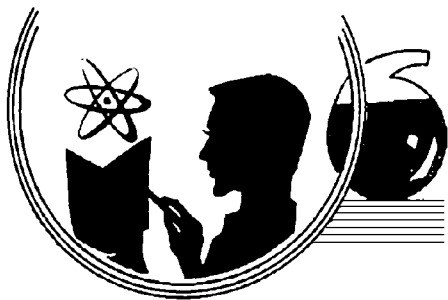


●世界课程改革与教学创新文库(第三辑)

学科课程改革与教学创新

各国数学教学课程与教学改革(下)

北京师联教育科学研究所 编



学苑音像出版社

责任编辑 冯克诚 王 军

封面设计 师联平面工作室

世界课程改革与教学创新文库

(第三辑)

学科课程改革与教学创新

各国数学教学课程与教学改革(下)

北京师联教育科学研究所 编



学苑音像出版社出版发行

2004年12月印刷

开本 850×1168 1/32 印张 228 字数 5925千字

ISBN 7-88050-122-3

全38册配碟发行638.40元(册均16.80元 不含碟)

本书如有印刷、装订错误,请与本社联系调换

目 录

瑞典的数学教学	(1)
英国数学教学的三种策略	(13)
英国的区别化数学教学	(21)
法国数学教改新动向	(26)
法国数学教育的“现代化”	(32)
科豪斯 - 弗莱森堡谈德国数学课程改革(采访记)	(39)
德国教育专家展望 21 世纪的数学教育	(44)
苏联初等教育数学课的改革	(52)
苏联教师哈赞金的数学教学改革	(58)
苏联就现行中小学数学教材中的若干	(64)
战前日本数学教育概况	(67)
战后日本生活单元教学法	(69)
战后日本数学系统学习教学法	(71)
战后日本数学教育现代化运动	(73)
战后日本有余裕的学习	(75)
日本面向 21 世纪的数学教育	(78)
日本数学教育的现状和展望	[日] 杉山吉茂 (80)
战后日本的数学教育	(88)
数学教育改革之方向	(92)
处于社会变革中的日本学校数学	[日] 横地清 (107)

日本的数学教学体系特征	
..... 广岛大学教育部 平林一荣 石田忠男	(115)
世界数学教育现代化活动	(123)
日本数学教育改革活动	(125)
日本的数学教育现代化	(126)
实行数学教育现代化大纲后的问题及其原因	(131)
日本的数学教育现代化在继续	(135)
日本的数学教育	[日] 译田利夫 (138)
日本 1986 年数学教学改革的动态	(141)
21 世纪的日本数学课程	(143)
韩国的数学教育	(151)
当代世界中小学数学教学	(155)



瑞典的数学教学

瑞典从1962年起,实行九年一贯制义务教育。7岁到16岁的青少年必须进入这类义务学校(compulso-ry School)学习,九年一贯制义务学校可分为1到6年级的小学教育和7到9年级的初中教育两个阶段。学生毕业后可以进二年制或三年制的各类职业高中,也可以进三年制的自然科学高中和四年制的技术高中。(技术高中的三、四年级分成机械、建筑、电气、化学四科)这两类高中除了培养中等专业人才的任务以外还兼有向大学输送新生的任务。目前大约有90%的九年制学校的毕业生进入各类高中学习,其中50%的自然科学高中毕业生进大学理科学学习,10%—20%的技术高中毕业生进大学工科学习。

必要的数学知识和一定的数学训练是人们适应当前社会的重要方面,也是要进高级学校学习的人所必须具备的条件,因此在瑞典的九年一贯制的义务学校里和科技高中里数学教学都占着相当重要的地位。袁震东老师介绍如下:

一、九年制学校的数学教学

1. 数学教学的目的

根据瑞典教育部文件的规定,九年一贯制义务教育数学教学的目的有三个方面:

(1)使学生具有解决他们今后在日常生活中常遇到的数学问题的能力。具体地说,学生应具有进行各项商业计算、熟练心算,估算

和百分率计算的能力,应具有简单几何图形、单位换算以及初等统计的知识。

(2)为学生提供学习其他学科和进一步学习所必须的数学知识。如实数、几何关系、代数与函数基础、统计和基础概率、计算机应用与数据的基础知识。

(3)使学生理解数学概念,了解数学的实际应用,激发学生学习的积极性,发展他们的空间想象力和逻辑思维能力。

文件还指出:在实施这些目的的时候,必须再次强调数学教学的基本目的是培养学生解决实际问题的能力。数学教学过程应包括解决问题的全过程,它必须包括问题分析与解的正确性的估计,而不能局限于一些形式计算,因此必须做到使学生正确理解问题,根据问题要求找出解题途径,正确进行各项数值计算,正确分析,估计结果的正确性并能确切表述所得的结果,教师必须善于从学生所熟悉的环境提出问题,同时注意问题的实际意义和社会意义,计算的复杂性必须适合于学生的年龄特征。

2. 数学教学的内容与要求

在瑞典,九年制学校的1到3年级称低年级,4到6年级称中年级,7到9年级称高年级。数学教学的内容与要求是随着学生年龄的增长和知识增长,循序渐进,逐步加深、提高的。在调查过程中我们发现瑞典九年制学校的数学教学十分重视与实践相结合,十分注意认识的螺旋形上升过程,一个重要的内容,往往在几个年级同时出现,逐步加深。例如:

(1)关于算术数的教学。在低年级只要求学生掌握1000以内自然数的加、减法,虽然可以引进乘法、除法的概念,但具体计算,必须在学生熟练了加、减法后进行。中年级学习多个数相加、相减,多位数及二位小数的四则运算,分数四则运算,要求能运用这些算法解决



日常生活中的简单问题并能进行估算。到高年级才要求学生熟练进行三位小数或多位小数以及分数的四则运算,适当运用计算器,熟练的心算和估算。

(2)关于百分率的教学。由于百分率的内容在许多实际问题中常出现(例如经济问题中的价格、折扣、利率、借贷;社会科学中的工农业产值,自然科学中的误差等),因此要求学生必须熟练百分率的计算,并能运用这些知识解决日常生活中经常遇到的问题。

(3)关于测量与单位的教学。要求这一内容的教学结合日常经济问题、手工课及其它学科进行。在中、高年级就引进了测量仪器的精度,测量方法的精度等最通常的精度概念,到了高年级还要学习测量误差计算、舍入误差、科技中的单位及其换算等知识。

(4)关于几何的教学。要求应帮助学生认识周围的几何事实,要紧密联系地理、画图、手工等课程,要使学生理解和掌握几何里的计算公式与模型。低、中年级的学生只学习几何图形的面积、体积的计算,几何的推理只在高年级进行。高年级学生的几何知识,仍以计算为主,内容包括有:直线相交;圆的周长、面积,多边形面积的测量与计算;圆柱、棱锥、圆锥以及球的体积、表面积的计算;某些简单的几何定理如直角三角形的勾股弦定理,等腰三角形定理等。

(5)关于代数与函数的教学。要求使学生有适当的了解,但必须考虑到学生的可接受性,低年级就引进了用试凑法解简单的方程。中年级继续学习解简单方程,并在实验基础上引进函数概念,学习在直角坐标系第一象限内画函数的图象。高年级再学习直角坐标系、函数图象,字母与式的运算,一元一次方程与线性函数 $y = kx + c$,线性方程组和简单的二次方程。解这些方程与几何图形相结合。

(6)关于统计和概率的教学。要求能使学会搜集和初步整理来自周围环境、社会以及世界的实际数据,并适当组织小组为单位的实



际项目的练习。从低年级开始,就学习数据的搜集,简单图表的解释,以后逐渐加深,学习系统搜集数据,绘制统计图表,平均值及其计算,频率与频率表,用不同方式表达统计资料,到了高年级还要学习概率的概念和简单概率的计算。

(7)关于计算机的教学。要求学生应该了解几十年来计算机的迅速发展,了解计算机是由人控制的一种有力工具。这一内容的教学是在高年级进行的,学习的内容主要是计算机的功能,着重说明解题方法与程序的作用,数据处理在各方面的应用。

3. 数学教科书

瑞典九年制学校的数学教科书有多种,各校使用的并不统一,但有些方面却是共同的。

(1)一般不分算术、代数、几何等分科编写,而是采用互相渗透,合成一体的办法来编的。

(2)十分注重习题的编选,每册(用一年)书中,一般配有1000多个习题,书后并附有供学生自我检查用的答案(但没有解题过程)。

(3)很少有长篇大论的说明或理论探讨与概念引入等描述,但十分重视例题的编写格式,以此作为学生解题的楷模。

(4)十分注意形象教育,书中有许多有趣的插图,例如讲负数时有非洲热带风光的照片也有北极冰天雪地的照片。

4. 教学方法

瑞典采用个别辅导式的教学方法,课堂教学以学生的练习为主,一节课(40分钟)上教师的讲解,一般只有5—10分钟。通常采用的方法是教师先用讨论的方法讲解一个例题,然后让学生做5—6个题目,教师进行巡视并帮助学生解决解题时遇到的疑难。教师的备课,主要就是要在深入理解教科书中的教学内容及习题的基础上编写好教学程序,所谓教学程序,也就是把书中的例、习题排成一定的次序,



规定好讲解的例题和学生的习题,这种教学程序是在教师集体备课,通过讨论后分工编写的,一个教师负责一个或二个章节。在教学前一个月制订好并印发给学生。高年级的数学课是两节排在一起的,例如八年级的一节百分率课上,教师先用讨论方法讲解了一个例题“一个物品降价20%后售价是144克朗,求原价(用代数解法)之后,就让学生根据教学程序做12个练习题,学生在课堂上做不完可以带回家去做,倘课堂上做完了,当天就再没有其它课外作业。

瑞典有一段时期,曾完全取消过课外作业,但实践的结果,教师们认为课外作业还是有必要的,但数量要少。目前一个高年级学生每周的数学课外作业为5—6题,约需1—1.5小时。这种作业每周布置一次,目的主要是复习过去学过的内容,防止遗忘,而不是加深课堂作业。

学生完成的作业,从中年级开始,基本上就让学生自己来检查,教师只批改每周一次的一周课外作业以及测验题和试卷。这样做的目的,主要是使学生从小就培养起对完成解答的自信心和对解答的正确性作自我检查的习惯。

关于数学学习质量的检查,教科书的每章都附有质量检查题,教师也可以另外命题,此外每学期的中期中期末都要进行一次考试。

由于九年制义务教育没有升留级制,对于成绩差的学生,设有个别辅导教师对他们进行补习,每一教师只辅导3—4个学生,另外还设有特别班(1个小班只有6—7个学生),让不能跟班的学生进特别班(也称低班)去学习。

二、科技高中的数学教学

瑞典技术高中的教育目的是给予学生基本的职业技术教育,自然科学高中的教育目的是给予学生广阔的基础教育,使他们能适应

各个领域的工作和进一步学习的需要。尽管从教育目的上看,两者有所不同,但在数学教学方面的要求是一致的,数学都要学习三年,每周5学时,每学时40分钟。

1. 教学目的

科技高中的数学教学目的与九年制学校数学教学的目的是一致的,但在水平上更提高一步。

(1)使学生具有解决物理、化学以及技术科学中各类数学问题的能力。数学教学应与理化、技术教学相结合,为科技教学提供武器与工具。

(2)为学生进一步学习提供必要的基础知识,如指数函数、对数函数、三角函数、单元微积分、解析几何以及简单微分方程、概率统计等基础知识。

(3)提高学生的运算能力、空间想象能力和逻辑思维能力。

2. 教学内容

下面是科技高中数学教学的简要大纲。

一年级

(1)数值计算(6—7周):有理数。平方根与立方根。正比例 $y = kx$ 与反比例 $y = k \frac{1}{x}$ 。计算机与 Basic 语言。描述性统计。

(2)线性函数(5~6周):函数的定义。直角坐标系。线性函数。线性方程、线性方程组、不等式。

(3)代数 多项式函数(5—6周)。二次方程,二次三项式及其图象,三次函数图象。分式简化。

(4)平面几何(4—5周)平行线,相似三角形。

(5)正弦函数与余弦函数(5—6周)平面里的向量,三角函数。

二年级

(6)三角公式与三角函数(4—5周):向量的数量积,三角恒等



式,三角公式。

(7)指数函数与对数函数(3—4周):指数函数,逆函数,对数函数。

(8)有理函数与幂函数(2—3周)。

(9)微积分导引(4—5周):导数,积分。

(10)微积分学(12—13周):极限,函数连续性,导数,积分,复合函数,导数与函数图象,最大值与最小值。高阶导数。

三年级

(11)面积、体积计算(3—4周):用积分求面积和旋转体体积。

(12)复数(4—5周)

(13)微分方程(3—4周)积分法,二阶常系数线性微分方程。

(14)级数(2—3周)数列与级数。用多项式近似函数。

(15)空间向量(3—4周):空间向量,空间直角坐标系,向量函数。

(16)概率和统计(4—5周)组合公式,概率与统计。

从这个大纲可以看出科技高中数学教学的重点有以下几个方面:

(1)代数函数和方程。

(2)三角函数。

(3)微分和积分包括简单微分方程。此外,对于概率统计的基础知识给予相当的注意。

为了能充分了解瑞典科技高中数学教学的内容与要求,这里举微积分的教学内容为例作一些介绍。

科技高中微积分的教学要求使学生在理解导数和积分的意义的基礎上,能正确进行求导求积运算,学会解简单微分方程,并能运用这些知识解决物理、化学学科里提出的计算问题和简单的实际问题。在内容处理上,强调概念的引入应尽量使用实验,计算验证的方法,

便于学生接受。内容及其处理大体上如下所述：

(1)关于极限的教学 极限概念的引入在高中二年级,由学生画出 $y = \frac{1}{x}$ 的图象,并进行计算,通过观察得出结论:当 $x \rightarrow \infty$ 时, $f(x) \rightarrow 0$,引进符号 $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$ 。紧接着是一个例子,用同样方法求出 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{40000}{x} + 15 = 15$ 。然后抽象出 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{C}{x} = 0$ 。其中 C 是常数。

用数值计算的办法(利用计算器)证明“重要极限

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$$

从 $x \rightarrow \infty$ 过渡到 $x \rightarrow c$ (c 是常数),仍然采用数值计算举例验证。

再用推理方法引进重要极限 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x}{x} = 1$ 。

每次举例后,都设有多个习题,让学生通过做题来理解极限概念,在习题中还有意识地设计一些与导数有关的题,如计算 $\lim_{h \rightarrow \infty} \frac{f(2+h) - f(2)}{h}$,其中 $f(x) = 3x^2$ 。

(2)关于导数的教学 用瞬时速度引进导数概念。关于导数的计算,用 D 作为求导运算的符号,先引进

$$D(kx^n) = k \cdot nx^{n-1}, D\left(\frac{1}{x}\right) = -\frac{1}{x^2}$$

$$D(\sqrt{x}) = \frac{1}{2\sqrt{x}}, D(u(x) + v(x)) = Du(x) + Dv(x)$$

等公式,然后给学生做一些练习,使学生熟悉这些求导公式,并讨论多项式函数的图象,之后学习复合函数的求导,三角函数、指数函数、对数函数的求导,函数乘积的求导公式,最后讨论函数图象,并解极大、极小值问题。

(3)关于积分的教学 这是从引进原函数的概念开始的,先以多



项式函数为例 给出一系列由导函数求原函数的例子 在学生充分练习的基础上给出下列一组公式:

导函数	原函数
$x^a (a \neq -1)$	$\frac{1}{a+1}x^{a+1} + C$
$\frac{1}{x}$	$\ln x + C$
e^x	$e^x + C$
$\sin x$	$-\cos x + C$
$\cos x$	$\sin x + C$

用曲边梯形面积(如求 $f(x) = \frac{1}{1+x}$ 在区间 $[0, 2]$ 上的面积)的计算引进定积分的概念。

再给出可以用求三角形面积和梯形面积来计算例子 如

$$\int_{-1}^2 (x-3)dx = -7.5, \int_{-2}^3 (x-1)dx = -2.5$$

等。在学生理解了定积分是函数曲线、 x 轴、 $x=a$ 、 $x=b$ 所围的面积之后 进行原函数与定积分关系的教学 从例子出发给出牛顿—莱

布尼兹公式 如 $\int_1^3 x dx = 4 = F(3) - F(1)$ 再给出一般关系式 $\int_a^b f$

$(x)dx = F(b) - F(a)$ 其中 $F(x)$ 为 $f(x)$ 的原函数。

(4)关于微分方程的教学 这是从验证 $y=f(x)$ 是微分方程的解开始的 例如 $y=2 \cdot e^{-5x}$ 是方程 $y' + 5y = 0$ 的解 $y = \sin x + 3\cos x + Ce^{-3x}$ 是方程 $y' + 3y = 10\cos x$ 的解等 然后解最简单的微分方程 如

$$y' = 2x, y' = \sin 3x, y' = e^{\frac{x}{5}}, \text{等}$$

以后顺次学习解一阶常系数齐次线性微分方程 $y' + ay = 0$;解



一阶常系数线性微分方程 $y' + ay = h(x)$ 给出常系数线性微分方程的解等于其相应齐次方程的解加上一个特解这一结论。最后学习解二阶常系数线性微分方程

$$y'' + ay' + b = 0 \quad y'' + ay' + b = h(x)$$

从以上的介绍中,可以看到瑞典科技高中的微积分教学很强调直观性,采用了许多不严格的论证,重点是放在让学生学会求导和求积运算。

3. 教学方法

科技高中数学教学的方法与九年一贯制义务教育采用的方法基本上是一样的。上课仍采用少量讲解,大量练习,个别辅导的方式进行。在高中里,随着学生年龄的增长,课外作业相应增加,内容不限于复习已学的知识。高二、高三学生每周数学课外作业为 6 小时左右。

高中数学基本教材共三册,每册使用一年。三册教科书共包括习题 1566 题。书后附有习题答案,供学生自我检查用。除三册基本教材外,还有一册高级教材,供三年使用。教师在完成基本教材教学要求的基础上,可适当选用高级教材有关的章节。

高级教材包括哪些内容呢?下面以 Stellan Ande - rsson 编的高级教科书为例加以说明:

(1) 实数 (i) 数加、乘运算的交换律、结合律、分配律 (ii) 分式方程 (iii) 代数恒等式如 $(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ac$ 以及 $(a + b)^3$ $(a - b)^3$, $a^3 + b^3$, $a^3 - b^3$ 等公式。(iv) 无理数。

(2) 绝对值不等式。

(3) 向量与极坐标。

(4) 多项式相除和因式分解。

(5) 极限的运算性质以及导数补充(如二个函数商的求导公式)。



用导数讨论三角函数,指数函数,对数函数的图象。

(6)微分概念。近似计算,Newton - Raphsons 迭代法: $x_{n+1} = x_n - f(x_n)/f'(x_n)$

(7)积分补充: $\int_b^a f(x)dx = \lim_{x \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n f(\xi_k) \Delta x_k$,重心公式,数值积分(计算方法与 Basic 程序),分部积分法,有理函数积分,无穷上限积分。

(8)微分方程。一般二阶常系数线性微分方程的解法与应用。微分方程的数值解。

(9)级数。函数的马克劳伦展开。

(10)概率统计。组合,牛顿二项式定理,二项式分布,Poisson 分布,正态分布与区间估计。 x^2 ——检验。

数学考试除每学期二次(期中、期末各一次)外,每章结束有测验。高中二年级结束时或高三上,全国有一次统一的数学考试,用以检查各校的教学质量。下面是 1983 年 1 月 27 日举行的一次全国统考试题(高三上 225 分钟)。

A. 给出下列问题的答案(不必写出计算过程)(30 分钟)

(1)计算 $\int_0^1 (2x^3 - 3x^2) dx$

(2)化简 $\frac{f(x+h)}{f(x)}$ 其中 $f(x) = 435(1.2)^x$

(3)已知微分方程 $y' + \frac{y}{x} = 0$ 的解曲线通过 $A(2, 2)$ $B(-2, 2)$ $C(-2, -2)$ $D(2, -2)$ 四点,并给出通过这四点的解曲线的切线的斜率分别为 $-1, 1, 1, 1$ 其中有一条切线是画错的,问它是哪一条?

(4)计算

$$\lim_{h \rightarrow \infty} \frac{f(1+h) - f(1)}{h}$$

其中 $f(x) = \sin x$ 精确到小数三位。

B. 解下列问题并写出解题过程(3小时15分钟)

(5) 计算复数 z 的模 $|z|$, $z = \frac{2}{1-i}$

(6) 已知几何级数 $x + \frac{x}{2} + \frac{x}{4} + \frac{x}{8} + \dots$ 证明上述几何级数的第一项等于其余各项之和

(7) 画出直线 $x + 2y - 4 = 0$ 与坐标轴相交在第一象限的线段, 计算这一线段绕 x 轴旋转所成曲面的面积。

(8) 画出 $y = \frac{x^3}{2}$ 在第一象限部分的图象。切线过 $(2, 4)$ 点与上述曲线相切。求曲线、切线与 x 轴所围成的面积。

(9) 碳 ^{14}C (C_{14}) 是一种放射性元素, C_{14} 以指数律衰减, 经过 5730 年衰减为原来的一半。1980 年在埃及王 Amenhoteps 的墓中发现 C_{14} 已衰减为原来的 65.5%。根据考古学家考证 Amenhoteps 死于公元前 1370 年。问这种指数衰减律的相对误差是多少? 用百分率表示。

(10) 一根金属链条挂在一个滑轮上, 一边长 4 米, 一边长 6 米, 4 米端是固定的。如果放开固定端, 链条由于自身的重量向 6 米那一边滑去(不计滑轮阻力)。设经过 x 秒, 滑过的距离为 y , 那么这一运动过程可以用下列微分方程来描写

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = 2 + 2y$$

(a) 证明 $y = \frac{1}{2} e^{\sqrt{2}x} + \frac{1}{2} e^{-\sqrt{2}x} - 1$ 是微分方程的解。

(b) 在以 (a) 为解的情形下, 问需要多长时间链条全部离开滑轮。

(11) 计算

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos 2x \cos x dx$$