全新修订

CHAMPION

教与学 整体设计

JIAO YU XUE
ZHENGTI SHEJI

全品学练考

本册主编：王能生

编　　者：王愿生　田荣刚　许良雄
张向阳　叶利军　王能生
刘富国

新课标·人教版

数　学

九年级下册

中国致公出版社

目录

Contents

第二十六章　二次函数

26.1　二次函数

第1课时

知识互动 解读知识 夯实基础

▶ 知识点一　实际问题中的二次函数关系

实际问题1　多边形的对角线 d 与边数 n 之间的关系.

【点拨】从一个顶点出发,可作 $(n-3)$ 条对角线,从 n 个顶点出发,可作__________条对角线.

【注意】计算总条数时要去掉重复情况,故需除以2.

实际问题2　某工厂一种产品现在的年产量是20件.计划今后两年增加产量.如果每年都比上一年的产量增加 x 倍.那么两年后这种产品的产量 y 将随计划所定的 x 的值而确定,y 与 x 之间的关系应怎样表示?

【点拨】一年后的产量为____________,

再过一年后的产量为________________,

即两年后的产量为____________.

▶ 知识点二　二次函数的定义

形如 $y=ax^2+bx+c$ (a,b,c 是常数,$a\neq0$)的函数,叫做二次函数.

【注意】(1) 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 中,$a\neq0$ 是必要条件,不可忽视.

(2) b,c 的值可以为任何实数.

(3) 定义是关于 x 的二次整式,切不可把"$y=x^2+\frac{1}{x}+3$"也当成二次函数.

拓展应用 分类示例 提升能力

▶ 类型之一　二次函数的定义及其应用

例1　下列函数是二次函数的有　(　　)

A. $y=8x^2+1$　　B. $y=2x-3$

C. $y=3x^2+\frac{1}{x^2}$　　D. $y=\frac{3}{x}$

变式题　若 $y=(b-1)x^2+3$ 是二次函数,则________.

▶ 类型之二　实际问题中的二次函数

例2　一个正方形的边长是12 cm.若从中挖去一个长为 $2x$ cm,宽为 $(x+1)$ cm 的小长形.剩余部分的面积为 y cm^2.

(1)写出 y 与 x 之间的关系表达式,并指出 y 是 x 的什么函数.

(2)当小长方形的长中,x 的值为2,4时,相应的剩余部分的面积是多少?

变式题　一个圆柱的高等于底面半径,写出它的表面积 S 与半径 r 之间的关系式.

例3　n 支球队参加比赛,每两队之间进行一场比赛.写出比赛的场次数 m 与球队数 n 之间的关系式.

当堂检测 随堂练习 及时矫正

1. 二次函数 $y=ax^2$ 中,当 $x=1$ 时,$y=2$,则 $a=$______.
2. 已知函数 $y=(a+2)x^2+x-3$ 是二次函数,则常数 a 的取值范围是________.

3. 设 $y=y_1-y_2$，y_1 与 $\frac{1}{x}$ 成反比例，y_2 与 x^2 成正比例，则 y 与 x 的函数关系是（　　）
A. 正比例函数　B. 反比例函数
C. 二次函数　D. 一次函数

4. 已知：函数 $y=(m+1)x^{m^2-3m-2}+(m-1)x$（$m$ 是常数）.
(1)m 为何值时，它是二次函数？
(2)m 为何值时，它是一次函数？

课时作业

课后操练　迁移升华

一、选择题

1. 下列函数中，不是二次函数的是（　　）
A. $y=1-2x^2$　B. $y=3(x-1)^2+4$
C. $y=\frac{1}{2}(x-2)(x+3)$　D. $y=(x+1)^2-x^2$

2. 若函数 $y=(2-m)\cdot x^{m^2-2}$ 是二次函数，则 m 的值是（　　）
A. 2　B. -2　C. ±2　D. ±1

3. 半径是 3 的圆，如果半径增加 $2x$，面积 S 和 x 之间的函数关系是（　　）
A. $S=2\pi(x+3)^2$　B. $S=9\pi+x$
C. $S=4\pi x^2+12x+9$　D. $S=4\pi x^2+12\pi x+9\pi$

二、填空题

4. 二次函数 $y=ax^2$ 中，当 $x=3$ 时，$y=-1$，则 $a=$________.

5. 在边长为 15 cm 的正方形铁片中间剪去一个边长为 x cm的正方形铁片，剩下的四方框铁片的面积 $y(\text{cm}^2)$ 与 $x(\text{cm})$ 之间的函数关系是________.

6. 从正十边形的一个顶点出发可以引______条对角线，从十个顶点出发共可作______条对角线.

7. 10 支球队参加比赛，每两队之间进行一场比赛，共需进行______场比赛. 若有 n 支球队参加比赛，共需进行______场比赛.

8. 银行的储蓄利率是随时间的变化而变化的，也就是说，利率是一个变量. 设人民币一年定期储蓄的年利率是 x，一年到期后，银行将本金和税后利息（利息税＝利息×20%）按一年定期储蓄转存，如果存款额是 1(万元)，那么一年后的本息和为________；两年后的本息和 y(万元)与 x 之间的函数关系式为________.

9. 某果园有 100 棵橙子树，每一棵树平均结 600 个橙子. 现准备多种一些橙子树以提高产量，但是如果多种树，那么树之间的距离和每一棵所接受的阳光就会减少. 根据经验估计，每多种一棵树，平均每棵树就会少结 5 个橙子.
(1)假设果园增种 x 棵橙子树，那么果园共有多少棵橙子树？这时平均每棵树结多少个橙子？
(2)如果果园橙子的总产量为 y 个，那么请你写出 y 与 x 之间的关系式.

三、解答题

★10. 当 m 为何值时，函数 $y=(m-2)\cdot x^{m^2-2m+2}+(m-1)x$ 是二次函数；当 m 为何值时，此函数为一次函数？

11. 已知点 $P(a,4)$，$Q(1,b)$ 关于 x 轴对称.
(1)求 a,b 的值.
(2)若 $y=ax^2+bx$，试写出 y 与 x 的函数关系式.
(3)根据(2)中的函数关系式，填写下表：

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
y									

(4)由(3)中的结果，猜想 y 的最小值是多少，此时 x 为何值？

[选做题]

由于宣传力度的增加，近期某博物馆每周都吸引了大量中外游客前来参观. 如果游客过多，对馆中的珍贵文物会产生不利影响，但同时考虑到文物的修缮和保存费用问题，还要保证一定的门票收入. 因此，博物馆采取了涨浮门票价格的方法来控制参观人数，在该方法实施过程中发现，每周参观人数与票价之间存在着如图 26－1－1 所示的一次函数关系.

(1)设每张门票的价格为 x 元，每周参观人数为 y(人)，试写出 y 与 x 的函数关系式；

(2)试写出每周的门票收入 w(元)与门票价格 x 之间的函数关系；

(3)如果要确保每周 4 万元的门票收入，那么每周应限定参观人数是多少？门票价格应定为多少元？

(4)试探索并猜想，该博物馆每周的门票收入最多可达多少元？此时门票的价格为多少元？

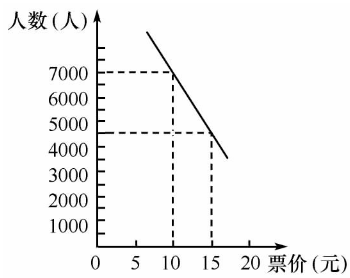


图 26—1—1

第 2 课时

知识互动 解读知识 夯实基础

▶ 知识点一 怎样画函数 $y=ax^2$ 的图象

【做一做】画函数 $y=x^2$ 的图象.

【点拨】可按“列表，描点，连线”这三个步骤完成. 但需注意以下两点：①列表. 表中的对应值一般取 5～7 组即可. ②连线时需按自变量从小到大的顺序，用平滑曲线顺次连接，切不可用直线将各点顺次连接.

【想一想】此函数图象有何特征？

【点拨】特征有如下几点：

①此函数图象是________.

②抛物线的顶点坐标是(0,0)，开口方向向______.

③抛物线关于______对称.

▶ 知识点二 函数 $y=ax^2$ 的图象特征

【做一做】在同一直角坐标系中，画出函数 $y=\frac{1}{2}x^2$，$y=2x^2$ 的图象，并比较它们的异同.

【点拨】这几个函数图象的异同点是：

相同点：①形状都是________.

②顶点坐标都是__________.

③对称轴都是______.

④它们的开口方向都是______.

不同点：开口大小不相同.

【练一练】在同一直角坐标系中，画出函数 $y=-x^2$，$y=-\frac{1}{2}x^2$，$y=-2x^2$ 的图象.

【答案】略

比较以上两组函数图象，可知二次函数的图象有如下特征：

(1)二次函数 $y=ax^2$ 的图象是一条抛物线($y=ax^2+bx+c$ 的图象也是抛物线).

(2)抛物线 $y=ax^2$ 的对称轴是 y 轴，顶点是原点.

(3)$a>0$，抛物线的开口向上，顶点是抛物线的最低点，$a<0$ 时，抛物线的开口向下，顶点是抛物线的最高点.

(4)$|a|$越大，抛物线的开口越小.

拓展应用 分类示例 提升能力

▶ 类型之一 如何画好二次函数的图象

【明确】画二次函数图象一般是按以下三个步骤进行：(1)列表、取值；(2)描点；(3)连线. 但初学者对三个步骤，易犯下列错误，注意避免.

(1)表格中，取值过多或过少. 画函数 $y=ax^2$ 的图象，取对应值时，一般取 5 组或 7 组有代表性的对应值即可.

(2)连线不是光滑曲线，有的用折线. 有的画得过渡不自然，不像抛物线.

例1 图 26—1—2 是甲、乙、丙三人画的二次函数 $y=2x^2$ 的图象，请你帮助修改.

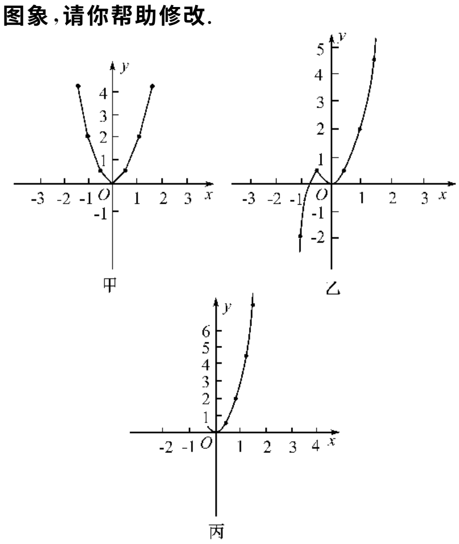


图 26—1—2

▶ **类型之二 函数 $y=ax^2$ 的图象特征的应用**

例2 (1)填空:函数 $y=(-\sqrt{2}x)^2$ 的图象是________,顶点坐标是________,对称轴是__________,开口方向是________.

(2)函数 $y=x^2$,$y=\frac{1}{2}x^2$,$y=-2x^2$ 的图象如图 26—1—3 所示.请指出三条抛物线的名称.

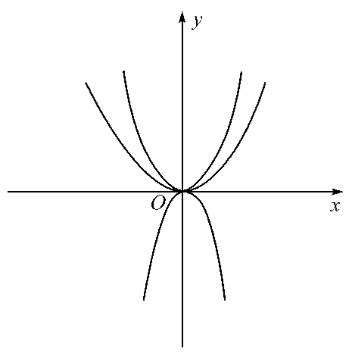


图 26—1—3

当堂检测 随堂练习 及时矫正

1. 抛物线 $y=4x^2$ 的开口方向是________,顶点坐标是__________,对称轴是________.抛物线 $y=-\frac{1}{4}x^2$ 的开口方向是________,顶点坐标是__________,对称轴是________.
2. 在同一坐标系中:①$y=\frac{1}{2}x^2$;②$y=-x^2$;③$y=2x^2$ 这三个函数图象开口最大的是______,最小的是______,开口向下的是______.
3. 已知抛物线的顶点在原点,对称轴是 y 轴,且经过 $(-3,2)$.求此抛物线的解析式.并指出 $x>0$ 时,y 随 x 的变化情况.

课时作业 课后操练 迁移升华

一、选择题

1. 在同一直角坐标系中,函数 $y=ax^2(a\neq 0)$ 与 $y=ax$ 的大致图象是 ( )

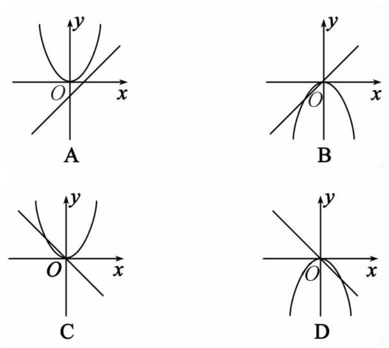


图 26—1—4

2. 函数 $y=x^2$,$y=\frac{1}{2}x^2$,$y=2x^2$ 的图象大致如图 26—1—5 所示,则图中从里到外的三条抛物对应的函数依次是 ( )

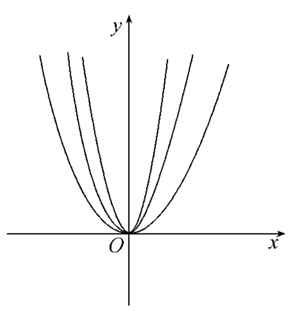


图 26—1—5

A. $y=\frac{1}{2}x^2$,$y=x^2$,$y=2x^2$

B. $y=x^2$,$y=\frac{1}{2}x^2$,$y=2x^2$

C. $y=2x^2$,$y=\frac{1}{2}x^2$,$y=x^2$

D. $y=2x^2$,$y=x^2$,$y=\frac{1}{2}x^2$

3. 关于二次函数 $y=x^2$ 的图象,下列说法错误的是 ( )

A. 它的形状是一条抛物线

B. 它的开口向上,且关于 y 轴对称

C. 它的顶点是抛物线的最高点

D. 它的顶点在原点处,坐标为 $(0,0)$

4. 已知:二次函数 $y=3x^2$,$y=-3x^2$,$y=\frac{1}{3}x^2$,$y=-\frac{1}{3}x^2$,它们图象的共同特点为 ( )

没有充实的心灵,财富只不过是个丑陋的乞丐. ——[美]爱默生

A. 都关于原点对称，开口方向向上

B. 都关于 x 轴对称，y 随 x 增大而增大

C. 都关于 y 轴对称，y 随 x 增大而减小

D. 都关于 y 轴对称，顶点都是原点

二、填空题

5. 若二次函数 $y=(m+2)x^{m^2-3}$ 的图象开口向下，则 $m=$________.

6. 若 y 与 x^2 成正比例，且当 $x=2$ 时，$y=20$. 则 y 与 x 之间的函数关系式是__________.

7. 已知点 $P(5,25)$ 在抛物线 $y=ax^2$ 上，则当 $x=2$ 时，y 的值为______.

8. 如图 26－1－6 所示，图中抛物线是某个二次函数的图象. 则此二次函数的解析式为____________，根据图象知，$x=$______，y 的值最大.

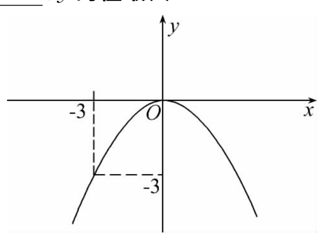


图 26－1－6

9. 把函数 $y=-3x^2$ 的图象绕其顶点旋转 $180°$，得到的图象的解析式为________.

三、解答题

10. 先列表取值，再在同一直角坐标系内，画出下列函数的图象.

(1) $y=2x^2$；(2) $y=-2x^2$；(3) $y=\frac{1}{2}x^2$.

11. 试写出二次函数 $y=ax^2$ 与 $y=-ax^2$ 的四个相同的性质来.

12. 函数 $y=ax^2(a\neq0)$ 与直线 $y=2x-3$ 交于 $(1,b)$，求：

(1) a 和 b 的值；

(2)求抛物线 $y=ax^2$ 的解析式，并求顶点坐标和对称轴；

(3)求抛物线与直线 $y=-2$ 的两交点及顶点所构成的三角形面积.

[选做题]

已知：抛物线 $y=ax^2$ 与直线 $y=x+m$ 交于 $A(-1,1)$，B 两点，O 为坐标原点，求 $\triangle AOB$ 的面积.

第 3 课时

知识互动　解读知识　夯实基础

▶ **知识点　函数 $y=ax^2+c$ 的图象与性质**

二次函数图象的画法：描点法.

其步骤为：(1)________；(2)________；(3)________.

【做一做】画函数 $y=x^2+1$ 与 $y=x^2-1$ 的图象.

【点拨】1. 列表时，自变量 x 的值以 0 为中心对称地选取绝对值相等而符号相反的数值. 这样描点方便，所画的图象具有对称性.

2. 连线必须用光滑的曲线顺次连接各点.

3. 函数 $y=x^2+1$ 和 $y=x^2-1$ 的图象仍然都是抛物线.

【议一议】二次函数 $y=x^2+1$ 与 $y=x^2-1$，$y=x^2$ 的图象有哪些相同点和不同点？它们之间有什么联系.

【点拨】相同点：

①开口方向相同，它们的开口都________.

②对称轴相同，它们的对称轴都是________.

③形状大小也相同.

不同点：顶点的位置不同，抛物线的位置也不同.

联系：$y=x^2 \xrightarrow[\text{1个单位}]{\text{向上平移}} y=$__________.

$y=x^2 \xrightarrow[1\text{个单位}]{\text{向下平移}} y=$________.

【归纳】抛物线 $y=ax^2$ 与 $y=ax^2\pm c$ 之间的关系是：①它们的形状大小，开口方向均相同，只是位置不同.

②抛物线有如下平移规律：

$y=ax^2 \xrightarrow[c\text{个单位}]{\text{向上平移}} y=ax^2+c$.

$y=ax^2 \xrightarrow[c\text{个单位}]{\text{向下平移}} y=ax^2-c$.

拓展应用 分类示例 提升能力

▶ 类型之一 函数 $y=ax^2+c$ 的图象特征与性质的运用

例1 抛物线 $y=ax^2+c$ 与 $y=-5x^2$ 的形状大小，开口方向都相同，且其顶点坐标是 $(0,3)$. 则其表达式为________，它是由抛物线 $y=-5x^2$ 向____平移____个单位得到的.

▶ 类型之二 求二次函数的解析式

例2 若抛物线 $y=ax^2+c$ 经过点 $(-1,2)$，$(0,-4)$，求该抛物线的解析式.

例3 已知抛物线 $y=ax^2+c$ 向下平移 2 个单位后，所得抛物线为 $y=-3x^2+2$. 试求 a，c 的值.

当堂检测 随堂练习 及时矫正

1. 抛物线 $y=-2x^2-5$ 的开口方向________，对称轴是________，顶点坐标是________.
2. 抛物线 $y=ax^2+c$ 与 $y=3x^2$ 的形状相同，且其顶点坐标是 $(0,1)$. 则其表达式为____________.
3. 下列各组抛物线中，能够互相平移而彼此得到对方的是 ( )

A. $y=2x^2$ 与 $y=3x^2$

B. $y=\frac{1}{2}x^2+2$ 与 $y=2x^2+\frac{1}{2}$

C. $y=2x^2$ 与 $y=x^2+2$

D. $y=x^2+2$ 与 $y=x^2-2$

4. 在同一直角坐标系中，一次函数 $y=ax+c$ 与二次函数 $y=ax^2+c$ 的图象大致为 ( )

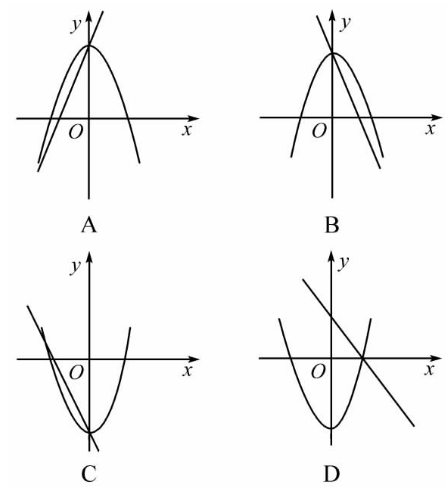


图 26－1－7

5. 若抛物线 $y=ax^2+c$ 经过点 $A(-3,2)$，$B(0,-1)$. 求该抛物线的解析式.

课时作业 课后操练 迁移升华

一、选择题

1. 当 k 取 $1,0,-1$ 时，关于抛物线 $y=2x^2+k$ 有以下判断：
①开口方向相同，②对称轴相同，③形状大小相同，④都有最高点.
其中正确的有 ( )

A. 1 个 B. 2 个

C. 3 个 D. 4 个

2. 对于二次函数 $y=-\frac{1}{3}x^2+2$. 当 x 为 x_1 和 x_2 时，对应的函数值分别为 y_1 和 y_2 若 $x_1>x_2>0$，则 y_1 与 y_2 的大小关系是 ( )

A. $y_1>y_2$ B. $y_1<y_2$

C. $y_1=y_2$ D. 无法比较

3. 抛物线 $y=x^2-4$ 与 x 轴交于 B，C 两点，顶点为 A，则 $\triangle ABC$ 的面积是 ( )

A. 16 B. 8 C. 4 D. 2

4. 若抛物线 $y=ax^2+c$ 与抛物线 $y=2x^2+3$ 关于 x 轴对称. 则 a 与 c 的值分别为 ( )

A. $a=-2$，$c=3$ B. $a=2$，$c=-3$

C. $a=-2$，$c=-3$ D. 无法确定

5. 若二次函数 $y=ax^2+c(a\neq 0)$ 当 x 分别取 x_1，x_2（$x_1\neq$

x_2)时，函数值相等. 则当 x 取 x_1+x_2 时，函数值为（　　）

A. $a+c$　　B. $a-c$　　C. $-c$　　D. c

二、填空题

6. 抛物线 $y=-3x^2+2$ 的开口向______，对称轴是______轴，顶点坐标是__________.

7. 抛物线 $y=\frac{1}{2}x^2$ 向下平移 5 个单位后，所得抛物线为______________，再向上平移 7 个单位后，所得抛物线为____________.

8. 请你写出函数 $y=x^2$ 与 $y=x^2+3$ 具有的一个共同的性质________________________________.

9. 若点(2,7)在函数 $y=ax^2-1$ 的图象上，则 $a=$______；若点($\frac{1}{2}$，m)与点(n，7)也在此函数的图象上，则 $m=$________，$n=$________.

三、解答题

10. 在同一坐标系内，描点画出下列函数的图象，并指出对称轴与顶点坐标.

(1) $y=2x^2$；(2) $y=2x^2+3$；(3) $y=2x^2-3$.

11. 某菜农搭建了一个横截面为抛物线的大棚，有关尺寸如图 26—1—8 所示：

(1)试求抛物线的解析式.

(2)若菜农身高 1.6 米，则她在不弯腰的情况下，横向活动范围有几米？(结果精确到 0.01 米；$\sqrt{5}\approx 2.236$.)

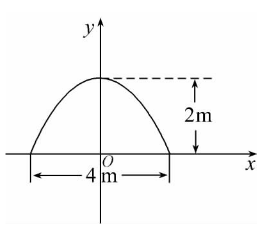


图 26—1—8

12. 已知二次函数 $y=ax^2-2$ 的图象经过点(1，-1).

(1)求这个二次函数的解析式；

(2)x 为何值时，y 的值最大(或最小)？

(3)判断此函数图象与 x 轴的交点个数.

[选做题]

如图 26—1—9(a)，有一座抛物线拱桥，桥下面在正常水位 AB 时，宽 20 m，这时，拱高(O 点到 AB 的距离)为 4 m.

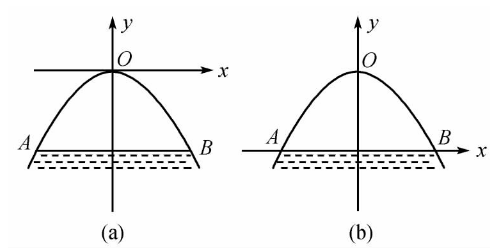


图 26—1—9

(1)你能求出图 26—1—9(a)的坐标系中，抛物线的解析式吗？

(2)如果将直角坐标系建成如图 26—1—9(b)，抛物线的形状、解析式有变化吗？

第 4 课时

知识互动 解读知识 夯实基础

▶ **知识点一　函数 $y=a(x-h)^2$ 的图象与性质**

画二次函数 $y=-\frac{1}{2}(x+1)^2$ 和 $y=-\frac{1}{2}(x-1)^2$ 的图象.

【点拨】(1)可用列表，描点，连线的方法画出这两个函数的图象. 如图 26—1—10 所示. 请将 $y=-\frac{1}{2}(x-1)^2$ 的图象在图中补充出来.

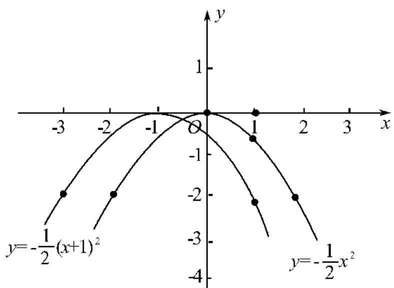


图 26—1—10

(2)它们的图象形状大小，开口方向均与抛物线________相同.

(3)抛物线 $y=-\frac{1}{2}x^2$ 向左平移 1 个单位，即为抛物线__________；抛物线 $y=-\frac{1}{2}x^2$ 向右平移 1 个单位，即为抛物线__________.

▶ **知识点二 函数 $y=a(x-h)^2+k$ 的图象与性质**

画函数 $y=-\frac{1}{2}(x+1)^2-1$ 的图象.

如图 26—1—11 所示.(请完成 $y=-\frac{1}{2}(x+1)^2-1$ 的图象)

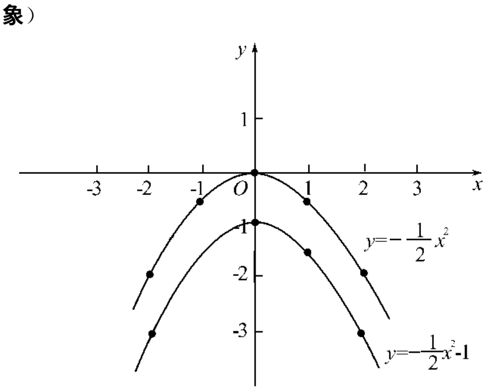


图 26—1—11

【归纳】(1)抛物线 $y=a(x-h)^2+k$ 有如下特征：

$y=a(x-h)^2+k$	开口方向	对称轴	顶点坐标
$a>0$	向上	$x=h$	(h,k)
$a<0$	向下	$x=h$	(h,k)

(2)平移规律：

$y=ax^2 \xrightarrow[k\text{个单位}]{\text{向上(或下)平移}} y=ax^2\pm k.$

向左(向右)平移 h 个单位 ↓　　　　向左(或右)平移 h 个单位 ↓

$y=a(x\pm h)^2 \xrightarrow[k\text{个单位}]{\text{向上(或下)平移}} y=a(x\pm h^2)\pm k$

拓展应用 分类示例 提升能力

▶ **类型之一 函数 $y=a(x-h)^2+k$ 的图象特征的应用**

例1 填表：

解析式	开口方向	对称轴	顶点坐标
$y=-5x^2$			
$y=\frac{1}{2}x^2+5$			
$y=-3(x+4)^2$			
$y=4(x+2)^2-7$			

▶ **类型之二 平移规律的应用**

例2 将抛物线 $y=-3x^2$ 向右平移 2 个单位，再向上平移 5 个单位，得到的抛物线解析式是 ( )

A. $y=-3(x-2)^2-5$

B. $y=-3(x+2)^2-5$

C. $y=-3(x+2)^2+5$

D. $y=-3(x-2)^2+5$

▶ **类型之三 二次函数 $y=a(x-h)^2+k$ 的综合应用**

例3 若直线 $y=3x+m$ 经过第一、三、四象限，则抛物线 $y=(x-m)^2+1$ 的顶点必在第______象限 ( )

A. 一　　B. 二

C. 三　　D. 四

当堂检测 随堂练习 及时矫正

1. 二次函数 $y=\frac{1}{2}(x-3)^2+4$ 的图象可以看作是二次函数 $y=\frac{1}{2}x^2$ 的图象向______平移 3 个单位，再向______平移 4 个单位得到的.
2. 如果二次函数 $y=a(x-h)^2+k$ 的对称轴为 $x=-1$，则 $h=$______；如果它的顶点坐标为 $(-1,-3)$，则 k 的值为______.
3. 确定下列二次函数图象的开口方向、对称轴和顶点坐标.

(1) $y=-2(x+3)^2+4$；

(2) $y=-\frac{1}{3}(x-3)^2-1$；

(3) $y=-\frac{1}{5}(x+1)^2$；

(4) $y=\frac{1}{6}x^2-7$.

4. 把二次函数 $y=a(x-h)^2+k$ 的图象先向左平移 2 个单位，再向上平移 4 个单位，得到二次函数 $y=-\frac{1}{2}(x+1)^2-1$ 的图象.

(1)试确定 a,h,k 的值.

(2)指出二次函数 $y=a(x-h)^2+k$ 的开口方向，对称轴和顶点坐标.

课时作业　课后操练 迁移升华

一、选择题

1. 抛物线 $y=(x-2008)^2+2$ 的顶点坐标是　（　　）

A. $(-2008,-2)$　B. $(2008,2)$

C. $(-2008,2)$　D. $(2008,-2)$

2. 在同一坐标平面内，图象不可能由函数 $y=2x^2+1$ 的图象通过平移变换、轴对称变换得到的函数是　（　　）

A. $y=2(x+1)^2-1$　B. $y=2x^2+3$

C. $y=-2x^2-1$　D. $y=\frac{1}{2}x^2-1$

3. 对于抛物线 $y=-2(x-1)^2+3$ 的说法中错误的是　（　　）

A. 抛物线的开口向下

B. 抛物线的顶点坐标是(1,3)

C. 抛物线的对称轴是直线 $x=1$

D. 当 $x>1$ 时，y 随 x 的增大而增大

4. 小敏在某次投篮中，球的运动路线是抛物线 $y=-\frac{1}{5}x^2+3.5$ 的一部分(如图26－1－12)，若命中篮圈中心，则他与篮底的距离是　（　　）

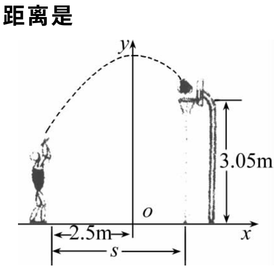


图 26－1－12

A. 3.5 m　B. 4 m

C. 4.5 m　D. 4.6 m

5. 已知点 $(-1,y_1)$，$(-3\frac{1}{2},y_2)$，$(\frac{1}{2},y_3)$ 都在函数 $y=3(x+1)^2-2$ 的图象上，则 y_1,y_2,y_3 的大小关系为　（　　）

A. $y_1>y_2>y_3$　B. $y_2>y_1>y_3$

C. $y_2>y_3>y_1$　D. $y_3>y_1>y_2$

二、填空题

6. 二次函数 $y=-5(x+3)^2-4$ 的图象的开口方向是________，顶点坐标是__________，对称轴是________.

7. 二次函数 $y=a(x-h)^2+k$ 的图象经过点(－1,0)和(5,0)，则 $h=$______.

8. 抛物线 $y=2(x-2)^2-6$ 的顶点为 C，已知 $y=-kx+3$ 的图象经过点 C，则这个一次函数与两坐标轴所围成的三角形面积为______.

9. 抛物线 $y=-2(x-5)^2+7$ 向______平移______单位后，再向______平移______单位，可得抛物线 $y=-2x^2-1$.

10. 若某个抛物线的顶点为(－3,5)，形状大小、开口方向与 $y=2x^2-1$ 完全相同，则此抛物线的解析式为________________.

三、解答题

11. 在同一坐标系中，画出下列函数的图象.

(1) $y=x^2$；(2) $y=(x-2)^2$；(3) $y=(x-2)^2+3$.

12. 二次函数 $y=a(x-h)^2+k$ 的图象的对称轴为 $x=-2$，函数的最小值为－3，且函数的图象与 $y=-\frac{1}{3}x^2$ 的形状相同、方向相反.

(1)你能确定二次函数的解析式吗？

(2)如果函数图象与坐标轴的 x 轴交于 A,B，交 y 轴于 C，你能求出△ABC 的面积吗？

[选做题]

已知抛物线 C_1 的解析式是 $y=-2(x-1)^2+3$.

(1)抛物线 C_2 与抛物线 C_1 关于 y 轴对称，求抛物线 C_2 的解析式.

(2)抛物线 C_3 与抛物线 C_1 关于 x 轴对称，求抛物线 C_3 的解析式.

第5课时

知识互动 解读知识 夯实基础

知识点一 画函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象

例如：画函数 $y=\frac{1}{2}x^2-6x+21$.

【思路分析】先将 $y=\frac{1}{2}x^2-6x+21$ 化为顶点式，判断其对称轴及顶点坐标. 再用描点法，画出其函数图象.

解：$y=\frac{1}{2}x^2-6x+21$

$=\frac{1}{2}(x^2-12x)+21$

$=\frac{1}{2}(x-6)^2+3$.

∴对称轴是________，顶点坐标是________.

用描点法可画出其图象，如图 26－1－13 所示.

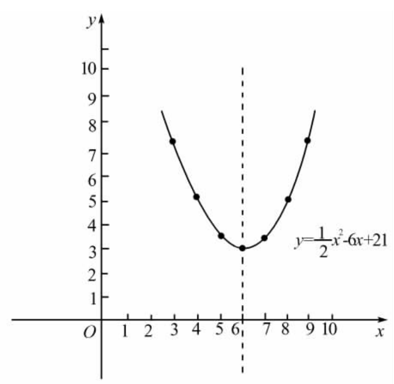


图 26－1－13

知识点二 顶点坐标公式

【点拨】(1)∵$y=ax^2+bx+c$

$=a(x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a})$

$=a(x^2+\frac{b}{a}x+\frac{b^2}{4a^2}+\frac{c}{a}-\frac{b^2}{4a^2})$

$=a(x+\frac{b}{2a})^2+\frac{4ac-b^2}{4a}$.

∴抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 的顶点坐标是__________，对称轴是____________.

(2)有了顶点坐标公式后，顶点坐标的求法有两种思路. 其一，直接应用此公式，其二是用配方法，将其化为顶点式 $y=a(x-h)^2+k$ 再确定顶点为 (h,k).

拓展应用 分类示例 提升能力

类型之一 用配方法求二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象顶点坐标

例1 用配方法，把下列函数写成 $y=a(x-h)^2+k$ 的形式，并写出它们的开口方向、对称轴和顶点坐标.

(1)$y=-x^2+6x+1$；

(2)$y=-2x^2+8x-8$.

类型之二 二次函数的实际应用

例2 用总长为 60 m 的篱笆围成的矩形场地，矩形面积 S 随矩形一边长 L 的变化而变化. L 是多少时，场地的面积 S 最大？

(1)S 与 L 有何函数关系？

(2)举一例说明 S 随 L 的变化而变化？

(3)怎样求 S 的最大值呢？

变式题 已知直角三角形两条直角边的和等于 8，两条直角边各为多少时，这个直角三角形的面积最大，最大值是多少？

当堂检测 随堂练习 及时矫正

1. 抛物线 $y=2x^2+4x+5$ 的顶点坐标是__________，对称轴是 $x=$________.

没有人不爱惜他的生命，但很少人珍视他的时间. ——梁实秋

2. 若二次函数 $y=ax^2+2x+a^2-1(a\neq0)$ 的图象如图 26－1－14 所示，则 a 的值是________.

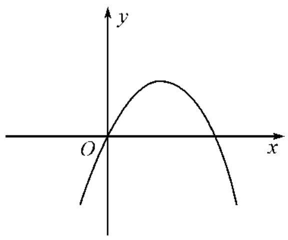


图 26－1－14

3. 二次函数 $y=2x^2+bx+c$ 的顶点坐标是(1，－2)，则 $b=$________，$c=$______.

4. 已知二次函数 $y=x^2-2x-3$.

(1)把函数化为 $y=a(x-h)^2+k$ 的形式，并指出抛物线的开口方向，顶点坐标和对称轴.

(2)画这个函数的图象.

(3)根据图象回答：x 取何值时，y 随 x 的增大而增大？x 取何值时，y 随 x 的增大而减小？

(4)根据图象回答：函数 y 有最大值还是最小值，最值是多少？

(5)根据图象回答：x 取何值时，$y>0$，$y=0$，$y<0$？

课时作业　课后操练 迁移升华

一、选择题

1. 关于二次函数 $y=x^2+4x-7$ 的最大(小)值，叙述正确的是　(　　)

A. 当 $x=2$ 时，函数有最大值

B. 当 $x=2$ 时，函数有最小值

C. 当 $x=-2$ 时，函数有最大值

D. 当 $x=-2$ 时，函数有最小值

2. 如图 26－1－15 抛物线顶点坐标是 $P(1,3)$，则函数 y 随自变量 x 的增大而减小的 x 的取值范围是　(　　)

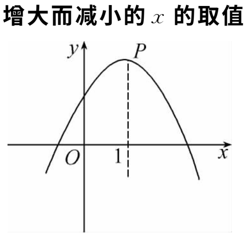


图 26－1－15

A. $x>3$　　B. $x<3$　　C. $x>1$　　D. $x<1$

3. 已知方程 $x^2-6x+q=0$ 可以配方成 $(x-p)^2=7$ 的形式，那么 $x^2-6x+q=2$ 可以配方成下列的　(　　)

A. $(x-p)^2=5$

B. $(x-p)^2=9$

C. $(x-q+2)^2=9$

D. $(x-p+2)^2=5$

4. 将 $y=(2x-1)(x+2)+1$ 化成 $y=a(x+m)^2+n$ 的形式为　(　　)

A. $y=2(x+\frac{3}{4})^2-\frac{25}{16}$

B. $y=2(x-\frac{3}{4})^2-\frac{17}{8}$

C. $y=2(x+\frac{3}{4})^2-\frac{17}{8}$

D. $y=2(x+\frac{3}{4})+\frac{17}{8}$

5. 已知二次函数 $y=3(x-1)^2+k$ 的图象上有三点 $A(\sqrt{2},y_1)$，$B(2,y_2)$，$C(-\sqrt{5},y_3)$，则 y_1，y_2，y_3 的大小关系为　(　　)

A. $y_1>y_2>y_3$

B. $y_2>y_1>y_3$

C. $y_3>y_2>y_1$

D. $y_2>y_3>y_1$

二、填空题

6. 若函数 $y=x^2+(m-1)x-\frac{1}{4}$ 图象的顶点横坐标是 2，则 m 的值是________.

7. 已知抛物线 $y=x^2+2ax+3$ 的最低点在 x 轴上，则 a 的值为________.

8. 二次函数 $y=\frac{2}{3}x-1-2x^2$. 当 $x=$______时，y 的值最大，最大值为________.

三、解答题

9. 已知函数 $y=\frac{1}{2}x^2-2x+5$. 先化为顶点式，确定顶点坐标及对称轴，再用描点法画出其图象.

10. 已知：二次函数 $y=x^2+mx-1$ 的图象经过点(3，2).

(1)求这个函数的表达式.

(2)画出其图象，并指出图象的顶点坐标.

(3)当 x 取何值时，y 的值随 x 的值增大而减小？

11. 有一长为 7.2 米的木料，做成如图 26－1－16 所示的“日”字形的窗框，窗的高和宽各取多少米时，这个窗的面积最大(不考虑木料加工时的损耗和木框本身所占的面积)？

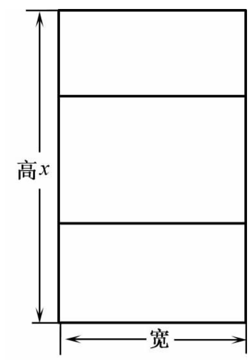


图 26－1－16

12. 如图 26－1－17，在△ABC 中，$\angle B=90°$，$AB=20$ cm，$BC=40$ cm，动点 P 从点 A 开始沿边 AB 向 B 以 2 cm/s的速度移动，动点 Q 从点 B 开始沿边 BC 向 C 以 4 cm/s 的速度移动，如果 P，Q 同时分别从 A，B 出发，那么△PBQ 的面积 S 随出发时间 t 如何变化？写出函数关系式及 t 的取值范围，并画出此函数的图象.

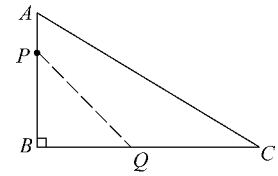


图 26－1－17

[选做题]

二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象如图 26－1－18 所示，确定下列各代数式的正负.

(1)abc；(2)$2a+b$；(3)$2a-b$；(4)$a+b+c$；(5)$a-b+c$；(6)$4a-2b+c$.

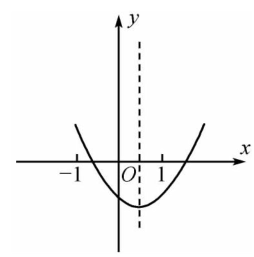


图 26－1－18

26.2 用函数观点看一元二次方程

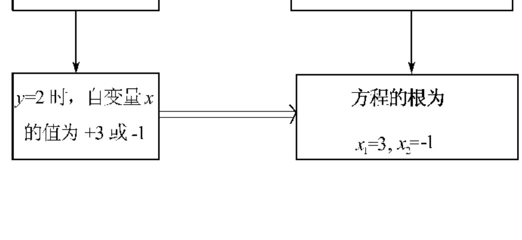
第 1 课时

知识互动 解读知识 夯实基础

▶ **知识点一 二次函数与一元二次方程之间的关系**

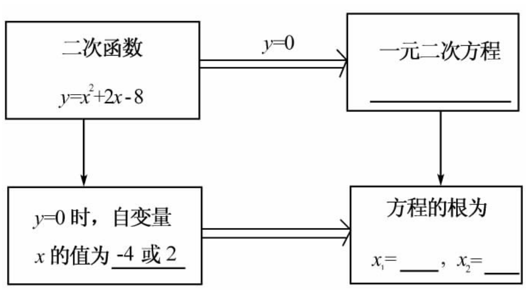
【点拨】请填写表格

(表格 1：示范)

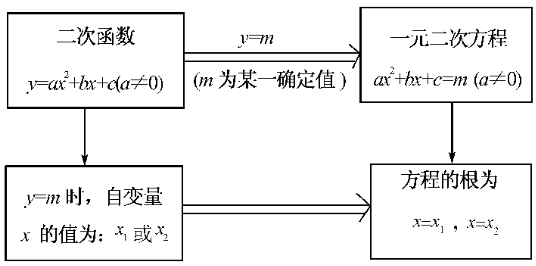


一个人愈知道时间的价值，就愈感觉失去时间的痛苦. ——[意]但丁

（表格 2：请填写）



（表格 3：归纳）



二次函数与一元二次方程的关系见表格 3. 利用它们的关系，可以解决两个方面的问题.

(1)当 y 为某一确定值时，可通过解相应方程，求出自变量 x 值.

(2)也可以利用函数图象来找出相应方程的根.

▶ 知识点二　二次函数的图象与 x 轴的交点情况同一元二次方程的根的情况之间的关系

二次函数 $y=ax^2+bx+c(a\neq0)$ 与 x 轴的位置关系	一元二次方程 $ax^2+bx+c=0(a\neq0)$ 根的情况	b^2-4ac 值
有两个公共点	有两个不等的实数根	$b^2-4ac>0$
只有一个公共点	有两个相等的实数根	$b^2-4ac=0$
无公共点	无实数根	$b^2-4ac<0$

【注意】抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 与 x 轴交点的横坐标即为方程 $ax^2+bx+c=0$ 的根.

拓展应用

分类示例 提升能力

▶ 类型之一　根据二次函数图象看一元二次方程的根

例1 [原创题]如图 26－2－1 所示，你能直观看出哪些方程的根？

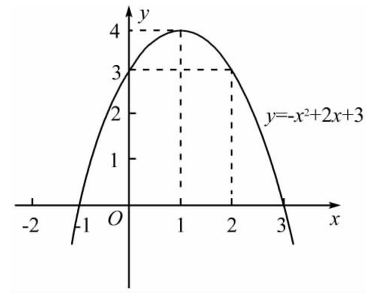


图 26－2－1

变式题 已知：抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 如图 26－2－2 所示，则关于 x 的方程 $ax^2+bx+c-3=0$ 的根的情况是（　　）

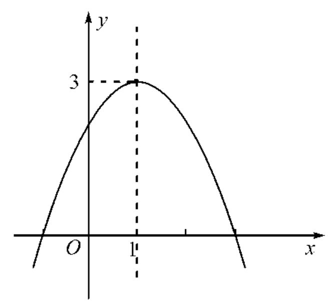


图 26－2－2

A. 有两个不相等的正实根

B. 有两个异号实根

C. 有两个相等的实根

D. 没有实数根

▶ 类型之二　根据抛物线与 x 轴的交点情况求待定系数的范围

例2 已知二次函数 $y=2x^2-(4k+1)x+2k^2-1$ 的图象与 x 轴交于两点. 求 k 的取值范围.

▶ 类型之三　根据一元二次方程根的情况来判断抛物线与 x 轴的交点情况

例3 已知抛物线 $y=x^2+(2k+1)x-k^2+k$.

(1)求证：此抛物线与 x 轴有两个不同的交点.

(2)当 $k=0$ 时，求此抛物线与坐标轴的交点坐标.

当堂检测 随堂练习 及时矫正

1. 已知：抛物线 $y=x^2-2x-1$，它与 x 轴的交点坐标为________.

2. 已知方程 $2x^2-3x-5=0$ 的两根是 $\frac{5}{2}$，-1，则二次函数 $y=2x^2-3x-5$ 的图象与 x 轴的两个交点间的距离为________.

3. 抛物线 $y=-x^2+2kx+2$ 与 x 轴交点的个数为（　　）

A. 0 个　　B. 1 个

C. 2 个　　D. 以上都不对

4. 图 26－2－3 是二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象. 根据图象知：

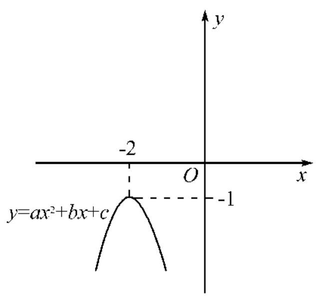


图 26－2－3

方程 $ax^2+bx+c+1=0$ 根的情况是________.

5. 抛物线 $y=ax^2+2ax+a^2+2$ 的一部分图象如图 26－2－4 所示. 那么，该抛物线在 y 轴右侧与 x 轴交点的坐标为（　　）

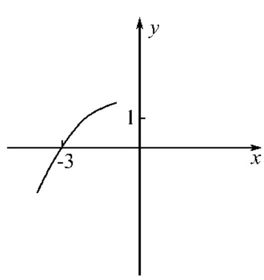


图 26－2－4

A. $(\frac{1}{2},0)$　　B. $(1,0)$

C. $(2,0)$　　D. $(3,0)$

课时作业 课后操练 迁移升华

一、选择题

1. 已知：二次函数 $y=kx^2-(2k-1)x+k-2$ 的图象与 x 轴交于两个不同的点，那么 k 的取值范围是（　　）

A. $k>-\frac{1}{4}$

B. $k>\frac{1}{4}$

C. $k<\frac{1}{4}$ 且 $k\neq 0$

D. $k>-\frac{1}{4}$ 且 $k\neq 0$

2. 抛物线 $y=-x^2+bx+c$ 的部分图象如图 26－2－5 所示，若 $y>0$，则 x 的取值范围是（　　）

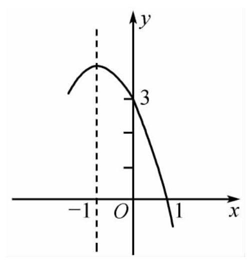


图 26－2－5

A. $-4<x<1$　　B. $-3<x<1$

C. $x<-4$ 或 $x>1$　　D. $x<-3$ 或 $x>1$

3. 如图 26－2－6 所示，图中抛物线为 $y=ax^2+bx+c$，则关于 x 的方程 $ax^2+bx+c+1=0$ 的根的情况是（　　）

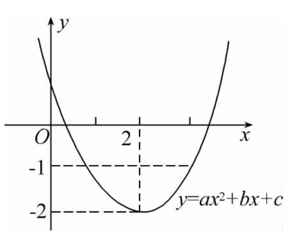


图 26－2－6

A. 有两个不相等的正实数根

B. 有两个异号实数根

C. 有两个相等的实数根

D. 没有实数根

4. 二次函数 $y=x^2-2x+1$ 与 x 轴的交点个数是（　　）

A. 0　　B. 1

C. 2　　D. 3

5. 若 $a<0$，且方程 $ax^2+bx+c=0$ 有两个不相等的实数根，则抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 的顶点在（　　）

A. 第一象限　　B. 第三象限

C. x 轴上方　　D. x 轴下方

二、填空题

6. 已知：二次函数 $y=x^2-2x-3$ 的图象与 x 轴的两个交点为 A，B（点 A 在点 B 的左侧），则 A 点坐标为________，B 点坐标为________.

7. 已知：抛物线 $y=ax^2+x+c$ 与 x 轴交点的横坐标为 -1，则 $a+c=$________.

谦逊基于力量，高傲基于无能. ——［德］尼采

8．若函数 $y=kx^2-7x-7$ 的图象与 x 轴有交点，则 k 的取值范围是________.

9．若抛物线 $y=-x^2-2x+m$ 的顶点在 x 轴上，那么 $m=$______.

三、解答题

10．已知抛物线 $y=4x^2-11x-3$.

(1)求它的对称轴.

(2)求它与 x 轴、y 轴的交点坐标.

11．已知抛物线 $y=(a+c)x^2+bx+\frac{1}{4}(a-c)$ 与 x 轴有唯一的公共点，试确定以实数 a,b,c 为三边长的三角形的形状.

12．已知抛物线 $y=x^2-2x-8$.

(1)求证：该抛物线与 x 轴一定有两个交点.

(2)若该抛物线与 x 轴的两个交点分别为 A,B，且它的顶点为 P. 求△ABP 的面积.

[选做题]

已知抛物线 $y=-\frac{1}{2}x^2+(6-\sqrt{m^2})x+m-3$ 与 x 轴有 A,B 两个交点，且 A,B 两点关于 y 轴对称.

(1)求 m 的值.

(2)写出抛物线解析式及顶点坐标.

(3)根据二次函数与一元二次方程的关系；将此题的条件换一种说法写出来.

第 2 课时

知识互动　解读知识　夯实基础

▶ 知识点　利用二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象求方程 $ax^2+bx+c=0$ 的根

利用函数图象，求方程 $x^2-2x-2=0$ 的根(精确到 0.1).

【点拨】①先作出函数 $y=x^2-2x-2$ 的图象.

②确定抛物线与 x 轴的交点位置.

③估计两交点横坐标的范围.

④用计算器计算，找出 x 取某一值时，y 的值最接近 0，这个 x 值，即为方程的根.

【解】画函数 $y=x^2-2x-2$ 的图象，如图 26－2－7 所示. 根据图象知抛物线与 x 轴的交点中，左边交点的横坐标在________之间，右边交点的横坐标在________之间.

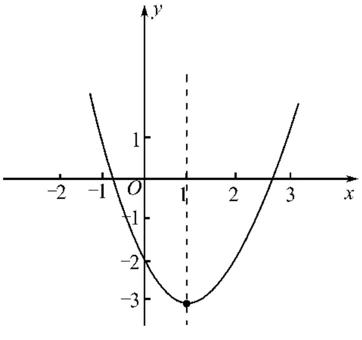


图 26－2－7

填写下表：(可用计算器计算)

x	-0.6	-0.7	-0.8	-0.9
y				

x	2.6	2.7	2.8	2.9
y				

感到自己渺小的时候，才是巨大收获的开头.　——[德]歌德