



高中水平检测丛书

新课标·人教A版

# 教与学

## 整体设计

JIAO YU XUE ZHENG TI SHE JI

# 发展评价手册

FAZHAN PINGJIA SHOUCHE

## 高中数学 1 必修

北京全品教育研究所 组编

主编：弓山月



中国环境科学出版社



西苑出版社



## 目 录

第一章	集合与函数概念	(1)
1.1	集合	(1)
	单元测试 A 卷	(4)
	单元测试 B 卷	(6)
1.2	函数及其表示	(7)
1.3	函数的基本性质	(10)
	单元测试 A 卷	(12)
	单元测试 B 卷	(14)
第二章	基本初等函数( I )	(16)
2.1	指数函数	(16)
2.2	对数函数	(18)
2.3	幂函数	(21)
	单元测试 A 卷	(22)
	单元测试 B 卷	(24)
第三章	函数的应用	(26)
3.1	函数与方程	(26)
3.2	函数模型及其应用	(27)
	单元测试 A 卷	(29)
	单元测试 B 卷	(31)
	全书总复习 A 卷	(33)
	全书总复习 B 卷	(35)
	参考答案	(37)



# 第一章 集合与函数概念

## 1.1 集合

### 1.1.1 集合的含义与表示

#### 一、选择题

1. 下列描述对象中,能构成集合的是 ( )

- A. 较小的数                      B.  $\sqrt{2}$ 的近似数  
C. 平面上的直角三角形      D. 接近于零的数

2. 已知  $x, y, z \in \mathbf{R}$ , 且  $x, y, z$  都不为 0, 则  $M =$

$\left\{ m \mid m = \frac{x}{|x|} + \frac{y}{|y|} + \frac{z}{|z|} + \frac{xyz}{|xyz|} \right\}$  中元素的个数为 \_\_\_\_\_.

- A. 3                                  B. 4  
C. 5                                  D. 6

3. 下列命题中,正确的是 ( )

- A. 1 是集合  $\mathbf{N}$  中最小的数  
B.  $x^2 - 4x + 4 = 0$  的解集为  $\{2, 2\}$

- C.  $\{0\}$  不是空集  
D. 太湖中的鱼所组成的集合是无限集

4. 下列各条件

(1) 大于 5 小于 20 且既能被 3 整除又能被 2 整除的数的全体;

(2) 方程  $x^2 + 2x + 7 = 0$  的解的全体;

(3) 某学校校园内部的柳树的全体;

(4) 大于 50 的无理数的全体.

其中能确定一个集合的有 ( )

- A. 1 个                              B. 2 个  
C. 3 个                              D. 4 个

5. 已知集合  $A = \{y \mid y = -x^2 + 5x - 4, x \in \mathbf{R}\}$ ,

则有 ( )

- A.  $1 \in A$ , 且  $4 \in A$               B.  $1 \in A$ , 但  $4 \notin A$   
C.  $1 \notin A$ , 但  $4 \in A$               D.  $1 \notin A$ , 且  $4 \notin A$

6. 下面有四个命题 ( )

(1) 地球周围的行星能确定一个集合;

(2) 实数中不是有理数的所有数的全体能确定一个集合;

(3)  $\{\emptyset\}$  中没有任何元素;

(4)  $\{1, 2, 3\}$  与  $\{1, 3, 2\}$  是不同集合.

其中正确命题的个数是 ( )

- A. 0 个                              B. 1 个  
C. 2 个                              D. 3 个

#### 二、填空题

1. 已知集合  $A = \{x \in \mathbf{R} \mid ax^2 + 2x + 1 = 0, a \in \mathbf{R}\}$ , 若  $A$  中元素至多只有一个, 则  $a$  的取值范围是 \_\_\_\_\_.

2. 实数集  $\{3, x, x^2 - 2x\}$  中的元素  $x$  应满足的条件是 \_\_\_\_\_.

3. 集合  $\left\{ (x, y) \mid \begin{cases} x + y = 5 \\ 2x - 4y = -8 \end{cases} \right\}$  用列举法表示为 \_\_\_\_\_.

4. 设  $A = \{x \mid x = 2k, k \in \mathbf{Z}\}$ ,  $B = \{x \mid x = 2k + 1, k \in \mathbf{Z}\}$ ,  $C = \{x \mid x = 4k + 1, k \in \mathbf{Z}\}$ , 又若  $a \in A, b \in B$ , 则  $a + b \in$  \_\_\_\_\_. (填  $A, B, C$  之一)

#### 三、解答题

1. 用两种方式写出下列各题解的集合.

(1)  $\begin{cases} x = 3 + 2y \\ 5x + y = 4 \end{cases}$                       (2)  $x^2 - 1 = 0$

(3)  $(x - 1)^2 = 0$                       (4)  $(x + 1)^2 < 0$



2. 设  $f(x) = x^2 + ax + b$ ,  $A = \{x | f(x) = x\} = \{a\}$ , 求  $a, b$  的值.

3. 设  $A = \{x - 2, 2x^2 + 5x, 12\}$ , 已知  $-3 \in A$ , 求  $x$ .

4. 已知集合  $A = \{x | x = a + b\sqrt{2}, a \in \mathbf{Z}, b \in \mathbf{Z}\}$ , 设  $x_1 \in A, x_2 \in A$ , 求证:  $x_1 x_2 \in A$ .

2. 全集  $\mathbf{I} = \mathbf{R}$ ,  $A = \{x | x > 3\sqrt{2}\}$ ,  $a = \frac{1}{2 - \sqrt{3}}$ , 若

用  $\complement_{\mathbf{I}} A$  表示  $\mathbf{I}$  中除去  $A$  的元素所组成的集合, 则

( )

A.  $a \subseteq \complement_{\mathbf{I}} A$                       B.  $a \notin \complement_{\mathbf{I}} A$

C.  $\{a\} \subseteq \complement_{\mathbf{I}} A$                       D.  $\{a\} \in A$

3. 在以下五个写法中: ①  $\{0\} \in \{0, 1, 2\}$ ; ②  $\emptyset \subseteq \{0\}$ ; ③  $\{0, 1, 2\} \subseteq \{1, 2, 0\}$ ; ④  $0 \in \emptyset$ ; ⑤  $1 \in \{x | x \subseteq \{1, 2\}\}$ . 写法正确的个数有 ( )

A. 1 个                                  B. 2 个

C. 3 个                                  D. 4 个

4. 集合  $M = \{x | x = 1 + a^2, a \in \mathbf{N}_+\}$ ,  $P = \{x | x = a^2 - 4a + 5, a \in \mathbf{N}\}$ , 则下列关系中, 正确的是 ( )

A.  $M \subseteq P$

B.  $P \subseteq M$

C.  $M = P$

D.  $P \not\subseteq M$ , 且  $M \not\subseteq P$

5. 已知全集  $U = \{x | -1 < x < 9\}$ ,  $A = \{x | 1 < x < a\}$ , 若  $A \neq \emptyset$ , 则  $a$  的取值范围是 ( )

A.  $a < 9$

B.  $a \leq 9$

C.  $a \geq 9$

D.  $1 < a \leq 9$

6. 集合  $A = \left\{ (x, y) \mid \frac{y}{x} = 1 \right\}$  与  $B = \{(x, y) | y = x\}$  的关系是 ( )

A.  $A = B$

B.  $A \subseteq B$

C.  $A \supseteq B$

D.  $A \supseteq B$

## 二、填空题

1. 设  $I = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ ,  $A = \{0, 1, 3, 5\}$ ,  $B = \{0, 1\}$  从“ $\in, \notin, \subseteq, \supseteq$ ”中选择适当的符号填空(其中  $\complement_{\mathbf{I}} A = \{2, 4\}$ ,  $\complement_{\mathbf{I}} B = \{2, 3, 4, 5\}$ ).

①  $0$  \_\_\_\_\_  $A$                       ②  $\{0\}$  \_\_\_\_\_  $B$

③  $\complement_{\mathbf{I}} A$  \_\_\_\_\_  $\complement_{\mathbf{I}} B$                       ④  $1$  \_\_\_\_\_  $\complement_{\mathbf{I}} B$

⑤  $\emptyset$  \_\_\_\_\_  $\complement_{\mathbf{I}} A$                       ⑥  $A$  \_\_\_\_\_  $B$

2. 设  $M = \{x | x^2 - 1 = 0\}$ ,  $N = \{x | ax - 1 = 0\}$ , 若  $N \subseteq M$ , 则  $a$  的值为\_\_\_\_\_.

3. 设  $S = \{x | x \text{ 是四边相等的四边形的}\}$ ,  $A = \{x | x \text{ 是菱形的}\}$ ,  $P = \{x | x \text{ 是三个内角为直角的四边形的}\}$ , 则集合  $S$  的元素除去集合  $P$  的元素组成的集合是\_\_\_\_\_, 集合  $S$  的元素除去集合  $A$  的元素组成的集合是\_\_\_\_\_.

4. 设  $A = \{x | 4x + p < 0\}$ ,  $B = \{x | x < -1 \text{ 或 } x > 2\}$ , 若使  $A \subseteq B$ , 则  $p$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

5. 设  $M = \{(x, y) | mx + ny = 4\}$  且  $\{(2, 1), (-2, 5)\} \subseteq M$ , 则  $m =$ \_\_\_\_\_,  $n =$ \_\_\_\_\_.

### 1.1.2 集合间的基本关系

#### 一、选择题

1. 给出下列四个命题:

①空集没有子集;

②空集是任何集合的真子集;

③空集  $\emptyset$  即集合  $\{0\}$ ;

④任何一个集合必有两个或两个以上的子集.

其中正确的有 ( )

A. 0 个

B. 1 个

C. 2 个

D. 3 个



三、解答题

1. 写出集合  $\{1, 2, 3\}$  的所有子集, 并指出哪些不是真子集, 并求出非空真子集的个数.

2. 设集合  $A = \{x | x^2 + 4x = 0, x \in \mathbf{R}\}$ ,  $B = \{x | x^2 + 2(a+1)x + a^2 - 1 = 0, a \in \mathbf{R}, x \in \mathbf{R}\}$ , 若  $B \subseteq A$ , 求实数  $a$  的值.

3. 已知集合  $A = \{x | x = a^2 + 1, a \in \mathbf{N}\}$ ,  $B = \{x | x = b^2 - 4b + 5, b \in \mathbf{N}\}$ , 求证:  $A = B$ .

4. 已知集合  $A = \{x \in \mathbf{R} | x^2 + 3x + 3 = 0\}$ ,  $B = \{y \in \mathbf{R} | y^2 - 5y + 6 = 0\}$ ,  $A \subseteq P \subseteq B$ . 求满足条件的集合  $P$ .

1.1.3 集合的基本运算

一、选择题

1. 设全集  $U = \{a, b, c, d, e\}$ , 集合  $M = \{a, c, d\}$ ,  $N = \{b, d, e\}$ , 则  $\complement_U(M \cup N)$  等于 ( )  
A.  $\emptyset$  B.  $\{d\}$

C.  $\{a, c\}$  D.  $\{b, e\}$   
2. 设集合  $A = \{x | -1 \leq x < 2\}$ ,  $B = \{x | x \leq a\}$ , 若  $A \cap B = \emptyset$ , 则实数  $a$  的取值范围是 ( )

A.  $\{a | a < 2\}$  B.  $\{a | a \geq -1\}$   
C.  $\{a | a < -1\}$  D.  $\{a | -1 \leq a \leq 2\}$   
3. 已知集合  $A$  为全集  $I$  的任一子集, 则下列关系中, 正确的是 ( )

A.  $\complement_I A \subseteq I$  B.  $(A \cap \complement_I A) \subseteq \emptyset$   
C.  $(A \cup \complement_I A) \subseteq I$  D.  $\emptyset \subseteq \complement_I A$   
4. 两个非空集合  $A, B$  满足  $A \cap B = A$  且  $A \cup B = A$ , 那么  $A, B$  的关系是 ( )

A.  $A \subseteq B$  B.  $B \supseteq A$   
C.  $A = B$  D. 以上说法都不对

5. 下列四个推理: ①  $a \in (A \cup B) \Rightarrow a \in A$ ; ②  $a \in (A \cap B) \Rightarrow a \in (A \cup B)$ ; ③  $A \subseteq B \Rightarrow A \cup B = B$ ; ④  $A \cup B = A \Rightarrow A \cap B = B$ . 其中正确的个数为 ( )

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4  
6. 若  $A \cap B = \{a, b\}$ ,  $A \cup B = \{a, b, c, d\}$ , 则符合条件的不同的集合  $A, B$  有 ( )

A. 16 对 B. 8 对  
C. 4 对 D. 3 对

二、填空题

1. 已知集合  $A = \{-1, a\}$ , 集合  $B = \{1, |a|\}$ , 若  $A \cap B = \emptyset$ , 则实数  $a$  的取值范围是 \_\_\_\_\_.

2. 设  $A = \{x | 1 \leq x < 3\}$ ,  $B = \{x | x < 0 \text{ 或 } x \geq 2\}$ , 则  $A \cap B =$  \_\_\_\_\_;  $A \cup B =$  \_\_\_\_\_;  $A \cap \complement_{\mathbf{R}} B =$  \_\_\_\_\_.

3. 已知  $I$  是全集,  $A \subseteq I, B \subseteq I, A \subseteq B$ , 则  
(1)  $A \cap \complement_I A =$  \_\_\_\_\_;  
(2)  $A \cup \complement_I A =$  \_\_\_\_\_;  
(3)  $A \cap \complement_I B =$  \_\_\_\_\_;  
(4)  $B \cup \complement_I A =$  \_\_\_\_\_;  
(5)  $\complement_I I =$  \_\_\_\_\_;  
(6)  $\complement_I \emptyset =$  \_\_\_\_\_;  
(7)  $\complement_I (\complement_I (A \cap B)) =$  \_\_\_\_\_;  
(8)  $A \cap I =$  \_\_\_\_\_;  
(9)  $B \cup I =$  \_\_\_\_\_.

4. 集合  $A = \{x | x < -2 \text{ 或 } x > 2\}$ ,  $B = \{x | x < 1 \text{ 或 } x > 4\}$ , 则  $A \cap B =$  \_\_\_\_\_;  $A \cup B =$  \_\_\_\_\_.

5. 集合  $A = \{\text{有外接圆的平行四边形}\}$ ,  $B = \{\text{有内切圆的平行四边形}\}$ , 则  $A \cap B =$  \_\_\_\_\_.

6. 设集合  $A = \{(x, y) | a_1 x + b_1 y + c_1 = 0\}$ ,  $B =$



$\{(x, y) \mid a_2x + b_2y + c_2 = 0\}$ , 则方程组

$$\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1 = 0 \\ a_2x + b_2y + c_2 = 0 \end{cases}$$

的解集是\_\_\_\_\_；方程  $(a_1x + b_1y + c_1)(a_2x + b_2y + c_2) = 0$  的解集是\_\_\_\_\_.

### 三、解答题

1. 某中学高中一年级学生参加数学小组的有 45 人, 参加物理小组的人有 37 人, 其中同时参加数学小组和物理小组的有 15 人, 数学小组和物理小组都没有参加的有 127 人. 问该校高中一年级共有多少学生?

2. 已知集合  $T$  是方程  $x^2 + px + q = 0 (p^2 - 4q > 0)$  的解集,  $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ ,  $B = \{1, 4, 7, 10\}$ , 且  $T \cap A = \emptyset$ ,  $T \cap B = T$ , 试求  $p, q$  的值.

3. 已知  $A = \{x \mid a \leq x \leq a + 3\}$ ,  $B = \{x \mid x < -1 \text{ 或 } x > 5\}$ ,

(1) 若  $A \cap B = \emptyset$ , 求  $a$  的取值范围;

(2) 若  $A \cup B = B$ , 求  $a$  的取值范围.

4. 已知  $I = \{x \mid x \text{ 是小于 } 20 \text{ 的正质数}\}$ ,  $A \cap (C_I B) = \{3, 5\}$ ,  $B \cap (C_I A) = \{7, 19\}$ ,  $(C_I A) \cap (C_I B) = \{2, 17\}$ . 求集合  $A, B$ .

## \*\*\*\* \* 单元测试 A 卷 \* \*\*\*\*

### 一、选择题 ( $4' \times 10 = 40'$ )

1. 下列所给对象不能构成集合的是 ( )

- A. 直线上的所有点  
 B. 算术平方根等于自身的数  
 C. 高一(1)班高个子学生  
 D. 不超过  $\pi$  的所有正有理数

2. 方程组  $\begin{cases} x + y = 3 \\ x - y = 1 \end{cases}$  的解集为 ( )

- A.  $\{2, 1\}$                       B.  $(2, 1)$   
 C.  $\{(2, 1)\}$                   D.  $\{x = 2 \text{ 或 } y = 1\}$

3. 下列四个关系中, 正确的是 ( )

- A.  $\emptyset \in \{a\}$                       B.  $a \notin \{a\}$   
 C.  $\{a\} \in \{a, b\}$                   D.  $a \in \{a, b\}$

4. 若集合  $P = \{\text{正方形}\}$ ,  $Q = \{\text{菱形}\}$ ,  $C = \{\text{矩形}\}$ ,  $D = \{\text{平行四边形}\}$ , 则下列关系中错误的是

- ( )  
 A.  $P \subseteq Q \subseteq C$                       B.  $P \subseteq Q \subseteq D$   
 C.  $P \subseteq C \subseteq D$                       D.  $P \subseteq C \not\subseteq Q$

5. 设集合  $A = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, -3 \leq x \leq -1\}$ ,  $B = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, |x| \leq 2\}$ , 则  $A \cup B$  的元素个数是 ( )



\*\*\*\*\*  
单元测试 B 卷  
\*\*\*\*\*

一、选择题 ( $4' \times 10 = 40'$ )

1. 下列命题中正确的是 ( )

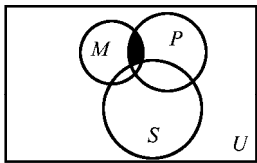
A.  $2\sqrt{11} \in \{\text{实数集}\}$ B.  $2\sqrt{2} \subseteq \{x|x \leq 3\sqrt{5}\}$ C.  $2\sqrt{11} \notin \{x|x \leq 3\sqrt{5}\}$ D.  $\{2\sqrt{11}\} \subseteq \{x|x \leq 3\sqrt{5}\}$ 2. 设集合  $A = \{x|1 < x < 2\}$ ,  $B = \{x|x < a\}$ , 若  $A \subseteq B$ , 则  $a$  的取值范围是 ( )A.  $[2, +\infty)$ B.  $(-\infty, 2]$ C.  $(2, +\infty)$ D.  $(-\infty, 2)$ 3. 满足  $A \cup B = \{a, b\}$  的集合  $A, B$  的组数为 ( )

A. 5

B. 6

C. 9

D. 10

4. 设  $A \cap B = \emptyset$ ,  $M = \{x|x \subseteq A\}$ ,  $N = \{x|x \subseteq B\}$ , 则下列等式一定成立的是 ( )A.  $M \cap N = \emptyset$ B.  $M \cap N = \{\emptyset\}$ C.  $M \cap N = A \cap B$ D.  $M \cap N \subseteq A \cap B$ 5. 设  $A \subseteq B$ , 则下列集合必为空集的是 ( )A.  $A \cap (\complement_U B)$ B.  $(\complement_U A) \cap B$ C.  $(\complement_U A) \cap (\complement_U B)$ D.  $A \cap B$ 6. 设集合  $B = \{0, 1, 2\}$ ,  $A = \{x|x \subseteq B\}$ , 则  $A$  与  $B$  的关系是 ( )A.  $A \subseteq B$ B.  $B \subseteq A$ C.  $A \in B$ D.  $B \in A$ 7. 如图所示,  $U$  是全集,  $M, P, S$  是  $U$  的 3 个子集, 则阴影部分所表示的集合是 ( )A.  $(M \cap D) \cap S$ B.  $(M \cap P) \cup S$ C.  $(M \cap P) \cap (\complement_U S)$ D.  $(M \cap P) \cup (\complement_U S)$ 8. 设  $S = \mathbf{R}$ ,  $M = \{x|-1 < x < \frac{1}{3}\}$ ,  $N = \{x|x \leq -1\}$ ,  $P = \{x|x \geq \frac{1}{3}\}$ , 则  $P$  等于 ( )A.  $M \cap N$ B.  $M \cup N$ C.  $\complement_S(M \cup N)$ D.  $\complement_S(M \cap N)$ 9. 集合  $\{a, b, c\}$  的非空真子集的个数 ( )

A. 9

B. 8

C. 7

D. 6

10. 设  $A = \{x|x^2 + ax - 3 = 0\}$ ,  $B = \{x|2x^2 - 7x + b = 0\}$ , 若  $A \cap B = \{3\}$ , 则  $A \cup B$  等于 ( )A.  $\{3, -1\}$ B.  $\{3, \frac{1}{2}\}$ C.  $\{3, \frac{1}{2}, -1\}$ D.  $\{3, 1, -\frac{1}{2}\}$ 二、填空题 ( $4' \times 4' = 16'$ )1. 若数集  $A = \{2a, a^2 + a\}$ , 则  $a$  属于集合 \_\_\_\_\_.2. 已知  $A = \{y|y = x^2 - 2x - 1\}$ ,  $B = \{y|y = -x^2 + 2x + 5\}$ , 则  $A \cup B =$  \_\_\_\_\_.3. 设全集  $U = \mathbf{R}$ ,  $\complement_U A = \{x|x < -2 \text{ 或 } x \geq 5\}$ ,  $B = \{x|x > a\}$ , 若  $A \cap B = \emptyset$ , 则  $a$  的取值范围是 \_\_\_\_\_.4. 若  $A = \{1, 2, x\}$ ,  $B = \{1, x^2\}$ , 且  $A \cap B = B$ , 则  $x$  的取值集合为 \_\_\_\_\_.三、解答题 ( $8' \times 3 + 10' \times 2 = 44'$ )1. 设  $A = \{x|x^2 + 3x - 4 = 0\}$ ,  $B = \{x|x^2 + (a+1)x - a - 2 = 0\}$ , 如果  $A \cup B = A$ , 求  $a$  的值.2. 已知  $M = \{(x, y)|x^2 + 2x + y^2 = 0\}$ ,  $N = \{(x, y)|y = x + a\}$ , 且  $M \cap N \neq \emptyset$ , 求  $a$  的取值范围.

3. 集合  $A = \{1, 1+d, 1+2d\}$ ,  $B = \{1, q, q^2\}$  且  $A=B$ , 求  $d, q$  的值.

(3) 集合  $A$  中至少有 3 个不同元素.

4. 由实数构成的集合  $A$  满足条件: 若  $a \in A$ , 且  $a \neq 1$ , 则  $\frac{1}{1-a} \in A$ , 求证:

- (1) 若  $2 \in A$ , 则集合  $A$  中必还有另外两个元素.  
(2) 集合  $A$  不可能是单元素集合.

5. 设集合  $A = \{x | -2 \leq x \leq a\}$ ,  $B = \{y | y = 2x + 3, x \in A\}$ ,  $C = \{y | y = x^2, x \in A\}$ , 求  $C \subseteq B$  时,  $a$  的取值范围.

## 1.2 函数及其表示

### 1.2.1 函数的概念

#### 一、选择题

1. 函数  $y = \frac{1}{1 + \frac{1}{x}}$  的定义域是 ( )

- A.  $x \neq 0$  的一切实数  
B.  $x \neq -1$  的一切实数  
C.  $x \neq 0$  且  $x \neq -1$  的一切实数  
D.  $x \neq 0$  或  $x \neq -1$  的一切实数

2. 函数  $y = \frac{(x+1)^0}{\sqrt{|x|-x}}$  的定义域是 ( )

- A.  $(0, +\infty)$   
B.  $(-\infty, 0)$   
C.  $(-\infty, -1) \cup (-1, 0)$   
D.  $(-\infty, -1) \cup (-1, 0) \cup (0, +\infty)$

3. 若函数  $y = f(x)$  的定义域是  $[0, 1]$ , 则函数  $F(x) = f(x+a) + f(2x+a)$  ( $0 < a < 1$ ) 的定义域是 ( )

- A.  $[-\frac{a}{2}, \frac{1-a}{2}]$     B.  $[-\frac{a}{2}, 1-a]$   
C.  $[-a, 1-a]$     D.  $[-a, \frac{1-a}{2}]$

4. 与函数  $y = 2x^2 + 1$  不相同的函数是 ( )

A.  $y = |x^2| + |x^2 + 1|$     B.  $y = \sqrt{(2x^2 + 1)^2}$

C.  $y = |2x^2 + 1|$     D.  $y = \frac{(2x^2 + 1)(x + 1)}{x + 1}$

5. 函数  $y = 3 - 2x (x \geq 0)$  的值域是 ( )

- A.  $(-\infty, 0]$     B.  $[0, +\infty)$   
C.  $(-\infty, 3]$     D.  $[3, +\infty)$

#### 二、填空题

1. 若  $f(x) = x^2 - mx + n$ ,  $f(n) = m$ ,  $f(1) = -1$ , 则  $f(-5) =$  \_\_\_\_\_.

2. 已知下列集合:

$$A = \left\{ x \mid \frac{1}{x^2 + 1} \text{ 的定义域} \right\}$$

$$B = \{ x \mid \sqrt{x+1} + \sqrt{1-x} \text{ 的定义域} \}$$

$$C = \left\{ x \mid \sqrt{\frac{1+x}{1-x}} \text{ 的定义域} \right\}$$

写出它们之间的包含关系: \_\_\_\_\_.

3. 函数  $y = 2x - x^2$  ( $-1 \leq x \leq 2$ ) 的值域是 \_\_\_\_\_.

4. 已知函数  $y = \frac{2x-1}{x+2}$  的值域是  $\{y | y \leq 0\} \cup \{y | y > 4\}$ , 则此函数的定义域是 \_\_\_\_\_.





## 三、解答题

1. 求下列函数的定义域.

(1)  $f(x) = \sqrt{x-1} + \sqrt{4-x} + 2$

(2)  $f(x) = \frac{x+5}{\sqrt{3x-2}}$

(3)  $f(x) = \frac{\sqrt{10x-x^2-21}}{|x|-5}$

(4)  $f(x) = \sqrt{\frac{8}{|x|}-1} + \frac{1}{4x-5}$

2. 已知函数  $f(x)$  的定义域是  $[0, 1]$ , 求下列函数的定义域.

(1)  $y = f\left(\frac{1}{x^2}\right)$       (2)  $y = f(2x) + f\left(x + \frac{2}{3}\right)$

(3)  $y = f\left(\frac{x}{a}\right)$

3. 求函数  $y = \frac{\sqrt{x^2-3x-4}}{|x+1|-2}$  的定义域.4. 若函数  $y = \sqrt{ax^2 - ax + \frac{1}{a}}$  的定义域是一切实数, 求实数  $a$  的取值范围.

## 1.2.2 函数的表示法

## 一、选择题

1. 设  $f: A \rightarrow B$  是从集合  $A$  到集合  $B$  的映射, 下列说法中, 正确的是 ( )

- A.  $A$  中每一个元素, 在  $B$  中必有象  
 B.  $B$  中每一个元素, 在  $A$  中必有原象  
 C.  $B$  中每一个元素, 在  $A$  中原象是惟一的  
 D.  $B$  是  $A$  中所有元素的象的集合

2. 已知集合  $P = \{x | 0 \leq x \leq 4\}$ ,  $Q = \{y | 0 \leq y \leq 2\}$ , 下列各个表达式中, 不表示从  $P$  到  $Q$  的映射的是 ( )

- A.  $y = \frac{1}{2}x$       B.  $y = \frac{1}{3}x$   
 C.  $y = \frac{2}{3}x$       D.  $y = \frac{1}{8}x^2$



3. 下列映射中为一一映射的是 ( )
- A.  $f: \mathbf{N} \rightarrow \{-1, 1\}, x \rightarrow y = (-1)^x$
- B.  $f: \mathbf{R} \rightarrow \{y | y \geq 0\}, x \rightarrow y = |x|$
- C.  $f: \{x | x > 0\} \rightarrow \{1\}, x \rightarrow y = \frac{|x|}{x}$
- D.  $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}, x \rightarrow y = x^3 + 1$

4. 下列哪一个对应是集合  $P$  到集合  $S$  的一个映射 ( )

A.  $P = \{\text{有理数}\}, S = \{\text{数轴上的点}\}, f: \text{有理数} \rightarrow \text{数轴上的点}$

B.  $P = \{\text{数轴上的点}\}, S = \{\text{有理数}\}, f: \text{数轴上的点} \rightarrow \text{有理数}$

C.  $x \in P = \mathbf{R}, y \in S = \{y | y > 0\}, f: x \rightarrow y = |x|$

D.  $x \in P = \{x | x \leq 0\}, y \in S = \{y | y > 0\}, f: x \rightarrow y = x^2$

5. 设  $f(x) = \frac{x+1}{x^2-3x+2}$  的定义域是  $\mathbf{Q}$ , 全集  $U = \mathbf{R}$ , 则  $\complement_U \mathbf{Q} =$  ( )

A.  $\{x | x \leq 1 \text{ 或 } x \geq 2\}$

B.  $\{1, 2\}$

C.  $\{-1, 1, 2\}$

D.  $\{x | x < 1 \text{ 或 } 1 < x < 2 \text{ 或 } x > 2\}$

6. 下列各组式子表示同一个函数的是 ( )

A.  $f(x) = |x|, g(x) = (\sqrt{x})^2$

B.  $f(x) = \sqrt{x^2}, g(x) = (\sqrt{x})^2$

C.  $f(x) = \sqrt{x+1} \cdot \sqrt{x-1}, g(x) = \sqrt{x^2-1}$

D.  $f(x) = \sqrt{1+x} \cdot \sqrt{1-x}, g(x) = \sqrt{1-x^2}$

## 二、填空题

1. 如果映射  $f: A \rightarrow B$  的象集合是  $y$ , 原象集合是  $z$ , 那么  $z$  与  $A$  的关系是 \_\_\_\_\_;  $y$  与  $B$  的关系是 \_\_\_\_\_.

2. 集合  $A = \mathbf{N}, B = \left\{m | m = \frac{2n-1}{2n+1}, n \in \mathbf{N}\right\}, f$  是从集合  $A$  到集合  $B$  的映射, 且  $f: x \rightarrow y = \frac{2x-1}{2x+1}, x \in A, y \in B$ , 在  $f$  的作用下, 象为  $\frac{9}{11}$  的原象是 \_\_\_\_\_.

3. 若  $(x, y)$  在一个映射  $f$  的作用下的象是  $(x+y, xy)$ , 其中  $x, y \in \mathbf{R}$ , 则  $(1, 2)$  的象是 \_\_\_\_\_,  $(2, -3)$  的原象是 \_\_\_\_\_.

4.  $f: A \rightarrow B$  是集合  $A$  到集合  $B$  的映射,  $A = B = \{(x, y) | x \in \mathbf{R}, y \in \mathbf{R}\} f: (x, y) \rightarrow (kx, y+b)$ , 若  $B$  中的元素  $(6, 2)$ , 在此映射下的原象是  $(3, 1)$ , 则  $k =$  \_\_\_\_\_,  $b =$  \_\_\_\_\_.

5. 函数  $y = -\sqrt{-x^2+6x-5} (1 \leq x \leq 4)$  的

域是 \_\_\_\_\_, 函数  $y = \frac{1}{1-\sqrt{1-x}}$  的值域是 \_\_\_\_\_.

6. 设  $f\left(\frac{1}{x}+1\right) = \frac{1}{x^2}-1$ , 则  $f(x) =$  \_\_\_\_\_.

## 三、解答题

1. 已知集合  $A = \{1, 2, 3, k\}, B = \{4, 7, a^4, a^2 + 3a\}$ , 且  $a \in \mathbf{N}, k \in \mathbf{N}, x \in A, y \in B$ , 映射  $f: A \rightarrow B$ , 使  $B$  中元素  $y = 3x+1$  和  $A$  中元素  $x$  对应, 求  $a$  及  $k$  的值.

2. 已知集合  $A = \{a | a < 5, a \in \mathbf{N}\}$  到集合  $B$  的对应法则是“乘 3 加 2”, 集合  $B$  到集合  $C$  的对应法则是“求算术平方根”.

(1) 试写出集合  $A$  到集合  $C$  的对应法则  $f$ ;

(2) 求集合  $C$ ;

(3) 集合  $A$  到集合  $C$  的对应是映射吗?

3. (1) 已知  $f(x+1) = 2x^2 - 4x$ , 求  $f(1-\sqrt{2})$ .





(2) 已知  $f(x) = \begin{cases} 10 & (x < 0) \\ 10x & (x \geq 0) \end{cases}$ , 求  $f[f(-7)]$ .

(2)  $y = 2x^2 - 3x - 2 (x > 0)$

4. 作出下列函数的图象.

(1)  $y = 3x - 5 (x \leq 4)$

(3)  $y = \begin{cases} 1 & (x \leq -1) \\ x^2 & (-1 < x < 1) \\ \frac{1}{2}(x+1) & (x \geq 1) \end{cases}$

\*\*\*\*\* 1.3 函数的基本性质 \*\*\*\*\*

1.3.1 单调性与最大(小)值

一、选择题

1.  $f(x) = (2k+1)x + b$  在  $(-\infty, +\infty)$  上是增函数, 则  $k$  的取值范围为 ( )

- A.  $k > \frac{1}{2}$
- B.  $k < \frac{1}{2}$
- C.  $k > -\frac{1}{2}$
- D.  $k < -\frac{1}{2}$

2. 如果函数  $f(x) = x^2 + 2(a-1)x + 2$  在区间  $(-\infty, 4]$  上是减函数, 那么实数  $a$  的取值范围是 ( )

- A.  $a \geq -3$
- B.  $a \leq -3$
- C.  $a \leq 5$
- D.  $a \geq 3$

3. 设函数  $f(x)$  是  $(-\infty, +\infty)$  上的减函数, 则 ( )

- A.  $f(a) > f(2a)$
- B.  $f(a^2) < f(a)$
- C.  $f(a^2 + a) < f(a)$
- D.  $f(a^2 + 1) < f(a)$

4. 下列函数中, 在  $(-\infty, 0)$  内是减函数的是 ( )

- A.  $y = 1 - x^2$
- B.  $y = x^2 + 2x$
- C.  $y = \frac{1}{x^2}$
- D.  $y = \frac{x}{x-1}$

5.  $f(x) = \sqrt{x^2 + 2x - 3}$  的递减区间为 ( )

- A.  $(-\infty, -3]$
- B.  $[-3, \infty)$
- C.  $(-\infty, -1]$
- D.  $[-1, \infty)$

6. 若  $y = f(x)$  在区间  $(a, b)$  上是增函数, 则下列结论中, 正确的是 ( )

- A.  $y = \frac{1}{f(x)}$  在区间  $(a, b)$  上是减函数
- B.  $y = -f(x)$  在区间  $(a, b)$  上是减函数
- C.  $y = |f(x)|^2$  在区间  $(a, b)$  上是增函数
- D.  $y = |f(x)|$  在区间  $(a, b)$  上是增函数

二、填空题

1. 函数  $y = \frac{1}{1-x}$  的单调递增区间是 \_\_\_\_\_.

2. 已知二次函数  $y=f(x)$  ( $x \in \mathbf{R}$ ) 的图象是一条开口向下且对称轴  $x=3$  的抛物线, 试比较  $f(6)$  与  $f(4)$  和  $f(2)$  与  $f(\sqrt{15})$  的大小 \_\_\_\_\_.

3. 已知函数  $f(x)$  是区间  $(0, +\infty)$  上的减函数, 那么  $f(a^2 - a + 1)$  与  $f(\frac{3}{4})$  之间的大小关系是 \_\_\_\_\_.

4. 若  $y=ax, y=-\frac{b}{x}$  在  $(0, +\infty)$  上都是减函数, 则函数  $y=ax^2 + bx$  在  $(0, +\infty)$  上是 \_\_\_\_\_ 函数. (填“增”、“减”)

### 三、解答题

1. 研究函数  $f(x) = \frac{x+a}{x+b}$  ( $a > b$ ) 的单调性.

2. 已知函数  $f(x) = x + \sqrt{2-x}$ , 证明  $f(x)$  在  $(-\infty, \frac{7}{4})$  上是增函数.

3. 已知函数  $f(x) = 2x^2 + bx$  可化为  $f(x) = 2(x+m)^2 - 4$  的形式, 其中  $b > 0$ , 求  $f(x)$  为增函数的区间.

4. 已知函数  $f(x), x \in \mathbf{R}$ , 满足 ①  $f(1+x) = f(1-x)$ , ② 在  $[1, +\infty)$  上为增函数. 若  $x_1 < 0, x_2 > 0$  且  $x_1 + x_2 < -2$ , 试比较  $f(-x_1)$  与  $f(-x_2)$  的大小关系.

### 1.3.2 奇偶性

#### 一、选择题

- 某偶函数的定义域为  $[-a, b]$ , 则 ( )  
A.  $a > b$                       B.  $a < b$   
C.  $a = b$                         D. 以上情况都有可能
- 奇函数的图象关于 ( ) 对称  
A.  $x$  轴                          B.  $y$  轴  
C. 直线  $y=x$                     D. 原点
- 二次函数  $y=ax^2 + bx + c$  ( $a \neq 0$ ) 为偶函数, 则一定有 ( )  
A.  $c=0$                           B.  $b=0$   
C.  $b=c=0$                         D.  $b=0$  且  $c \neq 0$
- 函数  $f(x) = (1-x)\sqrt{\frac{1+x}{1-x}}$ , 则  $f(x)$  是 ( )  
A. 奇函数  
B. 偶函数  
C. 奇函数或偶函数  
D. 非奇非偶函数
- 如果奇函数  $f(x)$  在区间  $[3, 7]$  上是增函数且最小值为 5, 那么  $f(x)$  在区间  $[-7, -3]$  上是 ( )  
A. 增函数且最小值为 -5  
B. 增函数且最大值为 -5  
C. 减函数且最小值为 -5  
D. 减函数且最大值为 -5
- 设  $f(x)$  是  $(-\infty, +\infty)$  上的奇函数,  $f(x+2) = -f(x)$ , 当  $0 \leq x \leq 1$  时,  $f(x) = x$ , 则  $f(7.5)$  等于 ( )  
A. 0.5                              B. -0.5  
C. 1.5                              D. -1.5

#### 二、填空题

1. 奇函数的定义域为  $\mathbf{R}$ , 则  $f(0) = \underline{\hspace{2cm}}$ .



2. 偶函数  $y=f(x)$ , 若方程  $f(x)=0$  有三个根  $x_1, x_2, x_3$ , 则  $x_1+x_2+x_3=$  \_\_\_\_\_.

3. 判断函数  $f(x)=\begin{cases} x(1-x) & (x<0) \\ x(1+x) & (x>0) \end{cases}$  的奇偶性的结论为 \_\_\_\_\_.

### 三、解答题

1. 证明函数  $f(x)=\frac{\sqrt{1+x^2}+x-1}{\sqrt{1+x^2}+x+1}$  在  $\mathbf{R}$  上是奇函数.

2. 函数  $f(x), x \in \mathbf{R}$ , 若对于任意实数  $a, b$  都有  $f(a+b)=f(a)+f(b)$ . 求证:  $f(x)$  为奇函数.

3. 试证: 定义域为  $\mathbf{R}$  的任何函数  $f(x)$  都可表示成一个偶函数与一个奇函数的和.

4. 设函数  $f(x)=x^2-2|x|-1(-3 \leq x \leq 3)$ ,  
 (1) 证明  $f(x)$  是偶函数;  
 (2) 作函数的图象, 并说明在各个单调区间上  $f(x)$  是增函数还是减函数;  
 (3) 求函数的值域.

## \*\*\*\* \*\* 单元测试 A 卷 \*\* \*\* \*

### 一、选择题 ( $4' \times 10 = 40'$ )

1. 已知  $(x, y)$  在映射  $f$  下的象是  $(x+y, x-y)$ , 则象  $(1, 2)$  在  $f$  下的原象是 ( )

A.  $(-\frac{3}{2}, \frac{1}{2})$                       B.  $(\frac{3}{2}, -\frac{1}{2})$

C.  $(-\frac{3}{2}, -\frac{1}{2})$                       D.  $(\frac{3}{2}, \frac{1}{2})$

2. 以下函数为同一函数的是 ( )

A.  $f(x)=\frac{x^2-1}{x+1}$  与  $g(x)=x-1$

B.  $f(x)=x$  与  $g(\sqrt{x})^2=(\sqrt{x})^2$

C.  $f(x)=(\sqrt{x})^2$  与  $g(x)=\sqrt{x^2}$

D.  $f(x)=\sqrt{x^2}$  与  $g(x)=|x|$

3. 已知  $y=f(x) (x \in \mathbf{R})$  满足  $f(x)+f(-x)=0$ , 则它的图象必过点 ( )

A.  $(-a, -f(-a))$                       B.  $(a, -f(a))$

C.  $(a, f(\frac{1}{a}))$                               D.  $(-a, -f(a))$



4. 定义在区间 $(-1, 1)$ 上的奇函数 $f(x)$ 是单调减函数, 如果 $f(1-a) + f(1-a^2) < 0$ , 求 $a$ 的取值范围.

5. 已知函数 $f(x) = x^2 + ax + 3$ 在区间 $[-1, 1]$ 上的最小值为 $-3$ , 求实数 $a$ 的值.



单元测试 B 卷



一、选择题(4' × 10 = 40')

1. 设 $f: A \rightarrow B$ 是从集合 $A$ 到集合 $B$ 的映射, 则下列命题中正确的是 ( )

- A.  $A$ 中每一个元素在 $B$ 中必有象
- B.  $B$ 中每一个元素在 $A$ 中必有原象
- C.  $B$ 中每一个元素在 $A$ 中的原象是惟一的
- D.  $A$ 中不同元素的象必不同

2. 下列函数中, 在实数集 $R$ 上是减函数的是 ( )

- A.  $y = x^{-1}$
- B.  $y = -x^3$
- C.  $y = x^2$
- D.  $y = -\sqrt{x}$

3. 若函数 $f(x)$ 的图象过点 $(0, 1)$ , 则 $f(x+1)$ 的图象必经过点 ( )

- A.  $(1, -1)$
- B.  $(-1, 1)$
- C.  $(1, 1)$
- D.  $(-1, -1)$

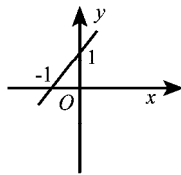
4. 对任意实数 $x$ , 设函数 $f(x)$ 是 $2-x^2$ 和 $x$ 中的较小者, 那么 $f(x)$ 的最大值是 ( )

- A.  $-2$
- B.  $-1$
- C.  $1$
- D.  $2$

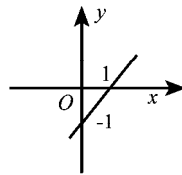
5. 集合 $A = \{a, b, c\}$ ,  $B = \{-1, 0, 1\}$ , 从 $A$ 到 $B$ 的映射 $f$ 满足 $f(a) = f(b) + f(c)$ , 那么这样的映射 $f$ 的个数为 ( )

- A. 2
- B. 7
- C. 5
- D. 4

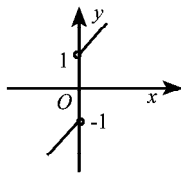
6. 函数 $f(x) = x + \frac{|x|}{x}$ 的图象是 ( )



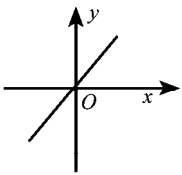
A



B



C



D

7. 已知偶函数 $f(x)$ 当 $x > 0$ 时的解析式为 $f(x) = x^2 - 2x (x > 0)$ , 则当 $x < 0$ 时, 函数的解析式是 ( )

- A.  $-x^2 - 2x$
- B.  $x^2 + 2x$
- C.  $-x^2 + 2x$
- D.  $x^2 - 2x$

8. 函数 $y = |x-3| - |x+1|$ 的最值为 ( )

- A. 最小值为 $0$ , 最大值为 $4$
- B. 最小值为 $-4$ , 最大值为 $0$
- C. 最小值为 $-4$ , 最大值为 $4$
- D. 最小值和最大值都不存在

9. 若奇函数 $f(x)$ 在 $[0, \pi]$ 上单调递增, 那么 $f(-\pi), f(-\frac{\pi}{2}), f(2)$ 之间的大小关系是 ( )

- A.  $f(-\pi) > f(-\frac{\pi}{2}) > f(2)$
- B.  $f(-\pi) > f(2) > f(-\frac{\pi}{2})$

