

计算机自动推理与智能教学

王摇岚摇乐毓俊摇主 编

北京邮电大学出版社
· 北 京 ·

内 容 提 要

本书主要介绍计算机自动推理的理论基础数理逻辑及以此理论为基础的人工智能语言 ~~列文森语言~~，并在此基础上介绍了计算机自动推理理论在教育中应用(即智能教学 ~~陈伟强~~)的基本原理、结构及其方法。它是作者多年在教学和科研中成果的总结。主要内容包括三大部分：一、基础篇，本篇主要介绍的是数理逻辑的基本理论和本质，重点介绍了一阶谓词逻辑；二、程序设计篇，本篇主要介绍的是基于一阶谓词逻辑的人工智能语言 ~~列文森语言~~，运用大量实例讲解了当今最新的 ~~列文森语言~~ 的基本原理和程序设计方法；三、应用篇，本篇主要介绍的是运用计算机自动推理的理论实现在教育中的应用，介绍了智能教学系统设计开发的方法。本数第一篇的理论有一定的深度，第二、三篇安排了大量的例题，使用户在读完该书后可独立编写程序。

本书可作为高等院校相应课程的教材,也可供从事数理逻辑和智能教学的人员和教师自学之用。

摇图书在版编目(悦晕)数据

摇计算机自动推理与智能教学 辕 岗,乐毓俊编著 援—北京:北京邮电大学出版社 愿 愿 愿

搖陽昇輝耀積雲舒開野

摇 I 援①援②摇 II 援①王援②乐援③摇 III 援通用推理机—计算机辅助教学摇 IV 援陈源

中国版本图书馆CIP数据核字(85)第00450号

出 版 者：北京邮电大学出版社(北京市海淀区西土城路 10 号)邮编：100080

[illegible]

电子信箱: zengyue@163.com zengyue@163.com

经 销：各地新华书店

印 刷：北京源海印刷厂

开 本：苑 苑 皇 皇 伊 伊 园 园 皇 皇 摇 摇 苑 苑

印 张：四四四缘

字 数：源苑千字

印 数：员一猿园园册

版次：四第年一第版四第年一第次印刷

搖搖陽日星輝耀，瑞氣盈門隨處孕。宗元

定价：圆捌肆元

· 如有印装质量问题请与北京邮电大学出版社发行部联系 ·

前摇摇言

自计算机诞生以来,随着人类科学技术的飞速发展,计算机应用从适应冯·诺依曼式体系结构的数值计算不断拓展到非数值应用,应用范围不断扩大。特别是专家系统的出现,开辟了知识工程的应用领域,人类开始向计算机提出智能的要求,以适应计算机应用的智能化。

教育是人工智能研究最理想的模型。自1958年以来,将计算机应用于教育产生了计算机辅助教学(简称CAI),计算机辅助管理教学及计算机教育信息处理、教育评价、决策、教育行政管理等应用领域。虽然目前在普及计算机辅助教学(CAI)工作中已经取得很大成绩,但计算机辅助教学存在关键问题是缺少好的软件。好的软件与一般软件最根本不同之处是好的软件具有智能。具有智能型的软件又称智能型计算机辅助教学软件(简称CAI)。它是将计算机人工智能技术运用到CAI而发展起来的。它克服了CAI的不足,增强了CAI的理解能力能随机应变对不同的情况做出不同的反应。对于CAI教学软件至少要求做到“因材施教”,使CAI能对不同程度的学生采取不同的教学策略。它是一个基于知识的专家系统但又必须具备教学的特征。关键是要求计算机具有对教学专家的经验、知识进行推理的能力。故CAI又称教学专家系统。国外常称它为智能教学系统简称(CAI)。

计算机程序语言也从命令型语言如机器代码语言、汇编语言、月语言、云语言等命令型语言发展到支持知识工程的逻辑语言及逻辑型语言、语言,用以帮助计算机具有学习和推理的能力,帮助人类对问题进行分析、综合、判断和决策。逻辑是人类推理过程的研究。逻辑学研究的对象是怎样判别一个推理过程是否正确的标准,是研究人类正确的思维形式及其规律的科学。数理逻辑和逻辑一样也是研究推理,它与逻辑不同的是采用近代数学方法(形式符号系统),用集合论为工具使用公理化方法研究推理。以此

一阶为此逻辑为基础设计的,设计者最初的设计目标是处理逻辑推理。马建忠语言子句方式和一阶谓词逻辑演算表示事物方式十分相像,很适合表示人的思维和推理规则。马建忠本身就是一个演绎推理机,具有模式匹配、回溯等功能,具有正向推理和反向推理策略,从而完成自动推理。

本书是作者多年在教学和科研中成果的总结。它主要介绍计算机自动推理理论及其在 附卷中的应用,计算机自动推理所使用的人工智能语言 马建忠的理论基础数理逻辑及以此理论为基础的一阶谓词逻辑语言 马建忠及 附卷的基本原理、结构及其应用。

本书第一篇(即第 员章至第 猿章)由乐毓俊编写,第二、三篇(即第 源章至第 陆章)由王岚编写。在本书编写过程中,得到了天津师范大学计算机与信息工程学院院长马希荣教授和曲建民教授的大力支持与帮助,在此深表谢意。由于作者水平有限,编写时间仓促,因此书中内容若有疏漏、偏颇以及衔接不妥之处,还望读者指正。

编 者
圆国源年 远月

目 录

第一篇 基础篇

第 1 章 数理逻辑的本质	猿
1.1 什么是数理逻辑	猿
1.2 公理系统	源
1.3 形式系统	远
1.4 语法变元	愿
第 2 章 一阶理论	怨
2.1 函数与谓词	怨
2.2 非逻辑概念的引入	怨
2.3 函数	圆
2.4 谓词	圆
2.5 真值函数	圆
2.6 命题和命题连接词	圆
2.7 真值函数	圆
2.8 命题连接词的完全性与独立性	猿
2.9 变元与量词	苑
2.10 个体变元	苑
2.11 量词	愿
2.12 量词的归约	愿
2.13 自由出现与约束出现	怨
2.14 数学命题符号化	怨
2.15 一阶语言	圆
2.16 定义	圆
2.17 一阶语言由它的非逻辑符号完全确定	圆
2.18 几种归纳证明	圆
2.19 指称式	圆
2.20 形成定理	圆

命题逻辑出现定理	圆猿
命题逻辑可代入问题(泽恩德勒等)	圆源
命题逻辑定义符号	圆缘
联结词结构	圆愿
联结词结构定义	圆愿
联结词公式 粤在 α 中有效	圆愿
联结词蕴涵 α) 的不变元项	圆苑
命题逻辑公理和逻辑规则	圆怨
命题逻辑逻辑公理、非逻辑公理	圆怨
命题逻辑逻辑规则、非逻辑规则	圆怨
命题逻辑一组逻辑公理和逻辑规则	猿园
命题逻辑一阶理论	猿园
命题逻辑模型	猿园
命题逻辑有效性定理	猿猿
命题逻辑一阶理论 裁的系统特征	猿猿
命题逻辑命题逻辑的形式推证	猿源
第 猿章 一阶理论的定理	猿苑
谓词逻辑重言式定理	猿苑
谓词逻辑重言式	猿苑
谓词逻辑重言式定理	猿怨
谓词逻辑重言式定理应用于判定重言式的方法	猿园
谓词逻辑定理的广义归纳定义	猿源
谓词逻辑关于量词的结果	猿园
谓词逻辑演绎定理	猿缘
谓词逻辑演绎定理	猿缘
谓词逻辑关于常元的定理	猿苑
谓词逻辑等价定理和相等定理	猿愿
谓词逻辑前束式	猿园
谓词逻辑记号和定义	猿猿
谓词逻辑前束运算	猿猿
谓词逻辑前束式存在定理	猿猿
谓词逻辑前束定理	猿源
谓词逻辑附加前束运算	猿缘
谓词逻辑完全性定理	猿苑
谓词逻辑特征问题	猿苑
谓词逻辑有关定义	猿苑
谓词逻辑归约定理	猿愿
谓词逻辑协调型归约定理	猿怨

远源摇自动类型转化	怨源
远源摇其他程序部分	怨源
远源摇事实节	怨源
远源摇常数节	怨源
远源摇全局部分	怨猿
远源摇编译器	怨猿
远源摇小结	怨源
第 苑章 摇统一和回溯	怨缘
苑源摇统一	怨缘
苑源摇回溯	怨苑
摇苑源摇灾害宣告的解决办法	怨怨
摇苑源摇对回溯的详细查看	员园
摇苑源摇回溯的四项基本原则	员园
摇苑源摇回溯	员猿
摇苑源摇搜寻解决办法的控制	员远
摇苑源摇决定论和截断	员园
苑源摇过程观点看 灾害宣告	员缘
摇苑源摇规则和事实	员缘
摇苑源摇规则和 程序语句	员缘
摇苑源摇在规则内部执行调试	员远
摇苑源摇截断与 程序语句	员远
摇苑源摇返回计算值	员苑
苑源摇小结	员怨
第 愿章 摇单一和复合对象	员园
愿源摇单一数据对象	员园
摇愿源摇数据对象变量	员园
摇愿源摇数据对象常量	员园
愿源摇复合数据对象和算符	员园
摇愿源摇复合数据对象的统一	员园
摇愿源摇将多条消息看作一个整体	员猿
摇愿源摇复合对象的声明域	员苑
摇愿源摇复合混合域的声明	员园
愿源摇小结	员猿
第 怨章 摇循环和递归	员园
怨源摇重复过程	员园
摇怨源摇再论回溯	员猿

递归利用循环实现“回溯”	员源
递归递归程序	员缘
递归尾部递归最优化	员苑
递归利用参数作为循环变量	员愿
第 10 章 链表和递归	员员
链表什么是表	员员
链表链表的声明	员圆
链表链表的头部和尾部	员圆
链表链表的处理	员猿
链表链表的使用	员源
链表链表的书写	员源
链表链表统计表元素	员缘
链表链表尾部递归	员远
链表链表的成员	员苑
链表链表表合并	员愿
第 11 章 链表算术和比较	员怨
链表链表数学表达式	员怨
链表链表链表运算	员怨
链表链表链表计算顺序	员圆
链表链表链表函数和谓词	员圆
链表链表链表产生随机数	员猿
链表链表链表整型和实型算术	员圆
链表链表链表比较	员缘
链表链表链表等价谓词	员缘
链表链表链表比较字符、字符串、符号	员愿
第 12 章 链表类和对象	员怨
链表链表对象机制	员怨
链表链表链表链表链表链表	员圆
链表链表链表链表链表链表	员圆
链表链表链表链表链表链表	员圆
链表链表链表的实例——对象	员猿
链表链表链表链表	员圆
链表链表链表链表	员猿
链表链表链表链表	员源
链表链表链表链表的作用范围	员远

第 4 章 摇构造函数和析构函数	4 苑
第 5 章 摇指向对象自己的指针(递归指针)	5 愿
第 6 章 摇抽象类	6 怨
第 7 章 摇继承类的访问控制	7 园
第 8 章 摇高级技术	8 园
第 8.1 节 摇流量分析	8 员
第 8.1.1 节 摇复合流	8 圆
第 8.1.2 节 摇给谓词指定流模式	8 圆
第 8.1.3 节 摇控制流量分析	8 猿
第 8.1.4 节 摇参考变量	8 源
第 8.1.5 节 摇参考域声明	8 缘
第 8.1.6 节 摇使用参考域	8 远
第 8.1.7 节 摇再谈流模式	8 苑
第 8.1.8 节 摇使用二元树和参考域	8 苑
第 8.1.9 节 摇利用参考域检索	8 怨
第 8.2 节 摇函数和返回值	8 园
第 8.3 节 摇在寄存器中确定性监控	8 园
第 8.4 节 摇谓词作为参数	8 源
第 8.5 节 摇二元域	8 怨
第 8.5.1 节 摇二进制项的执行	8 怨
第 8.5.2 节 摇二进制项的文本形式语法	8 怨
第 8.5.3 节 摇创建二进制项	8 园
第 8.5.4 节 摇访问二进制项	8 员
第 8.5.5 节 摇二进制项的一致化	8 员
第 8.5.6 节 摇例子	8 员
第 8.5.7 节 摇将一般项转化为二进制项	8 猿
第 8.6 节 摇错误和异常处理	8 源
第 8.6.1 节 摇异常处理和错误捕获	8 源
第 8.6.2 节 摇错误报告	8 苑
第 8.6.3 节 摇处理术语阅读器的错误	8 愿
第 8.6.4 节 摇中断控制	8 怨
第 8.7 节 摇动态切除	8 园
第 8.8 节 摇类型自由转换	8 员
第 8.9 节 摇程序风格	8 园
第 9 章 摇文件操作谓词	9 源
第 9.1 节 摇写谓词和读谓词	9 缘

第 4 章 摇写谓词	404
第 4 章 摇读入	404
第 4 章 摇二进制块传输	404
第 4 章 摇灾难容错系统中的文件系统	404
第 4 章 摇打开和关闭文件	404
第 4 章 摇重新传入标准的输入输出	404
第 4 章 摇文件操作	404
第 5 章 摇系统高级编程	404
第 5 章 摇访问操作系统	404
第 5 章 摇定时服务	404
第 5 章 摇位级操作	404
第 5 章 摇使用硬件 低等级支持	404
第 5 章 摇小结	404
第 6 章 摇灾难容错程序实例	404
第 6 章 摇建立一个小型的专家系统	404
第 6 章 摇一个简单的路由问题	404
第 6 章 摇危险洞穴的冒险	404
第 6 章 摇硬件仿真	404
第 6 章 摇汉诺塔	404
第 6 章 摇拆分单词成音节	404
第 6 章 摇晕皇后问题	404
第 7 章 摇语言的基础	404
第 7 章 摇命名	404
第 7 章 摇程序段	404
第 7 章 摇域部分	404
第 7 章 摇谓词部件	404
第 7 章 摇数据库部件	404
第 7 章 摇子句部件	404
第 7 章 摇常量部件	404
第 7 章 摇有条件的编译	404
第 7 章 摇在程序中加入文件	404
第 7 章 摇模块和全局编程结构	404
第 7 章 摇灾难容错系统中的内存管理	404
第 7 章 摇模块化程序设计	404

第三篇摇应用篇

第 11 章 摇专家系统	11-1
11.1 摇专家系统基础	11-1
11.2 摇专家系统概述	11-1
11.3 摇专家系统的特点及优点	11-1
11.4 摇专家系统的结构与类型	11-1
11.5 摇建造专家系统的步骤与设计技巧	11-1
11.6 摇新型专家系统	11-1
11.7 摇专家控制系统	11-1
11.8 摇专家控制系统的控制要求与设计原则	11-1
11.9 摇专家控制系统的结构	11-1
11.10 摇专家控制系统的类型	11-1
11.11 摇实时专家控制系统	11-1
11.12 摇小结	11-1
第 12 章 摇知识表示	12-1
12.1 摇单元表示	12-1
12.2 摇语义网络	12-1
12.3 摇概念从属	12-1
12.4 摇框摇架	12-1
12.5 摇脚本	12-1
12.6 摇过程表示	12-1
12.7 摇小结	12-1
第 13 章 摇教育专家系统	13-1
13.1 摇教育专家系统概述	13-1
13.2 摇教育专家系统对教育的影响	13-1
13.3 摇教育专家系统的结构	13-1
13.4 摇教育专家系统的现状	13-1
13.5 摇智能 导师	13-1
13.6 摇智能 导师的兴起与发展	13-1
13.7 摇 导师基本结构与原理	13-1
13.8 摇 导师经典例子	13-1
13.9 摇应用实例	13-1
13.10 摇研究生工作评价与决策专家系统	13-1
13.11 摇智能导航学习系统	13-1
13.12 摇考试统计与评价专家系统	13-1

第一篇

基础篇

第 1 章 数理逻辑的本质

1.1 什么是数理逻辑

逻辑研究推理。数理逻辑研究数学家所使用的推理。逻辑指的是形式逻辑,普通逻辑研究的是人类正确思维的形式及其规律的科学。概念、判断、推理是逻辑中思维的主要形式。同一律(甲是甲)、矛盾律(甲不是非甲)、排中律(或甲或非甲)、充足理由律(有甲是因为有乙)是基本的思维规律。所谓概念是反映客观对象一般的、本质的、属性的思维形式。例如,直角三角形这一概念反映着一切直角三角形的一般的而且是最重要的特性,这里思考的对象是一个三角形其中有一个内角是直角,这些都是它的本质属性。判断肯定或否定关于对象及其属性的某种东西的思考,它是概念与概念的联合。判断表述我们思考的对象具有某种属性或者不具有某种属性,因此判断并非都是正确的。如果判断是客观现实的、正确的反映,那么它是正确的、真实可靠的,否则便是错误的。推理也是思维形式的一种,它是判断与判断的联合。这种联合使我们获得新的判断。我们把用两个或几个判断获得一个新判断的逻辑方法称为推理。推理的逻辑基础是充足理由律。

推理一般分为两种:一种是演绎推理,即以一般的原理(或原则)为前提推到某个特殊场合作出结论的推理方法;另一种是归纳推理,它是以若干特殊场合的情况为前提推求到一个一般原理原则作为结论的推理方法。

演绎推理通常具有三段论形式,它是从两个判断(其中必有一个全称判断)得出第三个判断的一种推理方法。它包含有三个判断:第一个判断提供了一般的原理原则叫做大前提;第二个判断指出了在一个特殊场合的情况称为小前提;联合这两个前提判断说明提供了一般原则和特殊情况间的联系,从而得出来的第三个判断叫做结论。

例 1.1 (1) 所有素数是自然数(大前提)

(2) 2 是素数(小前提)

(3) 2 是自然数(结论)

从正确、真实、可靠的前提出发推出正确结论的推理称为正确的推理,否则是错误的推理。

例 1.2 (1) 所有素数是自然数(大前提)

(2) 2 不是素数(小前提)

(3) 2 不是自然数(结论)

此例虽然也有正确的前提,但所推出的结论却是不正确的,故此推理是不正确的推理。

数理逻辑和逻辑一样也研究推理,它研究前提与结论的关系,研究从哪些前提可以推出哪些结论,不能推出哪些结论。与逻辑不同的是它采用近代的数学方法(形式符号系统),以近代集合论为工具,使用公理化方法研究推理,它和其他科学中使用的推理不一样,它研

究什么是推理和证明。数理逻辑研究推理时并不涉及前提和结论的具体含义而是研究前提和结论之间的逻辑形式关系。那么,什么是前提和结论间的形式关系呢?

例 猿(员) 如果三角形是等腰三角形,它有两个角相等

(圆) 有一三角形没有两个角相等

(猿) 则此三角形不是等腰三角形

例 源(员) 如果行列式中有两行成比例,则行列式的值为零

(圆) 有一行列式的值不为零

(猿) 则此行列式没有两行成比例

例 猿例 源都是正确的推理,虽然它们的含义完全不同,但它们使用的推理却是相同的。我们可以形式地表示成下面形式:

例 缘(员) 如果 粤则 月

(圆) 非 月

(猿) 则非 粤

由上可见,例 猿例 源例 缘的逻辑形式相同,但例 猿例 源都是例 缘的例子。

员源 公理系统

物理学、化学、生物学等学科的研究中,物理学家、生物学家、化学家可以由一些法则来证明另一些法则,但他们总承认以观察的方法作为对一个法则的最后证实。数学和这些学科相反,它研究的显著特点是使用严格的逻辑证明方法来代替观察的方法。有时,数学家也使用观察的方法。例如他们测量许多三角形的内角得到三角形内角和为 员圆度。但是对于数学最终只有被证明之后才能作为一条数学法则。我们在证明一条数学法则成立时,需要使用很多的数学法则作为推理的前提。若按照在证明中使用的数学法则的先后次序排列,可以有一个推理证明的序列 粤,圆,...,粤,月(最后需证明的数学法则)。事实上,我们不能证明使用作为前提的所有数学法则,在这证明的序列中总得承认一些最初使用的法则是不能被证明的。我们把最初作为法则使用的第一小批法则(不需证明而被人们接受承认的正确法则)叫做公理。从这些公理证明出来的其余法则叫做定理。

我们承认这些公理的理由是什么呢?可以使用观察的方法,但是从数学的观念看,这是不实际的,也是不可行的,是相当困难的,而且也很容易出错误。如历史上曾出现过“每一个三角形都是等腰三角形”的错误证明,问题就出现在概念上。所以我们打算从所涉及的概念本质中选取那些很明显的某些法则作为公理,这样就有一个从大量法则到少数公理的简化。一个相当类似的简化过程也可以产生数学概念。在概念的产生过程中我们发现能够从一些数学概念定义另一些数学概念。同样,我们在定义数学概念中使用了不能被定义的最初概念而这些最初概念不存在更早的概念来定义它们,所以总存在某些最初概念不加定义。我们把这些不加定义的最初称为基本概念。其他的概念能够用基本概念定义叫做导出概念。类似于公理,基本概念也有一个标准。它们必须是直接可以理解的,应该是那样地简单且清楚明白,使我们不需用一个精确的定义就能理解它们。例如欧几里德几何只需要取“点”、“直线”、“平面”、“在...之上”、“在...之间”、“叠合”作为基本概念就够了,例如“合

数”是至少有一个真因素的自然数。这里对合数的定义用到了已经定义了的“真因素”，仿此逆推上去必有最先不下定义的“数”等。在任何论述中我们都能借用基本概念的措词来代替导出概念。特别对于公理我们也可以做到这一点。我们也可以假设所有公理中出现的概念都是基本概念。

现在可以描述一个数学家所做的工作：他提出某些基本概念和关于这些概念的某些公理，然后他对我们解释这些概念，直到我们充分地理解它们并且看到这些公理是永真的，接着定义导出概念并且证明关于这些基本概念、导出概念尽可能多的定理。数学家按这种方式构造的由基本概念、导出概念、公理和定理组成的整个系统称为公理系统。全部数学或者这样的数学的一个部分，如平面几何、实数都可以是一个公理系统。公理系统可以按照系统构造者的目的分为两类：古典公理系统和现代公理系统。

古典公理系统所构造的公理系统仅反映某些确定概念的系统，例如几何公理。在几何基础中构造有欧几里得公理。

皮阿罗关于自然数的公理系统：

零：0是自然数。

一：若 x 是自然数，则 x 的后继是自然数。

二：若 x 是自然数，则 x 的后继不等于 0

三：若 x, y 是自然数， x 的后继等于 y 的后继，则 $x=y$

四：(归纳公理) 若 x 有任意性质 P ， 0 有性质 P ， x 的后继也有性质 P ，则每一自然数有性质 P

现代公理系统构造的系统是一类事物的共同特性，不是单一对某一具体的事物。在这样的公理系统中对于大量的概念，公理也是成立的。

自然数公理系统的一个典型例子是群的公理。群有二元函数符“ $\cdot$ ”，它的非逻辑公理有两条：

- 结合律：

$$\forall x, y, z \in G, (x \cdot y) \cdot z = x \cdot (y \cdot z)$$

- 单位元、逆元)

$$\exists e \in G, \forall x \in G, x \cdot e = x = e \cdot x$$

关于群的公理系统中，对于非零有理数集合的普通乘法构成一个群，对于整数集合的普通加法构成一个群，对于单独一个数 a 的集合及关于数的乘法也构成群，对于平面绕着一个固定点的一切旋转的集合构成一个群。

现代公理系统与古典公理系统的区别仅在于系统构造者的目的。现代公理系统构造表示的是一类结构，古典公理系统表示确定的一个结构。

其他学科也可以沿用公理方法进行研究，例如物理学中的牛顿定律。牛顿仿效欧氏几何将从哥白尼到克卜勒时期所积累的力学知识用公理的方法组成一个逻辑体系，使得从牛顿三定律(作为公理)出发依逻辑规则把力学定律逐条推出。17世纪拉格朗日用变分原理研究任何力学系统的微分方程和轨迹使用公理法，对这个领域的成果作出了概括和总结写成了《解析力学》，这是解析力学的奠基著作。近年来基于公理法而发展起来的《理性力学》更是日新月异，引人注目。在狭义相对论的范围内使用严格的公理化方法，使得超光速可能性得到最终解决，可见公理化方法已在各学科得到应用。本书将由研究公理系统开始数理逻辑的研究。

形式系统

一个公理(或定理)看作一个语句,可以从两个方面理解:一方面可以把它看作是写在纸上的一个纯粹的语句结构,完全不考虑它的直观的、具体的内容;另一方面,也可以把它理解为这个语句所表达的意义,即这个公理所表示的具体内容。

为什么把公理和定理作为语句来研究呢?因为对于公理系统基本概念的最初理解可能是比较薄弱的,选择适当的语言来表示公理时,通过这个语句的结构可以在某种程度上反映这个公理的意义。这对于现代公理系统有着特殊的价值。另外,数学概念通常是非常抽象的,一般很难理解,作为一个语句,从语义上它表述的是一个具体的事物。作为语句来研究公理,我们能够通过语句表述的具体事物来探讨抽象事物,能帮助我们理解数学概念。因此,将公理和定理作为语句来研究,对于研究公理系统是十分有利的。以后我们将公理作为纯粹的语句结构(词与词组的排列)来研究,称为公理系统的语法研究。

[定义] 形式系统必须包含三个部分:语言、公理、定理。

语言

形式系统需要使用语言来表述,它的选择应该尽可能地使得语句的结构反映它们的意义。形式语言一般使用人工语言。形式语言由符号、表达式、公式组成。

(1) 符号:有穷个或无穷个符号。

(2) 表达式:语言符号的有穷排列。有穷的符号串称为语言的表达式,如英语中的“猫”等。

几点说明:

① 符号在表达式中出现:符号在表达式中可以出现多次。符号在表达式中的每次出现称为在表达式中的一次出现,例如表达式“猫”中符号“猫”出现了两次。

② 表达式的长:表达式中所有符号出现的数目称为表达式的长,例如“猫”的长为3。

③ 表达式的长为零:如果表达式由零个符号排列组成(空排列),则称表达式的长为零。

④ 表达式在表达式中的出现:例如表达式“猫”在表达式“猫”中出现两次。

(3) 公式:有规律的符号串是断定某种事实的表达式。在汉语中是指有意义的陈述语句,粗略描述为叙述某事实的表达式。

在人工语言中需要指明某些表达式是公式,即要求这些表达式是断定某种事实的表达式。

形式系统的语言记为 L 。当一种语言的符号和公式被确定之后,我们认为这种语言被完全确定。这使得一种语言是一个纯粹的语法事物。

公理

仅要求每一个公理将是这个形式系统语言的一个公式。

规则

规则又称推理规则,它使我们能根据它从公理推出定理。每个规则都能在某些条件下(称为前提或假设)推出一个公式(称为规则的结论)。

形式系统的定理应满足下面两条法则:

· 远 此为试读,需要完整PDF请访问: www.ertongbook.com