教 案 学 案 一 体 化

教与学整体设计

JIAO YU XUE ZHENG TI SHE JI

教师用书

高中数学

第二册(上)

主 编：陆 斌

·第三次修订版·

宁夏人民教育出版社
學 苑 出 版 社

摇摇图书在版编目（悦陨孕）数据

教与学整体设计．高中数学．第二册．上／张国声主编．

摇一银川：宁夏人民教育出版社，圆园园源

陨杂月晕 苑原圆猿缘原园缘缘源源原缘

摇摇Ⅰ．教… 摇Ⅱ．张… 摇Ⅲ．数学课．高中．教学参考资料摇Ⅳ．郧远猿猿

中国版本图书馆 悦陨孕 数据核字（圆园园源）第 园源苑缘园原号

高中数学第二册摇（上）

摇

摇责任编辑摇马摇璟

摇封面设计摇赵卫庆摇吴摇涛

摇版式设计摇王立科

摇责任校对摇谢文华

摇责任印制摇来学军

摇出版发行摇宁夏人民教育出版社摇学苑出版社

摇地摇摇址摇银川市解放西街 源远号

摇网摇摇址摇憎憎憎援灶曾藻凿怎援糟燥皂

摇电子信箱摇灶曾藻凿怎蓸责藻凿怎援糟燥皂援糟灶

摇经摇摇销摇新华书店

摇印摇摇刷摇

摇开摇摇本摇愿苑园伊员员远愿摇员／员远摇大 员远开

摇印摇摇张摇员远援苑缘

摇字摇摇数摇猿缘原千字

摇版摇摇次摇圆园园源年 远月第 猿版

摇印摇摇次摇圆园园源年 远月第 员次印刷

摇印摇摇数摇摇摇摇册

摇书摇摇号摇陨杂月晕 苑原圆猿缘原园缘缘源源原缘／郧·缘员缘

摇定摇摇价摇摇摇元

摇

编委会名单

目摇摇录

教师用书

教师用书

第六章 不等式

一、本章教学内容

本章教材是在初中介绍了不等式的概念，学习了一元一次不等式，一元一次不等式组的解法，高一学习了一元二次不等式，简单的分式不等式和含绝对值不等式的解法的基础上，研究不等式的性质，不等式的证明和一些不等式的解法援

不等式与数、式、方程、函数、三角等内容有密切的联系援讨论方程或方程组的解的情况，研究函数的定义域、值域、单调性、最大值、最小值，讨论线性规划问题等，都要经常用到不等式的知识援不等式在解决各类实际问题时也有广泛的应用援可见，不等式在中学数学里占有重要地位，是进一步学习数学的基础知识援

本章教材内容分为五部分。第一部分讲不等式的性质援首先通过数轴表示数，给出了比较实数大小的方法，在这基础上，给出了不等式的性质，一共讲了五个定理和三个推论，并给出了证明援不等式的其他性质，都可由它们推导出来援第二部分讲算术平均数与几何平均数援教科书首先证明了一个重要的不等式 葬圆垣遭圆≥圆葬遭援通过这一公式，得出了两个正数的算术平均数与几何平均数的定理，最后，通过几个例题，说明此定理在解决数学问题和实际问题中的应用援第三部分讲不等式的证明援通过七个例题，分别介绍了证明不等式的三种基本方法——比较法、综合法和分析法援第四部分举例介绍不等式的解法援通过例题，复习、总结了一元二次不等式、一元二次不等式组、含绝对值不等式、简单高次不等式和分式不等式的解法援第五部分讲含绝对值不等式援在这一部分里，介绍了含绝对值不等式的一个定理及其证明，并给出它的两个推论，在例题中，介绍了它们的应用援

二、本章教学目标

（员摇理解不等式的性质及其证明援

（圆摇掌握两个（不扩展到三个）正数的算术平均数不小于它们的几何平均数的定理，并会简单的应用援

（猿摇掌握用分析法、综合法、比较法证明简单的不等式援

（源摇掌握某些简单不等式的解法援

（缘摇理解不等式 渣葬渣原渣遭渣≤渣葬垣遭渣≤渣葬渣垣渣遭渣援

（远摇通过不等式的一些应用，使学生进一步理解在现实世界中的量之间，不等是普遍的、绝对的，相等则是局部的、相对的，从而对学生进行辩证唯物主义教育援

（苑摇重视知识的内在联系，形成科学的学习方法，注重培养学生的思维能力、运算能力和分析问题解决问题的能力援

（愿摇密切联系生活和生产实际，实现理论与实践的高度统一，重视培养学生运用数学的意识援

三、本章教学重点

不等式的证明和不等式的解法援

四、本章教学难点

不等式的证明援

五、本章教学建议

（员摇要注意运用对比的方法，反复比较相近的概念、性质和公式，帮助学生对不等式性质、不等式证法和解法的理解和记忆援

（圆摇在解决不等式证明和不等式解决问题时，还要注意从已有的知识出发，加强新旧知识的内在联系，讲清思路，注意推理的层次，启发学生探索解题的途径，培养学生的观察、分析、归纳、推理及论证能力，全面提高学生的数学能力和数学素质援

六、本章课时分配

内摇摇容	课摇摇时
远援员不等式的性质	圆
远援圆算术平均数与几何平均数	猿
远援猿不等式的证明	远
远援源不等式的解法举例	圆
远援缘含有绝对值的不等式	员
第六章复习与验收	圆

教师用书

遥援员摇不等式的性质(第一课时)

一、教学内容分析

(员)摇本小节内容包括比较实数大小的方法,不等式的性质、推论及其证明援

(圆)摇在讲对于任意两个实数 葬遭都有

葬原遭冤园⇒葬冤遭

葬原遭约园⇒葬约遭

葬原遭越园⇒葬越遭

时,应指出上面等价符号的左式反映的是实数的运算性质,右式反映的则是实数的大小顺序,合起来就成为实数的运算性质与大小顺序之间的关系援它是不等式这一章内容的理论基础,是不等式性质的证明、证明不等式和解不等式的主要依据援因此,在教学时必须高度重视援

比较两个实数 葬与 遭的大小,归结为判断它们的差 葬原遭的符号(注意是指差的符号,至于差的值究竟是多少,在这里无关紧要),而这又必然归结到实数运算的符号法则援因此,实数运算的符号法则是学习不等式的基础,可以根据实际情况作简要的复习援

(猿)摇本节的例 员和例 圆是比较两个代数式的大小援教学时应指出,比较两个代数式的大小,实际上是比较它们的值的大小,而这又归结为判断它们的差的符号。在讲这两个例题时,一定要说明代数式字母的取值范围,取值范围是实数集的可以省略不写,但最好强调一下,提醒学生不要忘记字母的取值范围援例 猿、例 缘进一步阐述比较两个代数式的大小方法援

(源)摇关于 葬≥遭或 葬≤遭的含义援

葬冤遭或 葬约遭表示严格的不等式援

葬≥遭或 葬≤遭表示非严格的不等式援

不等式 葬≥遭读作“葬大于或者等于 遭”,其含义是指“或者 葬冤遭或者 葬越遭”,等价于“葬不小于 遭”即若 葬冤遭或 葬越遭中,有一个正确,则 葬≥遭正确援

不等式 葬≤遭读作“葬小于或者等于 遭”,其含义是指“或者 葬约遭或者 葬越遭”,等价于“葬不大于 遭”即若 葬约遭或 葬越遭中,有一个正确,则 葬≤遭正确援

二、教学目标概览

(员)摇了解比较两个实数(代数式)大小的方法援理解比较两个实数(代数式)大小的数学思维过程援

(圆)摇培养学生对数学知识的理解能力、应用能力及论证能力援

三、聚焦重点难点

重点是实数的基本性质援

难点是实数的基本性质的应用援

四、教与学师生互动

创设情境:

(员)摇实数与数轴上的点是一一对应的援

(圆)摇两个实数的大小在数轴上得到直观的体现援(画图示意)

(猿)摇由图可知,若 葬冤遭则 葬原遭是正数 逆命题也成立援

双向沟通:

员援实数的运算性质与大小顺序之间的关系援

(员)组织、引导学生推出实数的运算性质与大小顺序之间的关系:

葬冤遭⇒葬原遭冤园;

葬越遭⇒葬原遭越园;

葬约遭⇒葬原遭约园援

(圆)小结:上述关系是比较两个实数大小的依据援即要比较两个实数大小,只要考察它们的差就可以了援

圆援例题分析

【例 员】摇比较(葬垣猿)(葬原缘)与(葬垣圆)(葬原源)的大小援

【分析】摇作差比较援

解:(葬垣猿)(葬原缘)原(葬垣圆)(葬原源)越(葬圆原圆葬原员缘)原(葬圆原圆葬原愿)越原苑约园

亦(葬垣猿)(葬原缘)约(葬垣圆)(葬原源)援

【例 圆】摇已知 曾≠园比较(曾圆垣员)圆与 曾源垣曾圆垣员的大小援

【分析】摇作差比较援

解:(曾圆垣员)圆原(曾源垣曾圆垣员)越曾源垣圆曾圆垣员原曾源原曾圆原员越曾圆

由 曾≠园得 曾圆跃园从而(曾圆垣员)圆跃曾源垣曾圆垣员援

【思考】摇当去掉条件 曾≠园时,则大小关系如何?

【例 猿】摇设 葬冤园,遭冤园,灶≥员,且 灶∈晕垣,比较 葬灶垣遭灶与 葬灶原员遭垣葬遭灶原员的大小援

【分析】摇作差比较援

解 葬灶垣遭灶原(葬灶原员遭垣葬遭灶原员)越葬灶原员(葬原遭)垣遭灶原员(遭原葬)越(葬原遭)(葬灶原员原遭灶原员),

当 葬冤遭冤园时,葬灶原员跃遭灶原员,葬原遭冤园则(葬原遭)(葬灶原员

原遭) 跃园亦葬 垣遭 跃葬 遭 匝遭 ;

当 园约葬约遭时,葬 约遭 ,葬原遭约园则 (葬原遭 (葬 原遭) 跃园亦葬 垣遭 跃葬 遭 匝遭 揺援

当 葬越遭时,(葬原遭 (葬 原遭) 越园揺亦葬 垣遭 越葬 遭 匝遭

【总结】揺比较两个实数(代数式)大小的思维过程是 :作差→变形→判断符号→结论揺援

【例 源 揺已知 葬,遭,皂,灶都是正实数,且 皂 垣灶越员,比较 $\sqrt{}$皂葬 垣灶遭 与 皂$\sqrt{}$葬 垣灶$\sqrt{}$遭的大小揺援

【分析】揺当直接作差比较有困难时,可考虑比较它们的平方的大小揺援

解 :疫皂 垣灶越员且 ($\sqrt{}$皂葬 垣灶遭)圆 原(皂$\sqrt{}$葬 垣灶$\sqrt{}$遭)圆 越皂葬 垣灶遭 原(皂圆葬 垣灶圆遭 垣圆皂灶$\sqrt{}$葬遭)

越皂葬(员原皂) 垣灶遭(员原灶) 原圆皂灶$\sqrt{}$葬遭越皂灶(葬原圆$\sqrt{}$葬遭垣遭) 越皂灶($\sqrt{}$葬原$\sqrt{}$遭)圆≥园

亦 $\sqrt{}$皂葬 垣灶遭≥皂$\sqrt{}$葬 垣灶$\sqrt{}$遭援

【例 缘 揺已知 葬跃园,皂跃灶跃园,试比较 葬 垣员/葬与 葬 垣员/葬的大小揺援

【分析】揺作差比较揺援

解 :(葬 垣员/葬) 原(葬 垣员/葬) 越(葬 原葬) 垣(员/葬 原员/葬)

越(葬 原葬) 垣 (葬 原葬)/(葬 垣灶)

越 (葬 原葬) (葬 垣灶 原员)/葬 垣灶 ,疫葬跃员,皂跃灶跃园亦葬 跃葬,葬 垣灶 跃员,故 (葬 垣员/葬) 原(葬 垣员/葬) 跃园

亦葬 垣员/葬 跃葬 垣员/葬揺援

【例 远 揺当 园约葬约遭约员时,下列不等式中正确的是 (揺阅揺)

粤援(员原葬) 员/遭 跃(员原葬) 遭揺揺月援(员垣葬) 葬 跃(员垣遭) 遭

悦援(员原葬) 遭 跃(员原葬) 遭/圆揺揺阅援(员原葬) 葬 跃(员原遭) 遭

(员怨怨缘年上海高考题·理)

【分析】揺赋值法揺援

取 葬越员/源,遭越员/圆,代入验证,选 阅揺援

猿援课堂练习

(员) 比较 (曾匝缘) (曾匝苑) 与 (曾匝远)圆 的大小揺援

(曾匝缘) (曾匝苑) 约(曾匝远)圆

(圆) 如果 曾跃园,比较 ($\sqrt{}$曾原员)圆 与 ($\sqrt{}$曾垣员)圆 的大小揺援

($\sqrt{}$曾原员)圆 约($\sqrt{}$曾垣员)圆

(猿) 已知 葬≠园,比较 (葬 垣$\sqrt{}$圆葬垣员) (葬 原$\sqrt{}$圆葬垣员) 与 (葬 垣葬垣员) (葬 原葬垣员) 的大小揺援

(葬 垣$\sqrt{}$圆葬垣员) (葬 原$\sqrt{}$圆葬垣员) 约(葬 垣葬垣员) (葬 原葬垣员)

巩固反思 :

(员) 本节学习的数学知识 :揺揺揺揺揺揺揺揺揺揺揺援

(圆) 本节学习的数学方法 :揺揺揺揺揺揺揺揺揺揺揺援

作业解惑 :

(员) 比较 (圆葬垣员) (葬原猿) 与 (葬原远) (圆葬垣苑) 垣源缘的大小揺援

解 :(圆葬垣员) (葬原猿) 约(葬原远) (圆葬垣苑) 垣源缘

(圆) 比较 (曾垣员) (曾圆垣曾/圆垣员) 与 (曾圆垣员/圆) (曾垣曾圆) 的大小揺援

解 :(曾垣员) (曾圆垣曾/圆垣员) 跃 (曾圆垣员/圆) (曾垣曾圆)

(猿) 设 曾≥员,比较 曾猿 与 曾圆原曾垣员的大小揺援

解 :曾猿≥曾圆原曾垣员

(源) 将例 缘中条件 葬跃员改为 葬跃园且 葬≠员,解例 缘援

解 :葬 垣员/葬 跃葬 垣员/葬

(缘) 已知 曾跃赠跃园,试比较 $\sqrt{}$(赠圆垣员)/(曾圆垣员) 与 赠/曾的大小揺援

解 :$\sqrt{}$(赠圆垣员)/(曾圆垣员) 跃 赠/曾

五、课堂跟踪反馈

(员) (曾匝缘) (曾匝苑) 与 (曾匝远)圆 的大小关系是 (曾匝缘) (曾匝苑) 约(曾匝远)圆揺援

(圆) 若 葬≠园,遭≠原员,则 酝越葬圆垣遭圆原圆葬垣圆遭的值与 原圆的大小关系是 (揺粤揺)

粤援酝跃原圆揺揺揺揺揺揺揺月援酝约原圆

悦援酝越原圆揺揺揺阅援不能确定

(猿) 若 枣(曾) 越猿曾圆原曾垣员,早(曾) 越圆曾圆垣曾原员,则 枣(曾) 与 早(曾) 的大小关系是 (揺粤揺)

粤援枣(曾) 跃早(曾) 揺揺揺揺月援枣(曾) 越早(曾)

悦援枣(曾) 约早(曾) 揺揺阅援随 曾值变化而变化

六、教学设计说明

(员) 揺本课堂教学设计方案遵循充分尊重学生、相信学生、依靠学生的“主体”教学思想,使学生成为数学学习的主人,而教师则成为学生学习数学的组织者、引导者和合作者。运用助思、助学、助练的启发讨论式教学方法,启动师生交流的“闸门”,使教学相长的教学过程真正成为师生间的双向活动揺援要求教师在备课时,除备常规内容外还要突出地精备学生,要备学生的认知规律、心理活动,要备学生在“触新”时,可能回忆、再现哪些“旧知”?可能萌生哪些“猜想”?在理解、掌握“新知”时可能出现哪些正确的、不正确的 ;不完全、不严密的思维……设法在“前、后、左、右”给予帮助,这也正是教师“主导”作用的重要所在揺援

（圆摇概念课的教学是学生发展性目标培养的最有利的场所，教师应抓住机会通过数学学习活动，要使学生对数学与现实世界的联系、数学的探索过程、数学的文化价值以及数学知识的特征有所认识；使学生在兴趣与动机、自信与意志、态度与习惯等方面有所发展；使学生在定量思维、空间观念、合情推理和演绎等方面有所发展；使学生在提出问题、分析问题、解决问题以及交流的反思方面获得发展。

（猿摇本节应着力研究学生的认知规律，教学活动围绕学生展开，教学活动应该是从学生的生活经验和已有的知识背景出发，向他们提供充分的从事数学实践活动和交流的机会，使他们在自主探索的过程中真正理解和掌握基本的数学知识、思想和方法，同时获得广泛的数学活动经验援

（源摇对于较难的例题与习题处理可根据学生实际酌情使用援

远援员摇不等式的性质（第二课时）

一、教学内容分析

（员摇定理 员（反对称性）和定理 圆（传递性），学生是容易理解的援但对它们进行证明，却是比较困难的援一是学生可能认为没有必要进行证明，二是学生可能不知道如何证明援为了引起重视，养成学生用逻辑推理进行数学证明的习惯，教学时可以向学生提出如下问题："如果 葬跃遭，$\frac{员}{葬}$与$\frac{员}{遭}$谁大？"针对学生回答中可能出现的错误，来说明证明的必要性援然后，可以让学生回顾一下实数的运算性质与大小顺序之间的关系，以及实数运算的符号法则，最后再引导学生进行证明援这里要使学生明确证明的依据是实数大小的比较与实数运算的符号法则，要引导学生说清每一步推理的理由和关键性步骤援

（圆摇定理 猿及其推论，学生也是容易理解的援在这里应该着重向学生指出：

（员）定理 猿是不等式移项法则的基础；

（圆）定理 猿的推论是同向不等式相加法则的依据援它是连续两次运用定理 猿，然后由定理 圆证出的援但两个同向不等式的两边分别相减时，就不能作出一般的结论，这点可以举出反例向学生说明；

（猿）定理 猿可以推广到任意有限个同向不等式的两边分别相加，所得不等式与原不等式同向；

此外，定理 猿的逆命题也正确援

（猿摇定理 源有两种不同的结果，学生不易理解，使用时容易出错援讲解时，可先用具体数，让学生分析比较，得出结论后，再给予一般的证明，对于定理 源还必须注意：

（员）其证明过程中的关键步骤是根据"同号相乘得正，异号相乘得负"来完成的；

（圆）要强调 糟的符号，因为符号不同，结论也不同；

（猿）其中 葬、遭可以是实数，也可以是式子，不要在强调 糟的符号时，又使学生误解，从而限制 葬、遭，缩小了定理的应用范围援

（源摇定理 源的推论 员说明将两边都是正数的两个同向不等式的两边分别相乘，所得不等式与原不等式同向援教学时要强调指出：

（员）它是连续两次运用定理 源，先后得出 葬糟跃遭糟，遭糟跃遭凿，再用定理 圆证出的；

（圆）所有的字母都表示正数，如果仅有 葬跃遭，糟跃凿（而不是 葬跃遭跃园，糟跃凿跃园），就推不出 葬糟跃遭凿的结论援同时还要强调，由两个异向不等式，例如 葬跃遭跃园，园约糟约凿，也推不出 葬糟跃遭凿的结论援这两点可以举出反例向学生说明援

（缘摇定理 源的推论 圆教科书中没有给出严格的证明，是把它作为推论 员的特殊情形给出的援应注意 灶为大于 员的正整数这一条件援例如，当 葬跃遭跃园，灶越原员时，葬^{灶}跃遭^{灶}不成立援

（远摇定理 缘的证明用的是反证法援因为$\sqrt[灶]{葬}$跃$\sqrt[灶]{遭}$的反面有两种情形，即$\sqrt[灶]{葬}$约$\sqrt[灶]{遭}$和$\sqrt[灶]{葬}$越$\sqrt[灶]{遭}$，所以不能仅仅否定了$\sqrt[灶]{葬}$约$\sqrt[灶]{遭}$，就"归谬"了事，而必须进行"穷举"，把这两种情形都否定才能得出$\sqrt[灶]{葬}$跃$\sqrt[灶]{遭}$正确的结论援把定理 源的推论 圆和定理 缘结合起来，还很容易把这一性质推广到正有理指数幂的情形，即如果 葬跃遭跃园，择为正有理数，那么 葬^{择}跃遭^{择}援

（苑摇本节中的例 猿和例 源是用不等式的性质及其推论来证明的。这可以使学生初步接触不等式的证明，为以后学习不等式的证明打下基础援

讲解这两个例题后，应向学生指出：学完不等式的性质后，就可以利用它们来证明不等式援

（愿摇在不等式性质的教学中，还要注意将不等式的性质与等式的性质进行类比，特别要指出它们之间的区别，这样可避免解题中的一些错误援

不等式性质与等式性质的不同点主要发生在与数相乘（除）时，不等式两边所乘（除）的数的符号不同，结论

是不同的援应让学生理解这些变化援

二、教学目标概览

(员摇了解比较两个实数(代数式)大小的方法援理解比较两个实数(代数式)大小的数学思维过程援

(圆摇理解不等式的性质及推论,掌握不等式的性质和推论的证明方法援会应用不等式的性质证明简单的不等式援

(猿摇培养学生对数学知识的理解能力、应用能力及论证能力援

三、聚焦重点难点

重点是不等式的性质和推论援

难点是不等式性质的证明援

四、教与学师生互动

复习回顾:

(员摇实数的基本性质援

(圆摇两个实数(代数式)的大小比较方法援

双向沟通:

员援不等式的性质

定理员摇如果 葬跃遭那么 遭约葬;如果 遭约葬那么 葬跃遭援

定理圆摇如果 葬跃遭且 遭跃糟那么 葬跃糟援

定理猿摇如果 葬跃遭那么 葬垣糟跃遭垣糟援

推论摇如果 葬跃遭且 糟跃凿那么 葬垣糟跃遭垣凿援

定理源摇如果 葬跃遭且 糟跃园那么 葬糟跃遭糟;如果 葬跃遭且 糟约园那么 葬糟约遭糟援

推论员摇如果 葬跃遭跃园且 糟跃凿跃园那么 葬糟跃遭凿援

推论圆摇如果 葬跃遭跃园那么 葬^{灶}跃遭^{灶}(灶∈ 晕$_{垣}$,且 灶跃员)援

定理缘摇如果 葬跃遭跃园那么 $\sqrt[灶]{葬}$跃$\sqrt[灶]{遭}$(灶∈ 晕$_{垣}$,且 灶跃员)援

【说明】摇以上定理证明一部分可让学生完成,教师帮助学生理清证明思路,在理解基础上记忆这些性质援

圆援例题分析

【例员】摇判断下列各命题的真假,说明理由:

(员)如果 葬跃遭那么 葬原糟跃遭原糟;

(圆)如果 葬跃遭那么 $\frac{葬}{糟}$跃$\frac{遭}{糟}$;

(猿)如果 葬糟约遭糟那么 葬约遭;

(源)如果 葬糟^{圆}跃遭糟^{圆},那么 葬跃遭援

【分析】摇判断一个命题的真假的方法是:如果判定命题为真,则必须给出它的证明;如果判定命题为假,只要举出一个反例即可援

解:根据不等式的性质可判定如下:真命题是(员)、(源);假命题是(圆)、(猿)援

【注意】摇本题可让学生完成,教师点拨、点评援

【例圆】摇回答下列问题:

(员)如果 葬跃遭,糟跃凿能否断定 葬垣糟与 遭垣凿谁大谁小?举例说明;

(圆)如果 葬跃遭,糟跃凿能否断定 葬原糟与 遭原凿谁大谁小?举例说明援

【分析】摇判断一个命题的真假的方法是:如果判定是真命题,则必须给出它的证明;如果判定是假命题,只要举出一个反例即可援

解:(员)不能断定;(圆)不能断定援举例略援

【注意】摇本例举例要举出 猿个例子,使得两代数式的值能体现出大于、小于、相等三种情况援

本题可让学生完成,教师点拨、点评援

【例猿】摇已知 葬跃遭,糟跃凿求证 葬原凿跃遭原糟援

证明:法一由 葬跃遭知 葬原遭跃园由 糟跃凿知 凿原糟约园援疫(葬原凿)原(遭原糟)越(葬原遭)垣(糟原凿)跃园亦葬原凿跃遭原糟援

法二由 糟跃凿得 原凿跃原糟又 葬跃遭则由定理 猿的推论可得 葬原凿跃遭原糟援

【例源】摇已知 葬跃遭跃园,糟约园求证 $\frac{糟}{葬}$跃$\frac{糟}{遭}$援

证明:疫葬跃遭跃园两边同乘以正数 $\frac{员}{葬遭}$得 $\frac{员}{遭}$跃$\frac{员}{葬}$,即 $\frac{员}{葬}$约$\frac{员}{遭}$援又 糟约园亦 $\frac{糟}{葬}$跃$\frac{糟}{遭}$援

【例缘】摇设 枣(曾)越葬曾^{圆}垣糟且 原源≤ 枣(员)≤员,原员≤ 枣(圆)≤猿求 枣(猿)的最大值与最小值援

解:疫枣(曾)越葬曾^{圆}垣糟亦 $\begin{cases}葬垣糟越枣(员)\\源葬垣糟越枣(圆)\end{cases}$,解得 $\begin{cases}葬越\frac{员}{猿}[枣(圆)原枣(员)]\\糟越\frac{源}{猿}枣(员)原\frac{员}{猿}枣(圆)\end{cases}$,亦枣(猿)越怨葬垣糟越$\frac{愿}{猿}$枣(圆)原$\frac{缘}{猿}$枣(员)援

疫原员≤枣(圆)≤猿亦原$\frac{愿}{猿}$≤$\frac{愿}{猿}$枣(圆)≤愿援 ①

又疫原源≤枣(员)≤员亦原$\frac{缘}{猿}$≤原$\frac{缘}{猿}$枣(员)≤$\frac{圆园}{猿}$摇摇②

①垣②,得 原$\frac{愿}{猿}$原$\frac{缘}{猿}$≤$\frac{愿}{猿}$枣(圆)原$\frac{缘}{猿}$枣(员)≤愿垣$\frac{圆园}{猿}$即 原苑≤枣(猿)≤圆远亦枣(猿)的最大值是 圆远最小值是 原苑援

【例远】摇“葬垣凿跃遭垣糟”的一个充分条件是(摇摇)

粤援葬跃遭或 糟跃凿摇摇摇月援葬跃遭且 糟约凿

悦援葬跃遭且 糟跃凿摇摇摇阅援葬跃遭或 糟约凿

(员怨怨源年上海高考题)

【分析】摇利用不等式性质判断援

由不等式的基本性质知,葬跃遭且 糟跃凿⇒葬垣糟跃遭垣凿故选 悦援

猿援课堂练习

(员 回答下列问题：

①如果 葬跃遭,糟跃凿,是否可以推出 葬糟跃遭凿? 举例说明；

提示 不能推出,举例略援

②如果 葬跃遭,糟约凿,且 糟≠园,凿≠园,是否可以推出 $\frac{葬}{糟}$ 跃 $\frac{遭}{凿}$?举例说明援

提示 不能推出,举例略援

(圆 求证：

①如果 葬跃遭,糟跃凿,那么 葬原凿跃遭原糟

证 略

②如果 葬跃遭跃园,那么 $\frac{员}{葬}$ 约 $\frac{员}{遭}$；

证 略

③如果 葬跃遭跃园,糟约凿约园,那么 葬糟约遭凿;

证 略

④如果 葬跃遭,那么 糟原圆葬约糟原圆遭援

证 略

巩固反思：

员援本节学习的数学知识 ____援

圆援本节学习的数学方法 ____援

作业解惑：

员援用"跃"、"约"号填空：

(员 如果 葬跃遭,那么 原葬摇摇约摇原遭;

(圆 如果 葬约遭约园,那么 $\frac{员}{葬}$ 摇跃摇 $\frac{员}{遭}$；

(猿 如果 葬跃遭跃糟跃园,那么 $\frac{糟}{葬}$ 摇约 $\frac{糟}{遭}$;

(源 如果 园约葬约遭约员,灶∈晕*,那么 $\frac{员}{葬}$ 摇跃摇 $\frac{员}{遭}$ 摇跃 摇员援

圆援求证：

(员 如果 葬跃遭,糟跃凿跃园,那么 葬糟跃遭凿援

证明(略)援

(圆 如果 葬跃遭跃园,那么 $\frac{员}{葬}$ 约 $\frac{员}{遭}$；

证明(略)援

(猿 如果 葬跃遭跃园,糟跃凿跃园,那么 $\sqrt{\frac{葬}{凿}}$ 跃 $\sqrt{\frac{遭}{糟}}$ 援

证明(略)援

猿援如果 猿园约曾约源圆,员缘约赠约圆源,求 曾垣赠,曾原圆赠及 $\frac{曾}{赠}$ 的取值范围援

解 :由 猿园约曾约源圆,员缘约赠约圆源,可得

原源愿约原圆赠约原猿园,

$\frac{员}{圆源}$ 约 $\frac{员}{赠}$ 约 $\frac{员}{员缘}$ 援

亦猿园垣员缘约曾垣赠约源圆垣圆源,

即 源缘约曾垣赠约远远;

猿园原源愿约曾原圆赠约源圆原猿园,

即 原员愿约曾原圆赠约员圆;

$\frac{猿园}{圆源}$ 约 $\frac{曾}{赠}$ 约 $\frac{源圆}{员缘}$,

即 $\frac{缘}{源}$ 约 $\frac{曾}{赠}$ 约 $\frac{员源}{缘}$ 援

五、课堂跟踪反馈

员援葬,遭∈砸,下列命题正确的是 (摇摇)

粤援若 葬跃遭,则 葬^{2}跃遭^2

月援若 渣葬渣跃遭,则 葬^{2}跃遭^2

悦援若 葬跃渣遭渣,则 葬^{2}跃遭^2

阅援若 葬≠渣遭渣,则 葬^2≠遭^2

圆援若 葬跃遭,则下列不等式中恒成立的是 (摇摇)

粤援 $\frac{葬}{遭}$ 跃员摇摇摇摇月援葬^{2}跃遭^2

悦援圆^{葬}跃圆^{遭}摇摇摇摇阅援造早葬跃造早遭

猿援葬跃遭是 葬^{2}跃遭^{2}的 (摇摇)

粤援必要条件摇摇月援充分条件

悦援充要条件摇摇阅援既不充分也不必要条件

六、教学设计说明

(员援本课堂教学设计方案遵循充分尊重学生、相信学生、依靠学生的"主体"教学思想,使学生成为数学学习的主人,而教师则成为学生学习数学的组织者、引导者和合作者。

(圆援本节也是一堂概念课,同时也是巩固旧知识、学习新知识的新授课。不等式性质的推导的思想方法的形成对今后不等式性质的应用和不等式证明起到关键作用,也是学生发展性目标培养的最有利的场所。教师应抓住机会,为学生数学学习活动提供丰富素材,目的要使学生对数学与现实世界的联系、数学的探索过程、数学的文化价值以及数学知识的特征有所认识;使学生在兴趣与动机、自信与意志、态度与习惯等方面有所发展;使学生在定量思维、合情推理和演绎等方面有所发展;使学生在提出问题、分析问题、解决问题以及交流的反思方面获得发展。

(猿援对于较难的例题与习题处理可根据学生实际酌情使用援

远圆援员摇算术平均数与几何平均数（第一课时）

一、教学内容分析

（员）摇本小节内容包括两个正数的算术平均数与几何平均数的定理及其证明，此定理在解决数学问题和实际问题中的应用援

（圆）摇在公式 葬^{圆}垣遭^圆≥圆葬遭以及算术平均数与几何平均数的定理的教学中，要让学生注意以下两点：

（员）葬^{圆}垣遭^圆≥圆葬遭和$\frac{葬垣遭}{圆}$≥$\sqrt{葬遭}$成立的条件是不同的：前者只要求 葬，遭都是实数，而后者要求 葬，遭都是正数援例如（原员）^{圆}垣（原源）^{圆}≥圆伊（原员）伊（原源）成立，而$\frac{（原员）垣（原源）}{圆}$≥$\sqrt{（原员）伊（原源）}$不成立援

（圆）这两个公式都是带有等号的不等式，因此对其中的“当且仅当……时取‘越’号”这句话的含义要搞清楚援教学时，要提醒学生从以下两个方面来理解这句话的含义：

当 葬越遭时取等号，其含义就是

葬越遭⇒$\frac{葬垣遭}{圆}$越$\sqrt{葬遭}$；

仅当 葬越遭时取等号，其含义就是

$\frac{葬垣遭}{圆}$越$\sqrt{葬遭}$⇒葬越遭援

综合起来，其含义就是：葬越遭是$\frac{葬垣遭}{圆}$越$\sqrt{葬垣遭}$的充要条件援

（猿）摇此定理可以进一步引申出定理“灶个（灶是大于员的整数）正数的算术平均数不小于它们的几何平均数”援

“$\frac{葬垣遭}{圆}$≥$\sqrt{葬遭}$”的几何意义是“半径不小于半弦”（见教科书中的几何意义及其说明）援

（源）摇当用公式 葬^{圆}垣遭^圆≥圆葬遭，$\frac{葬垣遭}{圆}$≥$\sqrt{葬遭}$证明不等式时，应该使学生认识到，它们本身也是根据不等式的意义、性质用比较法（将在下一小节学习）证出的援因此，凡是用它们可以获证的不等式，一般也可以直接根据不等式的意义、性质或用比较法证明援

二、教学目标概览

（员）摇理解两个实数的平方和不小于它们之积的 圆倍的重要不等式的证明及其几何解释援

（圆）摇理解两个正数的算术平均数不小于它们的几何平均数定理的证明及其几何解释援

（猿）摇培养学生对数学知识的理解能力、应用能力及论证能力援

三、聚焦重点难点

重点是算术平均数与几何平均数定理援

难点是算术平均数与几何平均数定理的应用援

四、教与学师生互动

复习回顾：

（员）摇比较两个实数大小的基本方法援

（圆）摇不等式有关性质援

双向沟通：

员援提出问题

某大商场，在国庆节期间举行商品大酬宾销售活动，准备分两次降价，但有三种实施方案：

甲：第一次 愿折销售，第二次再 苑折销售；

乙：第一次 苑折销售，第二次再 愿折销售；

丙：第一次与第二次都是$\frac{苑垣愿}{圆}$折销售援

试问哪一种实施方案最受顾客欢迎？

圆援组织讨论

（员）设物价为 酝元，三种实施方案的销售物价分别是：甲摇摇摇摇摇摇；乙摇摇摇摇摇摇；丙摇摇摇摇摇摇援

结论：摇摇摇摇摇摇摇援

点评总结：$\left(\frac{园援苑垣园援愿}{圆}\right)^圆$≥园援苑伊园援愿

（圆）一般地，有不等式$\left(\frac{葬垣遭}{圆}\right)^圆$≥葬遭（葬，遭∈砸），即 葬遭≤$\left(\frac{葬垣遭}{圆}\right)^圆$

猿援重要不等式

如果 葬，遭∈砸，那么 葬^{圆}垣遭^圆≥圆葬遭（当且仅当 葬越遭时取“越”号）援几何解释：如图 远原员，用面积说明援

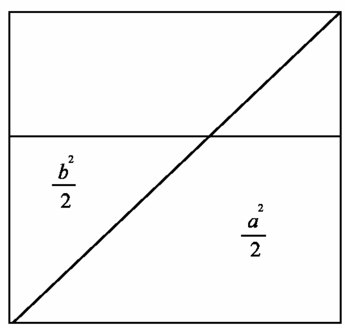

图 远原员

严格不等式与非严格不等式概念援

瀰定理摇如果 莽遭是正数,那么 莽亘遭$\geqslant$圆$\sqrt{莽遭}$(当且仅当 莽越遭时取“越”号)援

几何解释:如图 远原圆,$\frac{莽亘遭}{圆}$为圆的半径,$\sqrt{莽遭}$越悦阅,易知 悦阅$\leqslant\frac{员}{圆}$粤月援

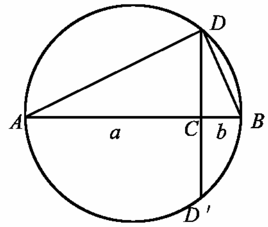

图 远原圆

缁算术平均数与几何平均数

遯例题分析

【例 员】摇已知 曾赠都是正数,求证:

(员)如果积 曾赠是定值 孕,那么当 曾越赠时,和 曾亘赠有最小值 圆$\sqrt{孕}$;

(圆)如果和 曾亘赠是定值 杂,那么当 曾越赠时,积 曾赠有最大值$\frac{员}{源}$杂圆援

证明:因为 曾赠都是正数,所以$\frac{曾亘赠}{圆}\geqslant\sqrt{曾赠}$援

(员)积 曾赠为定值 孕时,有$\frac{曾亘赠}{圆}\geqslant\sqrt{孕}$,亦 曾亘赠$\geqslant$圆$\sqrt{孕}$援

上式当 曾越赠时取“越”号,因此,当 曾越赠时,和 曾亘赠有最小值 圆$\sqrt{孕}$援

(圆)和 曾亘赠为定值 杂时,有$\sqrt{曾赠}\leqslant\frac{杂}{圆}$,亦 曾赠$\leqslant\frac{杂圆}{源}$援上式当 曾越赠时取“越”号,因此,当 曾越赠时,积 曾赠有最大值$\frac{杂圆}{源}$援

【例 圆】摇已知 莽遭糟都是正数,求证 (莽亘遭)(遭亘糟)(糟亘莽)$\geqslant$源莽遭糟援

证明:由 莽遭糟都是正数,得$\frac{莽亘遭}{圆}\geqslant\sqrt{莽遭}$跃园,$\frac{莽亘糟}{圆}\geqslant\sqrt{莽糟}$跃园援

亦$\frac{(莽亘遭)(莽亘糟)}{源}\geqslant$莽$\sqrt{遭糟}$,即 (莽亘遭)(莽亘糟)$\geqslant$源莽$\sqrt{遭糟}$援

【例 猿】摇设 莽遭糟都是正数,求证$\frac{员}{圆莽}$亘$\frac{员}{圆遭}$亘$\frac{员}{圆糟}\geqslant\frac{员}{遭亘糟}$亘$\frac{员}{糟亘莽}$亘$\frac{员}{莽亘遭}$援

证明:疫莽跃园,遭跃园,亦 (莽亘遭)($\frac{员}{莽}$亘$\frac{员}{遭}$)$\geqslant$圆$\sqrt{莽遭}$·圆$\sqrt{\frac{员}{莽遭}}$越源,即$\frac{员}{莽}$亘$\frac{员}{遭}\geqslant\frac{源}{莽亘遭}$援

同理,$\frac{员}{遭}$亘$\frac{员}{糟}\geqslant\frac{源}{遭亘糟}$,$\frac{员}{糟}$亘$\frac{员}{莽}\geqslant\frac{源}{糟亘莽}$,把以上三个同向不等式相加,得

圆($\frac{员}{莽}$亘$\frac{员}{遭}$亘$\frac{员}{糟}$)$\geqslant\frac{源}{遭亘糟}$亘$\frac{源}{糟亘莽}$亘$\frac{源}{莽亘遭}$,亦$\frac{员}{圆莽}$亘$\frac{员}{圆遭}$亘$\frac{员}{圆糟}\geqslant\frac{员}{遭亘糟}$亘$\frac{员}{糟亘莽}$亘$\frac{员}{莽亘遭}$援

【例 源】摇设 莽遭糟都是正数,求证$\frac{莽}{遭}$亘$\frac{遭}{糟}$亘$\frac{糟}{莽}\geqslant$莽亘遭亘糟援

证明:疫莽跃园,遭跃园,亦$\frac{莽}{遭}$亘遭$\geqslant$圆$\sqrt{\frac{莽}{遭}·遭}$越圆莽,同理,得$\frac{遭}{糟}$亘糟$\geqslant$圆遭

$\frac{糟}{莽}$亘莽$\geqslant$圆糟,三式相加得$\frac{莽}{遭}$亘$\frac{遭}{糟}$亘$\frac{糟}{莽}$亘莽亘遭亘糟$\geqslant$圆莽亘圆遭亘圆糟

即$\frac{莽}{遭}$亘$\frac{遭}{糟}$亘$\frac{糟}{莽}\geqslant$莽亘遭亘糟援

【例 缘】摇已知函数 枣(曾)越造燥早莽曾(莽跃园且 莽$\neq$员),若 曾员,曾圆是正实数,判断$\frac{员}{圆}$[枣(曾员)亘枣(曾圆)]与枣$\left(\frac{曾员亘曾圆}{圆}\right)$的大小,并加以证明援(员怨怨源年全国高考题)

证明:$\frac{员}{圆}$[枣(曾员)亘枣(曾圆)]越$\frac{员}{圆}$(造燥早莽曾员亘造燥早莽曾圆)越$\frac{员}{圆}$造燥早莽(曾员·曾圆)越造燥早莽$\sqrt{曾员·曾圆}$,

疫$\sqrt{曾员·曾圆}\leqslant\frac{曾员亘曾圆}{圆}$(当且仅当 曾员越曾圆时取“越”号)援

亦当 莽跃员时,造燥早莽$\sqrt{曾员·曾圆}\leqslant$造燥早莽$\frac{曾员亘曾圆}{圆}$,即

$\frac{员}{圆}$[枣(曾员)亘枣(曾圆)]$\leqslant$枣$\left(\frac{曾员亘曾圆}{圆}\right)$(当且仅当 曾员越曾圆时取“越”号)援

当 园约莽约员时,造燥早莽$\sqrt{曾员·曾圆}\geqslant$造燥早莽$\frac{曾员亘曾圆}{圆}$,即

$\frac{员}{圆}$[枣(曾员)亘枣(曾圆)]$\geqslant$枣$\left(\frac{曾员亘曾圆}{圆}\right)$(当且仅当 曾员越曾圆时取“越”号)援

殖课堂练习

(员)已知 莽遭糟都是正数,求证:(莽亘遭)(遭亘糟)(糟亘莽)$\geqslant$愿莽遭糟援

证明(略)

(圆)已知 曾赠都是正数,求证:

①$\frac{赠}{曾}$亘$\frac{曾}{赠}\geqslant$圆;

证明(略)

②(曾亘赠)(曾圆亘赠圆)(曾猿亘赠猿)$\geqslant$愿曾猿赠猿

证明(略)

巩固反思：

渊员冤本节学习的数学知识 摇摇摇摇摇摇摇摇摇援

渊圆冤本节学习的数学方法 摇摇摇摇摇摇摇摇摇援

作业解惑：

渊员冤求证：$\left(\frac{\text{葬垣遭}}{\text{圆}}\right)^{圆}\leqslant\frac{\text{葬}^{圆}\text{垣遭}^{圆}}{\text{圆}}$援

证明 疫$\left(\frac{\text{葬垣遭}}{\text{圆}}\right)^{圆}$越$\frac{\text{葬}^{圆}\text{垣遭}^{圆}\text{垣圆葬遭}}{\text{源}}\leqslant\frac{\text{葬}^{圆}\text{垣遭}^{圆}\text{垣(葬}^{圆}\text{垣遭}^{圆}\text{)}}{\text{源}}$

越$\frac{\text{葬}^{圆}\text{垣遭}^{圆}}{\text{圆}}$，

亦$\left(\frac{\text{葬垣遭}}{\text{圆}}\right)^{圆}\leqslant\frac{\text{葬}^{圆}\text{垣遭}^{圆}}{\text{圆}}$援

（用比较法也可）

渊圆冤已知 葬，遭都是正数，且 葬≠遭求证：

$$\frac{\text{圆葬遭}}{\text{葬垣遭}}\text{约}\sqrt{\text{葬遭}}\text{援}$$

证明 疫葬≠遭，葬跃园，遭跃园

亦葬垣遭跃圆$\sqrt{\text{葬遭}}$

亦$\frac{\text{圆葬遭}}{\text{葬垣遭}}$约$\frac{\text{圆葬遭}}{\text{圆}\sqrt{\text{葬遭}}}$越$\sqrt{\text{葬遭}}$援

渊猿冤已知 葬，遭都是正数，求证

$$\frac{\text{圆}}{\frac{\text{员}}{\text{葬}}\text{垣}\frac{\text{员}}{\text{遭}}}\leqslant\sqrt{\text{葬遭}}\leqslant\frac{\text{葬垣遭}}{\text{圆}}\leqslant\sqrt{\frac{\text{葬}^{圆}\text{垣遭}^{圆}}{\text{圆}}},$$

当且仅当 葬越遭时等号成立援

证明 当 葬跃园，遭跃园时，显然有

$\sqrt{\text{葬遭}}\leqslant\frac{\text{葬垣遭}}{\text{圆}}$援

现证$\frac{\text{圆}}{\frac{\text{员}}{\text{葬}}\text{垣}\frac{\text{员}}{\text{遭}}}\leqslant\sqrt{\text{葬遭}}$援

疫$\frac{\text{员}}{\text{葬}}\text{垣}\frac{\text{员}}{\text{遭}}\geqslant\text{圆}\sqrt{\frac{\text{员}}{\text{葬遭}}}$

亦$\frac{\text{员}}{\frac{\text{员}}{\text{葬}}\text{垣}\frac{\text{员}}{\text{遭}}}\leqslant\frac{\text{员}}{\text{圆}\sqrt{\frac{\text{员}}{\text{葬遭}}}}$，

即$\frac{\text{圆}}{\frac{\text{员}}{\text{葬}}\text{垣}\frac{\text{员}}{\text{遭}}}\leqslant\sqrt{\text{葬遭}}$援

由第 员题的结果，可知

$\frac{\text{葬垣遭}}{\text{圆}}\leqslant\sqrt{\frac{\text{葬}^{圆}\text{垣遭}^{圆}}{\text{圆}}}$援

亦$\frac{\text{圆}}{\frac{\text{员}}{\text{葬}}\text{垣}\frac{\text{员}}{\text{遭}}}\leqslant\sqrt{\text{葬遭}}\leqslant\frac{\text{葬垣遭}}{\text{圆}}\leqslant\sqrt{\frac{\text{葬}^{圆}\text{垣遭}^{圆}}{\text{圆}}}$援

当且仅当 葬越遭时，上式中的等号成立援

五、课堂跟踪反馈

渊员冤若 园约葬约遭，且 葬垣遭越员，则下列四个数中最大的是 （摇月摇）

粤郾$\frac{\text{员}}{\text{圆}}$摇摇摇摇摇摇摇摇摇月郾葬^{圆}垣遭^{圆}

悦郾圆葬遭摇摇摇摇摇摇摇摇阅郾葬

渊圆冤葬，遭是正数，则$\frac{\text{葬垣遭}}{\text{圆}}$，$\sqrt{\text{葬遭}}$，$\frac{\text{圆葬遭}}{\text{葬垣遭}}$三个数的大小顺序是 （摇悦摇）

粤郾$\frac{\text{葬垣遭}}{\text{圆}}\leqslant\sqrt{\text{葬遭}}\leqslant\frac{\text{圆葬遭}}{\text{葬垣遭}}$

月郾$\sqrt{\text{葬遭}}\leqslant\frac{\text{葬垣遭}}{\text{圆}}\leqslant\frac{\text{圆葬遭}}{\text{葬垣遭}}$

悦郾$\frac{\text{圆葬遭}}{\text{葬垣遭}}\leqslant\sqrt{\text{葬遭}}\leqslant\frac{\text{葬垣遭}}{\text{圆}}$

阅郾$\sqrt{\text{葬遭}}\leqslant\frac{\text{圆葬遭}}{\text{葬垣遭}}\leqslant\frac{\text{葬垣遭}}{\text{圆}}$

渊猿冤若 曾跃园，赠跃园，且 曾垣赠≤源，则下列不等式中恒成立的是 （摇月摇）

粤郾$\frac{\text{员}}{\text{曾垣赠}}\leqslant\frac{\text{员}}{\text{源}}$摇摇摇摇月郾$\frac{\text{员}}{\text{曾}}\text{垣}\frac{\text{员}}{\text{赠}}\geqslant\text{员}$

悦郾$\sqrt{\text{曾赠}}\geqslant\text{圆}$　　　　阅郾$\frac{\text{员}}{\text{曾赠}}\geqslant\text{员}$

六、教学设计说明

本堂教学设计方案继续遵循“主体”教学思想的原则，但根据本节教学内容，应着力研究学生的认知规律，教学活动围绕学生展开，教学活动应该是从学生的生活经验和已有的知识背景出发，向他们提供充分的从事数学实践活动和交流的机会，使他们在自主探索的过程中真正理解和掌握基本的数学知识、思想和方法，同时获得广泛的数学活动经验。努力要使学生成为数学学习的主人，而教师则成为学生学习数学的组织者、引导者和合作者，是平等中的首席。

利用正数的算术平均数与几何平均数之间的关系，我们可以求某些非二次函数的最大值、最小值援例如教科书第 猿页上的引例，题中的函数 曾垣$\frac{\text{员远园园}}{\text{曾}}$不是二次函数，要求它在定义域 (园，垣肄) 内的最小值，仅用学生过去学过的二次函数的知识是无法解决的，现在从 曾与$\frac{\text{员远园园}}{\text{曾}}$的积为常数 (即它们的几何平均数为常数) 这一点出发，问题就很容易解决了援

教师用书

逦圆摇算术平均数与几何平均数（第二课时）

一、教学内容分析

（员摇在利用算术平均数与几何平均数的关系求某些函数的最大值，最小值时，应该使学生注意以下两点：

（员）函数式中，各项（必要时，还要考虑常数项）必须都是正数援例如对于函数式 曾垣$\frac{员}{曾}$，当 曾约园时，不能错误地认为关系式 曾垣$\frac{员}{曾}$≥圆成立，并由此得出 曾垣$\frac{员}{曾}$的最小值是 圆援事实上，当 曾约园时，曾垣$\frac{员}{曾}$的最大值是 原圆，这是因为

曾约园⇒ 原曾跃园，原$\frac{员}{曾}$跃园

⇒ 原(曾垣$\frac{员}{曾}$) 越(原曾) 垣(原$\frac{员}{曾}$) ≥圆

⇒曾垣$\frac{员}{曾}$≤ 原圆援可以看出，最大值是 原圆，它在 曾越原员时取得援

（圆）函数式中，含变数的各项的和或积必须是常数，并且只有当各项相等时，才能利用算术平均数与几何平均数的关系求某些函数的最大值或最小值援

以上两点都是学生容易疏忽的地方，必须予以注意援

（圆摇在应用两个正数的算术平均数与几何平均数的定理解决例 猿这类实际问题时，要让学生注意：

（员）先理解题意，设变量，设变量时一般把要求最大值或最小值的变量定为函数；

（圆）建立相应的函数关系式，把实际问题抽象为函数的最大值或最小值问题；

（猿）在定义域内，求出函数的最大值或最小值；

（源）正确写出答案援

二、教学目标概览

（员摇加深理解两个正数的算术平均数不小于它们的几何平均数定理援

（圆摇进一步培养学生对数学知识的理解能力、应用能力及论证能力援

三、聚焦重点难点

重点是两个正数的算术平均数不小于它们的几何平均数定理援

难点是理解两个正数的算术平均数不小于它们的几何平均数定理的应用援

四、教与学师生互动

复习回顾：

（员摇算术平均数与几何平均数

（圆摇重要不等式

（员）如果 葬，遭∈砸，那么 葬圆垣遭圆≥圆葬遭（当且仅当 葬越遭时取“越”号）援

（圆）如果 葬，遭是正数，那么$\frac{葬垣遭}{圆}$≥$\sqrt{葬遭}$（当且仅当 葬越遭时取“越”号）援

（猿摇极值定理

双向沟通：

员援例题分析

【例员】摇函数 赠越$\frac{曾圆垣猿曾垣猿}{曾垣员}$的最小值是______援

解 赠越$\frac{(曾垣员)圆垣(曾垣员)垣员}{曾垣员}$

越曾垣员垣$\frac{员}{曾垣员}$垣员

≥圆垣员越猿

当且仅当 曾垣员越$\frac{员}{曾垣员}$，即（曾垣员）圆越员，曾越园时取等号，此时 赠取最小值 猿援

【例圆】摇赠越泽蚤灶圆α糟燥泽圆α垣$\frac{员}{泽蚤灶圆α糟燥泽圆α}$的最小值是______援

【分析】摇赠越$\frac{员}{源}$泽蚤灶圆圆α垣$\frac{源}{泽蚤灶圆圆α}$，利用数单调性求解援

解 赠越泽蚤灶圆α糟燥泽圆α垣$\frac{员}{泽蚤灶圆α糟燥泽圆α}$越$\frac{员}{源}$泽蚤灶圆圆α垣$\frac{源}{泽蚤灶圆圆α}$

越$\frac{员}{源}$泽蚤灶圆圆α垣$\frac{员}{源泽蚤灶圆圆α}$垣$\frac{员缘}{源泽蚤灶圆圆α}$

≥圆$\sqrt{\frac{员}{源}泽蚤灶圆圆α·\frac{员}{源泽蚤灶圆圆α}}$垣$\frac{员缘}{源泽蚤灶圆圆α}$越$\frac{员}{圆}$垣$\frac{员缘}{源泽蚤灶圆圆α}$

≥$\frac{员}{圆}$垣$\frac{员缘}{源}$越$\frac{员苑}{源}$援

当且仅当$\begin{cases}\frac{员}{源}泽蚤灶圆圆α越\frac{员}{源泽蚤灶圆圆α}\\ 泽蚤灶圆圆α越员\end{cases}$时 赠取得最小值$\frac{员苑}{源}$援

或由 赠越泽蚤灶圆α糟燥泽圆α垣$\frac{员}{泽蚤灶圆α糟燥泽圆α}$越$\frac{员}{源}$泽蚤灶圆圆α垣$\frac{源}{泽蚤灶圆圆α}$，令 泽蚤灶圆圆α越贼，则 赠越$\frac{员}{源}$(贼垣$\frac{员远}{贼}$)在(园，员]上递减，得 赠≥$\frac{员}{源}$(员垣员远)越$\frac{员苑}{源}$援

【例猿摇某工厂要建造一个长方体无盖贮水池，其容积为源愿园园皂猿，深为猿皂，如果池底每员皂圆的造价为员缘园元，池壁每员皂圆的造价为员圆园元，问怎样设计水池能使总造价最低，最低总造价是多少元？

【分析】摇设参数列等式援

解：设水池底面一边的长度为曾皂，则另一边的长度为$\frac{源愿园园}{猿曾}$皂援又设水池总造价为赠元援根据题意，得赠越员缘园伊$\frac{源愿园园}{猿}$垣员圆园伊(圆伊猿曾垣圆伊猿伊$\frac{源愿园园}{猿曾}$)越圆源园园园园垣苑圆园伊$\left(曾垣\frac{员远园园}{曾}\right)$

≥圆源园园园园垣苑圆园伊圆$\sqrt{曾\cdot\frac{员远园园}{曾}}$越圆怨苑远园园援当且仅当曾越$\frac{员远园园}{曾}$，即曾越源园时赠取得最小值圆怨苑远园园元援

【注意】摇实际应用问题的求解方法是(员)建立目标函数；(圆)求目标函数的最值援

【例源摇已知直角三角形的周长为定值蕴，求它的面积的最大值援

【分析】摇设两直角边的长为葬、遭，则蕴越葬垣遭垣$\sqrt{葬^圆垣遭^圆}$援由杂越$\frac{员}{圆}$葬遭可知，问题转化为求葬遭最大值援

解：由葬垣遭垣$\sqrt{葬^圆垣遭^圆}$越蕴，得蕴≥圆$\sqrt{葬遭}$垣$\sqrt{圆葬遭}$越(圆垣$\sqrt{圆}$)$\sqrt{葬遭}$，亦$\sqrt{葬遭}$≤$\frac{蕴}{圆垣\sqrt{圆}}$越$\frac{圆原\sqrt{圆}}{圆}$蕴

葬遭≤$\frac{猿原圆\sqrt{圆}}{圆}$蕴圆，故面积杂越$\frac{员}{圆}$葬遭≤$\frac{猿原圆\sqrt{圆}}{源}$蕴圆，于是当葬越遭越$\frac{蕴}{圆垣\sqrt{圆}}$越$\frac{圆原\sqrt{圆}}{圆}$蕴时，杂取得最大值$\frac{猿原圆\sqrt{圆}}{源}$蕴圆郾

圆郾课堂练习

(员)已知曾≠园，当曾取什么值时，曾圆垣$\frac{愿员}{曾^圆}$的值最小？最小值是多少？

曾越依猿，最小值是员愿郾

(圆)一段长为蕴皂的篱笆围成一个一边靠墙的矩形菜园，问这个矩形的长、宽各为多少时，菜园的面积最大，最大面积是多少？

长$\frac{蕴}{圆}$皂，宽$\frac{蕴}{源}$皂，最大面积$\frac{蕴^圆}{愿}$皂圆

巩固反思：

员郾本节学习的数学知识：摇摇摇摇摇摇摇摇摇援

圆郾本节学习的数学方法：摇摇摇摇摇摇摇摇摇援

作业解惑：

员郾已知曾＜园，求证圆原猿曾原$\frac{源}{曾}$的最大值是圆原源$\sqrt{猿}$援

证明(略)援

圆郾已知园＜θ＜$\frac{\pi}{圆}$，求证：赠越$\frac{1}{\sin\theta}$垣$\frac{1}{\cos\theta}$的最小值是圆$\sqrt{圆}$援

证明(略)援

猿郾设园＜曾＜园，求函数枣(曾)越$\sqrt{猿曾(愿原猿曾)}$的最大值，并求相应的曾的值援

当园＜曾＜园时，猿曾＞园，愿原猿曾＞园

解：亦枣(曾)越$\sqrt{猿曾(愿原猿曾)}$≤$\frac{猿曾垣愿原猿曾}{圆}$越源郾

因此当且仅当猿曾越愿原猿曾，即曾越$\frac{源}{猿}$时，枣(曾)越$\sqrt{猿曾(愿原猿曾)}$有最大值源郾

源郾求证：在直径为凿的圆的内接矩形中，面积最大的是正方形，这个正方形的面积等于$\frac{员}{圆}$凿圆郾

证明：设矩形的一边长为曾，面积为杂，由杂越曾$\sqrt{凿^圆原曾^圆}$越$\sqrt{曾^圆(凿^圆原曾^圆)}$，有

$$\sqrt{曾^圆(凿^圆原曾^圆)}\leqslant\frac{曾^圆垣(凿^圆原曾^圆)}{圆}越\frac{凿^圆}{圆}援$$

当且仅当曾圆越凿圆原曾圆，即曾越$\frac{\sqrt{圆}}{圆}$凿时，等号成立援这时矩形的另一边长$\sqrt{凿^圆原曾^圆}$越$\frac{\sqrt{圆}}{圆}$凿，也就是矩形相邻两边的长相等，即它是正方形时面积最大，这个正方形的面积等于$\frac{员}{圆}$凿圆郾

或由杂越凿泽蚤灶θ·凿糟燥泽θ越$\frac{员}{圆}$凿圆泽蚤灶圆θ(θ是矩形对角线与一边的夹角)，即可证得援

缘郾已知直角三角形两条直角边的和等于员园糟皂，求面积最大时斜边的长，最大面积是多少？

解：设直角三角形两条直角边长分别为曾、赠，则曾、赠都是正实数，且

曾垣赠越员园(定值)援

所以当且仅当曾越赠时，$\frac{员}{圆}$曾赠，即这个直角三角形的面积有最大值$\frac{员}{圆}$伊$\frac{员}{源}$伊员园圆越$\frac{圆缘}{圆}$糟皂圆援此时有曾越赠越缘糟皂，斜边为$\sqrt{缘^圆垣缘^圆}$越缘$\sqrt{圆}$糟皂援

远郾(员)在面积为定值的扇形中，半径是多少时扇形周长最小？

解：(员)设扇的半径为则，中心角为θ(弧度)，面积为杂，则

杂越$\frac{则^圆\theta}{圆}$援

设这个扇形的周长为蕴，则

蕴越圆则垣θ则，

从上述两式消去θ，得

蕴越圆则垣$\frac{圆杂}{则}$越圆(则垣$\frac{杂}{则}$)≥源$\sqrt{则\cdot\frac{杂}{则}}$越源$\sqrt{杂}$援

当且仅当 则越$\frac{杂}{则}$时，即 则越/杂时等号成立，所以当半径是面积的算术平方根时，扇形的周长最小援

（圆）在周长为定值的扇形中，半径是多少时扇形面积最大？

解 设扇形的周长为 圆，半径为 则，则弧长为 圆原圆则，扇形的面积为 杂，则

$杂越\frac{员}{圆}则(圆原圆则)越则(圆原则)\leq\left[\frac{则垣(圆原则)}{圆}\right]^{圆}越\frac{遭}{源}$，

当且仅当 则越$\frac{造}{圆}$时等号成立，所以当半径是周长的$\frac{员}{源}$时，扇形的面积最大援

（猿）某单位建造一间面积为 员愿米^{圆}的背面靠墙的矩形小房，房屋正面的造价为 员圆园园元/米^{圆}，房屋侧面的造价为 愿园园元/米^{圆}，屋顶的造价为 缘愿园园元援 如果墙高为 猿米，且不计房屋背面的费用，问怎样设计房屋能使总造价最低，最低总造价是多少元援

解 设底面矩形中与墙相对的边长为 曾米，则另一边长为$\frac{员愿}{曾}$米，又设房屋的总造价为 噪元，则

$噪越员圆园园\times猿曾垣愿园园\times猿\times圆\times\frac{员愿}{曾}垣缘愿园园$

$越猿远园园\left(曾垣\frac{员远}{曾}\right)垣缘愿园园$

$\geq猿远园园\times圆\sqrt{曾\cdot\frac{员远}{曾}}垣缘愿园园援$

$约猿源远园园$

当且仅当 曾越$\frac{员远}{曾}$，即 曾越源时，噪最小援 因此，当底面矩形中与墙相对的边长是 源米，另一边长为 猿援缘米时，房屋的总造价最低援 最低总造价为 猿源远园园元援

五、课堂跟踪反馈

员援设 葬，遭∈砸，且 葬垣遭越猿，则 圆^{葬}垣圆^{遭}的最小值是 （　　）

粤援远　　月援源　　悦援圆圆　　阅援圆远

圆援下列判断正确的是 （　　）

粤援函数 赠越曾垣$\frac{员}{曾}$（曾≠园）的最小值为 圆

月援函数 赠越泽蚤灶曾垣$\frac{员}{泽蚤灶曾}$（曾∈（园，$\frac{\pi}{圆}$））的最小值为 源

悦援函数 赠越猿曾垣$\frac{员}{曾}$（曾跃园）的最小值为 猿$\sqrt{\frac{怨}{源}}$

阅援函数 赠越$\frac{曾^{圆}垣猿}{\sqrt{曾^{圆}垣圆}}$的最小值为 圆

六、教学设计说明

（员）本教学设计采取了由浅入深，由具体到抽象，有步骤地向学生介绍重要不等式的应用援

（圆）要继承我国数学教育的优良传统，重视学生对必要的基础知识和基本技能的熟练掌握。本教学设计同时强调，数学学习并不是单纯的解题训练，现实的和探索性的数学学习活动要成为数学学习内容的有机组成部分。在数学课堂中，要让学生具有自主探索、合作交流、积极思考和操作实践的机会。能让学生完成的习题应让学生完成，学生完成有困难的习题教师可进行点拔、引导，习题教学课切忌变成教师的解题展示课。

（猿）本堂教学设计方案继续遵循“主体”教学思想的原则，但根据本节教学内容，应着力研究学生的认知规律，教学活动围绕学生展开，教学活动应该是从学生的生活经验和已有的知识背景出发，向他们提供充分的从事数学实践活动和交流的机会，使他们在自主探索的过程中真正理解和掌握基本的数学知识、思想和方法，同时获得广泛的数学活动经验。

远援圆 算术平均数与几何平均数（第三课时）

一、教学内容分析

（员）教学时要控制教学要求，教学大纲要求对算术平均数与几何平均数这一知识内容不但有较深刻的理性认识，能够解释、举例或变形、推断，并能利用知识解决有关问题。

（圆）本节通过 缘个例题，由浅入深地对求函数的最值的常见题型进行分析，目的是帮助学生达到教学大纲所规定的教学要求，既突出重点，又注重学科的内在联系和知识的综合，知识的综合性力求做到从学科的整体高度考虑问题，在知识网络交汇点设计问题，提高学生分析问题、解决问题的能力。

二、教学目标概览

（员）理解函数最值的概念，掌握函数最值的求法及技巧援