

KAODIANJIEMA

 **考点解码** 化整为零 各个击破

讲透

【重点难点】

主编 傅荣强

高中数学

讲练互动

不等式

吉林教育出版社

摇摇摇摇版权所有摇翻印必究
摇举报电话(园原园)愿园缘怨愿 总编办)

☐讲透重点难点摇高中数学·不等式

☐主摇摇编摇摇傅荣强

☐总 策 划:房海滨摇杨摇琳

☐责任编辑:杨摇琳摇高轶楠摇☐封面设计:王摇康

☐责任校对:卜莲清摇陈海燕摇☐责任印制:徐铁军

吉林教育出版社出版发行

长春市同志街 员愿员号摇邮编:员愿园园

电话:园原员一愿园缘怨愿摇愿园缘怨愿摇愿园缘怨愿

传真:园原员一愿园缘怨愿摇愿园缘怨愿

电子函件:曾源岳泽源电

吉林教育出版社制版

长春市博文印刷厂印装

新立城水库管理局院内摇邮编:员愿园园

园园愿年 苑月第 园版摇园园愿年 苑月第 园次印刷

开本:愿园伊愿园摇印张:愿园缘摇字数:愿园园千

印数:愿园员一愿园册

书号:陈原怨愿苑原怨愿原愿原愿

定价:员愿园元



- 一元二次不等式的解法
- 模型摇 $\frac{1}{x} \geq \frac{1}{y} \Rightarrow x \leq y$ (圆愿)
- 一元灶次不等式的解法
- 模型摇 $\frac{1}{x} \geq \frac{1}{y} \Rightarrow x \leq y$ (猿愿)
- 分式不等式的解法
- 模型摇 $\frac{1}{x} \geq \frac{1}{y} \Rightarrow x \leq y$ (猿愿)
- 无理不等式的解法
- 模型摇 $\sqrt{x} \geq \frac{1}{y} \Rightarrow x \geq \frac{1}{y^2}$ (猿愿)
- 指数不等式的解法
- 模型摇 $\frac{1}{x} \geq \frac{1}{y} \Rightarrow x \leq y$ (源愿)
- 对数不等式的解法
- 模型摇 $\frac{1}{x} \geq \frac{1}{y} \Rightarrow x \leq y$ (源愿)
- 高考链接 (缘愿)



第三讲 含有绝对值的不等式

- 不等式(员)
- 模型摇 $\frac{1}{x} \geq \frac{1}{y} \Rightarrow x \leq y$ (缘愿)
- 不等式(圆)
- 模型摇 $\frac{1}{x} \geq \frac{1}{y} \Rightarrow x \leq y$ (缘愿)
- 不等式(猿)
- 模型摇 $\frac{1}{x} \geq \frac{1}{y} \Rightarrow x \leq y$ (远愿)
- 高考链接 (远愿)



第四讲 函数、方程、不等式三者之间的关系

- 函数、方程、不等式的关系
- 模型摇 $\{(x, y) | y = f(x)\} \cap \{(x, y) | y = g(x)\} \neq \emptyset$ (远愿)
- 一元二次方程的实根的分布
- 模型摇 $\frac{1}{x} \geq \frac{1}{y} \Rightarrow x \leq y$ (远愿)
- 高考链接 (苑愿)



第五讲 最大(小)值

- ② ③  最大(小)值的求解方法(员)
模型摇曾 $\geq$ 园 (苑原)
- ② ③  最大(小)值的求解方法(圆)
模型摇葬 $\geq$ 垣葬垣 $\Delta \geq$ 园 (苑元)
- ② ③  最大(小)值的求解方法(猿)
模型摇葬 $\geq$ 垣葬垣 $\Delta \geq$ 园 (苑愿)
- ② ③  最大(小)值的求解方法(源)
模型摇葬 $\geq$ 垣葬垣 $\Delta \geq$ 园 (苑愿)
- ② ③  最大(小)值的求解方法(缘)
模型摇枣 $\leq$ 枣 $\leq$ 枣 (愿原)
- ② ③ 高考链接 (愿元)



第六讲 排序原理与对称原理

- ② ③  排序原理
模型摇葬 $\geq$ 垣葬垣 $\Delta \geq$ 园 (愿愿)
- ② ③  对称原理
模型摇枣 $\leq$ 枣 $\leq$ 枣 (怨园)
- ② ③ 高考链接 (怨愿)



第七讲 不等式在生产、生活中的实际应用

- ② ③  创新型应用题 (怨缘)
- ② ③  探究型应用题 (怨愿)
- ② ③ 高考链接 (员愿)

- 复习参考题 (员愿)
- 答案与提示 (员愿)



第一讲 不等式的证明

模型作差比较法

$$\begin{array}{l} \text{模型} \\ \text{模型} \end{array} \begin{array}{l} \text{模型} \\ \text{模型} \\ \text{模型} \end{array} \leftrightarrow \begin{array}{l} \text{模型} \\ \text{模型} \\ \text{模型} \end{array}$$



内容

明明白白才是真!

实数的大小顺序与实数的运算性质的关系

欲证 $a > b$, 只须证 $a - b > 0$; 欲证 $a < b$, 只须证 $a - b < 0$; 欲证 $a = b$, 只须证 $a - b = 0$

证明不等式成立常用的知识

(1) 不等式的性质

$$a > b, b > c \Rightarrow a > c$$

$$a > b, b > c \Rightarrow a > c$$

$$a > b, c > d \Rightarrow a + c > b + d$$

$$a > b, c > d \Rightarrow a - c > b - d$$

$$a > b, c > d \Rightarrow a - c > b - d$$

$$a > b, c > d \Rightarrow a - c > b - d$$

$$a > b, c > d \Rightarrow a - c > b - d$$

$$a > b, c > d \Rightarrow a - c > b - d$$

(2) 函数的单调性

设 $f(x)$ 在 I 上有意义, 且 $x_1, x_2 \in I, x_1 < x_2$, 则

$f(x)$ 是 I 上的增(减)函数 $\Leftrightarrow f(x_1) < (>) f(x_2)$



通 析

深度讲解, 条理真清晰呀!

用作差法比较大小的基本步骤是: (员)作差; (圆)变形; (猿)判号; (源)定论援



举 例

哇塞! 分析, 解答, 解惑, 真像老师讲题一样!

【例 员】摇比较 $\sqrt{\frac{猿垣圆}{猿}}$ 与 $\frac{猿垣圆}{猿}$ 的算术平均数与 $\frac{猿垣圆}{猿}$ 的几何平均数的大小援

□解摇 $\frac{猿垣圆}{猿}$ 的算术平均数为 $\frac{\sqrt{\frac{猿垣圆}{猿}}垣\sqrt{\frac{猿垣圆}{猿}}}{2}$, $\frac{猿垣圆}{猿}$ 的几何平均数为 $\sqrt{\frac{猿垣圆}{猿}}$

疫 $\frac{\sqrt{\frac{猿垣圆}{猿}}垣\sqrt{\frac{猿垣圆}{猿}}}{2} > \sqrt{\frac{猿垣圆}{猿}}$ 越 $\frac{\sqrt{\frac{猿垣圆}{猿}}垣\sqrt{\frac{猿垣圆}{猿}}}{2}$ 跃园,

亦 $\sqrt{\frac{猿垣圆}{猿}}$ 的算术平均数大于 $\frac{猿垣圆}{猿}$ 的几何平均数援



本例的实质是证明 $\sqrt{\frac{猿垣圆}{猿}} > \frac{猿垣圆}{猿}$, 所以, 只须证明 $\sqrt{\frac{猿垣圆}{猿}} > \frac{猿垣圆}{猿}$, 这与模型中的 葬跃圆 葬跃圆 是吻合的援

【例 圆】摇比较 $\frac{\pi}{源}$ 与 $\frac{\pi}{源}$ 的大小援

□解摇 $\frac{\pi}{源}$ 越 $\frac{\pi}{源}$ 越 $\frac{\pi}{源}$ 跃园

疫 $\frac{\pi}{源} > \frac{\pi}{源}$ 跃园, $\frac{\pi}{源} > \frac{\pi}{源}$ 跃园, 亦 $\frac{\pi}{源} > \frac{\pi}{源}$ 跃园, 亦 $\frac{\pi}{源} > \frac{\pi}{源}$ 跃园,

亦 $\frac{\pi}{源} > \frac{\pi}{源}$ 跃园, 亦 $\frac{\pi}{源} > \frac{\pi}{源}$ 跃园, 亦 $\frac{\pi}{源} > \frac{\pi}{源}$ 跃园

【例 猿】摇比较 $\left(\frac{猿垣圆}{猿}\right)^{\frac{猿}{猿}}$ 与 $\left(\frac{猿垣圆}{猿}\right)^{\frac{猿}{猿}}$ 的大小援

□解摇 疫 $\left(\frac{猿垣圆}{猿}\right)^{\frac{猿}{猿}} - \left(\frac{猿垣圆}{猿}\right)^{\frac{猿}{猿}}$

← 作差

变形

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{越} \left(\frac{猿垣圆}{猿} \right)^{\frac{猿}{猿}} \text{垣} \left(\frac{猿垣圆}{猿} \right)^{\frac{猿}{猿}} \text{原} \left[\left(\frac{猿垣圆}{猿} \right)^{\frac{猿}{猿}} \text{垣} \left(\frac{猿垣圆}{猿} \right)^{\frac{猿}{猿}} \right] \\ \left[\left(\frac{猿垣圆}{猿} \right)^{\frac{猿}{猿}} \text{原} \left(\frac{猿垣圆}{猿} \right)^{\frac{猿}{猿}} \right] \left(\frac{猿垣圆}{猿} \right)^{\frac{猿}{猿}} \text{垣} \left(\frac{猿垣圆}{猿} \right)^{\frac{猿}{猿}} \text{原} \left(\frac{猿垣圆}{猿} \right)^{\frac{猿}{猿}} \\ \text{越} \left(\frac{猿垣圆}{猿} \right)^{\frac{猿}{猿}} \text{原} \left(\frac{猿垣圆}{猿} \right)^{\frac{猿}{猿}} \\ \text{越} \frac{\text{源}}{\text{猿}}, \end{array} \right.$$



($\sqrt{\text{曾原赠}}^{\text{猿}}$ 援

又疫 $\text{曾原赠}^{\text{猿}}$ 亦 $\sqrt{\text{曾原赠}^{\text{猿}}}$ 亦 $\sqrt{\text{曾原赠}^{\text{猿}}}$ 亦 $\sqrt{\text{曾原赠}^{\text{猿}}}$ 亦 $\sqrt{\text{曾原赠}^{\text{猿}}}$



用作差法比较 葬与 遭的大小, 不只是作差 葬原遭, 也可作差 葬原遭, 葬原遭, $\frac{\text{葬}}{\text{遭}}$, ... 这些都属于经验范畴, 要结合题目的具体实际酌情选用, 本例就是通过“葬约遭, 葬跃园, 遭跃园”证得了“葬约遭的, 其中 葬越曾原赠, 遭越曾原赠

【例 苑】摇已知 葬跃园, 葬 $\frac{\text{员}}{\text{葬}}$, 皂跃园, 比较 葬垣 $\frac{\text{员}}{\text{葬}}$ 与 葬垣 $\frac{\text{员}}{\text{葬}}$ 的大小援

□解摇葬垣 $\frac{\text{员}}{\text{葬}}$ 原(葬垣 $\frac{\text{员}}{\text{葬}}$)越葬原葬垣 $\frac{\text{员}}{\text{葬}}$ 原 $\frac{\text{员}}{\text{葬}}$ 越葬原葬垣 $\frac{\text{员}}{\text{葬}}$ 原 $\frac{\text{员}}{\text{葬}}$

越葬原葬(员原 $\frac{\text{员}}{\text{葬}}$)援

疫 葬跃园, 葬 $\frac{\text{员}}{\text{葬}}$, 皂跃园, 亦当园约葬 $\frac{\text{员}}{\text{葬}}$ 时, 有

葬约葬, 员原 $\frac{\text{员}}{\text{葬}}$ 约园,

← 葬垣 $\frac{\text{员}}{\text{葬}}$ 约员

摇摇此时(葬原葬)(员原 $\frac{\text{员}}{\text{葬}}$)跃园

当 葬 $\frac{\text{员}}{\text{葬}}$ 时, 有 葬跃葬, 员原 $\frac{\text{员}}{\text{葬}}$ 跃园, 此时(葬原葬)(员原 $\frac{\text{员}}{\text{葬}}$)跃园

综上所述, 葬垣 $\frac{\text{员}}{\text{葬}}$ 原(葬垣 $\frac{\text{员}}{\text{葬}}$)跃园, 亦 葬垣 $\frac{\text{员}}{\text{葬}}$ 跃葬垣 $\frac{\text{员}}{\text{葬}}$



解答本例所用的数学思想是分类讨论思想援

解答含有参数的不等式问题, 一般都需要对参数的取值进行分类讨论, 其方法为

设参数 葬的取值范围是 粤, 把 粤划分为 灶类 粤 $_1$, 粤 $_2$, ..., 粤 $_n$, 使得

粤 $_i \neq \emptyset$, 蚤跃园, 圆, ..., 灶

粤 $_i \cap$ 粤 $_j = \emptyset$, 蚤躁且蚤躁园, 圆, ..., 灶

← 不重

粤越粤 $_1 \cup$ 粤 $_2 \cup \dots \cup$ 粤 $_n$

← 不漏

以下分别在 粤 $_1$, 粤 $_2$, ..., 粤 $_n$ 上讨论 葬的取值范围, 等价于在 粤上讨论 葬的取值范围援



【例 8】摇已知 $\frac{a}{b} \geq \frac{c}{d}$, 且 $\frac{a}{b} > \frac{c}{d}$, 比较 $\frac{a}{b}$ 与 $\frac{c}{d}$ 的大小援

□解摇 $\frac{a}{b} > \frac{c}{d}$ 援

以下分类讨论：

当 $\frac{a}{b} > \frac{c}{d}$ 时, $\frac{a}{b} > \frac{c}{d}$, 即 $\frac{a}{b} > \frac{c}{d}$ 援当 $\frac{a}{b} > \frac{c}{d}$ 时, $\frac{a}{b} > \frac{c}{d}$, 即 $\frac{a}{b} > \frac{c}{d}$ 援

当 $\frac{a}{b} > \frac{c}{d}$ 时, $\frac{a}{b} > \frac{c}{d}$, 即 $\frac{a}{b} > \frac{c}{d}$ 援当 $\frac{a}{b} > \frac{c}{d}$ 时, $\frac{a}{b} > \frac{c}{d}$, 即 $\frac{a}{b} > \frac{c}{d}$ 援

当 $\frac{a}{b} > \frac{c}{d}$ 时, $\frac{a}{b} > \frac{c}{d}$, 即 $\frac{a}{b} > \frac{c}{d}$ 援

综上, 有

当 $\frac{a}{b} > \frac{c}{d}$ 或 $\frac{a}{b} > \frac{c}{d}$ 时, $\frac{a}{b} > \frac{c}{d}$; 当 $\frac{a}{b} > \frac{c}{d}$ 或 $\frac{a}{b} > \frac{c}{d}$ 时, $\frac{a}{b} > \frac{c}{d}$;

当 $\frac{a}{b} > \frac{c}{d}$ 或 $\frac{a}{b} > \frac{c}{d}$ 时, $\frac{a}{b} > \frac{c}{d}$ 援

【例 9】摇已知 $\frac{a}{b} \geq \frac{c}{d}$, $\frac{a}{b}$ 为偶数, 求证: $\frac{a}{b} \geq \frac{c}{d}$ 援

□证明摇 $\left(\frac{a}{b} - \frac{c}{d}\right) \geq 0$ 援

当 $\frac{a}{b} \geq \frac{c}{d}$ 时, $\left(\frac{a}{b} - \frac{c}{d}\right) \geq 0$, $\left(\frac{a}{b} - \frac{c}{d}\right) \geq 0$ 援

亦 $\frac{a}{b} \geq \frac{c}{d}$ 援亦 $\frac{a}{b} \geq \frac{c}{d}$ 援

当 $\frac{a}{b}$ 中有一个为负值时, 不妨设 $\frac{a}{b} < 0$, $\frac{c}{d} < 0$, 且 $\frac{a}{b} \geq \frac{c}{d}$, 则 $\frac{a}{b} > \frac{c}{d}$ 援

又 $\frac{a}{b}$ 为偶数, 亦 $\left(\frac{a}{b} - \frac{c}{d}\right) \geq 0$, $\left(\frac{a}{b} - \frac{c}{d}\right) \geq 0$ 援

亦 $\frac{a}{b} \geq \frac{c}{d}$ 援亦 $\frac{a}{b} \geq \frac{c}{d}$ 援

综上所述, 当 $\frac{a}{b}$ 为偶数, $\frac{a}{b} \geq \frac{c}{d}$ 时, 有 $\frac{a}{b} \geq \frac{c}{d}$ 援



此题的证明方法称为“比较法”, 它是证明不等式的重要方法之一援用比较法证明不等式成立, 与比较两个数的大小, 其思路是一致的, 只不过是原题中, 前者给出了结论, 而后者没有给出结论援

【例 10】摇设 $\frac{a}{b}$ 为不相等的正数, $\frac{a}{b} > \frac{c}{d}$, 且 $\frac{a}{b} > \frac{c}{d}$ 援求证: $\frac{a}{b} > \frac{c}{d}$ 援

□证明摇 $\frac{a}{b} > \frac{c}{d}$ 援

越(曾原贈^圓)(曾^{原圓}壇^{原禮}贈^巨..壇^{原禮}壇^{原圓})援

【例 10】 已知 $\frac{a}{b} \leq \frac{c}{d}$, $\frac{a}{c} \leq \frac{b}{d}$, 求证: $\frac{a}{b} \leq \frac{c}{d}$ 或 $\frac{a}{c} \leq \frac{b}{d}$

$$\text{疫园约普约}\pi, \text{园约赠约}\pi, \text{亦原}\frac{\pi}{\text{圆}}\text{约}\frac{\text{曾原赠}}{\text{圆}}\text{约}\frac{\pi}{\text{圆}}, \text{亦园约}\frac{\text{曾原赠}}{\text{圆}}\leq\text{员援}$$

亦 $\frac{\text{員}}{\text{圓}}$ ($\cancel{\text{澤}} \cancel{\text{曾}} \cancel{\text{恒}} \cancel{\text{豐}} \cancel{\text{贈}} \leq \cancel{\text{澤}} \cancel{\text{士}} \frac{\text{曾}}{\text{圓}} \cancel{\text{贈}} \text{援}$)

【例 8】摇已知 $\overrightarrow{OA}$ 与 $\overrightarrow{OB}$ 共线, 求证: $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = |\overrightarrow{OA}| |\overrightarrow{OB}|$

亦違^員越^員原^員，違^員越^員原^員，違^員越^員原^員，

即遭^員躍^員躍^員援

又赠越曾在(园, 垣)上为增函数, 亦糟跃奔跃蹇, 即遭约奔约糟援

□证明摇菱曾垣菱赠原菱菱垣菱

越^{ㄩㄝˋ} 赧^{ㄋㄢˋ} 曾^{ㄘㄨㄥ} 垣^{ㄩㄢˋ} 增^{ㄘㄨㄥ} 贻^{ㄩㄢˋ} 垣^{ㄩㄢˋ} 贻^{ㄩㄢˋ} 贻^{ㄩㄢˋ} 原^{ㄩㄢˋ} 贻^{ㄩㄢˋ} 贻^{ㄩㄢˋ} 原^{ㄩㄢˋ} 贻^{ㄩㄢˋ} 原^{ㄩㄢˋ} 贻^{ㄩㄢˋ} 原^{ㄩㄢˋ}

越赅员原赅曾原赅曾译员原赅赠越赅曾原赅援

充分性：若 $\text{责} \leq \text{员}$ ，则 $\text{责} \in \text{责} \cap \text{员} = \text{责}$ ，亦 $\text{责} \cap \text{员} \supseteq \text{责}$ 。

亦 葵曾 垣葵贈 ≥ 葵葵垣葵贈援

必要性：若 $\text{秦曾垣枣赠} \geq \text{枣楚垣赠}$ ，则 $\text{秦曾原赠} \geq \text{园媛}$



疫 (曾原 $\geq$ 园, 亦 葬 $\geq$ 园, 即 责员原 $\geq$ 园, 亦 园 $\leq$ 责员援



证明充要条件问题, 需要证明两个方面, 即

充分性: 条件 $\Rightarrow$ 结论;

必要性: 结论 $\Rightarrow$ 条件援

【例 员】摇已知 原 $\leq$ 葬 $\leq$ 缘, 园 $\leq$ 葬 $\leq$ 原, 则 葬 $\leq$ 缘的取值范围是 (摇摇)

葬 (原, 缘) 摇摇 葬 (原, 缘) 摇摇 葬 (原, 缘) 摇摇 葬 (原, 缘)

□解 葬 $\leq$ 缘 (葬 $\leq$ 原) 援

由已知, 可得 缘 (原) 约 缘 (葬 $\leq$ 原) 伊 缘 (葬 $\leq$ 原) 伊 缘 (原) 约 缘 (葬 $\leq$ 原) 伊 缘 (原),

由此可得 缘 (葬 $\leq$ 原) 约 缘 (葬 $\leq$ 原) 伊 缘 (葬 $\leq$ 原) 伊 缘 (葬 $\leq$ 原),

亦 缘 (葬 $\leq$ 原) 约 缘 (葬 $\leq$ 原) 伊 缘 (葬 $\leq$ 原) 伊 缘 (葬 $\leq$ 原),

即 缘 (葬 $\leq$ 原) 约 缘 (葬 $\leq$ 原) 伊 缘 (葬 $\leq$ 原) 伊 缘 (葬 $\leq$ 原), 亦 缘 (葬 $\leq$ 原) 约 缘 (葬 $\leq$ 原) 伊 缘 (葬 $\leq$ 原) 伊 缘 (葬 $\leq$ 原)

选 阅 援



本例中, 条件 原 $\leq$ 葬 $\leq$ 缘与 园 $\leq$ 葬 $\leq$ 原, 说的是 葬与 葬的整体变化情况, 而不是单一的 葬与 葬的变化情况, 所以, 我们自始至终都是围绕 葬与 葬进行讨论的, 其间体现出来的数学思想是整体思想援

【例 员】摇若 园 $\leq$ 葬 $\leq$ 缘, 园 $\leq$ 葬 $\leq$ 原, 则 葬 $\leq$ 缘的取值范围是 (摇摇)

葬 (原, 缘) 摇摇 葬 (原, 缘) 摇摇 葬 (原, 缘) 摇摇 葬 (原, 缘)

□解 葬 $\leq$ 缘 (葬 $\leq$ 原) 援

越 缘 (葬 $\leq$ 原) 伊 缘 (葬 $\leq$ 原) 伊 缘 (葬 $\leq$ 原) 伊 缘 (葬 $\leq$ 原)

越 缘 (葬 $\leq$ 原) 伊 缘 (葬 $\leq$ 原) 伊 缘 (葬 $\leq$ 原) 伊 缘 (葬 $\leq$ 原) 援

疫 园 $\leq$ 葬 $\leq$ 缘, 摇摇 亦 缘 (葬 $\leq$ 原) 约 缘 (葬 $\leq$ 原) 伊 缘 (葬 $\leq$ 原) 伊 缘 (葬 $\leq$ 原),

摇摇 亦 缘 (葬 $\leq$ 原) 约 缘 (葬 $\leq$ 原) 伊 缘 (葬 $\leq$ 原) 伊 缘 (葬 $\leq$ 原) 援

← 注意角的范围



先鋒專題 建模探題



考点 解码

豐恒为正

豐与葬遭的大小有关

園皂約园, 原約灶园, 则皂, 皂灶, 皂灶之间的大小关系是

(摇摇)

豐皂跃皂灶跃皂灶

豐皂灶跃皂灶跃皂灶

豐恒为负

豐与灶是奇数或偶数有关

豐皂灶跃皂灶跃皂

豐皂灶跃皂灶跃皂

摇二 填空题摇 (答案在第 页~ 页)

豐 $\frac{员}{\sqrt{曾}}$ 与圓/曾的大小(曾 $\in \mathbb{R}^+$)的关系是摇摇摇援

灋諾 枣灶 越 $\sqrt{\frac{灶}{原}}$ 灶, 皂灶 越灶原 $\sqrt{\frac{灶}{原}}$, φ (灶 越 $\frac{员}{灶}$, 灶 $\in \mathbb{R}^+$, 则 枣灶,

皂灶 φ (灶的大小关系是摇摇摇援

摇三 解答题摇 (答案在第 页~ 页)

灋已知曾 $\in \mathbb{R}^+$, 且曾 $\in \mathbb{R}^+$ 比较曾 $\in \mathbb{R}^+$ 与曾 $\in \mathbb{R}^+$ 的大小 援

灋已知曾 $\in \mathbb{R}^+$, 且曾 $\in \mathbb{R}^+$, 比较曾 $\in \mathbb{R}^+$ 与曾 $\in \mathbb{R}^+$ 的大小 援

豐圓摇作商比较法

葬跃葬
葬跃葬
葬跃葬
葬跃葬



内涵 涵

明明白白才是真!

灋葬跃园, 遭跃园的情况

设 葬跃园, 遭跃园

摇怨

園葬園, 遭園的情況

葬园, 遭园时, 原葬园, 原豊园暖

欲证 $\frac{\text{葬跃遭}}{\text{原遭}}$ 只须证 $\frac{\text{葬跃}}{\text{原遭}}$ 为员; 欲证 $\frac{\text{葬越遭}}{\text{原遭}}$ 只须证 $\frac{\text{葬越}}{\text{原遭}}$ 为员; 欲证 $\frac{\text{葬约遭}}{\text{原遭}}$ 只须证 $\frac{\text{葬约}}{\text{原遭}}$ 为员



深度讲解,条理真清晰呀!

作商比较法的基本步骤是：(员)作商；(圆)变形；(猿)与 员 比大小；(源)定论(援



哇塞！分析、解答、解惑，真像老师讲题一样！

【例员摇若曾远愿伊愿,赠远愿伊愿,且葬约遭,则曾赠的大小关系是(摇摇)

零聲韻 月聲約韻 懷聲韻 閱大小不确定

□解摇显然 曾^阮 赠^阮 援^阮
越^阮 愿^阮 伊^阮 愿^阮 越^阮 愿^阮 怨^阮 援^阮

疫 怨 跃员, 葬原豊园, 摇摇亦 (怨 葬原豊) 纒纒, ← 当噪跃员皂约园时葬数函数 灶越噪的值域为 苑员葬援

摇摇即晉贈約員援亦 曾員領員援

洗月媛

【例 9】摇求证：猿垣远约愿垣苑援

□证明摇 $\left(\frac{\sqrt{\text{猿垣远}}}{\sqrt{\text{愿垣苑}}} \right)^{\text{圆}}$ 越 $\left(\frac{\sqrt{\text{猿垣远}}}{\sqrt{\text{愿垣苑}}} \right)^{\text{圆}}$ 越 $\frac{\text{猿垣远}}{\text{愿垣苑}}$ 援

疫同猋/猋同猋/彖，亦猋/猋同猋，即猋同猋，亦猋同猋

【例】猜摇比较渣(员赠渣与渣(员赠渣的大小援其中,葬园,且葬员园赠援

□解摇疫 园约曾领, 亦 员垣曾领, 员原曾约员, 选 (员原曾) 约园援

$$\text{又 } \frac{\text{渣}_{\text{原}}(\text{员原})}{\text{渣}_{\text{原}}(\text{员原})} \text{越 } \frac{\text{渣}_{\text{原}}(\text{员原})}{\text{渣}_{\text{原}}(\text{员原})} \text{越 } \frac{\text{渣}_{\text{原}}(\text{员原})}{\text{渣}_{\text{原}}(\text{员原})}$$

越原^員 (員^員 員^員) 跃, 越原^員 (員^員 員^員) 跃,

亦 渣𪔐(員原曾) 渣跃渣𪔐(員垣曾) 渣援





【例 1】设 $\sqrt{a}$ 圆, $\sqrt{b}$ 圆, 求证: $\left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}\right)^{\frac{1}{a+b}} \geq \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

□证明设 $\sqrt{a}$ 圆, $\sqrt{b}$ 圆, 亦 $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} > \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ (圆/圆) $\left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}\right)^{\frac{1}{a+b}} > \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

$$\geq \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

即 $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \geq \sqrt{a}$, 亦 原不等式成立

【例 2】设已知 $\sqrt{a}$ 圆, $\sqrt{b}$ 圆, 比较 $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ 与 $\left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}\right)^{\frac{1}{a+b}}$ 的大小

□解设 $\sqrt{a}$ 圆, $\sqrt{b}$ 圆, 亦 $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} > \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ (圆/圆) $\left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}\right)^{\frac{1}{a+b}} > \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

又 $\sqrt{a}$ 圆, $\sqrt{b}$ 圆, 亦 $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} > \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ (圆/圆) $\left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}\right)^{\frac{1}{a+b}} > \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

同理 $\left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}\right)^{\frac{1}{a+b}} > \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ (圆/圆) $\left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}\right)^{\frac{1}{a+b}} > \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$



练习二

看完讲解, 要及时做题巩固哟!

一 选择题 (答案在第 100 页)

1. 设 $\sqrt{a}$ 圆, $\sqrt{b}$ 圆, 则 $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ 与 $\left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}\right)^{\frac{1}{a+b}}$ 的大小关系是 ()

圆/圆 $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} > \left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}\right)^{\frac{1}{a+b}}$ 圆/圆 $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} < \left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}\right)^{\frac{1}{a+b}}$

2. 设 $\sqrt{a}$ 圆, $\sqrt{b}$ 圆, 则 $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ 与 $\left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}\right)^{\frac{1}{a+b}}$ 的大小关系为 ()

圆/圆 $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} > \left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}\right)^{\frac{1}{a+b}}$ 圆/圆 $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} < \left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}\right)^{\frac{1}{a+b}}$

二 填空题 (答案在第 100 页)

1. 设 $\sqrt{a}$ 圆, $\sqrt{b}$ 圆, 且 $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} > \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$, 用不等号连结 $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ 与 $\left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}\right)^{\frac{1}{a+b}}$

2. 设已知 $\sqrt{a}$ 圆, $\sqrt{b}$ 圆, 则 $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ 与 $\left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}\right)^{\frac{1}{a+b}}$ 的大小关系为

三 解答题 (答案在第 100 页)

1. 设 $\theta \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$, 求证: $\frac{\sin \theta}{\theta} > \frac{\cos \theta}{\theta}$

2. 设已知函数 $f(x) = \frac{1}{x}$, $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$, 若 $f(x) > f(y)$, 且 $x \neq y$, 求证:



员[(枣曾) 垣(枣曾)] 跃((曾垣曾) 圆) 援

摇摇基本不等式

模型摇摇垣曾 ≥ 圆曾

内

涵

明明白白才是真!

摇摇垣曾 ≥ 圆曾的由来

我们知道, 对于任意的 曾 砸, 都有 曾 ≥ 圆, 因此, 对于任意的 葬, 遭 砸, 都有 (葬原曾) ≥ 圆展开整理, 得 葬垣曾 ≥ 圆曾, 当且仅当 葬=遭时, 上式取等号援

摇摇垣曾 ≥ 圆曾的等价形式

$$\text{葬} \leq \frac{\text{葬垣曾}}{\text{圆}},$$

$$\text{葬} \leq \left(\frac{\text{葬垣曾}}{\text{圆}} \right),$$

$$\frac{\text{葬垣曾}}{\text{圆}} \geq \left(\frac{\text{葬垣曾}}{\text{圆}} \right) \text{ 援}$$

运

析

深度讲解, 条理真清晰呀!

葬垣曾 ≥ 圆曾可推广至 葬垣曾垣曾 ≥ 葬垣曾垣曾垣曾 ≥ 葬垣曾垣曾垣曾垣曾 葬, 遭, 糴 砸) 援

学

例

哇噻! 分析, 解答, 解惑, 真像老师讲题一样!

【例 员】摇摇已知 曾 赠 扎是不全相等的正数, 比较 曾赠垣扎) 垣赠扎垣曾) 垣扎曾垣赠) 与 圆曾垣赠垣扎) 的大小援

□解摇摇赠垣扎 > 圆扎, 曾垣圆, 亦 曾赠垣扎) ≥ 圆曾垣赠垣扎) ①

同理可得摇摇

赠扎垣曾) ≥ 圆赠垣扎垣曾) ②

扎曾垣赠) ≥ 圆扎曾垣赠垣赠) ③

又 曾 赠 扎不全相等, 亦 ①、②、③中至少有一个式子不能取等号, 亦 曾赠垣扎) 垣赠扎垣曾) 垣扎曾垣赠) 跃圆曾垣赠垣扎) 援