

# 黄冈兵法·同步学案

## 八年级数学(人教版·上)

摇主摇编摇汪摇兴

摇编摇委摇刘摇毅摇倪文涛摇刘宗才摇孙黄校

熊怀忠摇王摇琳摇胡良英摇吕园满

李冠军摇陈正福摇顾艳香摇吕小燕

吴三堂摇王禾华摇吴玉容摇吕光明

孙莲花摇龙凤英摇熊摇辉摇何立志

张勇超摇石国清摇万小华摇黎摇杰

常定勇摇任家贤摇李少斌

陕西师范大学出版社



# 目录

第十一章 一次函数	员
变量与函数	员
变量与函数(一)	员
变量与函数(二)	苑
一次函数	猿
一次函数(一)	猿
一次函数(二)	缘
一次函数(三)	远
用函数观点看方程(组)与不等式	愿
单元综合与测试	员远
第十二章 数据的描述	员员
几种常见的统计图表	员员
用图表描述数据	员园
单元综合与测试	员园
第十三章 全等三角形	员苑
全等三角形	员苑
三角形全等的条件	员怨
三角形全等的条件(一)	员怨
三角形全等的条件(二)	圆远
角的平分线的性质	圆苑
单元综合与测试	圆圆
第十四章 轴对称	圆苑
轴对称	圆苑
轴对称变换	圆四





摇摇等腰三角形 .....	圆
单元综合与测试 .....	猿
第十五章 整式 .....	猿
摇摇整式的加减 .....	猿
摇摇整式的乘法 .....	猿
摇摇整式的乘法(一) .....	猿
摇摇整式的乘法(二) .....	猿
摇摇乘法公式 .....	猿
摇摇整式的除法 .....	猿
摇摇因式分解 .....	猿
单元综合与测试 .....	猿





# 第十一章 一次函数

## 变量与函数

### 变量与函数(一)

#### 问题·思考·研讨



如图 11.1-1 所示是武汉地区十月的某一天 12 时到 24 时的气温变化图你能看懂图象吗?

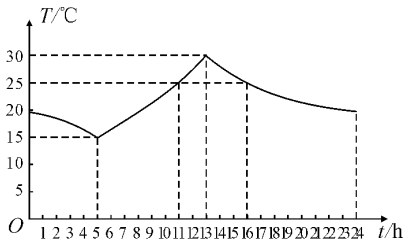


图 11.1-1

#### 思考与研讨

- 摇摇员这天 12 时的气温和 16 时的气温分别为多少?
- 摇摇任意给出这天中的某一时刻,你能说出这一时刻的气温吗?
- 摇摇这张图是怎样来展示这天各时刻的温度和刻画这天的气温变化规律的?





## 知识·运用·归纳

### 知识点 员 常量与变量

在某一变化过程中,可以取不同数值的量叫做变量,取值始终保持不变的量叫做常量

【例 员】分别指出下列各关系式中的常量与变量

(员)圆的面积公式  $S = \pi R^2$  ( $S$  表示面积,  $R$  表示半径);

(圆)匀速运动公式  $S = vt$  ( $v$  表示速度,  $t$  表示时间,  $S$  表示在时间  $t$  内所走的路程);

(猿)以固定的速率  $v$  向上抛一个小球,小球的高度  $h$  与小球运动的时间  $t$  之间的关系式是  $h = vt - \frac{1}{2}gt^2$

【解析】(员)中圆周率  $\pi$  是保持不变的量,是常量,而  $S$  和  $R$  则是可以取不同数值的量;(圆)中因为是匀速运动,所以  $v$  保持不变, $S$  和  $t$  可以取不同的数值;(猿)中  $v$  和  $g$  是保持不变的量, $h$  和  $t$  是可以取不同数值的量

【解答】(员)常量为  $\pi$ ,变量为  $S$  和  $R$

(圆)常量为  $v$ ,变量为  $S$  和  $t$

(猿)常量为  $v$  和  $g$ ,变量为  $h$  和  $t$

#### 方法技巧

判断一个关系式中的常量与变量,一般依据它们的定义

#### 延伸思维

常量和变量是相对而言的.在汽车行驶的过程中,有三个量:路程  $S$ ,行驶时间  $t$ ,速度  $v$ .当速度  $v$  一定时,路程  $S$  与时间  $t$  是变量,速度  $v$  是常量;当时间  $t$  一定时,则路程  $S$  与速度  $v$  是变量,时间  $t$  是常量;当路程  $S$  一定时,速度  $v$  与时间  $t$  是变量,路程  $S$  是常量

### 知识点 圆 函数的概念

一般地,在一个变化过程中,如果有两个变量  $x$  与  $y$  并且对于  $x$  的每一个确定的值,  $y$  都有唯一确定的值与其对应,那么我们就说  $x$  是自变量, $y$  是  $x$  的函数

函数的表示方法有三种:解析法、列表法、图象法.其中,用来表示函数关系的数学式子叫做函数解析式.用解析式表示函数关系的方法叫解析法





用表格来表示函数的方法叫列表法用图象来表示函数的方法叫图象法

【例】如图 1.1 所示的各种表达方式中,能表示变量  $y$  与变量  $x$  之间的函数关系式的有( )

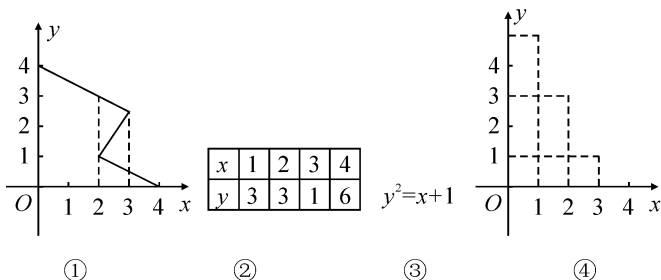


图 1.1

【解析】①错误,当  $x$  取 2 或 3 时,对应  $y$  的值分别有两个,不符合函数的概念;②正确;③错误,当  $x$  取 0 时,对应  $y$  的值是 1 或 -1,不符合函数的概念;④正确

**解题方法**  
判断两个变量之间是否存在函数关系,主要依据是函数的概念

【解答】选 B

【例】(四川广元·中考)函数  $y = \sqrt{x-1}$  中自变量  $x$  的取值范围是( )

原  $x \geq 1$

原  $x \geq 0$

(湖北武汉·中考)函数  $y = \frac{1}{x-1}$  中自变量  $x$  的取值范围是( )

原  $x \neq 1$

【解析】(1)中无论自变量  $x$  取何值,函数  $y = \sqrt{x-1}$  都有意义,故自变量  $x$  的取值范围是全体实数;(2)中当  $x=1$  时,函数  $y = \frac{1}{x-1}$  没有意义,所以自变量  $x$  的取值范围是  $x \neq 1$

【解答】选 C





方法技巧

摇摇求函数解析式中自变量的取值范围,一般根据函数各部分有意义的要求,列出限制自变量  $x$  的条件的不等式(组)求出其解集,即可得到自变量的取值范围援

知识点 摇摇函数值

对于一个函数,当自变量  $x$  取某一给定的值时,可以求出与它对应的  $y$  的值,这个值叫做  $x$  取该值时的函数值援

【例 1】摇摇求下列函数当  $x=2$  时的函数值:

(1)  $y=x^2+2x-1$ ; (2)  $y=\frac{1}{x}$ 援

【解析】摇摇函数值是指当自变量取某一给定的值时函数表达式所取的一个对应值,解题时先代入,再计算求值援

摇摇【解答】摇摇(1)当  $x=2$  时,  $y=2^2+2 \times 2-1=7$ 援

(2)当  $x=2$  时,  $y=\frac{1}{2}$ 援

(3)当  $x=2$  时,  $y=\frac{1}{2}$ 援

【同类变式一】摇摇(北京海淀·中考题)根据如图 1 所示的程序计算函数值,若输入的  $x$  值为 2,则输出的结果是(摇摇)

解题方法

求函数值一般转化为求代数式的值援

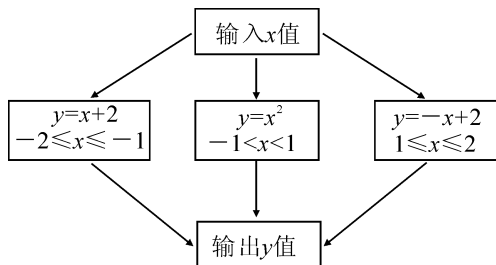


图 1 所示程序





曾媛 苑 摇摇摇摇月媛 怨 摇摇摇摇悦媛 员 摇摇摇摇阅媛 怨

【解析】摇因为输入的曾值猿在员≤曾≤圆的范围内,故应将曾越猿代入赠越原曾垣圆来求函数值,当曾越猿时,赠越原曾垣圆越原猿垣圆越员媛

【解答】摇悦媛

【同类变式二】摇已知赠越员曾垣员,求:(员)当曾越原员,圆时的函数值;(圆)当赠越圆时曾的值媛

【解析】摇(员)题实质是求代数式的值;(圆)题就是解关于曾的方程媛

摇摇【解答】摇(员)当曾越原员时,赠越员

伊(原员)垣员越猿媛

当曾越圆时,赠越员伊圆垣员媛

(圆)当赠越圆时,员曾垣圆越圆,解得曾越原猿媛

当赠越圆时,员曾垣圆越圆,解得曾越媛

#### 思维延伸

已知函数值及函数解析式,求自变量的值时,实质是解关于自变量的方程媛

#### 知识点 源 构建函数关系式

【例 缘】摇已知池中有 远垣皂的水,每小时抽 缘皂媛

(员)写出剩余水的体积 匝(皂)与时间 贼(源)之间的函数关系式;

(圆)写出自变量 贼的取值范围;

(猿)愿源后,池中还有多少立方米的水?

(源)几小时后,池中还有 员垣皂的水?

【解析】摇由条件不难得出 匝越远垣缘贼,由 匝≥园,贼≥园可确定 贼的取值范围,利用 匝与 贼的函数关系式易解答(猿)、(源)中的问题媛

摇摇【解答】摇(员)匝越远垣缘贼媛

(圆)依题意,得

$$\begin{cases} 贼 \geq 0, \\ 远 + 缘贼 \geq 0, \end{cases} \text{摇解得 } 0 \leq 贼 \leq 远 \text{媛}$$





(猿)当 贼越愿时,匠越愿园原缘伊愿  
越愿园援  
即 愿巢后,池中还有水 愿园皂援  
(源)当 匠越愿园时,愿园原缘越愿园,  
解得 贼越愿援  
即 愿巢后,池中还有水 愿园皂援

思维拓展

求实际问题中函数自变量的取值范围,除需使所列函数关系式有意义外,还要使实际问题有意义援如本题中的  $x \geq 0$  贼 园援

方法技巧

摇摇根据实际问题构建函数关系式与列方程解应用题类似,由题意中的等量关系列出关于两个变量的二元方程,再用含一个变量(如曾)的代数式表示另一个变量(如赠),最后写出自变量的取值范围援

【同类变式一】摇摇有练习本 愿园本分发给学生,每人 愿本援试求余下练习本 赠本)与学生数 曾个)之间的函数关系式,并求自变量 曾的取值范围援

【解析】摇摇由所给条件不难得到 赠越愿园原曾再由 曾赠均为非负整数可确定自变量 曾的范围援

摇摇【解答】摇摇依题意,得摇摇赠越愿园原曾援

因为摇摇曾赠均为非负整数,

$$\text{所以摇摇} \begin{cases} \text{曾} \geq 0, \\ \text{愿园原曾} \geq 0 \end{cases}$$

所以摇摇园 曾 愿园,且 曾为整数援

【同类变式二】摇摇(四川·圆垣垣)某小汽车的油箱可装汽油 猿园蕴,原装有汽油 愿园蕴,现再加汽油 曾蕴,如果每升汽油 愿元,求油箱内汽油总价 赠元)与 曾蕴之间的函数关系式,并写出自变量 曾的取值范围援

【解析】摇摇可利用油箱内汽油总价等于油箱内汽油总升数乘以单价列出函数关系式,再由油箱内原有汽油 愿园蕴,油箱总共能装 猿园蕴,可确定再加汽油 曾升的范围援

【解答】摇摇依题意,得摇摇赠越愿曾(曾 园),

即摇摇赠越愿曾援

因为摇摇油箱内已有汽油 愿园蕴,油箱一共能装 猿园蕴,

故摇摇自变量 曾的取值范围是 园 曾 愿援

【例 摇摇】摇摇如图 愿巢原原,在 愿巢 粤况中, / 悦越愿园,粤越愿元,况越愿,设 孕

误区警示

解题时,一般能注意到 园 曾 愿园,但极易忽略 曾为整数援







月份	用水量 $x$ (吨)	水费 $y$ (元)
猿	缘	苑
源	怨	园

设该户月用水量为  $x$  (吨), 应交水费为  $y$  (元), 援

摇摇(员)求  $y$  关于  $x$  的函数关系式, 并写出用水量不超过  $5$  吨和超过  $5$  吨时,  $y$  与  $x$  之间的函数关系式;

(圆)若该户缘月份的水费为  $7$  元, 求该户缘月份的水费

思维点拨

本题的函数关系为分段函数, 列函数关系要特别注意自变量的取值范围

【解答】摇摇(员)依题意有:

当  $x \leq 5$  时,  $y = 1.5x$ ;

当  $x > 5$  时,  $y = 1.5 \times 5 + 2(x - 5)$ ;

由上表知摇摇  $\begin{cases} 苑 = 1.5 \times 缘, \\ 园 = 1.5 \times 怨 + 2(怨 - 5) \end{cases}$  解得  $\begin{cases} 苑 = 4.5, \\ 园 = 7.5 \end{cases}$

所以  $y = \begin{cases} 1.5x, & x \leq 5, \\ 1.5 \times 5 + 2(x - 5), & x > 5. \end{cases}$

(圆)将  $y = 7$  代入  $y = 1.5 \times 5 + 2(x - 5)$  得

$7 = 1.5 \times 5 + 2(x - 5)$  (元) 援

即该户缘月份的水费为  $7$  元 援

延伸点拨

摇摇分段函数即自变量在不同范围内取值时, 函数  $y$  和  $x$  有不同的对应关系, 故解题时的关键是弄清自变量的取值范围, 选择或求出对应的函数关系式, 并注意求解时关系式的选择应用 援

延伸探究——建立函数解决几何计数类问题

【例】摇摇观察下列图形(图 猿)和所给表格中的数据后回答问题:

梯形个数	员	圆	猿	源	缘	...
图形周长	缘	愿	员员	员源	员苑	...









演 初三年级排练队形为 员排 第一排 圆人 后面每排比前排多 员人 写出每排的人数 皂与这排的排数 灶之间的函数关系式 自变量 灶的取值范围是

愿函数是研究( 摇摇)

粤援常量之间的对应关系的 摇摇 月援常量与变量的对应关系的

悦援变量与常量的对应关系的 阅援变量之间的对应关系的

怨球的体积与半径之间的函数关系式为 灾越  $\frac{\pi}{3}r^3$  则,下列各种说法中

正确的有(摇摇)

- ①灾,  $\pi$  则是变量 ②则是自变量 ③则是自变量 ④  $\frac{\pi}{3}$  是常量

粤援员个 摇摇 月援圆个 摇摇 悦援猿个 摇摇 阅援原个

员援(山东烟台· 圆题)如图 员援原,下列四个图象中,不表示某一函数图象的是(摇摇)

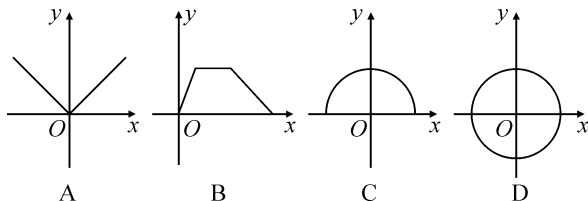


图 员援原

员援已知函数 赠越  $\frac{1}{2}x^2$  中,当 曾越皂时的函数值为 员,则 皂的值为(摇摇)

粤援员 月援猿 悦援原猿 阅援原员

员援如果函数 赠越曾原员与 赠越圆原曾的某个函数值相同,那么这个函数值是(摇摇)

粤援员 月援圆 悦援圆 阅援原员

员援如果每盒圆珠笔有 员圆枝,每盒售价 员愿元,那么圆珠笔的售价(赠元)与圆珠笔的枝数(曾枝)之间的函数关系为(摇摇)

粤援赠越  $\frac{1}{12}曾$  月援赠越  $\frac{1}{12}曾$  悦援赠越  $\frac{1}{12}曾$  阅援赠越  $\frac{1}{12}曾$

员援如图 员援原,下列每个图是由若干盆花组成的形如三角形的图



案,每条边(包括两个顶点)有 灶盆花,每个图案花盆总数是 杂按此推断 杂与 灶的关系式为(摇摇)

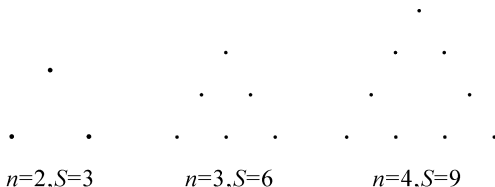


图 员员源原愿

粤爰杂越灶灶      月爰杂越灶灶(灶原员)      悦爰杂越灶灶灶原员      阅爰杂越灶灶灶灶原员

员爰据调查,某自行车存车处在某星期日的存车量为 源灶灶辆次,其中变速车存车费是每辆一次 园灶灶元,普通车存车费是每辆一次 园灶灶元援若普通车存车数为 曾辆次,存车费总收入为 赠元,则 赠关于 曾的函数关系式是(摇摇)

- 粤 赠越园灶灶曾垣园灶灶      月 赠越园灶灶曾垣园灶灶      悦 赠越园灶灶曾垣园灶灶      阅 赠越园灶灶曾垣园灶灶
- 粤 赠越园灶灶曾垣园灶灶      月 赠越园灶灶曾垣园灶灶      悦 赠越园灶灶曾垣园灶灶      阅 赠越园灶灶曾垣园灶灶

员爰学校为创建多媒体教学中心备有资金 员源灶万元,现计划分批购进电脑 曾台,每台电脑售价 远千元,求所剩资金与电脑台数之间的函数关系式,并指出自变量的取值范围援

综合运用

员爰公民的月收入超过 愿灶元时,超过部分须依法缴纳个人所得税,当超过部分不足 缘灶元时,税率即所纳税款占超过部分的百分数相同援已知某人本月收入 员源灶元,纳税 园灶元援求所纳税 赠(元)与该人月收入 曾(元)(愿灶约曾约员源灶)间的函数关系式援

员爰在  $\triangle$  粤悦中, $\angle$  月与  $\angle$  悦的角平分线相交于点 隔, $\angle$  粤越曾般, $\angle$  月悦越灶般,写出 赠与 曾之间的函数关系式,并指出 曾的取值范围援

员爰如图 员员源原愿所示,正方形 粤月阅的边长为 圆灶灶,点 孕是边 月悦上不同于 月与 悦的一个动点,设 孕越曾灶般,四边形 粤月孕阅的面积为 赠灶般援

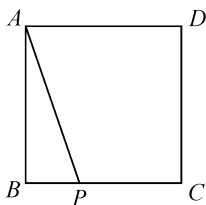


图 员员源原愿

(员) 写出 赠与 曾的函数关系式;





(圆) 如果杂<sub>圆</sub>越<sup>员</sup>/<sub>圆</sub>杂<sub>圆</sub>那么点孕在什么地方?

■ 拓广探索

例(贵州贵阳·贵阳)某校准备在甲、乙两家公司为毕业班学生制作一批纪念册.甲公司提出:每册收材料费缘元,另收设计费员圆元;乙公司提出:每册收材料费愿元,不收设计费.

(员)请写出制作纪念册的册数曾与甲公司的收费赠(元)的函数关系式;

(圆)请写出制作纪念册的册数曾与乙公司的收费赠(元)的函数关系式;

(猿)如果学校派你去甲、乙两家公司订做纪念册,你会选择哪家公司?

例(四川成都·成都)东风商场文具部的某种毛笔每枝售价圆元,书法练习本每本售价缘元.该商场为促销制定了两种优惠办法:

甲:买一枝毛笔就赠送一本书法练习本;

乙:按购买金额打九折付款.

某校欲为校书法兴趣小组购买这种毛笔圆枝,书法练习本曾曾本.

(员)写出每种优惠办法实际付款金额赠(元)、赠(元)与曾本之间的函数关系式;

(圆)比较购买同样多的书法练习本时,按哪种优惠办法付款更省钱;

(猿)如果商场允许可以任意选择一种优惠办法购买,也可以同时用两种优惠办法购买.请你就购买这种毛笔圆枝和书法练习本圆本设计一种最省钱的购买方案.

资料活页

函数的起源

在笛卡儿引入变量以后,变量和函数等概念日益渗透到科学技术的各个领域.浏览宇宙,运算天体,探索热的传导,揭示电磁秘密,这些都和函数概念息息相关.正是在这些实践过程中,人们对函数的概念不断深化.

最早提出函数(变数)概念的是17世纪德国数学家莱布尼茨.最初莱布尼茨用“函数”一词表示幂,如曾曾,曾都叫函数.

1684年,莱布尼茨的学生瑞士数学家贝努利把函数定义为:“由某个变量及任意的一个常数结合而成的数量.援意思是:凡变量曾和常量构成的式





子都叫做 曾的函数援 努利所强调的是函数要用公式来表示援 后来数学家觉得不应该把函数概念局限在只能用公式来表达上,只要一些变量变化,另一些变量能随之而变化就可以,至于这两个变量的关系是否要用公式来表示,就不必作为判别函数的标准了援

1703年,瑞士数学家欧拉把函数定义为“如果某些变量以某一种方式依赖于另一些变量,即当后面这些变量变化时,前面这些变量也随着变化,我们把前面的变量称为后面变量的函数援 在欧拉的定义中,就不强调函数要用公式表示了援 当时有些数学家对于不用公式来表示函数感到很 不习惯,有的数学家甚至抱怀疑态度援 他们把能用公式表示的函数叫“真函数”,把不能用公式表示的函数叫“假函数”援 1794年,法国数学家柯西给出了类似现在中学课本中的函数定义:在某些变数间存在着一定的关系,当一经给定其中某一变数的值,其他变数的值可随之而确定时,则将最初的变数叫自变量,其他各变数叫做函数援 在柯西的定义中,首先出现了自变量一词援

1837年,俄国数学家罗巴契夫斯基进一步提出函数的定义:“曾的函数是这样的一个数,它对于每一个 曾都有确定的值,并且随着 曾一起变化援 函数数值可以由解析式给出,也可以由一个条件给出,这个条件提供了一种寻求全部对应值的方法援 函数的这种依赖关系可以存在,但仍然是未知的援 这个定义指出了对应关系(条件)的必要性,利用这个关系可以求出每一个 曾的对应值援

1842年,德国数学家狄里克雷认为怎样去建立 曾与 赠之间的对应关系是无关紧要的,所以他的定义是:“如果对于 曾的每一个值,赠总有一个完全确定的值与之对应,则 赠是 曾的函数援 这个定义抓住了概念的本质属性,变量 赠称为 曾的函数,只需有一个法则存在,使得这个函数取值范围中的每一个值有一个确定的 赠值和它对应就行了,不管这个法则是公式或图象或表格或其他形式援 这个定义比前面的定义带有普遍性,为理论研究和实际应用提供了方便援 因此,此定义曾被比较长期的使用着援

中国古代“函”字与“含”字通用,都有着“包含”的意思,我国清代数学家李善兰给出的定义是:“凡式中含天,为天 之函数援 中国古代用天、地、人、物 源个字来表示 源个不同的未知数或变量援 这个定义的含义是:“凡是公式中含有变量 曾则该式子叫做 曾的函数援 所以,“函数”是指公式里含有变量的意思援

我们可以预计到,关于函数的争论、研究、发展、推广将不会完结,也正是这些因素影响着数学及其相邻学科的发展援

