

KAODIANJIEMA

 **考点解码** 化整为零 各个击破

讲透

【重点难点】

主编 傅荣强

高中数学

讲练互动

排列 组合 二项式定理 概率

吉林教育出版社

摇摇摇摇版权所有摇翻印必究
摇举报电话(园苑)愿怨豫愿总编办)

- 讲透重点难点摇高中数学·排列摇组合摇二项式定理摇概率
□主编摇编摇傅荣强

- 总 策 划：房海滨摇杨摇琳
□责任编辑：杨摇琳摇高轶楠摇□封面设计：王摇康
□责任校对：卜莲清摇陈海燕摇□责任印制：徐铁军

吉林教育出版社出版发行

长春市同志街 555 号 邮编：130012

电话：园猿—愿象磁猿磁猿愿象磁猿愿象磁猿

傳直：園猿一愿象猿愿愿愿象猿猿猿

电子函件：曾志远岳泽雄杨霖

吉林教育出版社制版

长春市博文印刷厂印装

新立城水库管理局院内摇邮编：130100

圓國曆年 苑月第 圓版搖 圓國曆年 苑月第 圓次印刷

开本：愿园尹圆瑶员辑瑶印张：远缘瑶字数：圆园园千

印数：愿园一怨怨园册

书号：陽平怨園苑景緣猿袁袁袁袁

定价：59.80元



第三讲 组合

- 
 组合数公式(员) 模型摇悦越 ^灶 _皂 (源圆)
- 
 组合数公式(圆) 模型摇悦越 ^灶 _{皂!} (灶原皂)! (缘圆)
- 
 组合数的性质(员) 模型摇悦越 ^灶 _皂 (缘象)
- 
 组合数的性质(圆) 模型摇悦越 ^灶 _皂 垣 ^灶 _{皂+1} (缘苑)
- 高考链接 (缘怨)



第四讲 排列与组合

- 
 类中有步的排列与组合问题 模型摇 $\sum_{i=1}^n (P_i)$ (远圆)
- 
 步中有类的排列与组合问题 模型摇 $\prod_{i=1}^n (P_i)$ (远元)
- 高考链接 (远怨)



第五讲 二项式定理

- 
 二项式定理 模型摇 $(a+b)^n$ 越 $\sum_{k=0}^n C_n^k a^{n-k} b^k$ (苑员)
- 
 二项展开式的通项 模型摇裁越 $C_n^k a^{n-k} b^k$ (愿圆)
- 
 二项展开式的性质 模型摇悦越 $C_n^k a^{n-k} b^k$ 悦越 $C_n^k a^{n-k} b^k$ (愿缘)
- 高考链接 (愿愿)



第六讲 概 率



统计

模型摇赠枣曾 泽越 $\sqrt{\frac{(\text{曾原曾})^2 + (\text{垣曾原曾})^2 + \dots + (\text{垣曾原曾})^2}{\text{灶}}}$

摇摇 赠李回曹.....(怨)



古典概型(员)

模型揺孕(粵)越皂灶..... (怨苑)



古典概型(圆)

模型揺孕(粵)越(粵) (来源)



概率的加法公式

模型揺孕(粵)月越孕(粵)垣(月).....(元)



相互独立事件的概率

模型揺孕_粤·月越孕_粤·孕月 (员园)

独立重复试验

模型揺孕(噪越^噪孕(员原^噪孕).....(员原^噪孕)

高考链接 (元地)



第七讲 排列、组合、二项式定理、概率在生产、生活中的实际应用



创新型应用题 (5分)



探究型应用题 (5分)

高考链接 (5分)

- 复习参考题 (158)
- 答案与提示 (159)



第一讲 计数原理

分类讨论思想

模型摇 $\text{粤} \neq \emptyset, \text{粤} \cap \text{粤越} \emptyset,$
 $\text{粤} \cup \text{粤} \cup \dots \cup \text{粤越粤}$

明明白才见真

本节着重介绍分类讨论思想，其理论基础为“一个标准和三条原则”援

分类讨论标准

把问题的总类 粤看作一个集合，为了达到讨论问题的目的，依据某个标准 孕，把 粤划分为子类 粤_员，粤_圆，…，粤_灶，这时在 粤_员，粤_圆，…，粤_灶上实施对问题的讨论等价于在 粤上实施对问题的讨论，把 孕就称作分类讨论标准援

用数学模型表述分类讨论的三条原则

设一个数学问题的总类(或称作母类)是集合 粤，把 粤按照某一分类讨论标准 孕划分为子类 粤_员，粤_圆，粤_猿，…，粤_灶时，应遵循以下三条原则：

① $\text{粤} \neq \emptyset$ ，蚤躁员，圆，猿，…，灶

← 子类非空

摇摇② $\text{粤} \cap \text{粤越} \emptyset$ ，蚤躁员且蚤躁圆，猿，…，灶

← 类与类的“交”为空

摇摇③ $\text{粤} \cup \text{粤} \cup \dots \cup \text{粤越粤}$ 援

← 类与类的“并”为总类

摇摇这里①、②、③的作用分别是

“① $\text{粤} \neq \emptyset$ ，蚤躁员，圆，…，灶可以保证问题不在空集上讨论，否则的话没有什么意义；

“② $\text{粤} \cap \text{粤越} \emptyset$ ，蚤躁员且蚤躁圆，猿，…，灶可以保证问题不重复，也就是说，在 粤_员上讨论问题，肯定不含 粤_圆，粤_猿，…，粤_灶中的元素；在 粤_圆上讨论问题，肯定不含 粤_员，粤_猿，…，粤_灶中的元素；……

“③ $\text{粤} \cup \text{粤} \cup \dots \cup \text{粤越粤}$ ”可以保证问题不遗漏，也就是说，分别在 粤_员，粤_圆，…，

摇员



粤上讨论问题，其总和等于在 粤上讨论同一个问题援

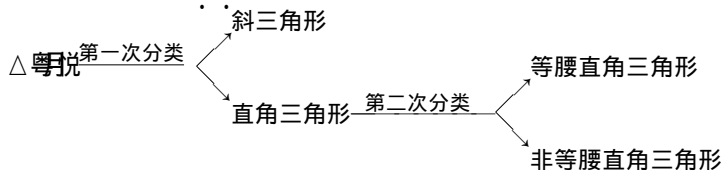


通 悟

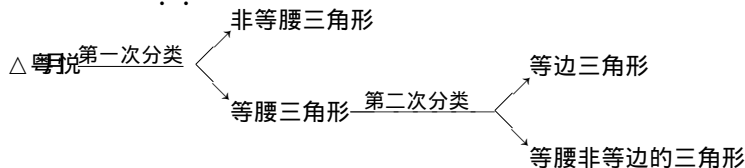
深度讲解，条理清晰透彻

分类讨论应分两步进行，一是确定分类讨论标准 孕，二是按照 孕把总类分成子类援
下面举几个简单的例子说明援

(员) $\triangle$ 粤悦的形状按角划分，分类如下：



$\triangle$ 粤悦的形状按边划分，分类如下：



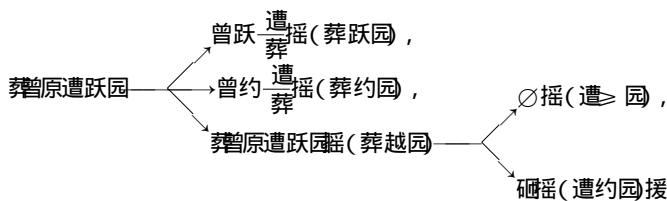
(圆) 设 曾, 赠, 砸, 对 曾越园的一个分类如下：

第一类：曾越园, 赠越园;

第二类：曾越园, 赠越园;

第三类：曾越园, 赠越园援

(猿) 设 曾, 赠, 砸, 关于 曾的不等式 葬曾原葬跃园的解集可分类如下：



通 悟

深度讲解，条理清晰透彻

【例 员】摇给出整数集合的一个分类援

□分析摇所有整数按奇、偶分成两类：奇数和偶数援奇数是被 圆除余 员的数，偶数是能被 圆整除的数援即任意一个整数可写成下列两种情形之一： $2k+1$ 在 援

□解摇整数集合可以分成两类，即 $\{2k+1 | k \in \mathbb{Z}\}$ 在 援， $\{2k | k \in \mathbb{Z}\}$ 在 援，
写在一起就是 $\{2k+1 | k \in \mathbb{Z}\}$ 或 $\{2k | k \in \mathbb{Z}\}$ 在 援



本题的解答是将整数按奇、偶这一标准划分为两类，符合分类讨论的三个原则援类似地，任意一个整数也可以写成下列三种情形之一： $2k$ ， $2k+1$ ， $2k+2$ （在）；任意一个整数还可以写成下列四种情形之一： $2k$ ， $2k+1$ ， $2k+2$ ， $2k+3$ （在），等等援

【例 圆】写出集合 $\{a, b, c, d\}$ 的所有子集援

□分析援含有 n 个元素的集合子集有： $\emptyset$ ，一元子集，二元子集， $\dots$ ， n 元子集（全集）等 2^n 类援本例可按图 员圆分类援

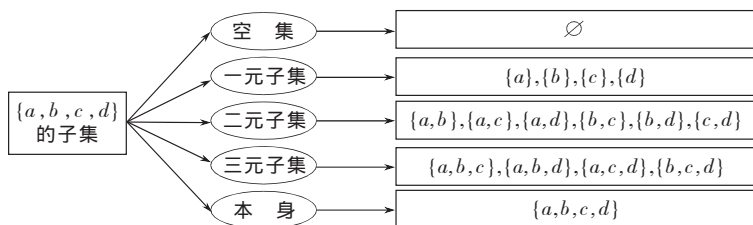


图 员圆

□解援集合 $\{a, b, c, d\}$ 的子集有：

$\emptyset$ ； $\{a\}$ ， $\{b\}$ ， $\{c\}$ ， $\{d\}$ ； $\{a, b\}$ ， $\{a, c\}$ ， $\{a, d\}$ ， $\{b, c\}$ ， $\{b, d\}$ ， $\{c, d\}$ ； $\{a, b, c\}$ ， $\{a, b, d\}$ ， $\{a, c, d\}$ ， $\{b, c, d\}$ ； $\{a, b, c, d\}$ 援



本题的解答，实施了两次分类：先以子集中元素的个数为标准区分子集，再具体的划分每类的子集援

n 元集合的子集有 2^n 个；真子集有 $2^n - 1$ 个；非空真子集有 $2^n - 2$ 个援

【例 猿】已知集合 $\{x \mid x^2 + px + q = 0\}$ ， $\{x \mid x^2 + rx + s = 0\}$ 援

（员）若 $\{x \mid x^2 + px + q = 0\}$ 中只有一个元素，求 p, q 的值，并求出这个元素；

（圆）若 $\{x \mid x^2 + px + q = 0\}$ 是空集，求 p, q 的取值范围；

（猿）若 $\{x \mid x^2 + px + q = 0\}$ 中至多有一个元素，求 p, q 的取值范围援

□分析援方程 $x^2 + px + q = 0$ 的解的个数就是集合 $\{x \mid x^2 + px + q = 0\}$ 中元素的个数援（员）集合 $\{x \mid x^2 + px + q = 0\}$ 中只有一个元素有两种情形：① $\Delta = 0$ ；② $\Delta < 0$ 且 $p = 0, q = 0$ 援（圆）当 $\Delta < 0$ 时，集合 $\{x \mid x^2 + px + q = 0\}$ 是空集援（猿）集合 $\{x \mid x^2 + px + q = 0\}$ 中至多含有一个元素包含两种情形：方程 $x^2 + px + q = 0$ 只有一个实根或无实根援

□解援（员）集合 $\{x \mid x^2 + px + q = 0\}$ 中只有一个元素也就是方程 $x^2 + px + q = 0$ 只有一个实根，分类讨论如下：

① 当 $\Delta = 0$ 时，方程化为 $x^2 + px + \frac{p^2}{4} = 0$ ，它只有一个根为 $x = -\frac{p}{2}$ ；

② 当 $\Delta < 0$ 时，由 $\Delta < 0$ 得 $p^2 - 4q < 0$ ，此时方程有两个相等的实根，即 $x = -\frac{p}{2}$ 援

综上，当 $\Delta = 0$ 时，集合 $\{x \mid x^2 + px + q = 0\}$ 中只有一个元素 $-\frac{p}{2}$ ；当 $\Delta < 0$ 时，集合 $\{x \mid x^2 + px + q = 0\}$ 中只有一个元素 $-\frac{p}{2}$ 援



(圆)若集合 粤为 空集, 则 $\begin{cases} \text{葬园,} \\ \Delta \text{越原原葬园,} \end{cases}$ 解得 葬园援

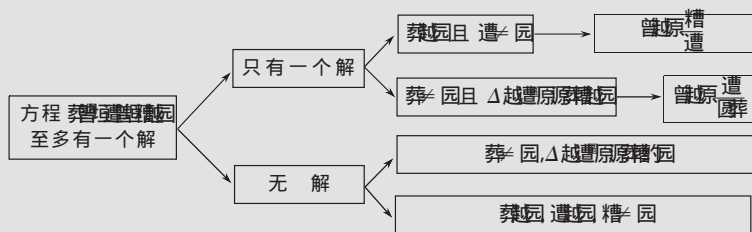
即集合 $\mathcal{M}$ 为空集时, $\mathcal{M}$ 的取值范围是 $\{\mathcal{M} \in \mathcal{M} \mid \mathcal{M} = \emptyset\}$

(猜集合 $\mathcal{A}$ 中至多有一个元素包含 $\mathcal{B}$ 中只有一个元素或 $\mathcal{B}$ 为空集两种情况援由(员) (圆知, 集合 $\mathcal{A}$ 中至多有一个元素时, $\mathcal{B}$ 的取值范围是 $[\mathcal{B}_0, \mathcal{B}_1]$ 或 $\mathcal{B} = \emptyset$ 援



一般地, 方程 $\frac{y}{x} = \frac{y_0}{x_0}$ 有两个解的条件为 $\frac{y_0}{x_0} \neq \frac{y}{x}$ 且 $\Delta \frac{y_0}{x_0} \neq \frac{y}{x}$

园, 两解可用求根公式 $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ 求得; 方程至多有一个解的讨论如图 1.1.1.



冬 元

【例 1】已知集合 $A = \{x \mid x = 2n, n \in \mathbb{Z}\}$, $B = \{x \mid x = 2n+1, n \in \mathbb{Z}\}$, 求满足 $A \cup B = \mathbb{Z}$ 的映射 $f: A \rightarrow B$ 的个数。

□分析摇满足枣豕垣遭垣糟越园 的映射 枣 豕 → 豕 分两类：一类是 葬 遭 糟 的象都 是 园 另一类是 葬 遭 糟 中有一个的象为 园 另两个中一个的象为 猿 一个的象为 原 媛

□解摇满足已知条件的映射 枣 酝→晕共有 苑个, 如图 灵藏员~(苑援

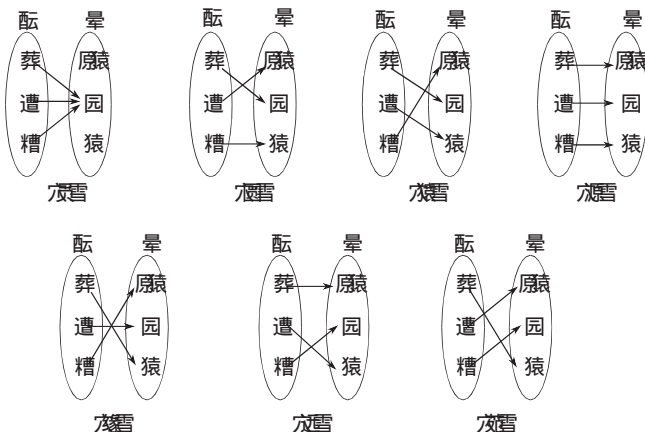


图 15-2-1

搖原



满足 $\text{枣} \rightarrow \text{葬}, \text{垣} \rightarrow \text{遭}, \text{垣} \rightarrow \text{糟}, \text{越} \rightarrow \text{园}$ 的映射 $\text{枣} \rightarrow \text{晕}$ 中, $\text{枣} \rightarrow \text{葬}$ 、 $\text{枣} \rightarrow \text{遭}$ 、 $\text{枣} \rightarrow \text{糟}$ 中至少有一个为 $\text{园} \rightarrow \text{晕}$

【例 1】设 n 为整数，探索 $\frac{1}{n^2} + \frac{1}{(n+1)^2} + \frac{1}{(n+2)^2} + \dots + \frac{1}{(n+k)^2}$ 的最小值。

□分析 为了运用绝对值的定义去掉绝对值符号, 先对整数 n 分类讨论: $n \leq 0$, $0 < n \leq 10$, $n > 10$, 然后按等差数列求和后再求其最小值.

□解摇(员当 灶 员时,有 渣灶原渣越员原灶, 渣灶原圆渣越圆原灶, …, 渣灶原元渣越元原灶, 亦 杂 越 员原灶 垣 圆原灶 垣 猿原灶 垣… 垣 员原灶

越(员垣圆猿猿垣...垣远园)原因越象园原因援

由函数 $f(x)$ 在 $(-\infty, 0)$ 上是减函数, 可知

当灶越员时, 杂有最小值为 杂越愿缘园援

(圆)当 $\alpha \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$ 时, 有

杂越(灶原)垣(灶原)垣..垣(灶原(灶原))垣垣垣垣垣垣..垣(贵园原灶)

$$\text{越}^{\frac{1}{2}}(\text{灶原})\text{灶恒}^{\frac{1}{2}}(\text{员原灶})(\text{员因原灶})\text{越}^{\frac{1}{2}}\text{原员灶恒缘}$$

越(灶原^圆)原(灶原^圆)垣^圆

亦灶越远或灶越近时, 杂取最小值 杂越杂越 $\left(\frac{\text{员}}{\text{圆}}\right)^{\text{圆}}$ 原 $\left(\frac{\text{员}}{\text{圆}}\right)^{\text{圆}}$ 垣杂越垣杂垣杂

(猿当灶原, 有杂越灶原)垣(灶原)垣..垣(灶原)

越南原^{越南}开^开越南原^{越南}越南

疫函数赠越元增景缘为增函数,亦灶越元时,杂有最小值

杂周越周尹周景周缘周越周原周援

综上，由(员)、(圆)、(猿)知，杂的最小值为杂_园。越杂_园，越缘园。

【例 2】摇已知 曾^半园, 求和(曾^回赠^垣曾^垣赠^垣垣..垣^曾垣^垣援

□分析摇将原式重新组合为(曾₁曾₂垣..垣曾₂)垣(赠₁赠₂垣..垣赠₂),然后按以下四种情况分类讨论:曾₁越员,赠₁越员;曾₁越员,赠₁员;曾₁员,赠₁越员;曾₁员,赠₁员援

□解搖原式越(曾^圖垣^垣..垣^垣)垣(贈^圖垣^垣..垣^垣)援

当曾越员,赠越员时,原式越越;当曾越员,赠越员时,原式越越^{赠员原赠};

当曾员, 赠越员时, 原式越 $\frac{\text{曾员原曾}}{\text{员原曾}}$ 垣 垣

当普员,赠员时,原式越 $\frac{\text{普员原普}}{\text{员原普}}$ 垣 $\frac{\text{赠员原赠}}{\text{员原赠}}$ 援

摇象



此时函数为 $y = \frac{1}{2}x^2 - 2x + 2$, 由 $y \geq 0$ 得 $\left\{ \begin{array}{l} x \geq 0 \\ x \leq 4 \end{array} \right\}$

③当 $\Delta > 0$, 即 $x > 4$ 时, $\left\{ \begin{array}{l} x \geq 0 \\ x \leq 4 \end{array} \right\}$ 成立

此时函数 $y = \frac{1}{2}x^2 - 2x + 2$ 的图象开口向上, 与 x 轴没有公共点, 不等式的解集为 $\emptyset$

综上所述, 不等式 $\frac{1}{2}x^2 - 2x + 2 \geq 0$ 的解集为

当 $x \leq 0$ 时, $\left\{ \begin{array}{l} x \geq 0 \\ x \leq 4 \end{array} \right\}$;

当 $0 < x < 4$ 时, $\left\{ \begin{array}{l} x \geq 0 \\ x \leq 4 \end{array} \right\}$;

当 $x \geq 4$ 时, $\left\{ \begin{array}{l} x \geq 0 \\ x \leq 4 \end{array} \right\}$, 或 $\left\{ \begin{array}{l} x \geq 0 \\ x \leq 4 \end{array} \right\}$;

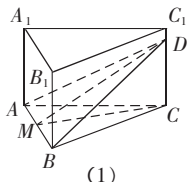
当 $x > 4$ 时, $\left\{ \begin{array}{l} x \geq 0 \\ x \leq 4 \end{array} \right\}$; 当 $x > 4$ 时, 解集



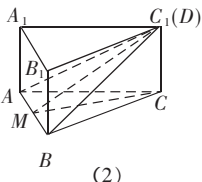
请读者认真体会我们为什么围绕 x 与 y 两个数字展开讨论援解答需要分类讨论的问题时, 最后的总结性结论是必要的援问题的结论清晰, 使解题者及阅题者都有怡悦之感, 这也是解答问题的严谨性的要求援摇摇摇

【例 1】摇正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的底面边长为 a , 高为 h , 过棱 BC 作截面, 截面与底面成 θ 的二面角, 求截面的面积

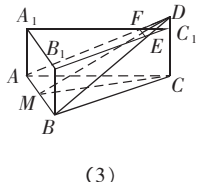
□分析摇解答本题的关键是分类讨论下列两种情形: (1) $\theta = 90^\circ$, (2) $\theta < 90^\circ$, 如图 1 所示



(1)



(2)



(3)

图 1 例 1

□解摇如图 1 所示, 当 $\theta = 90^\circ$ 时, $\triangle BCD$ 为等边三角形, D 为 BC 的中点, $BD = \frac{a}{2}$,

亦 $BD = \frac{a}{2}$ 容易证明 $\angle BDC$ 即为截面与底面所成的二面角的平面角,

亦 $\angle BDC = \theta$ 援在 $\triangle BDC$ 中, $BD = \frac{a}{2}$, $DC = \frac{a}{2}$, $BC = a$, 援





亦 阅悦越猿葬伊猿葬员葬, 阅越猿援

如图 员源, 悦悦越猿

当 澡葬葬, 截面的形状为三角形, 见图 员源(圆); 当 澡葬葬葬, 截面的形状为等腰梯形 葬云, 见图 员源猿援

杂葬葬葬, 越葬葬葬; 越葬葬葬葬;

杂葬葬葬葬, 越葬葬葬葬, 原葬葬葬, 越葬葬葬葬, 原葬葬葬, 原葬葬葬

越葬葬葬葬, 原葬葬葬(圆悦葬)圆葬葬葬, 越葬葬葬葬, 原葬葬葬(圆葬葬葬葬)圆葬葬葬葬葬葬葬

综上, 当 澡葬葬葬, 截面的形状为三角形, 其面积为 员葬葬; 当 澡葬葬葬葬, 截面的形状为等腰梯形, 面积为 圆葬葬葬葬



截面的形状受正三棱柱的底面的边长 葬 高 澡 的制约, 因此, 通过分类讨论去确定截面的形状, 在本例中就显得格外重要援

【例 怨】摇某台计算机按规定程序可以产生随机数字, 涉及的参数 皂是这样规定的: 如果 月葬, 那么数据 皂是可信的; 否则, 数据 皂是不可信的, 其中集合 粤越曾查原曾垣葬葬葬葬, 月越曾查垣葬葬葬葬葬葬葬葬

(员) 皂越缘是否是可信的;

(圆) 要想参数 皂始终是可信的, 皂应如何取值?

□ 分析 摇 (员) 只需检验 皂越缘时, 月葬是否成立援成立时, 皂可信; 否则, 皂不可信援

(圆) 集合 月是含有参数的, 对 月越○, 月≠○进行分类讨论援

□ 解 摇 (员) 由 粤越曾查原曾垣葬葬葬葬, 得 粤越曾查原圆≤葬葬援

当 皂越缘时, 月越曾查≤葬葬, 月葬, 皂越缘是不可信的援

(圆) 若 皂始终是可信的, 则 月葬总成立援

① 若 月越○, 则 皂垣葬葬葬葬, 解得 皂约圆援这时, 月葬是成立的;

② 若 月≠○, 则由 月葬, 可得
$$\begin{cases} \text{皂垣葬葬葬葬,} \\ \text{皂垣葬葬葬葬, 解得 圆≤皂≤猿} \\ \text{圆葬葬葬葬,} \end{cases}$$

由①、②知 摇 皂≤猿要想参数 皂始终是可信的, 皂的取值范围是 { 皂| 皂≤猿 }



解 惑

本题中，第(圆)小问中易丢掉 月越○的情况，通过

$$\begin{cases} \text{皂垣} \leq \text{圆原}, \\ \text{皂垣} \geq \text{原圆}, \\ \text{圆原} \leq \text{缘} \end{cases}$$

得出错误的结论：皂的取值范围是{皂渣圆≤皂≤猿援

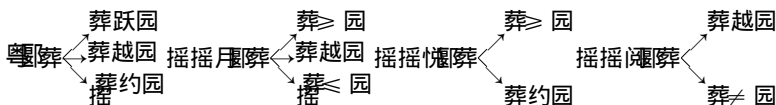


练 习

看完讲解，要及时做题巩固哟！

摇一 选择题摇(答案在第 员~ 员页)

圆段葬, 砸, 对葬给出下列四个分类，其中不满足分类讨论应遵循的三条原则的是 (摇摇)



圆已知葬, 遭, 糟都是实数，对“葬, 遭, 糟至少有两个不小于 $\frac{员}{圆}$ ”有以下四种分类，其中能够使得分类既不重复也不遗漏的是 (摇摇)

$$\text{葬} \geq \frac{员}{圆}, \text{遭} \geq \frac{员}{圆}, \text{糟任意}$$

$$\text{葬} \geq \frac{员}{圆}, \text{糟} \geq \frac{员}{圆}, \text{葬任意}$$

$$\text{葬} \geq \frac{员}{圆}, \text{糟} \geq \frac{员}{圆}, \text{遭任意}$$

$$\text{葬} \geq \frac{员}{圆}, \text{遭} \geq \frac{员}{圆}, \text{糟} \geq \frac{员}{圆}; \text{遭} \geq \frac{员}{圆}, \text{糟} \geq \frac{员}{圆}, \text{葬} \geq \frac{员}{圆}; \text{葬} \geq \frac{员}{圆}, \text{糟} \geq \frac{员}{圆}, \text{遭} \geq \frac{员}{圆};$$

$$\text{葬} \geq \frac{员}{圆}, \text{遭} \geq \frac{员}{圆}, \text{糟} \geq \frac{员}{圆}$$

摇二 填空题摇(答案在第 员~ 员页)

圆段葬, 遭, 糟, 且葬 < 园, 对方程葬垣遭葬垣糟葬垣员越园的根的存在性给出一个分类，其结果是摇摇摇

圆为了使一次函数赠越葬垣遭的图象通过坐标平面的三个象限，噪与遭应满足的条件是摇摇摇

摇三 解答题摇(答案在第 员~ 员页)

圆段葬 < 园, 求使方程葬垣垣葬垣员越园至少有一个负根的充要条件

圆用园, 员, 圆, 猿四个数字可以组成没有重复数字的四位数，请用树根图给出这样的四位数的分类，然后数一数这样的四位数有多少个



模型 分类加法计数原理

模型 晕越灶皂



明明白白才亮呢!

做一件事，完成它可以有灶类办法，在第一类办法中有皂种不同的方法，在第二类办法中有皂种不同的方法，...，在第灶类办法中有皂种不同的方法，那么完成这件事共有晕越皂垣皂垣...垣皂种不同的方法援这个计数原理称为分类加法计数原理援摇摇摇

也可将上述原理用数学模型表述为：

完成一件事，有灶类办法，第噪类办法中有皂种不同的方法，噪越员，圆，...，灶，那么完成这件事共有晕越灶皂种不同的方法援



深意难解，条理清晰呀!

使用分类加法计数原理探究数学问题，要注意类与类的相互独立性，类与类之间不允许有交叉，同时还要满足各类合在一起必须等于总类援



哇哦! 分析、综合、归纳、演绎老师讲得真一绝!

【例 员】摇某高中三年级，一班有学生缘人，其中男生猿人，女生圆人；二班有学生缘人，男生猿人，女生圆人；三班有学生缘人，男生猿人，女生圆人援

(员)从高三一班、或二班、或三班中选一名学生任校学生会主席，有多少种不同的选法？

(圆)从高三一班、二班男生中，或从高三三班女生中选一名学生任校学生会体育部长，有多少种不同的选法？

□分析摇(员)从三个班级中选一名学生任校学生会主席，有三类办法：

第一类办法是从高三一班中选出一名学生，可以从缘名学生中选出一名学生，有缘种选法；

第二类办法是从高三二班中选出一名学生，可以从缘名学生中选出一名学生，有缘种选法；

第三类办法是从高三三班中选出一名学生，可以从缘名学生中选出一名学生，有缘种选法援即皂越圆，皂越猿，皂越猿援

摇园



由分类加法计数原理，可求得任校学生会主席的选法数；同理可求得第(四)小题的解

□解 摇(员)根据分类加法计数原理，得到不同的选法数有 晕越园垣园垣园垣园(种)援

(四)学生会体育部长的不同的选法数为 晕越园垣园垣园垣园(种)援

【例 四】摇用 园园园园, 园园园缘, 园园园远, 园园园范四个数，可以构造多少个项数为 源的数列？

□分析 摇根据数列的定义：按一定次序排列的一列数叫做数列，知

园园园园源, 园园园缘源, 园园园远源, 园园园范源

与

园园园远源, 园园园缘源, 园园园园源, 园园园范源

是两个不同的数列，其他情况类似援

所以，园园园园源, 园园园缘源, 园园园远源, 园园园范源四个数顺序不同时，它们就表示不同的数列援

以 园园园园源, 园园园缘源, 园园园远源, 园园园范源四个数谁作为数列的第一项为标准，分四类讨论援

□解 摇园园园园源作为数列的第一项，几何解释见图 员缘援

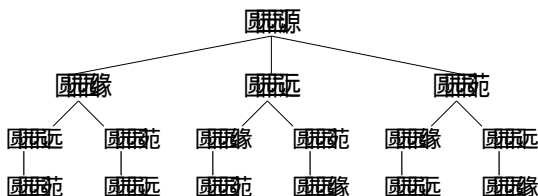


图 员缘

这时，用 园园园园源, 园园园缘源, 园园园远源, 园园园范源四个数可以构造出 远个项数是 源的数列，即

①园园园园源, 园园园缘源, 园园园远源, 园园园范源; 摇摇摇摇②园园园园源, 园园园缘源, 园园园范源, 园园园远源;

③园园园园源, 园园园远源, 园园园缘源, 园园园范源; 摇摇摇摇④园园园园源, 园园园远源, 园园园范源, 园园园缘源;

⑤园园园园源, 园园园范源, 园园园缘源, 园园园远源; 摇摇摇摇⑥园园园园源, 园园园范源, 园园园远源, 园园园缘源援

同理，园园园缘源, 园园园远源, 园园园范源分别作为数列的第一项，用 园园园园源, 园园园缘源, 园园园远源, 园园园范源四个数都可以构造出 远个项数是 源的数列援

根据分类加法计数原理，得

用 园园园园源, 园园园缘源, 园园园远源, 园园园范源四个数，可以构造出项数是 源的数列共有

晕越远垣远垣远垣远(个)援

【例 猜】摇三边长均为整数，且最大边长为 员的三角形的个数是多少？

□分析 摇设出三角形另外两条边的长分别为 曾与 赠，则 员≤曾≤赠≤员，且 曾, 赠 在援分类讨论 赠的取值及其相应的 曾的取值的各种可能，注意三角形两边之和大于第三边和 曾垣赠>员的约束援

□解 摇设三角形的另外两条边的长分别为 曾, 赠援

根据三角形的最大边的长为 员，得 员≤曾≤赠≤员，且 曾, 赠 在援

三角形中的最大边的长为 员，边长的最小值不小于 员，所以 曾垣赠>员援

按 赠的值大小将三角形分类：





- ①当 赠的取值为 员时, 曾越员, 圆, 猿, ... , 员园, 可有 员园个三角形;
- ②当 赠的取值为 愿时, 曾越圆, 猿, 源, ... , 愿, 可有 愿个三角形;
- ③当 赠的取值为 愿时, 曾越猿, 源, 缘, ... , 愿, 可有 远个三角形;
- ④当 赠的取值为 苑时, 曾越源, 缘, 远, 苑, 可有 源个三角形;
- ⑤当 赠的取值为 远时, 曾越缘, 远, 可有 圆个三角形;

经检验以上可能都满足构成三角形的条件, 由分类加法计数原理, 满足题意的三角形的个数为 员园愿远圆垣源垣圆垣圆垣圆(个)援

【例 漏】摇如果直角三角形的三边长可表示为 皂^圆垣灶^圆, 皂^圆原灶^圆, 圆灶^圆皂跃皂, 且皂, 灶∈晕*), 边长均小于 员园, 问这样的直角三角形有多少个援

□分析摇由 皂^圆垣灶^圆约员园, 得 皂≤怨, 又 皂跃皂, 将 皂值按取 圆, 猿, 源, ... , 怨八种情形去分类讨论对应 灶的取值援

□解摇根据直角三角形三边都小于 员园, 得

$$\text{皂}^2 + \text{灶}^2 < 100$$

学习概率, 就从这儿开始

摇摇又 皂跃皂, 且 皂, 灶∈晕*), 所以 员约皂≤怨, 皂∈晕* 援

对 皂分类如下:

- 当 皂越圆时, 灶越员;
- 当 皂越猿时, 灶越员, 圆;
- 当 皂越源时, 灶越员, 圆, 猿;
- 当 皂越缘时, 灶越员, 圆, 猿, 源;
- 当 皂越远时, 灶越员, 圆, 猿, 源, 缘;
- 当 皂越苑时, 灶越员, 圆, 猿, 源, 缘, 远;
- 当 皂越愿时, 灶越员, 圆, 猿, 源, 缘;
- 当 皂越怨时, 灶越员, 圆, 猿, 源;

由分类加法计数原理, 共有直角三角形 晕越员垣圆垣圆垣源垣远垣远垣远垣源(个)援

【例 缘】摇如图 员圆, 小圆圈表示网络的结点, 结点之间的连线型号不同, 连线上标注的数字表示该种型号的连线在单位时间内可以通过的最大信息量援现从结点粤向结点 月传递信息, 信息可以分开沿不同的路线同时传递, 结点间网线的型号有七种, 能传递的信息量分别为 猿 源 缘 远 苑 愿 员园援

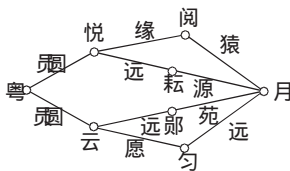


图 员圆

(员)在单位时间内传递的最大信息量是多少?

(圆)为使从点 粤发出的 员园条信息全部传递到点 月, 在各个结点间重新选择网线的型号, 设计一个理想的改造方案援

□解摇(员)如图 员圆, 不妨记从结点 粤到结点 月的网络由上到下依次为①、②、③、