第一部分

小学数学新课程的理念与目标

这部分内容从不同角度分析了本次数学课程改革的背景、基本理念和总体目标。张奠宙教授的《数学和数学教育的明天》从宏观上展示了数学与数学教育改革的若干重要问题，可使我们从不同侧面了解数学课程改革的必要性和发展趋势。刘兼教授的《数学课程改革的思考》具体阐述了为什么要进行本次数学课程改革，使人们对这个问题有一个比较具体而清晰的认识。马云鹏教授的《数学新课程的背景、理念与目标》结合课程标准对相关问题进行了分析。

需要全本请访问 www.ertongbook.com

数学和数学教育的明天

—— 小学数学教育改革的若干问题

张奠宙
（华东师范大学数学系）

□内容提要

本讲首先介绍了美国基础教育的数学课程标准的内容和基本观念，以及课堂教学情况，从而关照我国数学课程改革的情况。接下来主要讲述了我国数学教育的国际定位和数学教育传统，通过对传统观念的反思，阐明数学新课程的理论和目标，倡导新的数学观，重新理解数学教育的德育功能，并提倡加强数学教学研究。

我们先来看一下美国五至八年级的课程标准（以下简称《标准》）。它经过了 10 年的准备，于 2000 年 4 月发表。因为数学教育是一个全世界的问题，大家都在关注，所以各国数学教育改革的理念往往都差不多。对于中年级的学生，《标准》希望他们能够热爱数学，能在课堂中感受到挑战。

(一)几个具体的例子

1. 有理数的灵活运用

例如：用 60 元钱吃午餐，怎样选菜合理？

菜单上的价格还要加 50%左右的消费税，在美国消费税是消费者付的，而在我们中国是由餐馆老板付的，另外还要给服务员小费， 60 元如果全买菜

了，那就没钱付消费税和小费了。类似这样的题就非常贴近生活。

2. 代数和几何的互动(这是一个在美国非常著名的命题)

例如：用磁砖来铺游泳池，用多少块磁砖比较合适？

这个问题不能单纯地用长乘以宽，因为涉及四个角的问题。

美国的中学数学教材里，有面积和周长的关系问题。对于这个例题，长和宽知道了以后，怎么求出要用多少块磁砖呢？美国人喜欢画图表，一块一块地算。美国人做事情就是先列表，而中国人则喜欢抽象，找出公式来记住。这样的题在美国叫做几何与代数的互动，这种直观的几何和代数的方法需要整合在一起。在这一点上，一个在美国读数学教育的研究生回来之后说，中、美数学教育最大的区别就是，中国数学教学中由抽象上升到概念非常快，我们在课程导入时举一两个例子就上升到概念了，课程导入之后，就在抽象层面上讲问题。美国人则不同，要举很多例子，反复观察和分析这些例子，才会上升为一般的概念。

3. 线性函数

例如，打电话月租费是 25 美元，每分钟 1 角钱，如果不交月租费，每分钟 4.5 角。学生用画坐标的形式进行理解计算。我们新的课程标准，整数坐标在小学里也有。这样的题就是关于整数坐标的题。这样的内容，如果不涉及直线的一般形式（$y=kx+b$），而仅仅是在坐标格纸上画出来的话，在小学是可以做的，而且非常有用。

4. 理解比例

例如买票，12 张票是 15 元钱，20 张票是 23 元钱，问买哪一种票合适。学生进行换算，买 60 张票按前一种买法要用 75 元钱，后一种买法要用 64 元钱，由此可以计算出单张票价是多少。

5. 灵活的问题解决者

例如，用矩形纸折纸飞机，有用一个回形针和两个回形针别的不同的纸飞机，比较两种纸飞机的飞行距离。学生做实验，要求室内没有风，然后画出条形图，分析表明：别一个回形针时，飞得最近的是它，飞得最远的也是它，而别两个的总体平均数高。这样，概率统计的知识在小学里就体现出来了。美国人认为这是基本功，是基础。

（二）实际教学

美国的课堂教学是分组学习，也可在电脑上做。随着经济的发展，这种教学方式——小班化是不可避免的趋势。我们经济发展后，是否也会这样做？班级分成小组，老师在教室里巡回讲课，前边并没有黑板、讲台。东方国家即使发达了，也不愿意把班级分成一个一个的小桌，还是习惯于老师在上面讲，学生面对老师。英国最近提出一个口号：“让每个学生都面对老师。”他们之所以提出这个口号是因为效率问题，学生太散，效率就不高。我们中国教学效率是很高的，欧美的教学方式，虽然数学知识学得不多，但其他知识（不考的）学得多，人际关系也比我们要好，学生之间强调团队精神。上海一个中学的校长在费城考察了两个月，最深的感触就是学生之间的团队精神表现十分突出，虽然资本主义国家也讲究竞争，但是在学校里面，仍然强调合作。

以上都是美国五至八年级的数学课程标准，三至五年级也大致相同。有一道题我记得很清楚：掷两颗骰子 20 次，观察二者之差是多少，把规律写出来。这道题即差的分布，这实际上是概率的知识。在小学里出现这样的题，只是让孩子观察。从幼儿园阶段就让孩子观察数据，喜欢哪个玩具，让孩子们投票，让孩子们观察哪个玩具最受欢迎，想想如果自己买玩具要买哪一种，用数据来判断。这样的题目非常多，比我们预想的要丰富。

下面就谈几个关于小学数学教学改革的问题。

一、中国数学教育的国际定位

中国数学教育是让人刮目相看的。我们在政治上平等了，经济的发展也得到了世界的肯定，但对于中国的科学，国外就不那么佩服了，对中国的教育总体上并不赞赏。他们之所以对数学教育刮目相看，主要是由于 1989 年的 IAEP 测试，有 21 个国家参加的国际数学教育调查（13 岁学生）结果如下：中国大陆 80 分，中国台湾和韩国并列 73 分，瑞士 71 分，苏联 70 分，法国、加拿大 60 多分，美国只有 55 分，巴西 37 分。最难的题目就是分数的加减乘除，其他都是整数的加减乘除，还有一些几何的计算。全世界搞数学教育的人都知道，这是由加拿大某大财团支持的一个世界性的调查。美国人介绍自己的数学教育时说，美国是落在后边的，中国是居第一位的，但这并不能说美国的数学教育应该向中国学习或者说向东亚学习。他们认为美国的教育理念是正确的，中国的教育理念是落后的，只要多投资，改变教学方法就成。当然，我们并不认为欧美的数学教育都好，应该是各有所长。对于

需要全本请访问 www.ertongbook.com

大面积的数学教育质量而言，中国数学教育是优秀的，我们引以为荣。中国数学教育工作者在国外并不低人一等，应该说，中国数学教育之所以取得这样的成绩，主要是小学教师的功劳。

马力平出了一本畅销书——《数学的认知和教学》,搞数学教育的人几乎都知道他。马力平是上海华东师大的硕士，到美国读博士期间写了一本书比较中美小学教师的水平， 像$\frac{3}{5}\div\frac{5}{13}=?$这样的题目，62%的美国小学老师不会做（当然他的样本很小，只有20多个美国老师），但他们之中90%有学士学位，30%有硕士和博士学位。他们不会做这个题目是有原因的，在美国的小学学段（三至五年级）不教分数。他们的博士与硕士学的是教育，很少涉及数学，所以做不出来。

北京大学姜伯驹院士问一位美国教师：“为什么你教的大学生会回答$\frac{1}{2}+\frac{1}{3}=\frac{2}{5}$?”这位教师回答： “They like it.（他们喜欢）,,只要学生高兴,爱做什么就做什么，这可能是一个极端的例子。

我曾经参观过蒙台梭利学校，那里全用发现法教学。学费很高，每月4000美元，一位教师只带四五名学生。一年级的学生就学做除法，也不是教师教你怎么做，完全是在游戏和活动中学习，小学三年级之前都是这样。这种教学方法对学生智力的发展是非常有益的。我带去一张照片，介绍中国数学教育。小孩子的手背在后边听课，美国人对这种现象很不理解，甚至有些愤怒。在这些方面，中、美的反差特别大。

我对美国的一些事情一直有怀疑，比如说什么是建构主义。现在建构主义很风行，在网上大家也可以查到，“学生需要对每一个数学概念构造自己的理解，使得教的作用不再是演讲解释或者企图传授知识，而是为促进学生进行心智建构，创设学习环境和条件”。我问一位美国教授，对这个观点同不同意，他很赞同，他认为他们现在的进步教育（progress education）就是这样的，知识是灌输不了的，学生是教不会的，只能让他自己学会，传授知识是没有用的。我说教的作用不在于演讲，那就不需要演讲了？也不要传授知识了？人每天要看电视，其实电视就是在演讲，在为我们解释一些信息。如果建构主义要求教师不要演讲，这样的建构主义恐怕有些过分了。我去看了一节课，上课时，教师让第一个同学把第一段念一下，第二个同学把第二段念一下，然后给学生们发一张纸让他们自己去算，自己去建构，半个小时后，一个人上台讲一下，说得错误很多。第一个人说不好，换下一个人，也

说不好，就下课了。建构主义从某种意义上是对的，但教师该讲的地方还是要讲。完全让学生自己去学，是在搞主观主义，大家都建构自己的，这样的极端的建构主义不好。建构主义是不是不对呢？也不是，教师的活动要促使学生主动建构，帮助学生主动建构。从理论上我们要对建构主义有清醒的认识。

二、中国数学教育的传统

中国的数学教育就是儒家文化教育传统，“双基”教学。

（一）影响数学教育的文化因素

1. 家庭高度期望与管束

日本、韩国、新加坡都是家庭教育很严的国家，美国家庭对孩子不能凶，不能伤害；东方文化则是“打是亲，骂是爱”，二者观点不同。

2. 善于心算的传统

这是我们的宝贵传统，外国孩子不大善于心算。美国的市场都是用电子秤，电子秤如果坏了，就不会算了，用纸算还可以，心算就不行了。心算传统是我们必须永远继承的，不可丢。至于心算的速度要多快，是什么标准，应该定下来。过几年要不要倒退，将来是不是需要这么快，还需要探讨。

3. 熟能生巧的教育古训

这是我们数学教育的古训，西方人不同意，而日本、韩国同意，这是一个文化底蕴的问题。我们认为熟练是好，西方人认为熟练就是重复，他们崇尚个性、创造。事实上，我们的重复不是简单的重复，是变式教学。现在香港大学正在研究中国的变式教学，一个题目看上去是一样的，但稍稍有点变化，是小步走的创新。我们自己也要研究，不能等别人已经研究出来了，我们还不知道。数学教育不能让外边的人来研究，应该自己研究“熟能生巧”有没有规律。在一次国际会议上，以色列一位教授用调颜色的方法来讲分数，不同比例的色块调出的颜色也不一样，以此来增强学生对分数的理解，不同的比例得出的结果是不一样的。

4. 强调背诵的学习理念

我们现在有些背诵其实是没有意义的，像一些小孩子背唐诗也不知道这首诗在说些什么。西方人认为背诵是无意义的。据说 30%的美国人不会背乘

法表，他们不是记不住，而是觉得没用，认为不如直接用计算机方便，但是我们认为背诵还是很重要的。

5. 重视现世功业的儒家文化

儒家文化强调努力，努力，再努力，注重现世功业，不寄托在来世的幻想中。儒家文化的传统（金榜题名时）印在我们的脑海里，有时西方人批评我们观念落后，其实这不是教育观念的落后，而是中国文化的本质。

6.“苦读+科举”的考试文化

这一点是非常强烈的，从古至今，读书都讲苦读。西方强调快乐式读书。当然，学习知识本身是快乐的享受，考试是一把双刃剑，利多还是弊多呢？到今天为止，我认为现在这样的考试文化还是弊多。但是，在诚信很差的情况下，除了严格的考试之外，别无他法。如果有了别的方法能够代替，有了诚信，我们就不需要再用如此严酷的评分方式来区别学生。考试文化是我们应该改进的。

（二）回避原始问题的考据文化

考据文化的特征接近逻辑推理。现在把数学看做逻辑，渊源就是在考据文化。考据学派教人严谨治学，一丝不苟地做学问，但是不考虑创新。我们在教学时，就是让学生一丝不苟地去算怎么才能不丢分，至于联想和想象教师不去教，社会上也没有这种氛围，这一点是我们的缺陷。西方认为数学有逻辑证明的层面，有创造的层面，还有猜想直观的感受。我们只看重逻辑，精确地去算，不去猜想。西方的教育自然，我们的不自然。

（三）中国的“双基”数学教育体系

我们目前的数学教育体系是：一个统考（全国的统一考试）；两个基础（基本知识、基本技能）；三大能力（基本计算能力、空间想象能力、逻辑推理能力）；四大基本原则和五个教学环节。这个体系如果加以改造的话，中国的数学教育还是很好的。统一的考试任何国家都有，当然也有其他方式。现在也有保送制度，如果诚信好的话，就可以不通过考试的方式把最优秀的人才送入大学。现在，台湾入学的联考成绩只是考查的一部分。双基的问题是我们的核心部分，我们要发展我们的双基，三大能力、四大基本原则和五个环节也要改变。

（四)与时俱进的数学教育

中国历史上共有五代数学教育：第一代清末民初，中学为体西学为用；第二代从五四运动至中华人民共和国成立，主要是精英的数学教育；第三代在新中国成立之后，学习苏联，主张少而精，强调理论严谨；第四代在“文化大革命”之后，“考试第一”的风气越来越盛；第五代在 20 世纪末，强调素质教育，创新教育。在提出了创新之后，我们的双基教学就黯然失色了。如果基础教育是打基础就够了，那双基教学当然很好了。江泽民提出“与时俱进”，“创新是一个民族的灵魂”，我们怎么做才能够创新我们的双基呢？社会形势的变化促使双基教育不得不改变。在人代会上，上海的代表李大前与江泽民讨论，现在有人说中学不学平面几何，江泽民说：“绝对不行。”平面几何还是要学，只不过要去掉那些过度形式化、钻牛角尖的东西。整个平面几何不学绝对不行，演绎式的平面几何不学是不是绝对不行呢？这个问题还需要讨论。关于这些，我觉得我们好的地方还是要继承。

（五）三个数学教育理念

课程标准有三句话：“人人学有价值的数学；人人都获得有必要的数学；不同的人学习不同的数学。”前两个没什么问题，做不到的就是第三句话。比较中国和欧洲、美国的差异，我觉得就在这一句，如果这句话不落实，那我们的教育还是不行。我是说中国对优秀学生的培养不如美国。欧美国家的优秀孩子，学习环境很宽松，自主性很强；这些孩子的身体好，又十分努力；自主探索，善于操作现代化的东西；动手能力很强，创造意识强，即使在做题目得的分数上不如我们（有些考题简直是“数学杂技”），总体上还是比我们强。未来是孩子们的，我们有没有给优秀学生学习不同的数学呢？并没有。美国最优秀的学生不是教师教出来的，而我们的教师却把我们优秀的学生控制得非常严，人人都走一条独木桥（高考和数学竞赛）。我们虽然夺得了奥林匹克数学竞赛的第一名，但是国外对这个并不像我们那样看重。日本甚至认为这种做法是错误的，以体育做比喻，学生并不是专业运动员，不应该用专业训练来培养，这是不符合教学规律的。总而言之，对于“不同的人学习不同的数学”我们没有做到。我们的教师应该让优秀的学生除了奥林匹克数学竞赛之外还能吸收更多的数学营养。我们现在是试题导向，一名学生好不好就在于他会不会做题，而对于有没有发散性思维则不考虑。

有这样一个调查：同样的一道题，美国教师让学生由浅入深提出三个问

题，而中国教师则让学生得出规律。中国人看到答案就满足了，但美国人看到答案不满足，还要提出问题。我们是不是应该用是否能提出问题来发现好学生呢？学生要敢于提问，要能自己说出东西来。

三、数学观的变化

数学发展有四个高峰阶段：欧氏几何、微积分、公理化数学、信息时代的数学。20 世纪后期，数学进行入信息化数学时代，而我们的数学观还停留在第三阶段——公理化数学。形式主义、逻辑主义的观念由苏联传入中国后，我们一直用了半个世纪，基本上没动。我们进入信息时代比较晚，数学已经进入了第四阶段，但是我们的观念还停留在第三个阶段。 20 世纪下半叶，数学最大的发展就是应用，尤其是计算机的应用。我们过去许多思想是绝对主义，数学是绝对正确的，其实数学可以有错，特别在小学阶段，有很多东西都是不严密的。很多数学都是用头脑想出来的，只讲数学是可以离开现实世界的，另外一面没讲。热学、电磁说不讲，我们今天电视、移动电话、广播都是靠电磁方程发展起来的，而数学课中不讲这些，数学史上也不讲，尤其一些方程的应用不讲，只讲解法。今年奥斯卡最佳影片奖《美丽心灵》讲的就是一个数学家的故事，我想它体现出来的就是：数学——以情动人。在数学课堂中能不能也以情动人？数学是文化现象，是社会的一部分，这些都是我们以前没有涉及的。

四、基础的认识：“双基”

我要讲一个故事：我们要在天安门西南一点儿建设国家大剧院，它是由法国设计家设计的，外壳像一个鸡蛋，里面非常漂亮。曾经有 37 个中科院院士和工程院院士说这个设计是错误的，在传统建筑面前摆一个鸡蛋壳样的东西是违背我们的传统的。这件事情引起了建筑学界很大的震动，讨论的结果是接受了法国人的设计。在天安门广场上放一个鸡蛋壳状的建筑是否谐调，以传统的观点来看这样是不可以的，我们的传统建筑应该是斗拱尖顶的，这才是继承传统。法国设计家讲了一句话我觉得非常重要，他说继承传统是抽象的，传统是需要创造的，要创造一种符合民族精神的传统。法国有卢浮宫、凯旋门，又建了与传统不太相近的工业时代的艾菲尔铁塔，这些却成了法国的象征。法国的精神就是幻想，这就是传统；法国把这个传统继承下来，再去创造一些东西。国家大剧院的形式虽然是现代的，它的精神却是中国的，里面的装修、设计，包括地板的颜色，都让我们感觉这是中国的。这才是我们要追求的境界。

我们中国数学教育的传统就是去算，去背，在这个思想的指导下，基础训练得很好，但是我们要创造新的基础，我们搞一个新的基础，新的“双基”或者说“三基”既有中国的善于记忆、心算，包括熟练地解决问题，又有时代的特征，这是我们的目标。

基础和创新是一个问题的两个方面，没有基础的创新是空中楼阁，没有创意地打基础是没有意义的。中国的基础打得很牢，但也许只是在基础上搭一个茅草屋，是没有创新指导的基础。西方的思想是遍地开花，我们只在一个地方一块一块地打基础，果实在哪儿呢？以后再说。基础与创新要结合，二者是互动的。计算机是一个时代的产物，我们的数学要与计算机相结合，这是一个很自然的事情，没什么舍不得的。数学作为一种技术，是新时代的一个特征，要学会运用，创造是必不可少的。陈省身先生说：中国数学匠比较多，能够做外国人提出的很难的题目。我们的数学教育一直要学生模仿——学生模仿教师，不打算超过教师，也不想提出一个新的问题。我跟着外国数学家提出的数学问题作研究，做出来后，外国数学家说，你们做得不错，但是他自己已经不做这个问题了，他又在开发新的领域了。而中国人只要提起这个命题时，就要说根据某某数学家的理论，发明权、首创权多半是外国数学家。由于只是宣扬“做出外国人提出的难题”，从来不提倡自己提出有价值的问题，尤其是不面对原始问题，骨子里少创新。

建设中国数学课程的新基础——心算、变式练习、理性思维能力的培养、算法、情感培养，要把三个部分建设起来，即数学建模、数学探究、数学文化。我们过去是逻辑链条，对于建模、探究我们没有做，文化层面也比较弱。另外，要以算法为主线。在新课程标准中，对于算法谈得比较少，要把信息技术与数学结合起来。我们小学里讲的去括号、先乘除后加减、颠倒相乘，都属于算法，应该把它们用一条主线串起来，和计算器联系起来。中国的数学课程缺乏情感，缺乏对人的熏陶。情感方面的训练过去是没有的，只是赤裸裸的逻辑链条，这些方面我们要形成新的基础，把数学思想方法融入进去，这会比以前只是计算效果要好，应用题应该让位于数学建模和数学探究。

有些陈旧的“基础”应该坚决除掉。例如“带分数”已经没有必要学习了。分数的意义就是两个整数之比，何必讨论真分数、假分数！带分数 $3\frac{1}{2}$，是 3 加 $\frac{1}{2}$ 还是 3 乘 $\frac{1}{2}$？到了中学只会搞坏事情，何不淡化以至删掉？

需要全本请访问 www.ertongbook.com

五、数学能力

美国课程标准的能力标准有五个方面：问题解决，推理与证明，数学交流，数学知识的连接，表示。这里没有数学运算能力，几何能力，数据分析与概率能力，他们认为这是另外的事情，能力层次里只有五条，要会解决问题，会交流。我们只要求逻辑推理与证明，其他方面都很缺乏。

以前中学的大纲对于数学能力的要求是“逐步培养分析问题、解决问题的能力”，“解决简单的实际问题”。分析问题、解决问题的能力，儿童从小就要有，为什么要加“逐步培养”这样的限制词呢？解决“简单的”实际问题，体现了这样一种心理：数学不是解决问题的，而只是抽象的逻辑计算。这是由我们过去特别关爱逻辑、关爱计算、关爱抽象、忽视应用所造成的。

我认为数学思维能力有 10 种能力：数学感觉与判断，数据收集与分析，几何直观与空间想象，数学表示与数学建模，归纳猜想与合情推理，逻辑思考与演绎证明，数学联结与数学洞察，数学计算与算法设计，数学语言与数学交流，理性思维与体系建构。

六、非形式化问题

数学要用朴素的语言来表达，应该返璞归真，不要过分追求形式。比如定义倒数，说“两个数相乘等于 1，则这两个数互为倒数”，这就是过分形式化的说法。概念教学要淡化形式，注重实质。

返璞归真之一——原始经验和理性思维。原始经验和理性思维是重要的，应该重视，比如说在中学和小学里都没有定义过“什么是面积”，面积是原始经验。中国数学强调原始经验，问题解决是我们的特色。对于推理，我们在小学里是怎么做的呢？例如这样的题：“1，1，2，1，1，2，…”要求找出规律。数学家认为后面填什么都可以，而小学教师则一定要填“1，1，2”我的观点是，我们可以归纳，做归纳的训练，但是作为一种理性的思维，则找不出证据。如果有的学生说我不填“1，1，2”也可以，这就是优秀的学生，不应该扣分。优秀的学生感受到证明的必要，而大多数学生则没有。这就是原始经验和理性思维如何搭配的问题，需要我们去研究。我们小学里面大量的原始经验，也要培养学生一种理性的思维。中国古代的科学都是技术，没有打破沙锅问到底的精神。要弘扬中国的科学精神，应该在技术上培养理性。

返璞归真之二——抓住本质。代数的本质是什么？——“不定元可以和数字进行四则运算”，教师要理解代数的本质，并在教学中加以渗透。

返璞归真之三——理解数学概念。我们的概念教学只举一两个例子就完，学生还停留在举例上，对本质的掌握不够。小学里可不可以讲负数？上海小学通过足球里赢球和输球的例子，使小学生很好地理解了负数，非常生动，没必要去死记书上的黑体字。我们的教学往往把学生的思想淹没在形式化、程式化的海洋之中。

七、数学教学模式

我们现在的教学是一种“说书人”的模式，把教学的各环节及时间硬性规定下来。凯洛夫的五环节的教学模式是以教师为中心，描述了教师讲授、传授的规律性的东西，有其合理的一面。现在更进一步的发展是，教师更要像“主持人”，让“嘉宾”、“听众”多说说。“复习——导入——新授——巩固——作业”的五环节教学模式，必须进行改革。现在所有的教案的第一部分都是“导入”，能不能换一个词，改成“情境创设”好不好？学生的学习是中心，教师扮演的是服务的角色，教师为学生创设情境，实际上也是导入。巩固阶段叫“多角度巩固”，其中缺乏一种反思的思想。反思性教学是一个重要的问题。

我认为，常规的教学模式包括复习质疑、情境创设、师生探究、巩固反思、作业小结。

非常规的数学教学模式很多。其中重要的是数学活动教学。我们可以在活动中学数学。譬如，可以通过玩坐标来认识坐标，通过称体重求平均数来学统计等等。这些活动做多了，也不会影响基本训练。

题　目

（1）荷兰：甲离学校 10 千米，乙离甲 3 千米，问乙离学校几千米。训练学生的表示能力，不提是否在一条直线上。

（2）香港：某厂业绩。对同样的数据，从不同的角度来思考，可以有不同的结论。教学生会用数学保护自己的利益。

（3）上海：简单邮路问题。包含了旋转、优化的问题，小学生做得很好。代表了中国几何教学的新思路。

（4）英国：撕纸片问题。有 5 张纸片，每张可以再撕成 5 小片，也可以不撕，继续下去，能不能撕成 2002 片？这种题目思辨性很强。

（5）编码问题（条形码）。

八、数学教育的德育功能

数学与德育：教学要避免走向形而上学。数学是精确的，但不能太较真

儿，如果较真儿的话，就是走向了形而上学。

爱国主义与狭隘民族主义：我们不要总躺在老祖宗的功劳簿上讲四大发明，要讲现在，讲人类贡献，讲拿来主义。美国的历史只有 200 年，但世界各国的东西都被他们运用，创造了举世瞩目的财富。我们要立足于现在，不要搞狭隘的民族主义。爱国主义要与国际视野、国际责任连在一起。

自信：学生惧怕老师，没有自信，对明明正确的东西也不敢坚持，我们要对这样的问题提高认识。

课堂文化现象：课堂就是小社会，有竞争与合作。

数学教学的美学思考：美观，“$\frac{1}{2}+\frac{1}{3}=\frac{2}{5}$”这是学生和谐的天性所致，这是第一个层次，美观不一定美好。美好，“$(a+b)^2=a^2+b^2+2ab$”，二次方程的求根公式很丑陋但美好。美妙，“三条高交于一点”，妙！有时一条小小的辅助线也能起到很美妙的效果。课堂中的美学有很多事可以做，大家应该努力把美学引到课堂上来。光说数学有和谐美、对称美等等是不够的，还没有看见一个教案设计有美学的考虑。数学美学教育是尚未开垦的处女地。

九、数学教学研究

中国人强于为别人作注解，总是先把别人的理论拿来，自己举例子证明别人是对的。我们应从自己的小例子出发，看出大道理，讲别人的东西与自己的符合。要更多地从自己的课堂上看到数学教育的规律，看到数学教育应该怎样去做。真正的数学是朴素的，从原始问题出发思考，得到自己的东西。我希望大家能在自己的教学中，多观察一些现象，得出自己的教学规律。数学教学研究的任务是发现数学教育的规律。现在许多教师热衷于研究一个题目如何去解，有几种解法，这样的研究没有太大的意义，至少不属于数学教育的研究范围，那是“数学”。教师应该研究学生用了几种解法，学生对不同的解法的喜欢程度，为什么有这种现象。从小事情做起，积少成多，教育研究应该从课堂出发，小题小做，把我们的文风建设好。

数学课程改革的思考

刘 兼
（教育部基础教育课程教材发展中心）

□内容提要

本讲通过几个数学测验的实例分析了数学课程改革的必要性，并通过我国与西方数学教育的比较指出了我们的数学教育存在的优势与问题，进一步阐明了我国数学课程改革的方向。

中国的数学教育自从改革开放以来，取得了很大的成绩。无论是参加国际的数学竞赛，还是参加国际的数学水平测验，中国的学生都可以取得良好的成绩。但是，在我们取得这些成绩的同时，不难发现，或者说使我们不得不关注的是，我们的学生获得这些成绩所付出的代价，他们的情感体验如何？或者在数学能力发展上是不是还有一些不足？作为数学教育工作者，不仅要考虑我们取得的成绩，更要看到我们工作中还存在的问题。本文拟就我国数学教育中存在的问题，分析数学课程改革的必要性，并理清对数学课程改革中一些基本问题的认识。

一、从数学测验看数学课程改革的必要性

有一位云南教育部门的同志曾经问我，说他的孩子在考试中遇到这样一道题：小强有 9 朵红花，小红有 15 朵，问小强再有多少朵花才会和小红的

一样多。他的孩子答 6 朵，列式是 9+6=15 （朵），教师判为错，扣 6 分，得 94 分，全班倒数第三。他问我：“我的孩子究竟错在哪里？”我的回答是三句话：第一，孩子没错，无论是数量关系还是最后结果都是正确的。第二，他的算式的表达形式与我们成人几十年来惯用的表达形式不一样。我们过去把这种形式的应用题定位为减法应用题，已知条件放在算式左边，必须用减法计算，所以教师认为他错了。第三，这个孩子不但对，而且有很好的代数思想。因为这个孩子很清楚 9+（ ）=15，到中高年级学简易方程时，这样想是十分合理的，而在低年级教师却认为他是错的，这需要我们反省一下这样的规定是否合适。我想，面对这样的事实，我们成人不能不思考是不是我们自己错了。由这件事情我想到，去年《纽约时报》登载了一条这样的消息，在美国的一个小学四年级课堂上，学生做了一道这样的题目（题目已被简化）：总共有 240 人，每人需要一瓶饮料，每箱饮料 12 瓶，问一共要买多少箱。在座的老师都知道像这样的题我们是规定为除法应用题的，还要求学生说“道理”，即看 240 里面有多少个 12，或 240 里包含有多少个 12，所以用除法计算，其算式是 240÷12=20 （箱）。在《纽约时报》介绍的这节课上，学生有六七种计算方法，有的学生用除法计算，还有很多学生用加法计算：“12+12+12+…”（在我们看来这是一种笨办法，他们却认为是很好的办法）。此题也可以用减法：“240−12−12−12−…”，也可以用乘法，也可以用列表的方法，还可以用统计的方法。学生可以用各种各样的办法解决同一道题。我们是关注所有的人用同样的方法解决更多的题，他们关注的则是面对同一个问题情境，鼓励不同的学生采取不同的解决问题的策略。究竟哪种方法更好，或是两者各有利弊，我们须要对这样的问题多加思考。

我手头有一份材料，是国际联校学科评估小学三年级学生的数学试卷，其中有这样几道计算题（都是选择题）：

1.
$$\begin{array}{r} 53 \\ +\ 22 \\ \hline \end{array}$$

A. 31　　B. 35　　C. 71　　D. 75

2. 4×5=

A. 9　　B. 20　　C. 25　　D. 45

3.
$$\begin{array}{r} 55 \\ -\ 13 \\ \hline \end{array}$$

A. 32　　B. 42　　C. 48　　D. 68

4.
$$\begin{array}{r} 43 \\ \times\ \ 2 \\ \hline \end{array}$$

A. 62　　B. 86　　C. 88　　D. 92

5. 24 的一半是（　　）。

A. 4　　B. 6　　C. 12　　D. 20

6. 24÷4=

A. 6　　B. 8　　C. 20　　D. 29

请把这些题和我们三年级学生做的计算题比较一下，你发现了什么？有什么差别？如果有差别，是大还是小？这种差别的存在你是否感到震惊？这种差别是不是合理的？是他们做得太简单了，还是我们做得太难、太复杂了？这是不是问题？这当然是问题。因为数学学习占学生在校时间的 17%左右，在学生从未成年走向成年的过程中，相当长的一段时间和数学打交道，学生学什么内容、学到什么程度我们当然要关心。既然都是考数学，为什么计算题相差那么大？是我们做得对，还是他们做得对，或是两者都有合理的一面？我想这是我们要思考的问题。

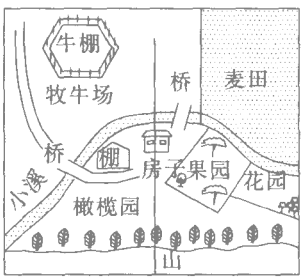


图 1

再看一道题，右面是农场的平面图（图 1）。根据图上的信息看能否回答以下问题。

（1）与牛棚占有的土地面积几乎相等的是（）。

A. 果园　　B. 牧牛场

C. 麦田　　D. 橄榄园

（2）如图 2 所示，农场主的儿子在图的正中央画了一条线，并把经过的物体画了下来，哪幅图最能显示他所画的那条线？

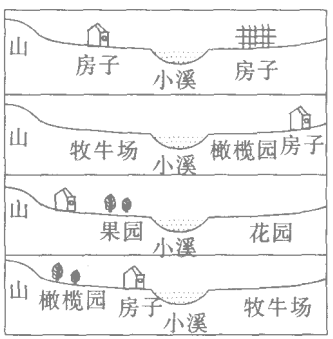


图 2

下面，我愿意在这个地方多花一点时间来与大家一起共同感受一下。就问题（1）来说，跟牛棚大小差不多的好像是果园，尽管形状不一样，但学生可以作出判断。他们考查的是这样的题材，是让学生自己作判断，并且答案是开放性的。而我们考查的是一个正方形，给出边长，求它的面积是多少；一个圆，给出半径，求它的面积或作一些大小比较。像上面所举的这样的题目出现在小学三年级，

需要全本请访问 www.ertongbook.com