

尖子生题库

高一数学上

主编 关成志 曹忠生

编者 曹忠生

辽宁教育出版社出版、发行

(沈阳市和平区十一纬路 25 号 邮政编码 110003)

北宁市印刷厂印刷

开本：880 毫米×1230 毫米 1/32 字数：150 千字 印张：6
2006 年 6 月第 7 版 2006 年 6 月第 17 次印刷

责任编辑：崔 崇 王 莹 责任校对：崔 岩
赵妹玲

封面设计：杜 江 版式设计：熊 飞

ISBN 7-5382-3896-4/G·3151

定 价：8.00 元

目 录

第一章 集合与简易逻辑

一 集合	2
1.1 集合	2
1.2 子集、全集、补集	5
1.3 交集、并集	8
1.4 含绝对值的不等式解法	14
1.5 一元二次不等式解法	17
二 简易逻辑	21
1.6 逻辑联结词	21
1.7 四种命题	23
1.8 充分条件与必要条件	25
第一章综合能力测试	27

第二章 函数

一 函数	33
2.1 函数	33
2.2 函数的表示	38
2.3 函数的单调性	43
2.4 反函数	47
二 指数与指数函数	51
2.5 指数	51
2.6 指数函数	54
三 对数与对数函数	59
2.7 对数	59

2.8 对数函数	62
2.9 函数的应用举例	67
第二章综合能力测试	72
第三章 数列	
3.1 数列	77
3.2 等差数列	81
3.3 等差数列的前 n 项和	85
3.4 等比数列	88
3.5 等比数列的前 n 项和	92
第三章综合能力测试	95
期中质量评估测试题	99
期末质量评估测试题	103
参考答案及提示	107



第一章 集合与简易逻辑



重点、难点、考点点拨

重点：集合的运算；绝对值不等式及一元二次不等式的解法；理解四种命题及其相互关系；利用充要条件进行简单命题的等价转换.

难点：进行集合运算时，正确理解用集合语言表述内容广泛的各种数学问题；理解一元二次函数、一元二次方程、一元二次不等式三者间的内在联系，掌握一元二次不等式的解法，从中体会数形结合思想与分类讨论思想的运用；利用充要条件进行简单命题的等价转换.

考点：集合与对应的思想、数形结合的思想以及等价转化的思想在本章中表现得较突出，这些内容的考查是较突出的. 由于方程、不等式、曲线、平面区域等有关知识都可以用集合来表达，使集合的有关内容运用广泛，综合性强，是考查的一个内容；一元二次不等式的解法；判断命题的充要性.



- A. $M \subsetneq N$ B. $N \subsetneq M$
C. $M=N$ D. $M \neq N$

11. 设非空集合 $A \subseteq \{1, 2, 3, 4, 5\}$, 若 $a \in A$, 则 $6-a \in A$, 那么满足条件的集合 A 的个数是 ()

- A. 4 B. 5
C. 7 D. 31

12. 设全集 $I = \{1, 3, 5, 7, 9\}$, 集合 $A = \{1, |a-5|, 9\}$, $\complement_I A = \{5, 7\}$, 则 a 的值为 ()

- A. 2 B. 8
C. -2 或 8 D. 2 或 8

三、计算题

13. 若集合 $A \subset \{0, 1, 2, 3\}$, 且 A 中至多有一个奇数, 则这样的集合 A 共有多少个?

四、证明题

14. 已知 $A = \{a \mid a = x^2 - y^2, x \in \mathbf{Z}, y \in \mathbf{Z}\}$, $B = \{b \mid b = 2k+1 \text{ 或 } b = 4k, k \in \mathbf{Z}\}$.

求证: $A=B$.

五、解答题

15. 当元素是正整数的集合 A 满足命题“如果 $x \in A$, 则 $8-x \in A$ ”时, 回答下列问题:

- (1) 试写出只有一个元素的 A ;
- (2) 试写出元素个数为 2 的 A 的全部;
- (3) 满足上述命题的集合 A 总共有多少个?

六、兴趣题

16. 写出满足 $\{1, 2\} \subsetneq X \subsetneq \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 的集合 X .

17. 已知集合 $A = \{x \mid -2 \leq x < 5\}$, $B = \{x \mid m+1 \leq x \leq 2m-1\}$, 满足 $B \subseteq$



A , 求实数 m 的取值集合.

18. 设集合 $A = \{x \mid x^2 + (b+2)x + b + 1 = 0, b \in \mathbf{R}\}$, 求 A 中所有元素之和.

19. 已知集合 $A = \{x \mid -2k + 6 < x < k^2 - 3\}$, $B = \{x \mid -k < x < k\}$, 若 $A \subsetneq B$, 求实数 k 的取值范围.



1.3 交集、并集

一、填空题

1. 已知集合 A 、 B 、 C ，分别求出下列图中阴影部分表示的集合：

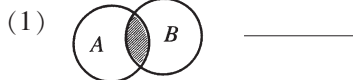


图 1—01

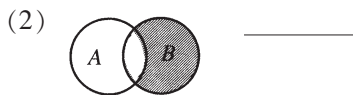


图 1—02

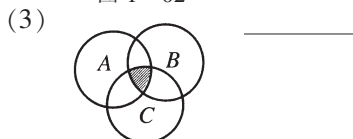


图 1—03

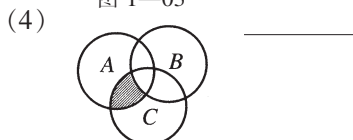


图 1—04

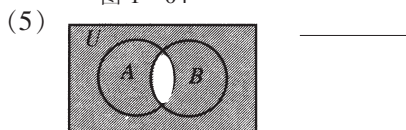


图 1—05

2. 若 $A = \{x | x=2n, n \in \mathbf{Z}\}$, $B = \{x | x=3n, n \in \mathbf{Z}\}$, 则 $A \cap B =$ _____.

3. 若 $A = \{x | x < 3, x \in \mathbf{N}\}$, $B = \{x | x > 2, x \in \mathbf{N}\}$, 则 $A \cup B =$ _____.

4. 设全集 $U = \{a, b, c, d, e\}$, $M = \{a, c, d\}$, $N = \{b, d, e\}$, 则 $(\complement_U M) \cap (\complement_U N) =$ _____.

5. 设全集 $U = \{(x, y) | x \in \mathbf{R}, y \in \mathbf{R}\}$, 集合 $A = \left\{ (x, y) \mid \frac{y-4}{x-2} = 3 \right\}$,

$B = \{(x, y) | y = 3x - 2\}$, 则 $(\complement_U A) \cap B =$ _____.

7. 已知集合 $A = \{x | a \leq x \leq 3\}$, 若 $A \cup \mathbf{R}^+ \neq \mathbf{R}^+$, 则实数 a 的取值范

8. 全集 $U = \{a \mid 1 \leq a \leq 100, a \in \mathbf{Z}\}$, 集合 $A \subset U$ 且 $A = \{\text{奇数}\}$, 集

合 $B = \{b \mid 1 < b < 100, b = 3k, k \in \mathbf{Z}\}$, 则 $(\mathcal{L}_V A) \cap B$ 中数值最大的元素是_____.

9. 若全集有 17 个元素, A 集合有 14 个元素, B 集合有 7 个元素, 则 $A \cup B$ 的元素个数最多有 _____ 个, $A \cap B$ 的元素个数最少有 _____ 个.

10. 设全集是 I , 非空集合 P, Q 满足 $P \subsetneq Q \subsetneq I$. 若含 P, Q 的一个集合运算表达式, 使运算结果为空集 $\emptyset$, 则这个运算表达式可以是 _____.

11. 设全集 $U = \{0, 1, 2, 3, 4\}$, 集合 $A = \{0, 1, 2, 3\}$, 集合

$B = \{2, 3, 4\}$, 则 $(\complement_U A) \cup (\complement_U B) = (\quad)$

- A. $\{0\}$ B. $\{0, 1\}$
C. $\{0, 1, 4\}$ D. $\{0, 1, 2, 3, 4\}$

12. 设全集 $U = \{0, -1, -2, -3, -4\}$, 集合 $M = \{0, -1, -2\}$,

$N = \{0, -3, -4\}$, 则 $N \cap (\complement_U M) = (\quad)$

- A. $\{0\}$
B. $\{-3, -4\}$
C. $\{-1, -2\}$
D. $\emptyset$

13. 已知全集 $U=\mathbf{N}$, 集合 $A=\{x \mid x=2n, n \in \mathbf{N}\}$, $B=\{x \mid x=4n, n \in \mathbf{N}\}$, 则 ()

- A. $U=A \cup B$
B. $U= (\complement_U A) \cup B$
C. $U=A \cup (\complement_U B)$
D. $U= (\complement_U A) \cup (\complement_U B)$

14. 设 U 是全集, 集合 A 、 B 满足 $A \subsetneq B$, 则下列命题不成立的是



()

A. $A \cup B = B$

B. $A \cap B = A$

C. $A \cup (\complement_U B) = U$

D. $(\complement_U A) \cup B = U$

15. 设全集 $U = \mathbf{R}$, $M = \{x \mid x \leq 1 + \sqrt{2}, x \in \mathbf{R}\}$, $N = \{1, 2, 3, 4\}$, 则 $(\complement_U M) \cap N$ 等于 ()

A. $\{4\}$

B. $\{3, 4\}$

C. $\{2, 3, 4\}$

D. $\{1, 2, 3, 4\}$

16. 已知全集 U , 集合 $M, N \subsetneq U$, 若 $M \cap N = N$, 则 ()

A. $(\complement_U M) \supsetneq (\complement_U N)$

B. $M \supsetneq (\complement_U N)$

C. $(\complement_U M) \subseteq (\complement_U N)$

D. $M \supsetneq (\complement_U N)$

17. 如图 1—06, U 是全集, M, P, S 是 U 的三个子集, 则阴影部分所表示的集合是 ()

A. $(M \cap P) \cap S$

B. $(M \cap P) \cup S$

C. $(M \cap P) \cap (\complement_U S)$

D. $(M \cap P) \cup (\complement_U S)$

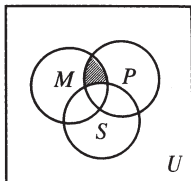


图 1—06

18. 如图 1—07 中阴影部分可表示为 ()

A. $(A \cup B) \cap \complement_U (A \cap B)$

B. $\complement_U (A \cup B)$

C. $\complement_U (A \cap B)$

D. $\complement_U (A \cup B) \cup (A \cap B)$

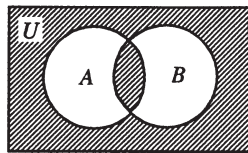


图 1—07

19. 设集合 $A \cap B = \emptyset$, $M = \{A \text{ 的子集}\}$, $W = \{x \mid x \subsetneq B\}$, 则 ()

A. $M \cap W = \emptyset$

B. $A \cup B = M \cup W$

C. $M \cap W = \{\emptyset\}$

D. $A \cup B \in M \cup W$

20. 设全集 $U = \{x \mid x \leq 8, x \in \mathbf{N}^*\}$, 若 $A \cap (\complement_U B) = \{1, 8\}$, $(\complement_U A) \cap$



$B = \{2, 6\}$, $(\complement_U A) \cap (\complement_U B) = \{4, 7\}$, 则 ()

- A. $A = \{1, 8\}$, $B = \{2, 6\}$
 B. $A = \{1, 3, 5, 8\}$, $B = \{2, 3, 5, 6\}$
 C. $A = \{1, 8\}$, $B = \{2, 3, 5, 6\}$
 D. $A = \{1, 3, 8\}$, $B = \{2, 5, 6\}$

21. 设集合 $M = \left\{x \mid x = \frac{k}{2} + \frac{1}{4}, k \in \mathbf{Z}\right\}$, $N = \left\{x \mid x = \frac{k}{4} + \frac{1}{2}, k \in \mathbf{Z}\right\}$,

则 ()

- A. $M=N$ B. $M \subsetneq N$
 C. $M \supsetneq N$ D. $M \cap N = \emptyset$

22. 已知 $M = \{2, a^2 - 3a + 5, 5\}$, $N = \{1, a^2 - 6a + 10, 3\}$, 且 $M \cap N = \{2, 3\}$, 则 a 的值是 ()

- A. 1 或 2 B. 2 或 4 C. 2 D. 1

23. 设集合 $A = \{x \mid x \in \mathbf{Z} \text{ 且 } -10 \leq x \leq -1\}$, $B = \{x \mid x \in \mathbf{Z} \text{ 且 } |x| \leq 5\}$, 则 $A \cup B$ 中的元素个数是 ()

- A. 11 B. 10 C. 16 D. 15

三、计算题

24. 已知: $A = \{x \mid 2x^2 - ax + b = 0\}$, $B = \{x \mid bx^2 + (a+2)x + 5 + b = 0\}$, 且 $A \cap B = \left\{\frac{1}{2}\right\}$, 求 $A \cup B$.

25. 设全集 $U = \{\text{不大于 } 20 \text{ 的质数}\}$, 且 $A \cap (\complement_U B) = \{3, 5\}$, $(\complement_U A) \cap B = \{7, 11\}$, $(\complement_U A) \cap (\complement_U B) = \{2, 17\}$, 求集合 A, B .

四、证明题

26. 设全集为 U .

求证: (1) $\complement_U (A \cup B) = (\complement_U A) \cap (\complement_U B)$;

(2) $\complement_U (A \cap B) = (\complement_U A) \cup (\complement_U B)$.

注: 这是德·摩根定律.



五、解答题

27. 已知集合 $M = \{(x, y) | x+y=2\}$, $N = \{(x, y) | x-y=4\}$, 求集合 $M \cap N$.

28. 已知: 两个不同集合 $A = \{1, 3, a^2-a+3\}$, $B = \{1, 5, a^3-a^2-4a+7\}$, $A \cap B = \{1, 3\}$.

求: (1) a 及集合 A 和 B ;

(2) 满足 $A \cap B \subsetneq M \subsetneq A \cup B$ 的集合 M 的子集的个数.

29. 已知: 全集 $U = \mathbf{R}$, 集合 $P = \{x | x = a^2 + 4a + 1, a \in \mathbf{R}\}$, $Q = \{y | y = -b^2 + 2b + 3, b \in \mathbf{R}\}$.

求: $P \cap Q$ 和 $P \cup (\complement_U Q)$.

30. 设 $A = \{x | -2 \leq x \leq a\}$, $B = \{y | y = 2x + 3, x \in A\}$, $C = \{Z | Z = x^2, x \in A\}$, 且 $B \cap C = C$.

求实数 a 的取值范围.

31. 设 $A = \{x | x^2 - ax + a^2 - 19 = 0\}$, $B = \{x | x^2 - 5x + 6 = 0\}$, $C = \{x | x^2 + 2x - 8 = 0\}$, 且 $A \cap B \neq \emptyset$, $A \cap C = \emptyset$.

求 a 的值.

32. 设集合 $A = \{-1, 1\}$, $B = \{x | x^2 - 2ax + b = 0\}$, 若 $B \neq \emptyset$, 且 $B \subseteq A$.

求 a, b 的值.

六、兴趣题

33. 就有关 A, B 两事, 向 50 名学生调查赞成与否, 赞成 A 的人数是全体的五分之三, 其余不赞成; 赞成 B 的人比赞成 A 的多 3 人, 其余不赞成. 另外, 对 A, B 都不赞成的学生数比对 A, B 都赞成的学生的三分之一多 1 人, 问对 A, B 都赞成的学生和都不赞成的学生各有多少人?



34. 在一次数学竞赛中共出甲、乙、丙三题，在所有 25 个参赛的学生中，每个学生至少解出一题；在没有解出甲题的那些学生中，解出乙题的人数是解出丙题的人数的 2 倍；只解出甲题的人数比余下的学生中解出甲题的人数多 1；只解出一题的学生中，有一半没有解出甲题，问有多少个学生只解出乙题？

35. 方程 $x^2-ax+b=0$ 的两根为 x_1, x_2 ；方程 $x^2-bx+c=0$ 的两根为 x_3, x_4 . x_1, x_2, x_3, x_4 互不相等. 设集合 $A = \{x_1, x_2, x_3, x_4\}$ ，作集合 $B = \{x | x = u + v, v \in A, u \in A, u \neq v\}$, $C = \{x | x = uv, u \in A, v \in A, u \neq v\}$ ，若已知 $B = \{5, 7, 8, 9, 10, 12\}$, $C = \{6, 10, 14, 15, 21, 35\}$.

求 a, b, c 的值.



1.4 含绝对值的不等式解法

一、填空题

1. 不等式 $|x+1|<1$ 的解集是_____.
2. $\left|x+\frac{1}{x}\right|\geq 2$ 的解集是_____.
3. 不等式 $2\leq|x-2|\leq 6$ 的解集是_____.
4. 不等式 $\frac{|x|-1}{x}\geq 0$ 的解集是_____.

二、选择题

5. 若 $a>b>c$, 则有 ()
A. $|a|>|b|>|c|$ B. $|a|<|b|<|c|$
C. $|a+b|>|c+d|$ D. $|a-c|>b-a$
6. 方程 $\left|\frac{x}{1+x}\right|=\frac{x}{1+x}$ 的解是 ()
A. $x=0$ B. $x\geq 0$
C. $x\geq 0$ 或 $x\leq -1$ D. $x\geq 0$ 或 $x<-1$
7. 不等式 $1\leq|x-2|\leq 7$ 的解集是 ()
A. $\{x|3\leq x\leq 9\}$ B. $\{x|-5\leq x\leq 1\}$
C. $\{x|-5\leq x\leq 9\}$ D. $\{x|-5\leq x\leq 1 \text{ 或 } 3\leq x\leq 9\}$
8. 与 $|x-1|>x$ 为同解不等式 (组) 的是 ()
A. $x<x-1$ B. $\begin{cases} x<1-x \\ x\leq 0 \end{cases}$
C. $\begin{cases} x^2<(x-1)^2 \\ x>0 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x<1-x \\ x\leq 1 \end{cases}$
9. 下列四个命题:
① $|x|<a\iff -a<x<a$;
② $|x|>a\iff x<-a$ 或 $x>a$;