

目 录

第一章 数与代数



有意思的“0”	1
一共多少个数字	3
奇妙的数字对称和	4
指头的应用	6
加减乘除变魔术	8
奇妙的 6174	9
数字宝塔	11
猜年龄	12
分水	13
一共有多少根圆木	14
搬运奶糖	16
和一定的剪纸	17
魔术扑克牌	18
数字圆圈	20
电子跳蚤	22
盒子里放乒乓球	24
付帐	25
楼梯阶数	27
质数排座位	29
猜年龄和出生月份	31
平方宝塔	32



排队报数	33
64 格	35
卖苹果	36
分数数列	38
一共有多少酒	39
一除到底	41
吃枣子	42
一共多少碗	43
剪绳子	44
3 个一位数	46
两支蜡烛	48
指针问题	50
连接等号	51
结果是零	52
奔向 2000	53
拼成 13	54
24 点游戏	56
神机妙算猜棋子	57
星座算式	58
翻硬币	60
立方体涂颜色	61
拿铅笔	62
四手之神	64
摸扑克牌	66
围坐圆桌	67
推算日期	68
日历表上的数学	70
幻方游戏	71



16 个哨兵	72
拉丁方阵	73
五圆圈	74
数环	75
兔子分家	76
纽扣问题	77
倒推	79
砝码问题	80
真假银元	82
木块重量	83

第二章 空间与图形



人脸和猫	84
火柴棒游戏(一)	85
火柴棒游戏(二)	86
几何动物图案	87
巧证勾股定理	89
有多少个三角形	91
折纸游戏	92
钉子上绕正方形	93
失踪的正方形	94
棋子与正方形	95
剪出三个长方形	96
求小平行四边形的面积	98
折纸证明	99



画线过点	100
纷繁复杂的迷宫	101
巧移棋子	102
植树	103
失踪的线	105
有趣的圆周率	107
妞妞放牛	108
切馅饼	110
相貌遗传	112
只切 5 刀	113
九块西瓜十块皮	114
数小立方体块	115
剪正方体	116
火柴棒摆立体图形	118
圆柱截面	119
蚁搬家	120
巧测瓶子的体积	121
对称法剪十字形	123
用矩形拼接正方形	125
奇妙的七巧板	127
双方块七巧板和双梯形七巧板 ...	128
正六边形拼板	129
四块台布	130
俄罗斯方块	131
搭积木	133
按规律画图	134
不可能的三接棍	135
麦比乌斯带	136



环环相扣	137
孔明棋	138
小甲壳虫	140
送信	141
道路谜题	143
等电车	144
迷宫碰碰车	145
跳马	147
动物搬家	148

第三章 逻辑与推理



怎样过河	149
过桥	151
猜红球白球	152
红帽子和黑帽子	154
一句不真不假的话	156
一次没有结果的判决	158
房间怎样分配	160
分蛋糕	162
烙饼的策略	163
抛硬币	165
伸手指说数	167
投针求圆周率	169
三枚硬币	170
翻老 K	172
套环游戏	174





只赢不输的游戏	176
放棋子的游戏	177
取胜诀窍	178
走棋子	179
华容道	180
停车场	181
染色	183
棋盘染色	184
加密	185
颠倒顺序	187
跳棋游戏	189
点连线游戏	191
答 案	193

游 戏 目 的

0 的性质



有意思的“0”

小朋友们,如果要你说出一个最简单的数字,也许你会脱口而出说一个“0”。的确,“0”是一个最简单的数字,但也是一个很有意思的数字。它有很多独特的性质:任何数加上或者减去 0,得数还是它本身;一个无论多大的数乘以 0,得数都是 0;末尾是 5 的数和偶数相乘时,得数的末尾数也一定是 0。

现在精灵兔遇到了一道有关“0”的问题: $1 \times 2 \times 3 \times 4 \times \dots \times 48 \times 49 \times 50$ 这个数的末尾有多少个 0 呢?你能帮它吗?



让我们来分析一下吧:

首先,让我们来看末尾是 0 的数的乘积。0 的个数是原来乘数的 0 的个数之和。而这里末尾是 0 的数有:10、20、30、40、50,所以它们的乘积有 5 个 0。

其次,再来看一看末尾是 5 的数,它们和偶数的乘积的尾数也是 0。这里有 5、15、25、35、45 五个数满足条件,所以,最后的结果又增加 5 个 0。

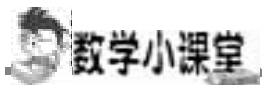
最后,请小朋友们注意,还有两个特殊的数:25 和 50, $25 \times 4 = 100$, $50 \times 2 = 100$,乘积的尾数都是两个 0,所以在原



有的基础上,还应该再加上两个 0。

一共是 $5 + 5 + 2 = 12$ 个 0。

怎么样,你看明白了吗?



0 是一个确定的并且具有非常丰富的内容的整数,它比所有的自然数都小。0 可以表示刻度计量的起点。0 能被 2 整除,是一个偶数;它也能被任何自然数整除,所以它是任何自然数的倍数,任何自然数都是 0 的约数。0 与任何数的和仍是这个数,任何数减 0 的差仍是这个数。0 和任何数的积还是 0,0 除以任何一个不等于 0 的数所得的商仍然是 0,但是 0 作除数就没有意义了。

1



闯关训练

请你根据上面的方法,计算一下:

$$1 \times 2 \times 3 \times 4 \times \cdots \times 98 \times 99 \times 100$$

得数一共有几个 0?

游 戏 目 的

数字的认识



一共多少个数字

小新在纸上从 1 开始连续写数, 1、2、3……, 一直写到 300 多才停止。写完以后, 小新想要知道自己一共写了多少个数字, 于是他就开始一个数字一个数字地数。可是小新是个粗心的孩子, 数了半天总是数不对, 一会数得 820, 一会数得 822。小新着急了, 请我们帮帮忙, 看看到底哪个数字是对的。

让我们来想一想:

小新写的一位数是 1~9, 一共是 9 个数字。两位数是 10~99, 一共是 90 个数, $90 \times 2 = 180$ 个数字。三位数是 100~299, 共 200 个数, 一共是 $200 \times 3 = 600$ 个数字。



所以从 1 到 299 共有 $9 + 180 + 600 = 789$ 个数字。剩下的就是 300 以后的数字, 每个数有 3 个数字, 所以用总数字减去 789, 能被 3 整除的数就是所要的答案。因为 $822 - 789 = 33$, 能被 3 整除, 所以小新一共写了 822 个数字。



闯关训练

书的页码下角都标有 1、2、3……这些按自然数的顺序排列着的数。一本书的页码一共需要 2925 个数字, 请你算出这本书的页数。怎么算呢?



奇妙的数字对称和

小朋友们，我们已经在语文课上学过比喻、拟人等修辞手法，你们听说过“回文”这种修辞手法吗？如果一句话或者一首诗，正着读或者倒着读，都能够读得通的话，那么这种

修辞手法就叫做“回文”。例如“青山碧水劲松千峰秀”这几个字，正着读就是“青山碧水，劲松千峰秀”，倒着读就变成了“秀峰千松劲，水碧山青”，多美的意境啊！



其实，更令人惊讶的是，数学上也存在着回文的现象！如果一个数从左到右念和从右到左念是一样的，这样的数叫做回文数。回文数也有许多奇妙的性质呢！

现在，请你随手写上一个多位整数，然后把它和它的反序数相加，注意观察它们的和。然后，将它们的和再加上和的反序数，以此类推，每次都用相加的和再加上和的反序数。相加多次，最终你就会发现一个奇特的结果：

最后总可以得到一个回文数！

不信是吗？我来举几个例子吧。

$$74 + 47 = 121,$$

$148 + 841 = 989$,
 $139 + 931 = 1070$, $1070 + 0701 = 1771$,
 $48017 + 71084 = 119101$, $119101 + 101911 = 221012$,
 $221012 + 210122 = 431134$ 。

如果你还不相信的话,就自己动手试试看吧。

不过,有时为了得到预期的结果,需要进行多次运算。例如最初的数是 89,要得到最后的回文数,需要进行 24 次运算呢!最后结果是 881320023188。



闯关训练

数 20022002 按照前面的定义是回文数,20022002 有个特别的性质:20022002 可以写成三个回文数的乘积。并且这 3 个回文数都至少是 2 位数。

请写出这三个回文数。



指头的应用

初学乘法的时候,有的小朋友可能难以记住1至9这九个数与9相乘的乘法表。现在我就教大家一种用手指头帮助记忆的简单游戏。



请你将双手并排放桌子上,手指伸直。让每个手指头按顺序表示相应的数:左边第一个表示1,第二个表示2,第三个表示3,第四个表示4……,直到第十个表示10。

现在,我们来用双手求1到10里面的任意一个数和9的乘积。例如,7乘以9,请抬起从左数第七个指头。在它的左边有6个指头,而在它的右边有3个指头。那么,7乘9的结果等于63。

你看明白了吗?如果想要一个数和9的乘积,只需要向上抬起表示那个数的指头。在它左边的指头所表示的数字,就是乘积的十位数字。而在它右边的指头表示的数字,就是积的个位数字。看,我们的手指头就是一台简单的计算机!

道理在哪里呢?

如果看一看下面的乘法表,我们就会立刻明白了这个

初看起来令人惊奇的机械的算法。

$$1 \times 9 = 09, 6 \times 9 = 54,$$

$$2 \times 9 = 18, 7 \times 9 = 63,$$

$$3 \times 9 = 27, 8 \times 9 = 72,$$

$$4 \times 9 = 36, 9 \times 9 = 81,$$

$$5 \times 9 = 45, 10 \times 9 = 90。$$

原来,用 1~10 这 10 个数字分别乘以 9,积的十位数字为依次增加 1 的十个数字:0,1,2,3,4,5,6,7,8,9。而积的个位数字则相反,为依次减小 1 的十个数字:9,8,7,6,5,4,3,2,1,0。个位数字与十位数字的和都等于 9。



数学小课堂

(1) 乘法交换律:两个数相乘,交换被乘数和乘数的位置,它们的积不变。

(2) 乘法结合律:三个数相乘,先把前两个数相乘,再乘以第三个数,或者先把后两个数相乘,再和第一个数相乘,它们的积不变。

(3) 乘法对加法的分配律:两个数的和与第一个数相乘,可以用两个加数分别与这个数相乘,再把这两个积相加。



闯关训练

请你不进行任何形式的计算,将数 666 扩大到一倍半。



加减乘除变魔术

加减乘除是数学中最基本的运算。但即使是最基本的运算，也能变幻出丰富多彩的结果来。

你看，现在有四个4，你能只用加减乘除和括号把它们组成一个个等式，并且等式的结果分别是1到9九个数吗？

让我来告诉大家答案吧：

$$(4 + 4) \div (4 + 4) = 1$$

$$(4 + 4 + 4) \div 4 = 3$$

$$(4 + 4 \times 4) \div 4 = 5$$

$$4 + 4 - 4 \div 4 = 7$$

$$4 + 4 + 4 \div 4 = 9$$

$$(4 \div 4) + (4 \div 4) = 2$$

$$4 + (4 - 4) \times 4 = 4$$

$$4 + (4 + 4) \div 4 = 6$$

$$4 \times 4 - 4 - 4 = 8$$



其实问题并不难，只要小朋友们开动脑筋，并且多尝试几次，就会得到这样的结果了。

你还能把这四个4变成什么别的数吗？试试看！



闯关训练

请你在下面的等式中填入加号、减号、乘号和除号，使得等式成立。注意，在运算过程中可能会出现小数。

$$5 \quad 5 \quad 5 \quad 5 \quad 5 = 24$$



奇妙的 6174

皮皮鲁在做算术题的时候,发现了一个奇特的数 6174:

$$7641 - 1467 = 6174$$

你看出来了么?把组成 6174 的数码从大到小排列后形成的 7641 减去它的逆序数(即数码从小到大排列后形成的数)1467,所得的差数仍然是 6174。

还有更奇妙的呢!

请你随便写一个四位数,这个数的四个数码中如果有两三个相同的也不要紧,但不

可以四个数码完全相同,例如 4444、7777 等就不行。

写出这个数目以后,要把它整理一下。按照从大到小的顺序来重新排列,把最大的数码作为千位数,接下来是把第二大的数作为百位数,依此类推。例如,你最先选中的数是 5477,那么,经过整理后的数便是 7754。

接下来的步骤是把所得之数颠倒一下,即从小到大排列,得到 4577。

再把第一数减去第二数,求得其差数,也就是 $7754 - 4577 = 3177$ 。

再对这个差数,用上面步骤重做一遍,于是又可得到一





个新的差数。继续重复这样的步骤，做几次以后，你能猜到最后的结果吗？

最后一定会得到一个整数 6174！请看下面：

$$7731 - 1377 = 6354$$

$$6543 - 3456 = 3087$$

$8730 - 0378 = 8352$ (注意，这里以 0 开头的数也要把它看成是一个四位数)

$$8532 - 2358 = 6174$$

对于 6174 这个整数，按照上面的方法，从大到小排列减去从小到大排列，结果还是 6174：

$$7641 - 1467 = 6174$$

像 6174 这样的整数，把组成它们的数码从大到小排列后形成的数减去它的逆序数（即数码从小到大排列后形成的数），所得的差数仍然是原来的数码组成的数，那么，我们就把开始取的那个数叫做“自我拷贝数”。6174 就是一个“自我拷贝数”，其他的“自我拷贝数”还有 495，75421089，123456789。

小朋友，按照上面的要求做一做，你能找到另外的“自我拷贝数”吗？



闯关训练

纸板上写有 1, 2, 3, 4, 5, ..., 2001, 2002 这 2002 个自然数，对它们进行操作。每次操作的规则如下：擦掉写在纸板上的三个数后，再添写一个数，添写的这个数是所擦掉三个数之和的个位数字。例如：擦掉 7, 64 和 1842，它们的和为 1913，个位数是 3，所以添上 3；如果再擦掉 3, 15, 436，则添上 4。如果经过 1000 次操作之后，剩下两个数，其中一个数是 888，那么另一个是多少？



数字宝塔

小朋友们，数字中间蕴含了许许多多奇妙有趣的东西，下面的数字宝塔游戏就是其中之一。让我们用数字搭起一座座这样的科学宝塔吧！

$$9 \times 0 + 1 = 1$$

$$8 \times 1 + 1 = 9$$

$$9 \times 1 + 2 = 11$$

$$8 \times 12 + 2 = 98$$

$$9 \times 12 + 3 = 111$$

$$8 \times 123 + 3 = 987$$

$$9 \times 123 + 4 = 1111$$

$$8 \times 1234 + 4 = 9876$$

$$9 \times 1234 + 5 = 11111$$

$$8 \times 12345 + 5 = 98765$$

$$9 \times 12345 + 6 = 111111$$

$$8 \times 123456 + 6 = 987654$$

$$9 \times 123456 + 7 = 1111111$$

$$8 \times 1234567 + 7 = 9876543$$

$$9 \times 1234567 + 8 = 11111111$$

$$8 \times 12345678 + 8 = 98765432$$

$$9 \times 12345678 + 9 = 111111111$$

$$8 \times 123456789 + 9 = 987654321$$

$$9 \times 123456789 + 10 = 1111111111$$



闯关训练

下面的数字宝塔有 9 层，现在只给出了上面两层，请你将下面 7 层补充完整。

$$9 \times 9 + 7 = 88$$

$$98 \times 9 + 6 = 888$$