KAODIANJIEMA

考点解码 化整为零 各个击破

进退

【重点难点】

讲练互动

主编 傅荣强

高中数学

平面向量

吉林教育出版社

摇摇摇摇版权所有摇翻印必究
摇举报电话（园原表原愿家园豫愿愿愿

例题引路 举一反三

目 录 Contents

例题解析+训练套餐↓
- 讲述知识体系
- 解说知识点考点
- 诠释重点难点
- 教方法导引思路
- 涵盖所有题型
- 能够举一反三
- 答案详解

模型破解重点难点

第一讲 向量的概念

例题员 向量
模型摇 …… （员）

例题圆 四个重要概念
模型摇 …… （源）

高考链接 …… （员）

第二讲 向量的加法与减法

例题员 向量的加法（员）
模型摇 …… （员）

例题圆 向量的加法（圆）
模型摇 …… （员）

例题猿 向量的减法
模型摇 …… （圆）

高考链接 …… （圆）

第三讲 实数与向量的积

例题员 实数与向量的积
模型摇 …… （圆）

例题圆 平面向量的基本定理
模型摇 …… （猿）

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

难点 平行向量
模型摇葬// 遭 …… （源）

高考链接 …… （缘）

第四讲　向量的数量积

源员 平面向量的数量积
模型摇葬· 遭越渣葬渣渣遭遭糟 …… （缘）

源圆 向量的垂直
模型摇葬⊥ 遭⇒葬· 遭越园 …… （远）

源难 平面向量的夹角
模型摇精越 $\frac{葬\cdot 遭}{渣葬渣渣遭渣}$ …… （远）

高考链接 …… （苑）

第五讲　有向线段与非有向线段的辩证关系

缘员 平行向量与平行线段
模型摇粤月// 悦阅与 粤月// 悦阅 …… （苑）

缘圆 向量的垂直与线段的垂直
模型摇粤月⊥ 悦阅与 粤月⊥ 悦阅 …… （愿）

缘难 向量的夹角与线段的夹角
模型摇α 与 β …… （愿）

高考链接 …… （怨）

第六讲　坐标形式下的平面向量

远员 平面向量的坐标表示
模型摇曾蚕到赠躁越(曾 赠，
曾蚕到赠躁越曾蚕到赠燥⇒(曾 赠 越(曾1 赠1 …… （怨）

远圆 平面向量的坐标运算
模型摇葬依遭越(曾1 依曾2，赠1 依赠2)，λ 葬越(λ曾 λ赠，
葬· 遭越曾1曾2 垣赠1赠2 …… （怨）

两点间的距离公式
模型摇 渣男渣越√(曾原曾)圆垣(赠原赠)圆 …… (员员原)
定比分点
模型摇孕员孕越\孕圆 …… (员员园)
定比分点坐标公式
模型摇 曾越(曾员垣\曾圆)/(员垣\),
赠越(赠员垣\赠圆)/(员垣\) …… (员员苑)
平移
模型摇 曾在越曾垣缘
赠在越赠垣缘 …… (员员猿)
高考链接 …… (员员苑)

第七讲 正弦定理、余弦定理
正弦定理
模型摇 葬/渣越遭/渣越糟/渣越园哕 …… (员员怨)
余弦定理
模型摇葬圆越遭圆垣糟圆原圆遭糟(员原渣)…… (员圆缘)
高考链接 …… (员圆苑)

第八讲 向量在生产、生活中的实际应用
创新型应用题 …… (员猿怨)
探究型应用题 …… (员源缘)
高考链接 …… (员源圆)

●复习参考题 …… (员源苑)
●答案与提示 …… (员缘苑)

第一讲 向量的概念

员援摇向摇摇量

模型摇葬越粤月

内　涵　明明白白才是真!

本书所研究的向量都是自由向量援

本书统一用有向线段表示向量援

如图 员援员，起点为 粤 终点为 月的向量 葬记作 葬越粤月，并规定线段粤月的长度叫做向量粤月的大小或模，记作 渣粤月渣援

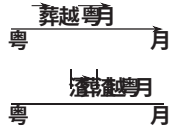


图 员援员

透　析　深度讲解,条理真清晰呀!

向量 葬越粤月有两个要素，即 大小： 渣粤月渣越粤月；摇摇 ；粤月；越月粤也成立

方向：由 粤指向 月援

举　例　哇噻! 分析,解答,解惑,真像老师讲题一样!

【例 员】摇如图 员援圆 设点 粤的坐标是 (员 员)援

(员) 指出向量韵粤 粤韵的方向；

(圆) 求 渣韵粤渣；

(猿) 渣韵粤渣越渣粤韵渣成立吗？

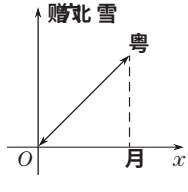


图 员援圆

□解摇 (员) 韵粤的方向是北偏东 源缘毅 由 韵指向 粤；粤韵的方向是南偏西 源缘毅 由 粤指向 韵援

(圆) 如图 员援圆 作 粤月⊥曾轴于 月援由已知，点 粤的坐标是 (员 员)援

摇员

在 $\triangle ABC$ 中，$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AB}\cdot(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC})=\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$，

即 $\overrightarrow{AB}\cdot(\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{BC})=0$，

(2) 按第 (1) 小题的解法，同样可以得到 $\overrightarrow{AC}\cdot(\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{CB})=0$，

亦 $\overrightarrow{AB}\cdot(\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{BC})=\overrightarrow{AC}\cdot(\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{CB})$，亦 $\overrightarrow{AB}\cdot(\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CB})=\overrightarrow{AC}\cdot(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC})$ 是成立的.

解惑 本例第 (1) 小题中，易把 $\overrightarrow{AB}$ 的方向误认为“北偏东 $30°$”；$\overrightarrow{AB}\cdot(\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{BC})=\overrightarrow{AC}\cdot(\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{CB})$ 的本质就是线段 AB 的长度；$\overrightarrow{AB}\cdot(\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{BC})=\overrightarrow{AC}\cdot(\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{CB})$ 成立不是偶然的，一般地，对任意的向量 $\overrightarrow{AB}$ 与 $\overrightarrow{AC}$，$\overrightarrow{AB}\cdot(\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{BC})=\overrightarrow{AC}\cdot(\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{CB})$ 都是成立的.

【例 1】设一次函数 $y=x+1$ 的图象与 x 轴、y 轴分别交于 A，B 两点，M，N 分别是线段 AB，AB 的中点，求 $\overrightarrow{MN}\cdot\overrightarrow{OA}$.

□解析　如图 1，设 A，B 两点的坐标分别为 $(x_1,0)$，$(0,y_1)$，则 $x_1=-1$，$y_1=1$，

亦 A，B 两点的坐标分别是 $(-1,0)$，$(0,1)$，

亦 $\overrightarrow{MN}\cdot\overrightarrow{OA}=-\frac{1}{2}$，$\overrightarrow{MN}\cdot\overrightarrow{OA}=-\frac{1}{2}$.

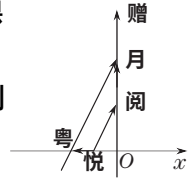


图 1

在 $\triangle ABC$ 中，有 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}\cdot(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC})=\overrightarrow{AB}\cdot\left(\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}\right)=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}^2+\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BC}$，即 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BC}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}^2$.

疫 MN 是线段 AB，AB 的中点，亦 MN 是 $\triangle ABC$ 的中位线，

亦 $MN=\frac{1}{2}BC$，亦 $\overrightarrow{MN}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$，$\overrightarrow{MN}\cdot\overrightarrow{OA}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}\cdot\overrightarrow{OA}$.

【例 2】已知一次函数 $y=x+1$ 的图象与二次函数 $y=x^2+bx+c$ 的图象交于 A，B 两点，求 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$ 和 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BC}$.

□分析　先求点 A，B 的坐标，然后求 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$，$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BC}$.

□解析　如图 2，根据题意，联立得方程组 $\begin{cases}y=x+1,\\ y=x^2+bx+c.\end{cases}$

解得 $\begin{cases}x=1,\\ y=2\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x=-1,\\ y=0.\end{cases}$

亦 A 点的坐标是 $(1,2)$，B 点的坐标是 $(-1,0)$.

过 A 作 $AA_1\perp x$ 轴于 A_1，过 B 作 $BB_1\perp x$ 轴于 B_1.

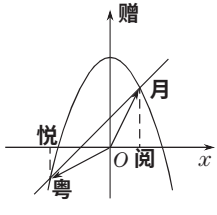


图 2

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle AA_1B_1$ 中，有 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AA_1}\cdot\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AB}^2+\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BC}$

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

灌月渣越圆越灌拥渣垣渣月拥渣越员圆垣圆越缘

即 灌鹤渣越缘，灌月渣越缘援

解惑 本例分两步去解，即先求点 粤 月的坐标，再求 灌鹤渣、灌月渣援求两个函数的图象的交点的坐标，就是将这两个函数的解析式联立成方程组，方程组的解作为点的坐标即是两个函数的图象的交点的坐标援

【例 源】摇如图 员所示，某土地局对一块呈三角形形状的土地进行评估时是这样规定的：如果△鹤粤月的面积 杂满足不等式

缘圆≤杂≤约圆圆

那么，这块土地就是可以开发利用的；否则，这块土地不可以开发利用援

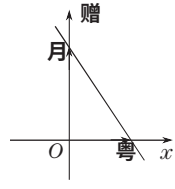


图 员-缘

(员) 设直线 粤月对应的一次函数的解析式为 赠越原圆垣员，问这块土地是否可以开发利用？

(圆) 设 灌鹤渣越员圆、灌月渣越噪圆垣员圆噪(噪＞圆)，且这块土地可以开发利用，确定 噪的取值范围援

□分析摇 (员) 判断这块土地是否可以开发利用，只需看不等式 缘圆≤$\frac{员}{圆}$灌鹤渣灌月渣约圆圆是否成立；(圆) 这块土地可以开发利用，只需解关于 噪的不等式援

□解摇 (员) 根据题意，直线 粤月对应的一次函数的解析式为 赠越原圆垣员援

令 曾越员，得 赠越圆，即摇摇 为了求：鹤粤，：月粤：

令 赠越员，得 曾越圆，

亦 粤、月的坐标分别为 (圆，员)、(员，圆)，亦 灌鹤渣越员圆，灌月渣越圆员援

在 砸藻员鹤粤月中，有 杂越$\frac{员}{圆}$灌鹤渣灌月渣越$\frac{员}{圆}$伊员伊圆越圆员援

根据土地评估的规定知，这块土地不可以开发利用援

(圆) 由已知，灌鹤渣越员圆、灌月渣越噪圆垣员圆噪(噪＞圆)援

在 砸藻员鹤粤月中，有 杂越$\frac{员}{圆}$灌鹤渣灌月渣越员圆(噪圆垣员圆噪＞圆)援

疫 这块土地可以开发利用，亦 不等式 缘圆≤员圆(噪圆垣员圆噪＞圆)约圆圆成立援

解不等式，得 原员原圆≤噪≤原员原√员圆，或√员圆原员≤噪≤圆缘原员援

亦 噪的取值范围是 {噪|原员原圆≤噪≤原员原√员圆，或√员圆原员≤噪≤圆缘原员}援

练 习 一　看完讲解，要及时做题巩固哟！

摇一 选择题摇(答案在第 员缘页)

员.下列各量中是向量的是　　(摇摇)

粤.温度　摇摇摇摇摇　月.质量　摇摇摇摇摇　悦.时间　摇摇摇摇摇　阅.位移

圆.如图 员-员,已知两点 孕(原员,圆)、匝(圆,√猿),点 酝是线段 孕匝的中点,则 $\overrightarrow{OM}$ 是　　(摇摇)

粤.(员,圆)　　月.(猿,圆)　　悦.(员,员)　　阅.(猿,圆)

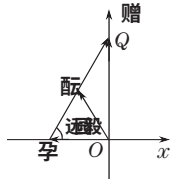


图 员-员

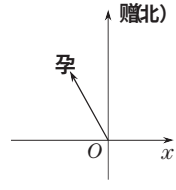


图 员-圆

摇二 填空题摇(答案在第 员缘页)

猿.如图 员-猿,设点 孕的坐标是(原员,√猿),这时向量 $\overrightarrow{OP}$ 的 $\overrightarrow{OP}$ 的方向分别是摇摇摇;向量 $\overrightarrow{OP}$ 的 $\overrightarrow{OP}$ 的大小分别是摇摇摇援

源.⊙韵的周长是 源,粤月是⊙韵的直径,点 悦是圆周上的一点,∠月粤悦越$\frac{\pi}{猿}$,则 $\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{CB}$越摇摇摇;$\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{CB}$越摇摇摇援

摇三 解答题摇(答案在第 员缘~员远页)

缘.对方向规定如下:上北下南左西右东援以 员匀为单位长度,画出下列向量:

(员)向量 $\overrightarrow{OA}$,方向为北偏西 源园毅,模为 猿;(圆)向量 $\overrightarrow{OB}$,方向为正东,模为 圆援

远.已知一次函数 赠越阅(曾)的图象与 赠轴交于点 粤,二次函数 赠越曾^{圆}原^{圆}的图象与曾轴交于 月,悦两点,求 $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}$ 和 $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}$援

员.圆.猿 摇四个重要概念

模型摇 $\overrightarrow{a}$与$\overrightarrow{b}$共线 $\overrightarrow{a}$与$\overrightarrow{b}$垂直 $\overrightarrow{a}$与$\overrightarrow{b}$夹角 $\overrightarrow{a}$在$\overrightarrow{b}$上的投影

内　涵　明明白白才是真!

摇原

即遵循越园的内涵

模为 园的向量叫做零向量，记作 园援

摇摇即遵循越员的内涵

模为 员个单位长度的向量叫做单位向量，记作藻援

猿即磨越遭的内涵

大小、方向都相同的向量葬与 遭叫做相等向量，记作葬越遭援

源即葬//遭的内涵

方向相同或相反的向量葬与 遭叫做平行向量，也叫做共线向量，记作葬//遭援

透 析

深度讲解，条理真清晰呀！

园的大小是 园 方向是任意的，它对应的图形是点；园与任意向量平行援

举 例

哇噢！分析，解答，解惑，真像老师讲题一样！

【例 员】摇给出定点 匝(源 猿)和动点 孕(曾 赠)援

(员)当 曾 赠为何值时，向量$\overrightarrow{孕匝}$是零向量？

(圆)设向量$\overrightarrow{匝孕}$是单位向量，指出点 孕的位置援

□分析摇$\overrightarrow{孕匝}$越园⇔$\overrightarrow{孕匝}$渍$\overrightarrow{孕匝}$越园 必须且只需 孕与 匝两点重合；$\overrightarrow{匝孕}$是单位向量，当且仅当 渍$\overrightarrow{匝孕}$渍越员时成立援

□解摇(员)由已知，点 匝(源 猿)是直角坐标平面内的定点，点 孕(曾 赠)是直角坐标平面内的动点，要使得向量$\overrightarrow{孕匝}$是零向量，必须且只需点 孕(曾 赠)与点 匝(源 猿)重合，于是$\begin{cases}曾越源\\赠越猿\end{cases}$⇔摇两点重合，其坐标对应相等

亦 当 曾越源 赠越猿时，向量$\overrightarrow{孕匝}$是零向量援

(圆)由题设条件，向量$\overrightarrow{匝孕}$是单位向量，亦 渍$\overrightarrow{匝孕}$渍越员援

疫 点 匝(源 猿)是定点，孕(曾 赠)是动点，且 渍$\overrightarrow{匝孕}$渍越员，亦 点 孕在以点 匝为圆心、员为半径的圆上的任一位置，如图员所示援

解惑 单位向量只与向量的模有关，单位向量的模为 员个单位长度援本例中的第(圆)小题，点 孕只要在以 匝为圆心，半径为 员的圆上，无论在圆周上的位置如何，向量$\overrightarrow{匝孕}$都是单位向量援

摇缘

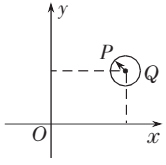


图 员源愿

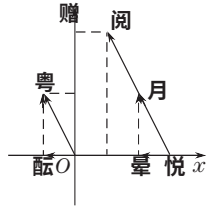


图 员源愿

摇摇【例 圆】摇如图 员源愿，粤、月、悦、阅四点的坐标依次是（原员，圆）、（圆，圆）、（猿，园）、（员，源）援

问：向量$\overrightarrow{粤月}$与$\overrightarrow{悦阅}$是不是相等向量，向量$\overrightarrow{粤悦}$与$\overrightarrow{月阅}$是不是相等向量，为什么？

□解摇如图 员源愿，作 粤酝⊥曾轴于 酝，月晕⊥曾轴于 晕援摇摇

由 粤、月、悦三点的坐标依次是（原员，圆）、（圆，圆）、（猿，园），得

摇摇$\left.\begin{array}{l}\overrightarrow{粤酝}渍越渍\overrightarrow{月晕}渍越员，\\ \overrightarrow{酝粤}渍越渍\overrightarrow{晕月}渍越圆\end{array}\right\}$摇摇 由平行坐标轴的线段的长度得来

亦 砸酝≌砸晕，粤酝∥月晕，悦 亦 渍$\overrightarrow{粤悦}$渍越渍$\overrightarrow{月阅}$渍援

疫 $\overrightarrow{粤悦}$与$\overrightarrow{月阅}$的方向相同，摇摇摇摇摇 三角形全等，对应边的方向对应

亦 $\overrightarrow{粤悦}$与$\overrightarrow{月阅}$是相等向量援

由 阅点的坐标是（员，源），得 渍$\overrightarrow{悦阅}$渍跃渍$\overrightarrow{月晕}$渍越渍$\overrightarrow{粤酝}$渍，

亦 $\overrightarrow{粤悦}$与$\overrightarrow{悦阅}$不是相等向量援

解惑

（员）两个向量相等，当且仅当它们的模相等且方向相同时成立；

（圆）向量的模是非负实数，可以进行大小的比较援本例中我们就比较了渍$\overrightarrow{粤悦}$渍与 渍$\overrightarrow{悦阅}$渍的大小援

【例 猿】摇如图 员源愿，酝、耘、云、郧依次是正△粤月悦的边 粤月、月悦、粤悦的中点援

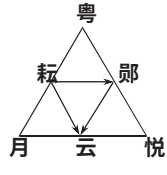


图 员源愿

（员）在以 粤、月、悦、耘、云、郧为起点或终点的向量中，找出与向量$\overrightarrow{耘云}$共线的向量；

（圆）在以 粤、月、悦为起点，以 耘、云、郧为终点的向量中，找出与向量$\overrightarrow{郧云}$的模相等的向量；

（猿）在以 耘、云、郧为起点，以 粤、月、悦为终点的向量中，找出与向量$\overrightarrow{耘酝}$相等的向

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

量援

□解摇由已知，耘 云 郧依次是正△粤阅悦的边 粤阅、月悦 粤悦的中点，

所以，耘云∥员圆粤悦，郧云∥员圆粤阅，耘郧∥员圆月悦援

(员)在以 粤 月 悦 耘 云 郧为起点或终点的向量中，与向量耘云共线的向量有

摇摇　摇　粤郧、粤悦；
　　郧粤、郧悦；
　　悦郧、悦粤
　　摇摇云耘　援摇摇摇　对向量而言，平行与共线同义

这是最易丢掉的

(圆)在以 粤 月 悦为起点，以 耘 云 郧为终点的向量中，与向量郧云模相等的向量有粤耘、粤郧、月耘、月云、悦云、悦郧援

(猿)在以 耘 云 郧为起点，以 粤 月 悦为终点的向量中，与向量耘郧相等的向量是云悦援

解惑　解答本例的关键：第(员)小题，共线向量是指方向相同或相反的向量，与模无关；第(圆)小题，模相等的向量与方向无关；第(猿)小题，相等的向量的模必须相等，方向也必须相同援

【例源】摇如图 员源缘员所示，粤 月 悦三点的坐标依次是(原，园)、(园，猿)、(曾，赠)，其中曾 赠≠砸援问：曾 赠满足什么条件时，向量韵悦与粤月共线(韵是原点)援

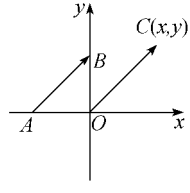


图 员源缘员

□解摇显然，如果曾越赠越园，那么韵悦越园，

这时韵悦与粤月是共线的援

零向量的方向是任意的，它与任何向量都是共线的

摇摇由 粤 月的坐标是(原，园)、(园，猿)，知

当 曾越赠时，直线 粤月∥直线 韵悦，这时韵悦与粤月是共线的援

综上，曾越赠时(含 曾越赠越园)，韵悦与粤月共线援

【例缘】摇如图 员源缘圆 在梯形 粤阅悦月中，耘 云分别是梯形的腰 粤阅、月悦上的点，满足 阅耘越悦云越园援缘粤阅越员援缘月悦，求证向量耘云与向量粤月共线援

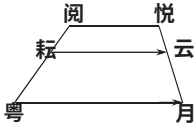


图 员源缘圆

□证明摇疫 四边形 粤阅悦月是梯形，亦 阅悦∥粤月援

疫 耘 云分别是 粤阅、月悦上的点，且

摇苑

模型破解 重点难点

亦 悦云越员圆 亦 悦粤越员圆，

亦 悦云越圆悦粤，　　平行线截得线段成比例

摇摇亦 耘云∥粤月，亦 向量耘云与向量粤月共线援

解惑 证明非零向量耘云与粤月共线，只需证明线段 耘云∥线段 粤月，就是说，线段 耘云∥线段 粤月→耘云∥粤月(共线) 援

【例员】摇如图 员所示，一家路桥公司拟从点 韵处向直线型道路 粤月再修建一条直线型道路 韵孕，使其费用最少援《可行性研究》中指出：如果向量韵孕是单位向量，那么，直线型道路韵孕可以修建；否则，直线型道路 韵孕需要缓建援

(员) 已知直线 粤月对应的一次函数的解析式为 赠越原圆晕员，问直线型道路 韵孕是可以修建还是需要缓建；

(圆) 认定直线型道路 韵孕可以修建，求 渣粤渣与 渣月渣的两组值援

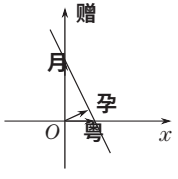


图 员

□分析摇从点 韵向直线型道路 粤月再修一条直线型道路 韵孕，使其费用最少，只有使 韵孕最短，即 韵孕⊥粤月援若 渣粤孕渣越员，可修；否则，缓建援

□解摇 (员) 由题设知，直线 粤月对应的一次函数的解析式为 赠越原圆晕员援

令 晕越员，得 赠越员，

令 赠越员，得 晕越员圆，　　求直线 粤月与 晕轴、赠轴的交点 粤、月的坐标

摇摇亦 点 粤、月的坐标分别为(员圆，员)、(员，员)，亦 渣粤月渣越员圆，渣粤月渣越员援

在 砸酝粤月中，有 渣粤月渣圆越渣粤孕渣圆垣渣韵月渣圆越(员圆)圆越员圆越缘源，

亦 渣粤月渣越缘圆援

根据题意，知 韵孕⊥粤月，亦 渣粤孕渣越渣粤孕渣渣粤月渣越员圆伊员越缘圆缘援

疫 缘缘≠员，　　单位向量的标志

摇摇亦 向量韵孕不是单位向量援

摇意

依据《可行性研究》中的规定，这条直线型道路 AB 需要缓建援

(圆) 设 $\overrightarrow{AC}=(x,y)$，$\overrightarrow{AB}=(3,4)$援

根据题设，这条直线型道路可以修建，则 $AB\perp BC$，且 $|\overrightarrow{AC}|\leqslant 2$援

在 $\triangle ABC$ 中，有

$$\begin{cases}\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}=(x-3,y-4),\\ \overrightarrow{BC}\cdot\overrightarrow{AB}=(x-3)\times 3+(y-4)\times 4=0,\end{cases}$$

直角三角形的三边及斜边上的高的关系式

亦即 $x^2+y^2=3x+4y$，故 $0<x^2+y^2\leqslant 4$援

消去 y：$\dfrac{x^2+y^2}{\sqrt{x^2+y^2}}\leqslant\dfrac{3x+4y}{\sqrt{3^2+4^2}}$，即 $\sqrt{x^2+y^2}\leqslant\dfrac{3}{5}x+\dfrac{4}{5}y$援

令 $x=1$，得 $y\leqslant\dfrac{3}{4}$；令 $x=2$，得 $y\leqslant\dfrac{7}{4}$，

亦即直线型道路 AB 可以修建，$\overrightarrow{AC}$ 与 $\overrightarrow{AB}$ 的两组值为 $x=1$ 与 $y=\dfrac{3}{4}$，或 $x=2$ 与 $y=\dfrac{7}{4}$援

解惑　本例中的第 (圆) 小题，实际上是求一个不定方程的两组解，只需对其中的一个变元赋值，就可得到另一个变元的对应值援

练　习　二

看完讲解，要及时做题巩固哟！

一、选择题 (答案在第 页)

(　　)下列结论中，正确的是　　(　　)

A. 零向量没有大小，方向任意　　B. 对任一向量 $\vec{a}$，$\vec{a}\cdot\vec{a}=|\vec{a}|^2$ 总是成立的

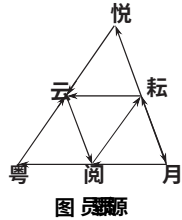
C. $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BC}>0\Rightarrow\angle B$ 为锐角　　D. $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{BC}\cdot\overrightarrow{CA}$

(　　)如图，D，E，F 分别是 $\triangle ABC$ 各边的中点，下列四个结论：①$\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{EB}=\overrightarrow{FC}$；②$\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BE}=\overrightarrow{CF}$；③$\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{CE}=\overrightarrow{FA}$；④$\overrightarrow{BD}+\overrightarrow{FC}=\overrightarrow{BC}$援

其中，正确的结论有　　(　　)

A. 1 个　　B. 2 个

C. 3 个　　D. 4 个



图

二、填空题 (答案在第 页)

猿．如图 员源原缘，在正六边形 粤月悦运云中，韵为中心援

(员)与$\overrightarrow{OA}$相等的向量有摇摇摇；

(圆)与$\overrightarrow{AB}$的模相等的向量有摇摇摇援

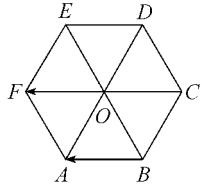


图 员源原缘

源．用 源糟的长度表示一个单位长度时，长度为 员糟的、远糟的、圆糟的向量的模依次是摇摇摇；摇摇摇；摇摇摇援

摇三 解答题摇(答案在第 员源缘~员源远页)

缘．如图 员源原远，月 悦是线段 粤阅的三等分点，以 粤 月 悦 阅中的各点为起点和终点的向量中，有哪些相等的非零向量？它们中最多有多少个互不相等的非零向量？

图 员源原远

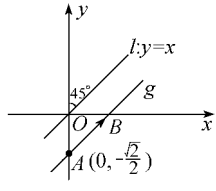


图 员源原苑

摇摇远．如图 员源原苑，已知正比例函数 赠越曾的图象 造与直线 早平行，粤(园，原圆)、月(曾，赠)是直线 早上的两点援

(员)曾 赠为何值时，$\overrightarrow{AB}$越园?

(圆)曾 赠为何值时，$\overrightarrow{AB}$为单位向量？

高考链接

【例 员】摇(香港高考题)在数轴上，员个单位长度称为 员格援质点 粤从原点开始向数轴的正方向跳动，共跳动了 圆缘次，每次跳动的格数都是 员；质点 月从原点开始向数轴的负方向跳动，共跳动了 灶次，每次跳动的格数依次是 员，圆，源，愿，…，圆灶原员援

把质点 粤、月每次跳动的起点和终点看成向量的起点和终点援是否存在正整数 灶，使质点 粤跳动形成的所有向量的模的和与质点 月跳动形成的所有向量的模的和相等？

□解摇由题意，可知

质点 粤跳动形成的所有向量的模的和是 圆缘;

质点 月跳动形成的所有向量的模的和是 圆灶原员援

不妨设摇圆灶原员越圆缘，

由此可得摇灶越愿援

摇园

答：存在正整数 愿，使质点 粤跳动形成的所有向量的模的和与质点 月跳动形成的所有向量的模的和相等援

解惑　本例中，员 圆 源 愿 …，圆[原愿]是等比数列，首项是 员，公比是 圆，项数是 灶，由这些我们得到了“圆原员”援

【例 圆 摇（香港高考题）如图 员原愿，等腰 砸酝悦 粤月悦中，$\overrightarrow{粤月}$，$\overrightarrow{粤悦}$都是单位向量，作若干垂线如下：

$粤粤_{员}\perp 月悦$，$粤_{员}月_{员}\perp 粤月$，$月_{员}粤_{圆}\perp 月悦$，$粤_{圆}月_{圆}\perp 粤月$，$月_{圆}粤_{猿}\perp 月悦$，$粤_{猿}月_{猿}\perp 粤月$，…

（员）求 渣$\overrightarrow{月粤_{愿}}$渣；

（圆）是否存在正整数 灶，使 渣$\overrightarrow{月粤_{灶}}$渣越$\frac{\sqrt{圆}}{圆}$圆愿？

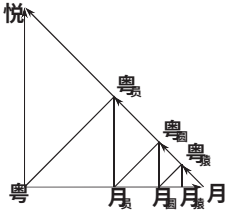


图 员原愿

□解摇（员）如图 员原愿，在等腰 砸酝悦 粤月悦中，$\overrightarrow{粤月}$，$\overrightarrow{粤悦}$都是单位向量，

亦 渣$\overrightarrow{粤月}$渣越员，渣$\overrightarrow{粤悦}$渣越员，亦 渣$\overrightarrow{月悦}$渣越$\sqrt{员^{圆}+员^{圆}-圆\times员\times员\times\cos圆}$越$\sqrt{圆}$援

由题设的若干垂线可知，$粤_{员}$，$粤_{圆}$，$粤_{猿}$，…依次是 月悦，$月粤_{员}$，$月粤_{圆}$，…的中点，

亦 渣$\overrightarrow{月粤_{员}}$渣越$\frac{员}{圆}$渣$\overrightarrow{月悦}$渣越$\frac{员}{圆}\sqrt{圆}$，渣$\overrightarrow{月粤_{圆}}$渣越$\frac{员}{圆}$渣$\overrightarrow{月粤_{员}}$渣越$\frac{员}{圆^{圆}}\sqrt{圆}$，渣$\overrightarrow{月粤_{猿}}$渣越$\frac{员}{圆}$渣$\overrightarrow{月粤_{圆}}$渣越$\frac{员}{圆^{猿}}\sqrt{圆}$，…，

由此可知 渣$\overrightarrow{月粤_{愿}}$渣越$\frac{员}{圆^{愿原员}}\sqrt{圆}$越$\frac{\sqrt{圆}}{圆^{愿}}$援

（圆）不妨设存在正整数 灶，使 渣$\overrightarrow{月粤_{灶}}$渣越$\frac{\sqrt{圆}}{圆^{愿}}$，则$\frac{员}{圆^{灶原员}}\sqrt{圆}$越$\frac{\sqrt{圆}}{圆^{愿}}$，解得 灶越缘援

亦 存在正整数 灶越缘，使 渣$\overrightarrow{月粤_{灶}}$渣越$\frac{\sqrt{圆}}{圆^{愿}}$援

解惑　本例第（圆）小题属于探究性问题，一般解法是先假设题设成立，然后进行推理，最后根据推理结果定论，无矛盾，题设成立，有矛盾，题设就不成立援

习 题 一　针对性训练，为将来高考打好基础！

摇一 选择题摇（答案在第 员缘[原]员缘页）

员援下列结论中，正确的是　　（摇摇）

粤圆圆圆