

KAODIANJIEMA

 考点解码 化整为零 各个击破

讲透

【重点难点】

主编 傅荣强

高中数学

讲练互动

数列

吉林教育出版社

摇摇摇摇版权所有摇翻印必究
摇举报电话(园原园)愿园缘怨愿 总编办)

☐讲透重点难点摇高中数学·数列

☐主摇摇编摇摇傅荣强

☐总 策 划:房海滨摇杨摇琳

☐责任编辑:杨摇琳摇高轶楠摇☐封面设计:王摇康

☐责任校对:卜莲清摇陈海燕摇☐责任印制:徐铁军

吉林教育出版社出版发行

长春市同志街 员愿员号摇邮编:员愿园园

电话:园原员一愿园缘怨愿摇愿园缘怨愿摇愿园缘怨愿

传真:园原员一愿园缘怨愿摇愿园缘怨愿

电子函件:曾源岳泽源电

吉林教育出版社制版

长春市博文印刷厂印装

新立城水库管理局院内摇邮编:员愿园园

园园愿年 苑月第 园版摇园园愿年 苑月第 园次印刷

开本:愿园伊愿园摇印张:愿园摇字数:愿园千

印数:愿园一愿园册

书号:陈晃怨愿苑景怨愿京怨愿京

定价:员愿园元



例题引路

举一反三

目录 Contents



模型破解重点难点

例题解析+训练套餐↓

- 讲述知识体系
- 解说知识点考点
- 诠释重点难点
- 教方法导引思路
- 涵盖所有题型
- 能够举一反三
- 答案详解



第一讲 数列的概念

数列的通项公式	模型摇葬越寒灶	(员)
数列的前灶项和	模型摇葬越灶葬	(苑)
通项与前灶项和的关系	模型摇葬越{葬(灶)葬原(灶>圆}	(员圆)
数列的递推公式	模型摇葬越葬原(葬原)	(员元)
数列与函数的对应关系	模型摇葬越寒灶——赠寒葬	(圆园)
高考链接		(圆元)



第二讲 等差数列

等差数列的定义	模型摇葬原葬越凿	(圆愿)
等差数列的通项公式	模型摇葬越葬垣(灶原)凿	(猿员)
等差数列的中项公式	模型摇葬越葬圆	(猿象)
等差数列的前灶项和公式(员)	模型摇葬越葬垣葬	(猿怨)

國際

園苑



豐原



高考链接



猿園



猱猿



獺

小徑

獵隊

高者鑑



模型揺葬原葬越葬与 $\frac{\text{遭葬}}{\text{遭葬}}$ 越葬 (愿圆)



	源圆	通项与通项的联系	
		模型摇葬越葬垣(灶原)凿与 遭越葬葬 ^{灶原}	(愿原)
	源猿	和与和的联系	
		模型摇葬越葬 ^灶 葬垣葬 ^灶 与 葬 ^灶 (员原葬 ^灶) 圆 员原葬 ^灶	(愿怨)
	源源	通项与和的联系	
		模型摇葬越葬垣(灶原)凿与 葬 ^灶 (员原葬 ^灶) 葬 ^灶 员原葬 ^灶	(怨猿)
		高考链接	(怨元)



第五讲 数列的典范结论

	源圆	求差法	
		模型摇葬原葬 ^灶 越葬 ^灶	(员圆)
	源圆	求比法	
		模型摇葬 ^灶 葬 ^灶 越葬 ^灶	(员圆)
	源猿	数列的一阶特征方程	
		模型摇葬越葬垣葬垣葬 ^灶	(员源)
	源源	数列的二阶特征方程	
		模型摇葬越葬垣葬垣葬 ^灶	(员圆)
		高考链接	(员圆)



第六讲 数列在生产、生活中的实际应用

	源圆	创新型应用题	(员源)
	源圆	探究型应用题	(员圆)
		高考链接	(员源)

- 复习参考题
- 答案与提示



第一讲 数列的概念

数列的通项公式 模型构建

内涵

明明白白才是真!

如果数列 $\{a_n\}$ 的第 n 项 a_n 与项数 n 之间的函数关系可以用数学模型 $a_n=f(n)$ 来表示,则称 $a_n=f(n)$ 为这个数列的通项公式

外延

深度讲解,条理真清晰呀!

根据数列 $\{a_n\}$ 的前几项,确定 $a_n=f(n)$,要从以下四个方面去考虑,即

(一)符号调整:

由 $(-1)^n$ 产生的符号规律是 原, 垣, 原, 垣, ...;

由 $(-1)^{n+1}$ 产生的符号规律是 垣, 原, 垣, 原, ...;

(二)归纳 a_n 的规律;

(三)求形如 $\{a_n\}$ 与 $\left\{\frac{a_n}{b_n}\right\}$ 形式的数列的通项公式,先分解后组合;

(四)掌握常见数列的通项公式:

简单数列	通项公式
员, 员, 员, 员, ...	$a_n = n$
员, 圆, 猿, 源, ...	$a_n = 2n$
圆, 源, 远, 愿, ...	$a_n = 3n$
员, 猿, 缘, 苑, ...	$a_n = 4n$
圆, 远, 员圆, 员圆, ...	$a_n = 5n$
员, 圆, 源, 愿, ...	$a_n = 6n$
员, 源, 怨, 员远, ...	$a_n = 7n$



简单数列	通项公式
员, 愿, 愿, 愿, ...	葬越灶
员, 愿, 员, 愿, ...	葬越(原)灶
愿, 员, 愿, 员, ...	葬越(原)灶
员, 愿, 猿, 愿, ...	葬越(原)灶
园, 员, 园, 员, ...	葬越(原)灶
员, 园, 员, 园, ...	葬越(原)灶
员, 愿, 愿, 愿, ...	葬越(原)灶



哇塞！分析、解答、解惑，真像老师讲题一样！

摇摇【例 员】摇写出下列数列的一个通项公式：

(员)猿, 缘, 怨, 苑, ...; 摇摇摇摇摇摇摇摇(圆)缘, 缘, 缘, 缘, ...;

(猿)猿, 愿, 猿, 愿, ...; (源)猿, 愿, 愿, 愿, ...;

(缘)猿, 愿, 怨, 愿, ...; (远)猿, 愿, 愿, 愿, ...;

(苑)猿, 猿, 愿, 愿, ...; (愿)猿, 愿, 愿, 愿, ...;

(怨)猿, 愿, 猿, 猿, ...; (员园)猿, 愿, 愿, 愿, ...;

(员员)猿, 灶, 猿, 灶, ...; (员圆)猿, 愿, 愿, 愿, ...援

□分析摇用观察法考察数列中的每一项与它的项数之间的对应关系，归纳各项数值的变化规律，建立模型 葬越灶

□解摇(员)葬越灶

(圆)把数列写成 缘(员), 缘(员), 缘(员), 缘(员), ...，所以 葬越(原)灶

(猿)观察数列各项符号：垣, 原, 垣, 原, ...，所以通项公式中含有因子(原)灶

而各项都可以写成幂的形式，幂底数是猿，幂指数依次为(圆)垣, 员, (圆)垣, 员, ...，将它们依次改写成(圆)垣, (圆)垣, (圆)垣, (圆)垣, ...，即(圆)垣, (圆)垣, (圆)垣, (圆)垣, ...，所以，此数列的通项公式为 葬越(原)灶



(源)数列从首项起,各项符号为原,垣,原,垣,...,且各项都是分数形式,分子都含有根式,被开方数减员都是正整数的平方,分母比分子的被开方数都小圆援

所以葬越原灶 $\frac{\sqrt{(灶圆)圆垣}}{(灶圆)圆}$ 援

(缘)把数列的各项都统一写成分数再观察援在数列 $\frac{员}{圆}, \frac{源}{圆}, \frac{怨}{圆}, \frac{员远}{圆}, \frac{圆缘}{圆}, \dots$ 中,分母均为圆,分子为灶,所以葬越 $\frac{灶}{圆}$ 援

(远)把数列改写成 $\frac{员}{圆}, \frac{员}{圆}, \frac{员}{圆}, \dots$,所以葬越 $\frac{员}{圆}$ 援

(苑)将数列的各项都统一写成无理数再观察援把数列写成 $\sqrt{猿}, \sqrt{怨}, \sqrt{员缘}, \sqrt{圆}, \sqrt{圆}, \dots$,即 $\sqrt{猿}员, \sqrt{猿}猿, \sqrt{猿}缘, \sqrt{猿}苑, \sqrt{猿}怨, \dots$,所以葬越 $\sqrt{猿圆}员$ 援

(愿)把数列写成 $\frac{员}{源}, \frac{缘垣}{员}, \frac{苑垣}{员}, \frac{怨垣}{猿}, \dots$,所以葬越 $\frac{圆垣}{圆垣}垣$ 援

(怨)把数列改写成 $\frac{员}{员}, \frac{员}{员垣}, \frac{员}{圆垣}, \frac{员}{圆垣}, \frac{员}{猿垣}, \frac{员}{猿垣}, \frac{员}{源垣}, \frac{员}{源垣}, \dots$,所以葬越 $\frac{员}{灶垣}$ 援

(员园)把数列改写成 $\frac{员}{圆}, \frac{员}{圆垣}, \frac{员}{圆垣垣}, \frac{员}{圆垣垣垣}, \dots$,所以葬越 $\frac{员}{圆垣}$ 援

(员员)数列的通项公式为葬越 $\frac{员}{圆}[(皂垣灶垣)圆]^{灶圆}[(皂垣灶垣)圆]$ 援

(员圆)数列化为 $\frac{员}{源}, \frac{猿}{圆}, \frac{缘}{猿}, \frac{苑}{缘}, \dots$,所以葬越 $\frac{圆垣}{圆垣}垣$ 援



(员)数列的通项公式可能不唯一援如(员员)小题中,数列的通项公式还可

写成葬越 $\begin{cases} 灶圆(灶是奇数), \\ 灶圆(灶是偶数) \end{cases}$ 援

(圆)数列是一种特殊的函数援函数可以没有解析式,所以,数列可以没有通项公式援

【例圆】解答下列各题:

(员)数列猿,苑,员猿,圆,猿,的一个通项公式是(摇摇)

葬越 $\frac{员}{圆垣}$ 援

葬越 $\frac{圆垣}{圆垣}$ 援

(圆)下列表达式中不能表示数列员,圆,员,圆,...的通项公式的是(摇摇)

猿



粵越員[(原) 灶 原]

月葬越 $\begin{cases} \text{原} \text{摇} (\text{灶为奇数}), \\ \text{园} \text{摇} (\text{灶为偶数}) \end{cases}$

愧葬越员[(原)灶员原]

越原員 員垣原 員垣原 員垣原

□解搖(員猿)伊(員弱)垣,苑越伊(員弱)垣,景越伊(員弱)垣,園越伊(員弱)垣...
亦葬越(員弱)垣垣越(員弱)垣垣援

洗 悦 媛

(圆)依葬越原,令灶越员,粤月阅三个选项中葬越原,而悦选项中葬越援
选悦援

【例 10】已知数列 $\{a_n\}$ 的通项公式是 $a_n = \begin{cases} n^2, & n \text{ 为奇数}, \\ n, & n \text{ 为偶数}, \end{cases}$

求此数列的前 n 项和.

□解摇把灶越员,猿,缘代入葬越葬灶垣垣葬(葬),得葬越葬葬垣垣葬(葬)越葬,葬越葬猿垣垣葬(葬)越葬苑,葬越葬缘垣垣葬(葬)越葬苑援

将炆_炆源_源远_远入_入葬_葬越_越原_原,得_得葬_葬越_越原_原越_越猿_猿,葬_葬越_越原_原越_越猿_猿,葬_葬越_越原_原越_越猿_猿
亦数列{葬}的前项依次为_越猿_猿,猿_猿,猿_猿,猿_猿,猿_猿

【例 1】已知数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = \frac{n^2 - 1}{n}$ ($n \in \mathbb{N}^*$) 求

(员)写出葬,葬,葬;

(圆苑) $\frac{1}{2}$ 是否是这个数列中的项？若是，是第几项？

☐解揺(員葬園越猿越猿)

[illegible]

葬^圉越^{(灶^圉圆)垠^圉愿^源垠^圉愿^援}
猿猿

(圓)由苑^猿越^燭垣^燭原^猿，得 燭越原^猿，或 燭越^猿緣

疫灶_∈晕*，亦灶越_∈缘。

亦殉葬是数列{葬}中的项，并且是数列的第葬项援



判断某数 皂是否是数列 $\{ 葬\}$ 中的项, 讨论关于 灶的方程 零灶 越皂是否存在正整数解援存在, 皂是数列中的项; 否则, 皂不是数列中的项援



摇摇【例 缘】先读图 员圆, 然后回答问题:

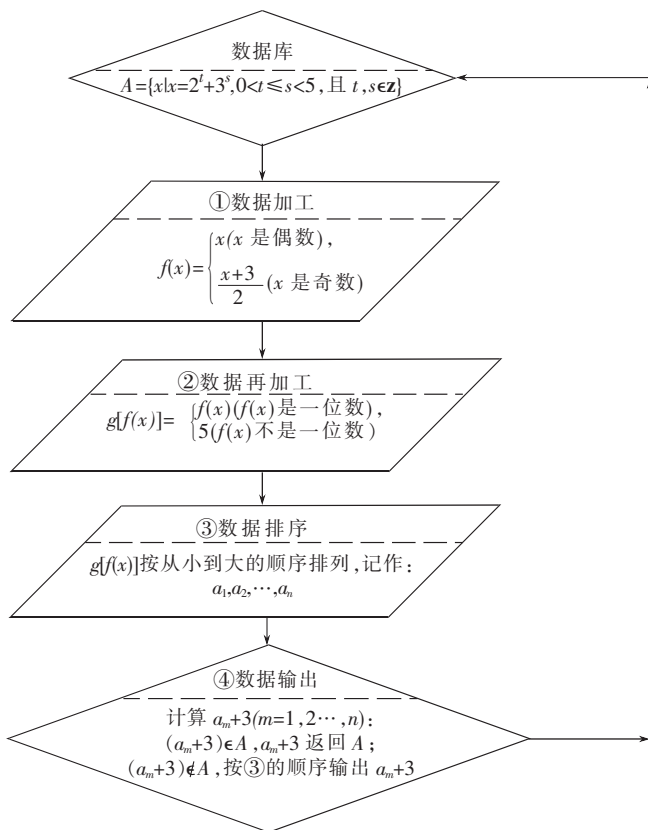


图 员圆

(员) 程序④中, 返回粤的葬垣猿存在吗?

(圆) 对程序④中输出的葬垣猿, 添加一个数, 使其与所有的葬垣猿构成数列{葬}, 并且{葬}满足葬_原葬_越葬_原葬_越葬_原葬_, 写出{葬}的通项公式援

解 (员) 由 园 约 葬 泽 缘, 且 葬 泽 在, 得 葬 越 泽, 泽 越 缘 时, 曾 越 泽 越 缘;
泽 越 圆 时, 曾 越 泽 越 圆;
泽 越 猿 时, 曾 越 泽 越 猿;
泽 越 源 时, 曾 越 泽 越 源;



圆时，曾^也圉^圉越^越越，
 贼^圆，泽^越 { 猿时，曾^也圉^圉越^越越，摇^越越，泽^越 { 猿时，曾^也圉^圉越^越越，越^越越，
 猿时，曾^也圉^圉越^越越，越^越越，泽^越 { 源时，曾^也圉^圉越^越越，越^越越，
 源时，曾^也圉^圉越^越越，越^越越

賦¹原²澤³原⁴，曾⁵國⁶垣⁷環⁸越⁹援¹⁰亦¹¹粵¹²越¹³緣¹⁴衆¹⁵，羣¹⁶鳳¹⁷猿¹⁸獾¹⁹，羣²⁰羣²¹羣²²羣²³援²⁴

疫曾是奇数，亦枣曾越^{曾猿}_圆援

疫 曾 粵 亦 來 曾 值 域 为 {源 苑 愿 阮 苑 怨 濂 源 漣 缘 援

疫 旱 枣 曾] 越 $\left\{ \begin{array}{l} \text{枣 曾 摇 [枣 曾 是 一 位 数]} \\ \text{缘 缘 [枣 曾 不 是 一 位 数]} \end{array} \right.$ 亦 旱 枣 曾] $\in \{ \text{源, 苑, 愿, 缘 援} \}$

亦数列{葬}中,葬_{越原},葬_{越缘},葬_{越苑},葬_{越愿}亦葬_{垣猿}越原垣猿,缘垣猿,苑垣猿,愿垣猿即葬_{垣猿}越苑,愿,苑,愿援

疫 员 入 粤, 返回重新加工, 得 葬 越 苑, 苑 回 猿 转 粤, 输出援

亦返回粵中的葬垣續存在，即葬垣裁歸粵。

(圆在愿和员之间添加怨使其与苑愿员构成数列{葬}:苑愿怨员员

葬,**愿**,**越**,**葬**,**愿**,**越**,亦数列苑,愿,怨,**愿**,**愿**的通项公式为

葬₄越垣₂元₂炷₂缘₂炷₂晕*)援



练习一

看完讲解,要及时做题巩固哟!

摇一 选择题摇(答案在第 员园页)

在数列 1, 3, 6, 10, 15, 21, 28, 36, 45, 55, 66, 78, 91, 105, 120, 136, 153, 171, 190, 210, 231, 253, 276, 300, 325, 351, 378, 406, 435, 465, 496, 528, 561, 595, 630, 666, 703, 741, 780, 820, 861, 903, 946, 990, 1035, 1081, 1128, 1176, 1225, 1275, 1326, 1378, 1431, 1485, 1540, 1596, 1653, 1711, 1770, 1830, 1891, 1953, 2016, 2080, 2145, 2211, 2278, 2346, 2415, 2485, 2556, 2628, 2701, 2775, 2850, 2926, 3003, 3081, 3160, 3240, 3321, 3403, 3486, 3570, 3655, 3741, 3828, 3916, 4005, 4095, 4186, 4278, 4371, 4465, 4560, 4656, 4753, 4851, 4950, 5050, 5151, 5253, 5356, 5460, 5565, 5671, 5778, 5886, 5995, 6105, 6216, 6328, 6441, 6555, 6670, 6786, 6903, 7021, 7140, 7260, 7381, 7503, 7626, 7750, 7875, 8001, 8128, 8256, 8385, 8515, 8646, 8778, 8911, 9045, 9180, 9316, 9453, 9591, 9730, 9870, 10011, 10153, 10296, 10440, 10585, 10731, 10878, 11026, 11175, 11325, 11476, 11628, 11781, 11935, 12090, 12246, 12403, 12561, 12720, 12880, 13041, 13203, 13366, 13530, 13695, 13861, 14028, 14196, 14365, 14535, 14706, 14878, 15051, 15225, 15400, 15576, 15753, 15931, 16110, 16290, 16471, 16653, 16836, 17020, 17205, 17391, 17578, 17766, 17955, 18145, 18336, 18528, 18721, 18915, 19110, 19306, 19503, 19701, 19900, 20100, 20301, 20503, 20706, 20910, 21115, 21321, 21528, 21736, 21945, 22155, 22366, 22578, 22791, 23005, 23220, 23436, 23653, 23871, 24090, 24310, 24531, 24753, 24976, 25200, 25425, 25651, 25878, 26106, 26335, 26565, 26796, 27028, 27261, 27495, 27730, 27966, 28203, 28441, 28680, 28920, 29161, 29403, 29646, 29890, 30135, 30381, 30628, 30876, 31125, 31375, 31626, 31878, 32131, 32385, 32640, 32896, 33153, 33411, 33670, 33930, 34191, 34453, 34716, 34980, 35245, 35511, 35778, 36046, 36315, 36585, 36856, 37128, 37401, 37675, 37950, 38226, 38503, 38781, 39060, 39340, 39621, 39903, 40186, 40470, 40755, 41041, 41328, 41616, 41905, 42195, 42486, 42778, 43071, 43365, 43660, 43956, 44253, 44551, 44850, 45150, 45451, 45753, 46056, 46360, 46665, 46971, 47278, 47586, 47895, 48205, 48516, 48828, 49141, 49455, 49770, 50086, 50403, 50721, 51040, 51360, 51681, 52003, 52326, 52650, 52975, 53301, 53628, 53956, 54285, 54615, 54946, 55278, 55611, 55945, 56280, 56616, 56953, 57291, 57630, 57970, 58311, 58653, 59000, 59348, 59697, 60048, 60399, 60751, 61104, 61458, 61813, 62169, 62526, 62884, 63243, 63603, 63964, 64326, 64689, 65053, 65418, 65784, 66151, 66519, 66888, 67258, 67629, 68001, 68374, 68748, 69123, 69499, 69876, 70254, 70633, 71013, 71394, 71776, 72159, 72543, 72928, 73314, 73701, 74089, 74478, 74868, 75259, 75651, 76044, 76438, 76833, 77229, 77626, 78024, 78423, 78823, 79224, 79626, 80029, 80433, 80838, 81244, 81651, 82059, 82468, 82878, 83289, 83701, 84114, 84528, 84943, 85359, 85776, 86194, 86613, 87033, 87454, 87876, 88299, 88723, 89148, 89574, 90001, 90429, 90858, 91288, 91719, 92151, 92584, 93018, 93453, 93889, 94326, 94764, 95203, 95643, 96084, 96526, 96969, 97413, 97858, 98304, 98751, 99199, 99648, 100098, 100549, 100999, 101450, 101901, 102353, 102805, 103258, 103711, 104165, 104619, 105074, 105529, 105985, 106441, 106898, 107355, 107813, 108271, 108730, 109189, 109649, 110109, 110569, 111030, 111491, 111952, 112414, 112876, 113339, 113802, 114265, 114729, 115193, 115658, 116123, 116588, 117054, 117520, 117986, 118453, 118920, 119387, 119855, 120323, 120791, 121260, 121729, 122198, 122668, 123138, 123608, 124079, 124550, 125021, 125492, 125964, 126436, 126908, 127380, 127853, 128326, 128800, 129273, 129747, 130221, 130695, 131170, 131644, 132119, 132594, 133069, 133544, 134020, 134495, 134971, 135447, 135923, 136400, 136876, 137353, 137830, 138307, 138784, 139262, 139740, 140218, 140696, 141174, 141652, 142131, 142610, 143089, 143568, 144047, 144526, 145006, 145485, 145965, 146445, 146925, 147405, 147885, 148365, 148846, 149326, 149807, 150287, 150768, 151248, 151729, 152209, 152690, 153171, 153652, 154133, 154614, 155095, 155576, 156057, 156538, 157019, 157500, 157981, 158462, 158943, 159424, 159905, 160386, 160867, 161348, 161829, 162310, 162791, 163272, 163753, 164234, 164715, 165196, 165677, 166158, 166639, 167120, 167601, 168082, 168563, 169044,

粵 願, 源, 員 搖 搖 搖 搖 搖 搖 搖 搖 月 員 猿, 猿, 員 猿

懷圓原，圓袁，吳袁 閱圓懸，圓苑，吳袁

在数列 $\{a_n\}$ 中, 已知 a_n 越 n 越 n 越 n , 判断 a_1 和 a_2 是否是数列 $\{a_n\}$ 的项, 正确结论是 () (摇摇)

粵語是，英語不是 月語不是，英語是

愧愿怨与贡西都是 愧愿怨与贡西都不是

摇二 填空题摇(答案在第 员圆页)

若数列 $\{a_n\}$ 的通项公式是 $a_n = \frac{1}{n}$ ，则 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$ 。

源数列 圆, 圆, 源, 源, 远, 远, ... 的一个通项公式为摇摇摇援

摇三 解答题摇(答案在第 员圆页)

数列 $\{x_n\}$ 中, x_n 对所有的 $n \geq n_0$, x_n 都有 $x_n - x_0 \leq \frac{1}{n}$

(员)求葬垣葬; (圆)葬是此数列中的项吗?



先鋒專題 建模解題



考點解碼

已知数列 $\{a_n\}$ 的通项公式是 $a_n = \frac{n}{n^2 + 1}$ ，求数列 $\{a_n\}$ 中的最大项

模型：数列的前 n 项和

模型：数列的前 n 项和



內容

涵

明明白白才是真!

称 $S_1, S_2, \dots, S_n$ 是数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，用数学模型表示就是 $S_n = \sum_{k=1}^n a_k$



運析

析

深度讲解，条理真清晰呀!

$S_n = \sum_{k=1}^n a_k$ 的求解方法有：

(1) 倒序相加法

由 $S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n$ 和 $S_n = a_n + a_{n-1} + \dots + a_1$ 两式相加，得 $2S_n = (a_1 + a_n) + (a_2 + a_{n-1}) + \dots + (a_n + a_1)$ ，由此可得 S_n

(2) 错位相减法

原式 $S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n$ ，或 $S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n$ ，(错开一位相减)形成规律以后， S_n 或 a_n 是可求的，由此可得 S_n

(3) 裂项相消法

把 a_n 分裂成两项，即 $a_n = b_n - b_{n+1}$ ，就有

$S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n = (b_1 - b_2) + (b_2 - b_3) + \dots + (b_n - b_{n+1}) = b_1 - b_{n+1}$

和式中的一些项相互抵消，达到求 S_n 的目的

(4) 并项转化法

将数列的某些项分组合并后转化为特殊数列，再求 S_n



例题

例

哇塞！分析、解答、解惑，真像老师讲题一样!

【例1】设 $a_n = \frac{n}{n^2 + 1}$ ，求和 $S_n = \frac{1}{1^2 + 1} + \frac{1}{2^2 + 1} + \dots + \frac{1}{n^2 + 1}$

摇范



☐解揺疫(本)噪(垣)垣(垣)源(垣)越(垣)源(垣)越(垣)垣(垣)源(垣)垣(垣)

越源垣源圆
源垣源伊原源垣圆圆垣
越员噪员圆...员源

亦圆越〔^(员)_圆〕垣〔^(圆)_圆〕垣〔^(圆)_圆〕垣〔^(圆)_圆〕垣…垣〔^(圆)_圆〕垣〔^(员)_圆〕越
圆源亦杂圆暖



本题的求和的方法是倒序相加，即把 杂的正序与倒序对应相加，形成规律，达到求和目的。

【例圆】摇求和 杂₊越袁垣袁垣..垣袁援

□解搖疫杂越_灶垠_泉垠_圖垠_猿垠_猿..垠_壯,

亦猿越源垣垣垣垣垣垣垣垣援

②原①，得圖_社越_社猿_員原猿，亦_社越_員猿_猿（猿_猿原猿）援

【例猿】摇设灶₁ ∈ 晕^{*}，分别求出下列各题中的 杂_灶：

(员)杂越 $\frac{\text{员}}{\text{圆伊原}}$ $\frac{\text{垣}}{\text{源伊元}}$... $\frac{\text{垣}}{\text{圆伊垣}}$;摇(圆)杂越 $\frac{\text{员}}{\text{员伊源}}$ $\frac{\text{垣}}{\text{圆伊原}}$... $\frac{\text{垣}}{\text{灶伊垣}}$;

(猿) 杂 越 员 垣 员 垣 .. 垣 员 ;
 灶 伊 原 圆 伊 缘 灶 灶 垣 猿

(源杂越 员垣 员垣...垣 员援
员伊圆伊猿 圆伊猿伊原 ... 灶灶垣员(灶垣圆)

□解摇(员疫 员越 员伊 员越 员(员原 员))

亦 杂 越 $\frac{员}{源}(\frac{员}{原} \frac{员}{圆})$ 垣 $\frac{员}{源}(\frac{员}{原} \frac{员}{猿})$ 垣 $\frac{员}{源}(\frac{员}{原} \frac{员}{源})$ 垣... 垣 $\frac{员}{源}(\frac{员}{原} \frac{员}{灶})$

越源(员原员)
越灶援
越源灶员

化简后剩两项

(圆)疫 员 越 员 (员 员
灶灶垣圆) 圆 (灶原 灶垣圆)



$$\begin{aligned} & \text{亦杂越} \frac{\text{员}}{\text{圆}} \left(\frac{\text{员}}{\text{原}} \frac{\text{员}}{\text{猿}} \right) \text{垣} \frac{\text{员}}{\text{圆}} \left(\frac{\text{员}}{\text{原}} \frac{\text{员}}{\text{源}} \right) \text{垣} \frac{\text{员}}{\text{圆}} \left(\frac{\text{员}}{\text{原}} \frac{\text{员}}{\text{缘}} \right) \text{垣} \dots \text{垣} \frac{\text{员}}{\text{圆}} \left(\frac{\text{员}}{\text{原}} \frac{\text{员}}{\text{员}} \right) \text{垣} \\ & \frac{\text{员}}{\text{圆}} \left(\frac{\text{员}}{\text{灶}} \frac{\text{员}}{\text{灶圆}} \right) \\ & \text{越} \frac{\text{员}}{\text{圆}} \left(\frac{\text{员}}{\text{垣}} \frac{\text{员}}{\text{圆}} \frac{\text{员}}{\text{原}} \frac{\text{员}}{\text{灶圆}} \frac{\text{员}}{\text{原}} \frac{\text{员}}{\text{垣}} \right) \leftarrow \text{化简后剩四项} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \text{越} \frac{\text{员}}{\text{圆}} \left[\frac{\text{猿}}{\text{圆}} \frac{\text{员}}{\text{原}} \frac{\text{员}}{\text{灶圆}} \frac{\text{员}}{\text{垣}} \right] \text{越} \frac{\text{猿}}{\text{源}} \frac{\text{垣}}{\text{灶圆}} \frac{\text{灶}}{\text{垣}} \text{援} \\ & (\text{猿疫} \frac{\text{员}}{\text{灶灶圆}} \text{越} \frac{\text{员}}{\text{猿}} \left(\frac{\text{员}}{\text{灶}} \frac{\text{员}}{\text{原}} \frac{\text{员}}{\text{垣}} \right), \\ & \text{亦杂越} \frac{\text{员}}{\text{猿}} \left(\frac{\text{员}}{\text{原}} \frac{\text{员}}{\text{源}} \frac{\text{垣}}{\text{圆}} \frac{\text{员}}{\text{原}} \frac{\text{垣}}{\text{缘}} \frac{\text{猿}}{\text{远}} \frac{\text{员}}{\text{源}} \frac{\text{垣}}{\text{苑}} \frac{\text{员}}{\text{缘}} \frac{\text{愿}}{\text{垣}} \dots \frac{\text{垣}}{\text{灶原}} \frac{\text{员}}{\text{灶圆}} \frac{\text{垣}}{\text{灶}} \right. \\ & \left. \frac{\text{员}}{\text{原}} \frac{\text{员}}{\text{灶圆}} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \text{越} \frac{\text{员}}{\text{猿}} \left(\frac{\text{员}}{\text{垣}} \frac{\text{员}}{\text{圆}} \frac{\text{员}}{\text{猿}} \frac{\text{员}}{\text{原}} \frac{\text{员}}{\text{灶圆}} \frac{\text{员}}{\text{原}} \frac{\text{员}}{\text{垣}} \right) \leftarrow \text{化简后剩六项} \\ & \text{越} \frac{\text{员}}{\text{猿}} \left[\frac{\text{猿}}{\text{远}} \frac{\text{垣}}{\text{灶圆}} \frac{\text{垣}}{\text{灶圆}} \frac{\text{垣}}{\text{灶圆}} \right] \text{越} \frac{\text{猿}}{\text{源}} \frac{\text{垣}}{\text{灶圆}} \frac{\text{垣}}{\text{灶圆}} \frac{\text{垣}}{\text{灶圆}} \text{援} \\ & (\text{源疫} \frac{\text{员}}{\text{灶灶圆}} \frac{\text{员}}{\text{垣}} \text{越} \frac{\text{员}}{\text{垣}} \left[\frac{\text{员}}{\text{灶灶圆}} \right] \text{越} \frac{\text{员}}{\text{圆}} \frac{\text{垣}}{\text{灶圆}} \left(\frac{\text{员}}{\text{灶}} \frac{\text{员}}{\text{垣}} \right) \\ & \text{越} \frac{\text{员}}{\text{圆}} \left[\frac{\text{员}}{\text{灶灶圆}} \frac{\text{员}}{\text{原}} \frac{\text{员}}{\text{垣}} \right], \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \text{亦杂越} \frac{\text{员}}{\text{圆}} \left(\frac{\text{员}}{\text{伊圆}} \frac{\text{员}}{\text{原}} \frac{\text{员}}{\text{伊猿}} \right) \text{垣} \frac{\text{员}}{\text{圆}} \left(\frac{\text{员}}{\text{伊圆}} \frac{\text{员}}{\text{原}} \frac{\text{员}}{\text{伊源}} \right) \text{垣} \frac{\text{员}}{\text{圆}} \left(\frac{\text{员}}{\text{伊圆}} \frac{\text{员}}{\text{原}} \frac{\text{员}}{\text{伊缘}} \right) \text{垣} \dots \text{垣} \\ & \frac{\text{员}}{\text{圆}} \left[\frac{\text{员}}{\text{灶灶圆}} \frac{\text{员}}{\text{原}} \frac{\text{员}}{\text{垣}} \right] \\ & \text{越} \frac{\text{员}}{\text{圆}} \left[\frac{\text{员}}{\text{伊圆}} \frac{\text{员}}{\text{原}} \frac{\text{员}}{\text{垣}} \right] \text{越} \frac{\text{垣}}{\text{源}} \frac{\text{灶灶圆}}{\text{垣}} \text{援} \end{aligned}$$



解惑

本题的求和的方法是把 $\frac{\text{猿}}{\text{源}}$ 分裂成两项，达到化简求和的目的援这样的例

子很多，如： $\frac{\text{员}}{\text{灶灶圆}} \text{越} \frac{\text{员}}{\text{源}} \left(\frac{\text{员}}{\text{灶}} \frac{\text{员}}{\text{原}} \frac{\text{员}}{\text{垣}} \right), \dots, \frac{\text{员}}{\text{灶灶圆}} \text{越} \frac{\text{员}}{\text{灶}} \left(\frac{\text{员}}{\text{灶}} \frac{\text{员}}{\text{原}} \frac{\text{员}}{\text{垣}} \right)$ (噪 $\in$ 晕*)； $\frac{\text{员}}{\sqrt{\text{灶垣圆垣灶}}} \text{越} \sqrt{\text{灶垣圆}} \frac{\text{员}}{\text{垣}} \frac{\text{员}}{\sqrt{\text{灶垣圆垣灶}}}$

($\sqrt{\text{灶垣圆}} \frac{\text{员}}{\text{原}} \frac{\text{员}}{\text{垣}} \dots, \frac{\text{员}}{\sqrt{\text{灶垣圆垣灶}}} \text{越} \frac{\text{员}}{\text{噪}} \left(\sqrt{\text{灶垣圆}} \frac{\text{员}}{\text{原}} \frac{\text{员}}{\text{垣}} \right)$ (噪 $\in$ 晕*)援



【例 1】已知数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = \frac{1}{n} \left(\frac{1}{n} + \frac{1}{n+1} \right)$ ，求数列的前 n 项和 S_n 。

□ 解 由 $a_n = \frac{1}{n} \left(\frac{1}{n} + \frac{1}{n+1} \right)$ 得 $a_n = \frac{1}{n^2} + \frac{1}{n(n+1)}$ 。

当 n 为偶数时， $S_n = \frac{1}{1^2} + \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \cdots + \frac{1}{n^2} + \frac{1}{n(n+1)}$ 。

当 n 为奇数时， $S_n = \frac{1}{1^2} + \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \cdots + \frac{1}{n^2} + \frac{1}{n(n+1)}$ 。

$S_n = \frac{1}{1^2} + \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \cdots + \frac{1}{n^2} + \frac{1}{n(n+1)}$ 。

综上所述， $S_n = \frac{1}{n} \left(\frac{1}{n} + \frac{1}{n+1} \right)$ 。

【例 2】设数列 $\{a_n\}$ 的通项公式是 $a_n = \frac{1}{n} \left(\frac{1}{n} + \frac{1}{n+1} \right)$ ，求 S_n 。

(员) 求 S_n 。

(圆) 如果存在某个 n ，使得 S_n 中的 a_n 满足关系式 $a_n = \frac{1}{n} \left(\frac{1}{n} + \frac{1}{n+1} \right)$ ，那么称 n 是 S_n 的平衡数；否则，称 n 是 S_n 的非平衡数。

① $n=1$ 是 S_n 的平衡数吗？是，求 S_n ；不是，说明理由。

② 当 $n=2$ 时，求 S_n 的平衡数。

□ 解 由 (员) 当 $n=2$ 时， $S_n = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \right) = \frac{5}{12}$ 。

亦 $S_n = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \right) = \frac{5}{12}$ 。

$S_n = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \right) = \frac{5}{12}$ 。

当 $n=2$ 时， $S_n = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \right) = \frac{5}{12}$ ，即 $S_n = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \right) = \frac{5}{12}$ 。

亦 $S_n = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \right) = \frac{5}{12}$ ，亦 $S_n = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \right) = \frac{5}{12}$ 。

(圆) ① 把 $n=1$ ， $S_n = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \right) = \frac{5}{12}$ 代入 $S_n = \frac{1}{n} \left(\frac{1}{n} + \frac{1}{n+1} \right)$ 得 $\frac{5}{12} = \frac{1}{1} \left(\frac{1}{1} + \frac{1}{2} \right) = \frac{3}{2}$ 。



通项与前 n 项和的关系

模型 递推 $\begin{cases} a_n = a_{n-1} + d \\ a_n = a_{n-1} \cdot q \end{cases}$



内容

明明白白才是真!

递推与 a_n 的关系: $\begin{cases} a_n = a_{n-1} + d \\ a_n = a_{n-1} \cdot q \end{cases}$



递推

深度讲解, 条理真清晰呀!

应用 递推与 a_n 的关系求 a_n , 分三个步骤:

第一步: 当 $n=1$ 时, 计算 a_1 ;

第二步: 当 $n \geq 2$ 时, 计算 $a_n = a_{n-1} + d$;

第三步: 检验 $a_n = a_{n-1} + d$ 是否适合 $a_n = a_{n-1} + d$ ($n \geq 2$) 援 a_n 适合 $a_n = a_{n-1} + d$ ($n \geq 2$) 时 通项公式可合并成为一个式子, 即 $a_n = a_1 + (n-1)d$; 否则, 通项

公式应写成分段函数的形式, 即 $a_n = \begin{cases} a_1 & n=1 \\ a_1 + (n-1)d & n \geq 2 \end{cases}$



举例

哇塞! 分析, 解答, 解惑, 真像老师讲题一样!

【例 1】已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n = n^2 + 2n$, 求数列的通项公式

□解 当 $n=1$ 时, $a_1 = S_1 = 1^2 + 2 \times 1 = 3$;

当 $n \geq 2$ 时, 有 $a_n = S_n - S_{n-1} = (n^2 + 2n) - [(n-1)^2 + 2(n-1)] = 2n + 1$;

$a_1 = 3$ 不适合表达式 $a_n = 2n + 1$, 亦 $a_n = \begin{cases} 3 & n=1 \\ 2n+1 & n \geq 2 \end{cases}$

【例 2】已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n = \frac{n^2 + 1}{2}$, 求通项 a_n

□解 当 $n=1$ 时, $a_1 = S_1 = \frac{1^2 + 1}{2} = 1$;

当 $n \geq 2$ 时, $a_n = S_n - S_{n-1} = \frac{n^2 + 1}{2} - \frac{(n-1)^2 + 1}{2} = n$;