两条直线是指不重合的直线。

【探究】平行线的画法。

已知点 P 是直线 AB 外的一点，经过点 P 画一条直线，使它与 AB 平行。

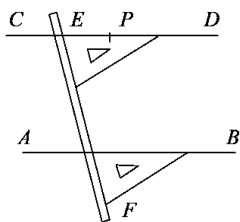


图 5-2-2

画法：(1) 把三角尺的一边落在直线 AB 上；(一落)

(2) 紧靠三角尺的另一边放一直尺；(二靠)

(3) 把三角尺沿直尺的边推到三角尺的一边恰好经过

点 P 的位置；(三推)

(4) 沿三角尺的这一边画直线 CD ；(四画)

如图 5-2-2 所示， CD 就是所要作的过点 P 与直线 AB 平行的直线。

▶ 知识点二 平行公理

【想一想】(1) 如图 5-2-3 所示，在转动木条 a 的过程中，有几个位置使得 a 与 b 平行？

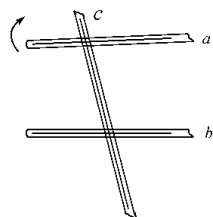


图 5-2-3

(2) 如图 5-2-4 所示，过点 B 画直线 a 的平行线，能画出几条？再过点 C 画直线 a 的平行线，它和前面画出的直线平行吗？

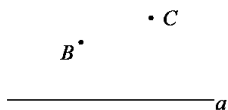


图 5-2-4

【答案】(1) 只有一个位置。(2) 只能画一条；平行。

【明确】经过直线外一点，有且只有一条直线与这条直线平行。

【想一想】上述这个结论你能说出它的依据吗？

【明确】我们不能说出它的依据，这个事实是人们在长期实践中总结出来的结论，这个事实我们称它为公理，它可以作为以后推理的依据。

【注意】“平行公理”中要强调经过直线外一点，否则结论不存在。

▶ 知识点三 平行公理的推论

如果两条直线都与第三条直线_____，那么这两条直线也互相平行。如图 5-2-5 所示，如果 $b \parallel a, c \parallel a$ ，则

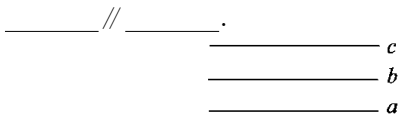


图 5-2-5

拓展应用 分类示例 提升能力

► 类型之一 平行线的概念判断真伪

例1 判断：

- (1) 不相交的直线叫平行线. ()
- (2) 两条直线的关系只有相交、平行两种. ()
- (3) 在同一平面内, 两条不同的直线的位置关系不相交就平行. ()
- (4) 在同一平面内的两条线段不相交, 那么这两条线段平行. ()
- (5) 不相交的两条射线一定是平行的两条射线. ()
- (6) 两条线段平行, 实际上是指它们所在的直线平行. ()
- (7) 在同一平面内, 不可能两条直线既不平行, 也不相交. ()

► 类型之二 平行公理的运用

例2 如图 5-2-6, 取一张长方形的硬纸片 $ABCD$ 对折, MN 是折痕, 把面 $ABNM$ 平摊在桌面上, 另一个面 $CDMN$ 不论怎样改变位置, 总有 $MN \parallel$ _____, $MN \parallel$ _____, 因此 _____ \parallel _____.

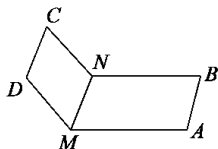


图 5-2-6

► 类型之三 立体图形中的两条直线的位置关系

例3 如图 5-2-7, 在长方体中:

- (1) 找出与棱 AB 平行的棱;
- (2) 找出与棱 AB 相交的棱;
- (3) 设想将各条棱都延伸成直线, 能否找出与 AB 既不平行又不相交的直线?

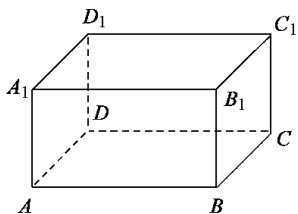


图 5-2-7

变式题 如图 5-2-8 所示的几何体中, 上下底面都是平行四边形, 各个侧面都是梯形, 那么图中和下底面平行的直线有 ()

- A. 1 条
- B. 2 条
- C. 4 条
- D. 8 条

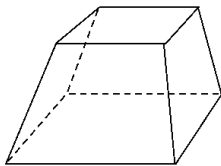


图 5-2-8

当堂检测 随堂练习 及时矫正

- (1) 在同一平面内, _____ 叫做平行线.
 - 平行用符号“_____”表示, 直线 AB 与直线 CD 平行, 可以记作 _____, 读作 _____.
 - 平行公理: 经过 _____ 一点, _____ 一条直线与这条直线平行.
 - 同一平面内, 两直线的位置关系是 _____ 或 _____.
2. 在下列图形中, 过 M 点作 $PQ \parallel AB$.

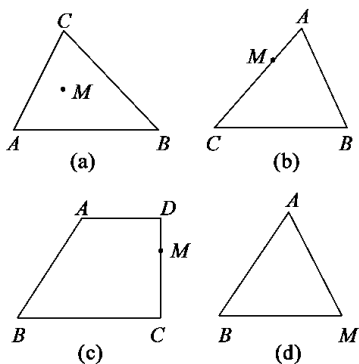


图 5-2-9

3. 如图 5-2-10, 直线 $a \parallel b, b \parallel c, c \parallel d$, 那么 $a \parallel d$ 吗? 为什么?

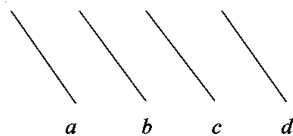


图 5-2-10

4. 如图 5-2-11, (1) 过点 D 画直线 $DE \parallel BC$, 交 AC 于点 E , 再过 E 画 $EF \parallel AB$, 交于 BC 于点 F ;
- (2) 分别量出 $\angle B, \angle BDE, \angle DEF, \angle EFC$ 的度数, 你有什么发现?

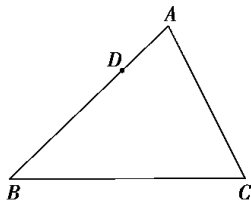


图 5-2-11



课时作业

课后操练
迁移升华

一、选择题

- 下列说法正确的是 ()
 - 在同一平面内,不相交的两条直线平行
 - 在同一平面内,不相交的两条射线平行
 - 在同一平面内,不相交的两条线段是平行线
 - 不相交的两条直线是平行线
- 在同一平面内,一条直线与另两条平行直线的关系是 ()
 - 一定与两条平行线平行
 - 只与两条平行线中的一条平行
 - 一定与两条平行线相交
 - 与两条平行线要么都平行要么都相交
- 在同一平面内的两条不重合的直线的位置关系可能有 ()
 - 两种:垂直或相交
 - 三种:平行、垂直、相交
 - 两种:平行或相交
 - 两种:平行或垂直
- 如图 5-2-12,在长方体 $ABCD-A'B'C'D'$ 中,棱 BC 所在的直线与棱 AA' 所在的直线的位置关系是 ()
 - 相交直线
 - 平行直线
 - 既不相交又不平行的直线
 - 以上说法都不对

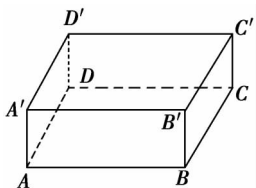


图 5-2-12

二、填空题

- 小红与小明是一墙之隔的邻居,现要知道他们的写字桌的边缘是否平行,应采取_____方法.
- 若 $l_1 // l_2, l_2 // l_3, l_3 // l_4$, 则 l_1 _____ l_4 , 其理由是_____.
- 两个相同的 $30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ 型的三角尺,最多可以拼出_____组不同的平行线.
- 已知直线 l_1 与 l_2 都经过点 P , 并且直线 $l_1 // l_2 // l_3$, 那么 l_1 与 l_3 重合的理由是_____.

三、解答题

9. 如图 5-2-13, 三角形 ABC , 分别过 A, B, C 三点作 BC, AC, AB 的平行线.

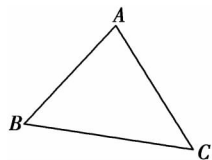


图 5-2-13

10. 已知直线 $a // b$, 第三条直线 c 与 a 相交, 那么 b 与 c 也相交吗? 请说明理由.

11. 如图 5-2-14, $AO // CD, BO // CD$, 且 $\angle AOC = \frac{1}{3} \angle AOB$, 求 $\angle AOC$ 的度数.

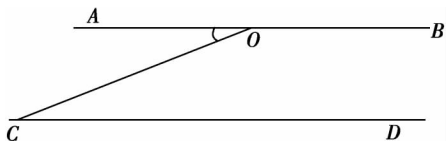


图 5-2-14

[选做题]

如图 5-2-15, AB, AD 是两条线段, 过点 B 作 AD 的平行线, 过点 D 作 AB 的平行线, 可以画成一个四边形, 这样的四边形有多少个? 为什么?

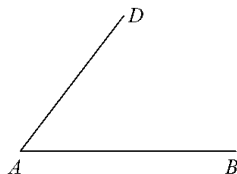


图 5-2-15

5.2.2 平行线的判定

第1课时



知识互动

解读知识
夯实基础

- 知识点一 同位角相等,两直线平行
如图 5-2-16 所示.

因为 $\angle 1 = \angle 2$,

根据同位角相等,两直线平行,

所以_____.

【明确】同位角相等,两直线平行,是我们通过画平行线时得出的结论,它可以直接用来判定两条直线是否平行,而不再一定要用定义来判定.

【练一练】如图 5-2-17 所示,你能说出木工用图中这种叫做角尺的工具画平行线的道理吗?

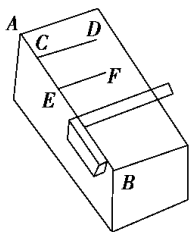


图 5-2-17

【答案】利用同位角相等(都是 90°),两直线平行.

- 知识点二 内错角相等,两直线平行

【探究】如图 5-2-18 所示,如 $\angle 2 = \angle 3$,能得到 $a \parallel b$ 吗?

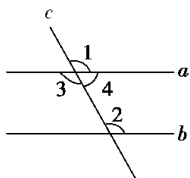


图 5-2-18

解:因为 $\angle 2 = \angle 3$ (已知),

$\angle 3 = \angle 1$ (对顶角相等),

所以 $\angle 1 = \angle 2$,

所以 $a \parallel b$ (同位角相等,两直线平行).

【练一练】如图 5-2-18 所示,如 $\angle 2 + \angle 4 = 180^\circ$,能得到 $a \parallel b$ 吗?

解:因为 $\angle 2 + \angle 4 = 180^\circ$ (已知),

$\angle 3 + \angle 4 = 180^\circ$ (邻补角定义),

所以 $\angle 2 = \angle 3$ (同角的补角相等),

所以 $a \parallel b$ (内错角相等,两直线平行).

- 知识点三 同旁内角互补,两直线平行

【明确】判定两条直线是否平行,方法较多,要灵活运

用,不能拘泥于某一种判定方法;另外还要注意同旁内角互补,而不是相等,才可判定两直线平行.

【练一练】在铺设铁轨时,两条直轨必须是互相平行的.如图 5-2-19 所示,已知 $\angle 2$ 是直角,那么再度量图中哪个角(图中已标出的),就可以判断两条直轨是否平行?说出你的理由.

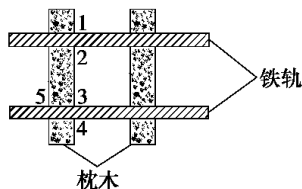


图 5-2-19

【答案】度量 $\angle 3, \angle 4, \angle 5$ 中的一个即可.



拓展应用

分类示例
提升能力

- 类型之一 两直线平行的判定方法 1 的应用

例 1 如图 5-2-20,直线 AB, CD 被直线 EF 所截,且 $\angle 1 = 60^\circ, \angle 2 = 120^\circ$,那么 AB 与 CD 平行吗?为什么?

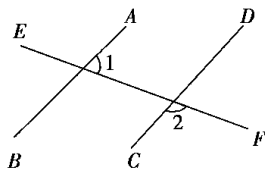


图 5-2-20

变式题 如图 5-2-21,已知 $\angle 1 = 68^\circ, \angle 2 = 68^\circ, \angle 3 = 112^\circ$.

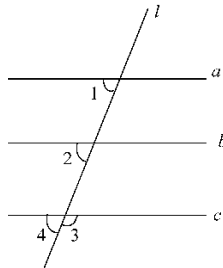


图 5-2-21

(1) 因为 $\angle 1 = 68^\circ, \angle 2 = 68^\circ$ (已知),

所以 $\angle 1 = \angle 2$ (),



所以 $\underline{\hspace{2cm}} \parallel \underline{\hspace{2cm}}$ ($\hspace{2cm}$) .

(2) 因为 $\angle 3 + \angle 4 = 180^\circ$ ($\hspace{2cm}$) ,

$\angle 3 = 112^\circ$,

所以 $\angle 4 = 68^\circ$.

又因为 $\angle 2 = 68^\circ$,

所以 $\angle 2 = \angle 4$ ($\hspace{2cm}$) ,

所以 $\underline{\hspace{2cm}} \parallel \underline{\hspace{2cm}}$ ($\hspace{2cm}$) .

例2 ▶ 如图 5-2-22, 已知直线 a, b, c 被直线 d 所截, 若 $\angle 1 = \angle 2, \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$, a 与 c 平行吗? 试说出理由.

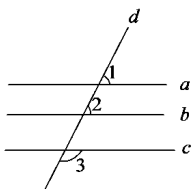


图 5-2-22

▶ 类型之二 平行线的判定的综合应用

例3 ▶ 如图 5-2-23,

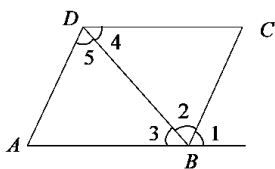


图 5-2-23

(1) 因为 $\angle 1 = \angle A$ (已知),

所以 $\underline{\hspace{2cm}} \parallel \underline{\hspace{2cm}}$ ($\hspace{2cm}$) .

(2) 因为 $\angle 3 = \angle 4$ (已知),

所以 $\underline{\hspace{2cm}} \parallel \underline{\hspace{2cm}}$ ($\hspace{2cm}$) .

(3) 因为 $\angle 2 = \angle 5$ (已知),

所以 $\underline{\hspace{2cm}} \parallel \underline{\hspace{2cm}}$ ($\hspace{2cm}$) .

(4) 因为 $\angle ADC + \angle C = 180^\circ$ (已知),

所以 $\underline{\hspace{2cm}} \parallel \underline{\hspace{2cm}}$ ($\hspace{2cm}$) .

例4 ▶ 如图 5-2-24, 已知 $AC \perp AE, BD \perp BF, \angle 1 = 15^\circ, \angle 2 = 15^\circ$, AE 与 BF 平行吗? 为什么?

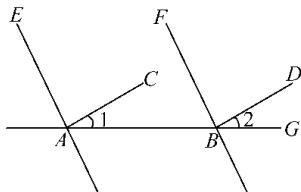


图 5-2-24

变式题 ▶ 如图 5-2-25, 如果 $\underline{\hspace{2cm}}$, 那么 $a \parallel b$.

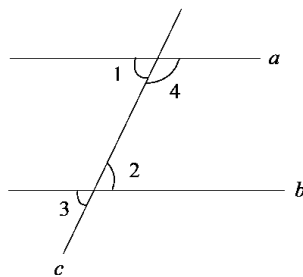


图 5-2-25



当堂检测

随堂练习
及时矫正

1. 如图 5-2-26, 如果 $\angle B = \angle 1$, 那么依据 $\underline{\hspace{2cm}}$ 可得 $AD \parallel BC$; 如果 $\underline{\hspace{2cm}}$, 那么依据 $\underline{\hspace{2cm}}$ 可得 $AB \parallel CD$.

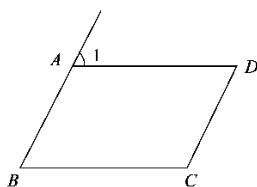


图 5-2-26

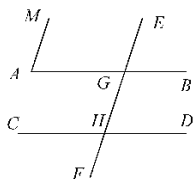


图 5-2-27

2. 如图 5-2-27, $\angle BAM = 75^\circ, \angle BGE = 75^\circ, \angle CHG = 105^\circ$. 可推出 $AM \parallel EF, AB \parallel CD$, 完成下列空白: 因为 $\angle BAM = 75^\circ, \angle BGE = 75^\circ$ (已知), 所以 $\angle BAM = \angle BGE$ ($\hspace{2cm}$) , 所以 $\underline{\hspace{2cm}} \parallel \underline{\hspace{2cm}}$ ($\hspace{2cm}$) . 又因为 $\angle AGH = \angle BGE$ ($\hspace{2cm}$) , 所以 $\angle AGH = 75^\circ$ ($\hspace{2cm}$) , 所以 $\angle AGH + \angle CHG = 75^\circ + 105^\circ = 180^\circ$, 所以 $\underline{\hspace{2cm}} \parallel \underline{\hspace{2cm}}$ ($\hspace{2cm}$) .
3. 如图 5-2-28, (1) 若 $\angle 1 = \angle 2$, 能说直线 CE 与直线 BF 平行吗? 为什么? (2) 若 $\angle 3 = \angle 4$, 能说直线 AB 与直线 CD 平行吗? 为什么?

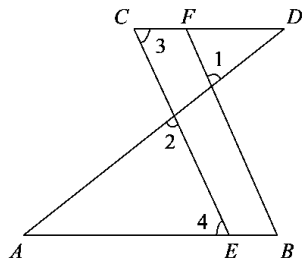


图 5-2-28