

张莫宙 李士铨 主编

数学教育研究前沿

第三辑

III

华东师范大学出版社

# 教师教学知识 发展研究

范良火 著



张奠宙 李士琦 主编

数学教育研究前沿 · 第3辑

# 教师教学知识 发展研究

范良火 著



华东师范大学出版社

5XJYYJQY

# 总 序

## ——建设有中国特色的数学教育理论

数学教育的历史和数学本身的历史一样长。当人类结绳记事的时候,就有把数量大小、先后次序传授给下一代的教育。在埃及的纸草、巴比伦的泥板、中国的竹简上,都留下了数学的痕迹,那是当时让儿孙们去认读的文书。中国隋唐时期设明算科,凭数学知识居然可以到朝廷去做官,更是数学教育史上一件盛事。

至于现代的学校数学教育,自然始于西方。中国实行学校制度,普遍开设数学课程,当是辛亥革命推翻清朝以后的事,至今也就百年。不过,中国数学教育的发展似乎并不落后。近百年来,先学日本,继学欧美,再学苏联,可谓博采众长。经过大跃进、调整巩固、文革动乱、拨乱反正,自己也慢慢摸索出一条发展中国数学教育的路子来了。依照国际数学水平测试的结果,中国学生的数学成绩不仅远超发展中国家,而且也优于发达国家。个中原因,现在还没有非常认真地总结过。一个不争的事实是,儒家文化、考试文化、考据文化等因素,是影响中国数学教育成功的因素之一。那么,在实践中获得成功的中国数学教育,是否可以产生一种理论呢?似乎还不能给出一个明确的结论。

数学教育作为一种理论,大约是20世纪60年代以后的事。那时荷兰数学家弗赖登塔尔担任国际数学教育委员会主席。他主张数学教育研究应当像数学研究一样,要明确前人做了些什么,现在有什么问题,我用什么方法研究,得到了什么新的结果。1968年第一次



国际数学教育大会召开,算是现代数学教育研究的肇始。

如果说,中国在数学教育的实践上取得了引人注目的成就,那么在数学教育研究上则相对落后。长期以来,是把数学教育研究等同于国家数学教学大纲的说明书(“教材教法”),或者走“一般教育学+数学例子”的研究道路。数学解题理论只到波利亚为止。发表的文章中,除了解题以外,往往是介绍国外的东西,或者综合性地加以报导,并未参与研究或进行评论。至于自己的主张,则往往只是“浅谈”、“初议”、“思考”、“感想”而已。其中不乏真知灼见,却因缺乏“科学”的方法,淹没在泛泛而谈的论述之中。

我们在20世纪80年代就想改变这一现状,编写过《数学教育研究导引》一书,试图介绍一些数学教育研究的范本。此书发行一万册,后常见在不少文章中引用其中的观点,大概还算有些影响。十几年过去了,我国的研究工作有了一些进展,于是就有出版这套《数学教育研究前沿》丛书计划。蒙华东师范大学出版社领导和倪明同志的支持,历时三载,现在终于和大家见面了。作为这套书的编者,我们是力求展现中国式的数学教育研究,尽量把学术含量较高的作品收集起来。其中有在美国、新加坡、德国以及香港和内地大学所做的博士论文,也有针对中国现状所做的调查报告、专题研究,意在积累和展示中国数学教育学者的研究成果,为建设中国特色的数学教育理论提供一些基础。

本丛书的主题及其结论固然可以供大家参考,但我们更愿意推荐的是作者使用的一些研究方法。近年来我国的数学教育研究在方法方面已经有所改进,但从选题的范围,到探索论据的途径和角度,直至提炼结论的恰当程度,仍大有提高之处。纵观近几年国际上的数学教育研究,方法上正在经历变动,更加强调定性分析与定量分析的完善结合。要尽快提升我们研究的水平,关注和学习研究的方法在当前显得尤为重要。借鉴丛书提供的优秀的方法范例,能使我们的一些课题研究以及博士、硕士论文的写作有更严谨的、规范的参照坐标。



收录本丛书前两辑的均是薄本子,约10万字。我们希望研究的课题适当小一些,谈的问题精一些,做到言之有物,言必有据。这是我们的编辑意图。范良火的《教师教学知识发展研究》,因英文版的篇幅较大,为反映全貌,保留它的完整性,全文照译,单独作为第三辑。

数学教育研究的目的,是揭示数学教育的基本原理、特有规律,把隐藏在大量实践背后的因果线索理清楚,并上升为理论。这里,不能仅仅停留在若干教育学、心理学的一般规律上,更不能只满足于符合一些时髦的口号。弗赖登塔尔的“数学现实论”、“数学再创造论”、“数学形式化原则”;波利亚的“合情推理”学说;范·希尔的“几何学习5水平”界说;杜宾斯基的APOS数学概念教学观;徐利治的数学方法论;陈重穆的“淡化形式、注重实质”;张景中院士研究的“Z+Z”数学教育软件等等,都具有浓厚的数学品味和理论价值。从本丛书的成果中,我们也看到了这样的特点。作者们并没有停留在“建构主义”、“个性发展”、“尝试探索”一类的教育学口号之上,而是针对数学教育情境,由下而上,比较扎实地就某个专题进行探究。一位数学教育家说过,数学教育研究应当“上通数学,下达课堂”,大概是不错的。

现在我们还有许多重要的事情要做。例如,数学“双基”教学模式,数学练习的变式方法,数学训练中的熟能生巧,数学习题中的中国式设计,数学课程的中国特色,以及中国数学教育的原始资料的积累等等,都有待于今后的努力开拓。建设有中国特色的数学教育理论,任重而道远。愿我们大家积极地进取开拓,在不远的将来,在世界数学教育论坛上能够多听到中国的声音。中国应该为国际数学教育事业作出自己的贡献。

张奠宙 李士琦

2002.9.7



## 序

这是范良火君在芝加哥大学的博士论文,值得一读。他的导师 Z. 尤西斯金是一位实力派的数学教育家。2000 年在东京举办第 9 届国际数学教育大会,尤西斯金是美国代表团的团长,其地位可见一斑。华东师范大学和尤西斯金教授的交往,最初是由陈昌平教授发出邀请来校访问,当时唐瑞芬先生任翻译。后来我两次访问芝加哥大学,参加过 UCSMP 的国际数学教育会议。1994 年尤西斯金二度访问上海,来往更多。1989 年,范良火在华东师范大学获得数学教育的硕士学位之后,1993 年又经李秉彝教授和我的推荐,到了芝加哥。1998 年完成的博士论文,译成中文之后,便是本书。

范良火是浙江象山人,和我的家乡奉化同属宁波市,算是老乡。1986 年,我成了他的硕士生导师。尽管彼此年龄要差 30 年,但是谈起数学教育,彼此是同行和朋友,每每畅叙到深夜。记得 2000 年在东京的国际数学教育大会上,我们一同主持“华人数学教育论坛”,合作愉快。那时我们同住一个旅馆,每晚常围绕有关学术问题交谈至子夜。由于这一“论坛”的成功,由他和另几位海内外学者主编的一本向世界介绍“华人如何学习数学”的英文著作正在大力筹备之中。现在他任职于新加坡国立教育学院,已经是指导博士生的导师了。无论如何,对中国的数学教育事业一往情深,我想他终生不会改变。

说起这篇博士论文,感慨良多。中国的数学教育实践应该说很有成就,在严密管理的国际测试中,中国中小学生的数学成绩一直名列前茅,为世人所瞩目。但是,在数学教育研究领域,国际上却很少



听到我们的声音。这首先是像我这样的大学教授努力不够。究其原因,最重要的是缺乏数学教育研究的学术规范。境外的数学教育同行常常遗憾地对我说:“中国大陆的数学教育很有特点,但是数学教育的研究论文则不能令人满意。论文要解决的问题不够清晰,用什么研究方法缺乏交代,给出的结论则很少有靠得住的证据。”我想,学术规范仅靠“规定”是不够的,最要紧的是拿出一个样品、一个范例来。于是,我想起范良火的这一篇,也许可以起到一些这样的作用。

在数学教育研究领域中找到一个好题目,并非容易。范良火确定了这样的问题:“数学教师关于数学教学的知识是从哪里得来的?”以往认为,数学教师总是像他的老师教他时那样教他的学生。这个结论对不对?这个问题,看起来很普通,其实涉及教师教育和教学改革的成败得失。题目具有实际性和原始性,前人尚没有深入地探讨过,因而有很高的研究价值。

论文接下来要了解前人做过些什么,把文献查清楚。自己的研究要解决哪些问题?创新的空间在哪里?

然后是制定研究方法。他选择三个学校为样本,77个教师为研究对象。设计的研究工具有“问卷调查”、“课堂观察”、“教师面谈”三种。然后对所研究的数据资料逐一记录加以分析。

最后,用数据处理、理论探究、个案分析的方法,得到结论。

范良火的博士论文的结论告诉我们:数学教师的教学知识,主要是自己琢磨与反思、和同行日常交流以及职后培训得来。至于当学生时的经历、职前培训,相对来说就不甚重要。这一结论对于我们这样的负责本科生数学教育培训的师范大学来说,未免扫兴。但是,论文得出的是科学结论,并非凭空想象。这种学术研究得出的科学结论,是不能随便推翻的。如果要怀疑它对中国的数学教育实际是否适用,那么也请您做一个类似的研究,大家用科学结论对科学结论,真理才会越辩越明。

顺便说,近来中国大陆已有若干个数学教育的博士点,博士论文也已经出来一批。虽说大家都很有努力,但在学术性方面,似乎不能令



人满意。有的博士论文连哪些是前人的论述、哪些是自己的创见都没有分清楚,洋洋洒洒写将下来,如何体现博士研究的价值?

总而言之,我以为,范良火君的这篇论文,中规中矩,符合当今数学教育论文的一般学术规范,在美国的数学教育博士论文中也属上乘之作。当然,它的结论我们也可以不同意,更允许作进一步的探讨。我在这里着重推荐的是这种研究方法:清晰的问题——创新的目的——科学的方法——可靠的证据——周详的分析——明确的结论。我们每年无数的数学教育立项研究,至少要有一部分具备上述的基本特征才好。我们都在说要建设有中国特色的数学教育理论,没有正确的研究方法,怎能出现具有说服力的理论来?

提高数学教育研究的学术水准,是一项国际性的任务,只是在中国更为迫切罢了。因此,在提高学术性的征途中,包括笔者,也包括范良火博士在内,让我们大家一起努力,彼此共勉。

张奠宙

2002年中秋前夕



## 自序

本书是笔者在美国芝加哥大学社会科学学院所完成的哲学(教育学)博士论文基础上献给读者的。

本书所论述的研究主要属于数学教育、教师教育和教师职业发展范畴,也涉及到一般教育学、哲学(认识论)、学校管理和教育政策等领域。概括地说,该研究的主要问题是:教师是如何发展他们的教学知识的?研究的原始资料和数据是通过问卷调查、课堂听课和教师面谈,从芝加哥大都市区 25 所最好的高中学校中进行随机抽样所选取的 3 所学校、77 名数学教师中收集的。资料分析和数据处理运用了定性和定量的研究方法。研究得到的主要结论是,从总体上说,教师“自身的教学经验和反思”以及“和同事的日常交流”是他们发展自身教学知识的最重要的来源,“在职培训”和“有组织的专业活动”也是比较重要的来源,但是相比之下,“作为学生时的经验”、“职前培训”和“阅读专业书刊”则是最不重要的来源。

本书的第 1 章介绍了本研究的背景和全书的结构。第 2 章论述了关于知识的哲学基础,以及相当广泛的有关教师知识研究的文献述评,后者所包含的文献分别围绕着三个主要的问题:一、教师需要什么知识;二、教师具有什么知识;三、教师怎样发展他们的知识。第 3 章建立了关于考察教师教学知识及其来源的思想框架。其中教师关于教学的知识分为教学的课程知识、教学的内容知识、教学的方法知识三个方面。相应的知识来源则包括了教师过去中小学学习的经验、职前培训、在职培训、有组织的专业活动、和同事的日常交流、阅



读专业书刊、自身的教学经验和反思,等等。第4章陈述了研究的设计和进行的过程。第5至第7章分别从前述的教师教学知识的三个方面报告了从研究中所获得的发现。第8章以知识来源为出发点补充了前面三章没有论及的有关问题。第9章总结了研究的发现及由此得到的结论,并讨论了它们对于教师(师范)教育工作者、学校管理工作者和教师本身在如何有效地提升教师自身的教学专业知识方面的意义,以及对研究者在这方面开展进一步研究的建议。

应该指出,教育研究作为社会科学研究的一部分,任何问题的提出、方法的运用、结论的获得及推广都有一定的实际背景和范围。本研究的样本来自于美国芝加哥地区最好的25所中学,故其结论未必完全能推至美国的其他地区或不同性质的学校。中国的国情,包括学校教育,尤其是教师培养的体系和教师发展的环境与美国相比,既有共同之处也有显著的差异,因此国内的读者阅读本书时更自应对此有所注意。仅举一个差异的例子,美国教师包括数学教师每星期通常要教30课时左右,这是他们反映没有什么时间阅读专业书刊、从而把其列为他们获得教学知识的最不重要的来源之一的一个客观原因。回想作者本人在国内教初高中数学每周10至15课时的经历,阅读专业书刊曾是作者增加自己关于教学专业知识的最重要的来源之一。这种情况在国内并不少见。但是另一方面,应该注意到学校教学运行的基本方式和教师职业的基本特点,无论在中国还是美国都有其共性,因此我期望本书的发现和结论,而不仅仅是研究方法,能够对国内读者在思考和认识有关问题时有所启发和帮助。当然,国内教师究竟怎样发展自身的教学知识,以及不同的来源有怎样不同的重要性,需要专门的研究。在我看来,作为作者,如果本书能在一定程度上有益于国内的同行获知国际上特别是美国关于教师知识发展研究的最近二十年左右的一些进展,并促进在这一领域开展研究的兴趣,那么本书出版的主要目的也就达到了。

很多熟悉国际通行社会科学研究方法的学者注意到了国内传统研究方法上存在的值得大力改进的方面。例如,中国留美学者李建



华先生曾在第九届国际数学教育大会“全球华人数学教育学者论坛”上指出中国和国际上进行数学教育研究通行方法的差别,以及学习和借鉴国际上已经比较成熟的研究方法的必要性<sup>①</sup>。华东师范大学数学系张奠宙教授也曾多次强调进一步提高研究方法水平对促进我国数学教育研究发展及提高我国在国际数学教育交流中地位的重要性<sup>②</sup>。同样,根据我本人在国内外从事数学教育和社会科学学习和研究的体会,我深感在现阶段,这一问题不仅对于国内数学教育研究的发展,而且广义地对于国内更一般的社会科学研究的发展具有十分的重要性。而在国外尤其是美国的很多大学里,博士学位论文中应遵循的研究方法及写作均有较成熟的规范和要求。正是由于上面的考虑及张奠宙教授的建议,本书的中文版正文保持了英文版(1998)的原貌<sup>③</sup>,未有增删,以便完整反映作为美国一大学博士学位论文原有的研究方法和写作规范的特点。此外,由于本书的分析报告是以研究中获得的大量相关的、尤其是原始的资料为基础,涉及到美国现代学校教育特别是数学教育的许多方面,诸如学校教学环境和资源、教师教学观念、课堂组织形式、课程设置和内容、教科书和其他教学材料、教学方法和技术手段、教师使用和管理等,因此我也希望本书能给由于各种原因需要比较深入地了解美国学校教育、特别是数学教育的实际情况的读者,提供有关的有价值的信息。

不过需要提一下的是,中文版在极个别地方作了技术性更动,主要是为符合中文写作的惯例,也改正了原来的几处疏漏;另外,考虑国内读者的阅读方便,我在书中必要之处尤其是关于美国教育的情况方面,特别为中文版增加了注释;这些增加的注释后面均加了“中

① 见范良火,张奠宙,顾冷沅.第九届国际数学教育大会全球华人数学教育学者论坛报告.国际数学教育委员会通报(*ICMI Bulletin*),2000(2):8~10

② 例如,见:张奠宙主编.数学教育研究导引,第二版.南京:江苏教育出版社,1998.560~562

③ 对英文版有兴趣的读者,可与专门传播发行博士学位论文的美国 UMI 出版公司(<http://www.umi.com>)联系;该书 UMI 出版号:AAT9841511;ISBN:0-591-95662-4



文版注”，以作区分。最后，中文版还特地新增了与本书正文内容有关的附录 I（多项式综合除法的推广和多项式除法的一个一般定理），以及本书正文部分的中英文译名对照和索引。

在中文版出版之际，作为作者，我首先要最深切地感谢我在国内读研究生时的导师张奠宙先生对本书中文翻译工作和出版事宜的指导和关心，并特地为中文版作序。其次我也要诚挚地感谢华东师范大学出版社倪明先生和数学系李士铨先生、以及其他有关人士（尤其是陈信漪先生）在本书出版过程中给予的大力帮助。另外，我要感谢我的同事、数学系教授李秉彝、莱昂内尔·佩雷拉-门多萨（Lionel Pereira-Mendoza）和道格拉斯·埃奇（Douglas Edge）诸位先生的有关协助。本书由原英文稿第 1 至第 9 章而来的相应的中文初稿是由我的博士研究生朱雁小姐帮助我翻译完成的，我在此也一并致谢。顺便说明，我已尽可能仔细地审校和订正了该部分的翻译初稿，并增译了所有的人名和地名。本书其他部分的有关工作均由我自己完成。自然地，书中若有错误，当由我本人承担全部文责。

我曾经在国内从事过较多的中学和高校的数学教学和教师培训的工作，在不少方面获益良多。我在博士论文的英文版扉页上写有“献给所有中国和美国的数学教师们”，当时我希望有一天也能够把自己的研究发现奉献给国内的数学教师及有志于教师专业发展研究的同行们。后来我有机会在小规模的范围内与国内学者和教师作一些交流。现在这一愿望能够通过本书的出版在较大的范围内实现，这自然是十分使人高兴的<sup>①</sup>。我期望本书能有益于国内的数学教育研究、尤其是教师发展和培训的研究和实践工作。不过，我深知学无止境。此外，把本书的英文稿较好地翻译成中文也是一件颇具挑战性的任务；特别地，原英文稿中使用的不少专业术语是国际上最近二

<sup>①</sup> 在国际上，应该说本研究已受到有关学者同行的肯定和关注。尤其是，本研究提出的课题、建立的思想框架、设计的研究方法和工具，在新加坡和以色列已被移植运用于研究类似的教师知识发展问题，可以说，这是令我作为一名研究者感到最为高兴的事。



十年左右出现的(少数几个则是我本人为该研究而创),中文尚无通行的译法,故我在翻译中作了自己的尝试。总之,如果读者发现本书任何方面的错误或可改进之处,我非常欢迎来函批评和指出。我的电子信箱是:lhfan@nie.edu.sg;来函也可寄上海华东师范大学出版社倪明先生转(邮政编码:200062)。

范良火

2002年9月于新加坡南洋理工大学国立教育学院



## 致 谢

从事本博士论文研究的整个过程对我来说是一个漫长的充满艰苦而又愉悦的历程。如果没有许多人在一路上给我的支持,要完成本研究是不可能的。

首先,我要最深切地感谢我的导师扎尔曼·尤西斯金(Zalman Usiskin)。他对我的博士论文研究给了全方位的支持,包括在学术、经费和时间诸方面。他真正给了我极大的帮助。作为我主要的导师,他使我在芝加哥大学度过了极有收获的五年。对我而言,他是一位极好的导师。

我也非常感谢我的博士论文指导委员会的另两位成员,罗伯特·德里本(Robert Dreeben)和约翰·克雷格(John Craig)。德里本先生除了给我很多其他的帮助之外,他的真知灼见和洞察力对我改进本研究的思想框架尤有帮助,而克雷格先生的指导对我更好地准备为收集研究原始材料而所作的实地调查有特别的帮助。

我也要感谢我博士论文答辩委员会的两位外部成员,肯尼思·黄(Kenneth Wong)和苏珊·斯托达尔斯基(Susan Stodolsky)。他们敏锐的意见已被吸收入论文最后的定稿之中。

芝加哥大学学校数学设计项目研究基金(University of Chicago School Mathematics Project Royalty Fund)为本研究提供了慷慨的经费资助。该资助对本研究的展开至关重要。我对该项目基金研究委员会批准我的申请报告非常感谢。

本论文的研究也得到了约翰·麦康奈尔(John McConnell)、史



蒂夫·维克托里(Steve Viktora)、莉兰恩·科恩(Lilane Kohen)和蒂莫西·坎诺德(Timothy Kanold)的重要帮助。我在此也谨表谢意。

我还要感谢我在芝加哥大学的一些朋友华贵明(Hua Kwai Ming)、戴维·威顿斯基(David Witonsky)、艾尔弗雷德·埃斯特堡(Alfred Estberg)、苏珊娜·莱文(Suzanne Levin)、艾琳·费尔南德斯(Eileen Fernandez)、张淑惠(Susan Chang)和特德·沃丁顿(Ted Waddington)所提供的各种帮助。

我必须记得参加本研究各个阶段(包括对研究工具的试验阶段)的所有教师、数学部主任以及帮助我安排实地调查的数学部行政人员给我的关键性支持。在我经历了数个星期的学校实地调查后,他们中的很多人成了我的朋友。没有他们的友好合作,本研究的计划将不可能贯彻进行。由于匿名的需要,我在这里不能列出他们的名字,但我的心里将永远不会忘记他们给予我的帮助。我将本博士论文献给他们以及所有像他们一样的中国——我的祖国和美国的数学教师们。自从我在17年前成为一名数学教师起,我的专业生涯一直和数学教师有紧密的联系。我分享他们对于教授数学的感受,理解他们每天面对的挑战,尊重他们从事的这一职业。我也祝愿他们一切顺利。

最后,我希望感谢我的妻子养婷所作的牺牲和给予的支持。我也感谢我的孩子婕远和洋洋的耐心等待和充满童趣的打扰,这使得我从事本研究的历程少了些艰苦,多了些愉悦。



# 目 录

总 序  
序  
自 序  
致 谢

## 第 1 章 引论 ( 1 )

- 1.1 研究的背景 ( 1 )
- 1.2 研究的必要性 ( 2 )
- 1.3 问题的阐述 ( 3 )
- 1.4 论文的结构 ( 4 )

## 第 2 章 文献述评 ( 6 )

- 2.1 什么是知识? ( 7 )
- 2.2 教师需要什么知识? ( 13 )
- 2.3 教师具有什么知识? ( 22 )
- 2.4 教师怎样发展他们的知识? ( 26 )
- 2.5 文献述评的总结 ( 33 )

## 第 3 章 研究的思想框架 ( 34 )

- 3.1 知识 ( 34 )
- 3.2 教师的知识 ( 39 )



- 3.3 教师的教学知识 (41)
- 3.4 教师教学知识的来源 (45)
- 3.5 总结 (51)

## 第4章 研究的设计和过程 (53)

- 4.1 总体和样本 (53)
- 4.2 研究工具 (55)
- 4.3 数据收集 (60)
- 4.4 数据处理和分析 (63)
- 4.5 研究方法的优点和局限 (66)
- 4.6 研究方法总结 (67)

## 第5章 研究的发现(一):教学的课程知识 (69)

- 5.1 教材的知识 (70)
- 5.2 技术的知识 (88)
- 5.3 其他教学资源的知识 (102)
- 5.4 发现的总结 (112)

## 第6章 研究的发现(二):教学的内容知识 (115)

- 6.1 问卷调查数据的分析 (117)
- 6.2 面谈资料和分析 (126)
- 6.3 发现的总结 (152)

## 第7章 研究的发现(三):教学的方法知识 (154)

- 7.1 问卷调查数据的分析 (155)
- 7.2 面谈资料和分析 (162)
- 7.3 发现的总结 (185)

