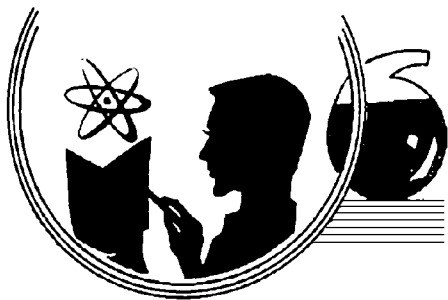


●世界课程改革与教学创新文库(第三辑)

学科课程改革与教学创新

各国数学教学课程与教学改革(上)

北京师联教育科学研究所 编



学苑音像出版社

责任编辑 冯克诚 王 军

封面设计 师联平面工作室

世界课程改革与教学创新文库

(第三辑)

学科课程改革与教学创新

各国数学教学课程与教学改革(上)

北京师联教育科学研究所 编



学苑音像出版社出版发行

2004年12月印刷

开本 850×1168 1/32 印张 228 字数 5925 千字

ISBN 7-88050-122-3

全38册配碟发行638.40元(册均16.80元 不含碟)

本书如有印刷、装订错误,请与本社联系调换

目 录

二十一世纪公民的数学教育..... [美] 斯蒂芬·威洛夫贝	(1)
国际数学教育透视	(3)
国外几何教学	[美] E. 雅各布森 (7)
国外数学教育的改革	(14)
信息时代的挑战与数学教育改革的目标	(15)
“大众数学”的内容	(20)
“大众数学”教育观	(27)
中美学生数学教育的简要比较	[美] 杰拉尔德·W·布莱西 (29)
世界各国数学教育的现状	(33)
21 世纪美国数学教育的课题	(37)
美国数学教育(见闻记)	(42)
美国《学校数学原则和标准》	(48)
美国数学教育改革的新动作	(55)
美国《数学课程标准(2000)》	(59)
美国学校的数学教育	(70)
八十年代的美国数学教育	(74)
美国数学教育现状	(86)
美国数学教育改革中争论的两个热点问题	(92)
美国学校数学课程标准	(98)
美国 CMP 教材实验改革的课堂时间	(102)
美国数学教育中的“数学日记”	(109)

美国数学教育见闻	(113)
激发、探索、总结——美国数学教学的一种模式	(122)
美国数学教育近况及其改革趋势	(126)
美国数学教育改革的新思维	(130)
美国大学前的数学教育的最新动向	(135)
美国学生的理科和数学成绩为何落后	(141)
澳大利亚当前的数学教育研究	(143)
法国初中数学教学大纲	(148)
中德小学数学及语文教学大纲的差异	(154)
联邦德国完全中学的数学基础学力	(164)
苏联一至五年级	(170)
苏联小学数学教改经验	(177)
苏联小学上课外数学课	(185)



二十一世纪公民的数学教育

[美] 斯蒂芬·威洛夫贝

教育面临着严重的问题,尤其是数学教育更是糟糕。目前,我们的数学教育停步不前,但令人更担忧的是学生缺乏提高数学成绩的技能,甚至是缺乏一种较低级的、一架只值十美元的计算机就能非常迅速地完成任务的技能,如数据回忆和多位数计算。“恢复基础教育”运动混淆了什么是真正的基础。从这一运动中培养出来的青年人,其技能只比十九世纪的稍有进步,但在二十一世纪却无多大应用价值。

我国的优秀教师和优秀学生在世界上是无以区别的。在我国学校里,仍有大量的优秀教育家在从事教育工作。然而,仍有许许多多的学生在没受过训练的教师的指导,仍在用令人不感兴趣的教科书,在过时的标准测验中表现了极差的能力。在正需要大量精通数学人员的同时,我们却越益缺乏满足这种需求的能力。我们需要真正地去改善数学教育内容和教学方法,如不能达到这一点,只提出一些敷衍了事的,不触及问题真正本质的解决方法,那只会败事。改善学校的数学教育,要采取哪些措施呢?

1. 认真选拔教师人选。学校管理人员和行政人员最重要的任务是选拔新教学人员。这会在以后的50年中影响学生的学习质量。这个任务并不简单,尤其是在缺乏候选人时,如现在缺乏数学教师候选人时,这个任务就更难以完成了。把学校的环境布置得引人入胜些,就会招来更多些的候选人。有些学校发现,在某些教学工作上稍微提高工资待遇,就会吸引更多的候选人。



如何在候选人选拔教师呢？对这一复杂问题，简单地遵循一些规则只会犯错误。最重要的是慎重判断。专业组织也可提供可资利用的指导。让已在学校工作的优秀教师一起来协商，会产生更佳效果，同时也会改善教学人员之间的同事关系。

2. 以最有效的方法，利用数学人员的力量来提高学生的学习质量。如一位教师擅长于在课堂上讲解新内容，组织课堂讨论，另一位则擅长于个别解答学生问题，那就应该鼓励他们尽可能化较多的时间从事自己善于做的事，同时减少一些其它任务。在这方面，需要有关教师的协作，制定一些有独创精神的计划安排。

3. 热情支持教师维护纪律和制订规范。促使优秀教师脱离教师行列的最主要原因在于学生缺乏纪律性，缺乏对知识的尊重。纪律以及对知识的尊重，应在儿童早期学习中就开始培养，每年都要重申强调。虽然纪律和规范大多是在家庭中形成的，然而在制订规范方面学校却起着重要的作用——任何有礼貌、对学习感兴趣的儿童，不应该由于学校教师不善于或不愿意对大家都同样严格要求而受到挫折。

4. 支持教师不断进步。在1937年，22岁时获得教师证书的教师，在1985年可能仍在从事教学工作。自1937年以来，事物都发生了变化，然而在许多学校体系中，却不存在要教师了解变迁的要求。不幸的是，许多学校系统甚至挫伤教师在从事教学工作以后再不断上进的积极性。

(王嘉慧 译)



国际数学教育透视

一、国际数学教育透视

1. 国际数学教育发展概况

数学教育的历史,可以追溯到人类开始记数的原始社会。但现代意义下的数学教育只有 200 年左右的历史,在中国则还不到百年。

本世纪初涌现出一批名垂青史的数学教育改革家。英国工程师培利发起的数学改革运动,打响了 20 世纪数学教育改革的第一枪,培利主张废弃抽象的欧几里德几何体系,提倡“实用数学”,设置“数学实验室”,他说:“那种抽象的算学教育,百人中仅有五人成功。”到“新数学运动”期间,“纯粹推理”的几何体系,在当时的国际数学教育中已难以复原,我国也不例外,平面几何的内容也是一删再删。

真正对世界数学教育有重大贡献者,当推德国大数学家克莱因,他倡导的数学教育改革的核心思想是(1)提倡数学理论的应用(2)教材内容应以函数概念为中心(3)运用教育学、心理学的观点指导教学活动,这些意见,反映了本世纪初的社会、经济发展的实际要求以及数学科学成就的新观念。

20 世纪下半叶,国际数学教育界有两位颇有影响的权威人士,一位是美籍匈牙利人,乔治·波利亚,他是一位著名数学家,同时又是数学教育的巨子,他在数学解题思维的分析、合情推理观念的形成、数学方法的总结归纳方面,都有独到的见解。另一位是荷兰的弗赖登塔尔,他所提出的“数学现实”论,“数学化”、“过程分析”、“再创造”教学方法等,都是特定的“数学教育学”规律,他的数学教育理论和思



想,完全是从数学教育的实际出发,用数学家和数学教师的眼光审视一切,摆脱了“教育学”或“心理学”加数学例子这种“传统的”数学教育研究模式,抽象概括成他独有的系统见解。

80年代以来,数学教育研究处于持续发展的时期,数学为大众(Mathematics for all)这一口号已成为各国数学教育研究的中心课题。美英等国家相继成立了数学教育改革的组织,发表了许多重要的研究报告,如英国的柯克克劳夫特报告(Cokcroft Report),详尽地分析了发展英国数学教育的社会需要、改革途径及观念更新等问题。报告全面地反映了英国社会各个阶层人员所需要的数学教育的“圣经”。报告在世界上也有巨大影响。

美国在1989年发表了题为人人都得算算:关于未来数学教育的国家报告(Everybodycounts),报告提出了面向21世纪的7个转变:

(1)学校数学教育从双重使命(使多数人学很少的数学。少数人学进一步的数学)转到单重使命,即使所有学生都要学习的共同的核心数学;

(2)数学教学从传授知识的“权威者模式”转向有学习动机的学生实践的模式;

(3)公众对数学的态度,从漠视和敌意转为认识到数学在今日社会中的重要性;

(4)数学教学从全力贯注常规技能转到发展广泛的数学能力;

(5)数学教学从为升学后需要学习进一步课程作准备转到强调为学生的现在和将来的需要服务;

(6)数学教学从强调纸笔运算转到强调使用计算器和计算机;

(7)人们对数学的认识从“一些规则构成的不变实体”转到“充满生机的行动科学的图景”。

日本和我国同属东方文化系统,在数学教育方面与我国有许多基本相似之处,如日本也是一个“考试”国家,学生陷在“考试地狱”之中苦不堪言,但是日本的升学考试由补习学校负责,正规学校中还是



按教育规律办事。日本数学教育界已认识到高中搞“英才教育”的做法是行不通的。在1989年提出了数学教育改革要三个适应:适应高度信息化社会,适应社会和儿童的多样化,适应国际化的时代,并且明确提出要“培养合格的国民”,促进学生主体性学习和培养学生数学思维能力,使从事多种多样职业的学生具有多重选择性。

从上述各国数学教育情况来看,当今世界正处于科技革命的时代,其深刻程度可以和工业革命相比拟。各国都在为适应这一伟大变革而提出更新的数学教育目标,实用功利性的趋势在不断加强,“数学为大众”的口号正在化为具体的数学教学要求,以至于给出成人生活、就业和进一步学习所必需的数学水准。对照这些,我们再反思中国的数学教育现状,是有所启发的。

2. 中国数学教育的历史和现状

辛亥革命之后我国普及了西算,五四运动使中国数学教育走上正轨。总的来说,在解放前,我国的数学教育基本上是套用美国数学教育的模式。当时对数学教育的认识,大体上还是把它当作有用的工具,并非以“思维体操”为基本出发点。解放后,中国数学教育主要学苏联,强调基础,倡导严谨。到了1963年我国自己的数学教育体系初步形成。这一时期的数学教育呈封闭状态,培养目标与社会需要脱节,教育忽视个性发展,离实际越来越远。到了“文革”时期,恰好走到另一个极端,忽视基础知识、基本技能,片面地强调“应用”和“联系实际”,恢复高考以来数学教育受“高考指挥棒”的影响,数学教育已形成了“知识窄”、“基础实”、“考题难”、“训练严”的格局。从某种意义上讲,这种格局促进了我国数学教育的发展。例如,近几年我国中学生选手连续几届在IMO中夺取世界冠军,在1992年有21个国家和地区参加的“数学教育进展国际评估”(IAEP)中又荣获冠军。这种“双料冠军”显示了中国数学教育的不平凡业绩。

与此同时,我们应清醒地看到,这种高分下也潜伏着危机。就拿测试面稍大的科学测试IAEP来说,在应用方面,我国学生的成绩在

参赛的 21 个国家和地区中处于下游水平。这暴露了中国学生动手能力差、创造水平低、应用数学的能力弱。如在求两城市间最短线,看统计图回答问题等测试方面,得分率低于韩国、台湾、(前)苏、美、瑞士、英国等。这说明,我们会做考题的学生日以继夜地苦学,却往往处理不了身边出现的问题。究其原因,这恐怕与目前我国数学教育只重视“烧中段”——推理演算,忽视数学知识的来龙去脉,即不讲数学知识是怎么来的,也不讲其应用不无关系。这种总体上的平衡,并非吉兆。这是值得我们深思的,对我国数学教育的现状,国人不必妄自菲薄,亦不可盲目乐观。



国外几何教学

[美] E. 雅各布森^①

一、前言

首先指出,世界各国对于算术和代数应教些什么,看法基本上是一致的,但是对于几何,各国甚至对于几何的核心是什么都各持己见。

几何内容上存在的这一分歧促使我们进行了一些调查,并把所调查的情况刊登在《数学教育研究》第五卷上。正如大卫·费尔柯(David Fielker)在他对英国的调查中所写的:“问题终于解决了,其他一些想法,如计算器和计算机也逐步使用。但是几何的问题却从未真正解决。几何作为数学的一个分歧,在设法给出所有可能的观点时,容易以偏概全或者前后不一致。”我将尽量全面论述并保持前后一致。

二、小学几何

就小学来说,我认为荷兰的方案最好(不片面吧?)。荷兰伟大的数学教育家汉斯·弗雷登泰尔(Hans Freudenthal)今年九十高龄。我将引用他的一段话来说明荷兰几何教学的方向。他认为:

“几何就是掌握空间。儿童们在这个空间里居住、生活和活动。儿童们必须了解、探索和征服这个空间才能更好地居住、生活和活动于这个空间。”他反问道,这不就是物理吗?这不就是数学公理吗?仿射几何是不是就成了学生最简单的知识?未必如此。那只是一个

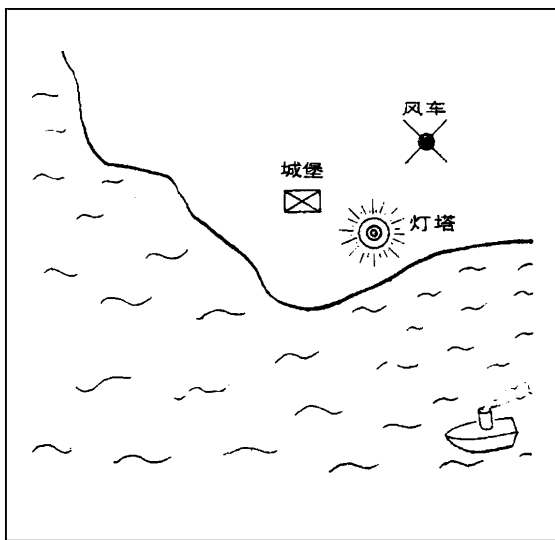
^① E·雅各布森是联合国教科文组织的数学教育专家。本文摘自他在课程教材研究所做的一次学术报告,标题为译者所加。

方面,数学除了建立体系以外还有其他问题,多数儿童不会去建立这些体系,也不必去学别人建立的体系,但是儿童仍然需要数学。学习数学必须把数学同实际紧密地结合起来。对于学生来说,其他的学习都不具有数学所产生的深远影响。对大多数人来说,数学不能是一个目标。最后要说明的是:几何是学习如何把现实数学化的最好的机会之一。

例如,用镜子可以学习反射。给出几座建筑物的图,可以学习简单的视图。通过下面的问题可以发展学生的空间观念,熟悉位置和方向。(下面六幅图是在小船行驶过程中拍摄的小岛上城堡、灯塔和风车的照片,要求学生把这六张照片按照拍摄的顺序排列起来)

三、中学几何

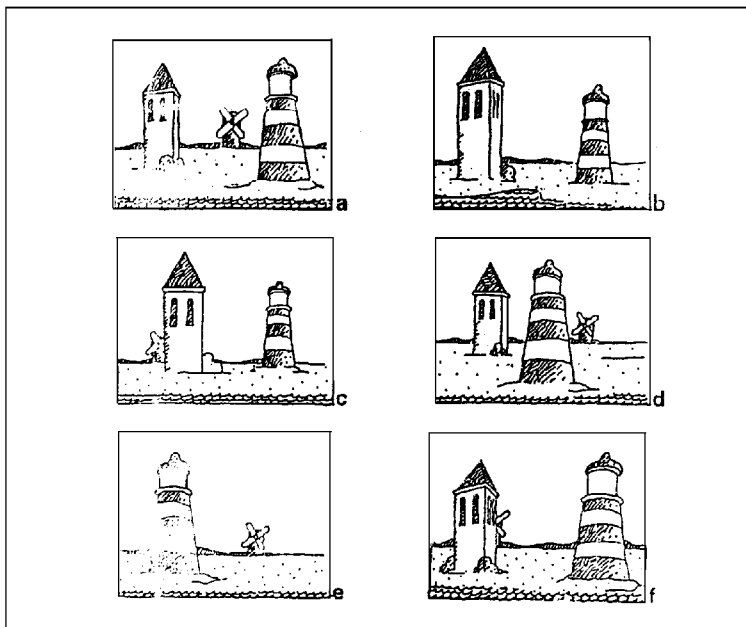
我想谈谈美国、英国、苏联和法国的情况。





1. 美国的几何教学

我认为美国的几何纲目不十分令人满意。学生只在十六岁时学习一年的几何,选修数学和理科的学生还可以学习半年的立体几何。美国最近的一次调查表明:70%的教师使用不严格的方法,以归纳推理、测量和直觉为基础。多数教科书有两行证明(命题和理由),但显然多数教师不要求原始证明。教科书通常包括一章变换和坐标几何的初步知识。一个有希望的变化迹象是计算机的使用。计算机图象加强了坐标和用平面表示立体图形的思想。同时,还编写出了计算机程序,其中充分利用了相互作用的图象(图形的平移、旋转和反射都显示在视屏上)。另外还有一个证明检验器的程序,可以判断分析学生所进行的综合证明在逻辑和说法上的确切性。详细内容可参看 Max Bell 在《数学教育研究》第五卷上发表的文章。





2. 英国的几何教学

英国中学几何比起多数国家来有个相当不错的开端。这是由于他们具有积极的教学方式并且注意小学直观几何的教学,从而为儿童们提供了许多空间关系的经验。在60年代使用的课本里,艾迪斯·毕格丝(Edich Biggs)等人扩充了小学课程。教学以实际练习为基础,即发现法,同时注意几何与数字,图形与度量的相互关系。

遗憾的是,现在却对名词术语给予了不必要的注意(通常一无所获)按照费尔柯的说法,就是发现的精神所剩无几,而且60年代明确的总体结构也荡然无存了。

在60年代,“中学数学设计”(SMP)成为英国中学数学方案的主流。SMP课程当时的编写者非常注重中学数学内容的联系,并通过对一些关键概念,特别是映射或变换的概念的强调来实现这些联系。在当时的课程里,几何是变换的几何,至今仍被多数学校采用。学生先利用折纸、镜子、大头钉、直尺等来确定平移、旋转和反射的结果。每个学生通过一系列折纸活动就可以回答这样的问题:平移以后再旋转是可交换的运算吗?有不变点吗?向量与矩阵把这些变换记录下来,变换结果也就成了矩阵代数。并不试图采用严格的方法。但在中学的最后两年,即第六学级,还继续学习变换几何,这时已有严格的向量空间公理的内容。

1977年以来,SMP致力于全新的中学教材,对几何采用了较为不同的处理方法。它对于数学各部分内容联系的强调有所削弱,进一步强调了数学与外部世界的联系。突出的课题是:三维物体的直观化和它们之间的关系,以及三维物体转化为各种平面表示。

当然,在英国还有其他几何方案。中部地区数学实验(MMG)以向量为课程的基础,而在北方,苏格兰数学小组(SMG)较为严格地采用向量与变换的方法。还有一些较小的流派(如南诺茨设计,SMILE,Leapfrogs)正在研究适应课程的方法。它们利用探究空间情形的丰富材料,这是早为弗雷登泰尔所提倡的方法。



数学教师协会的成员于1964年在《数学的教训》中写道：“通过几何，学生学习空间的有关知识，同时学习数学和逻辑论证。但在中学所残存的欧氏几何里，这些目标常常含混不清。学生在根本没有掌握平面的情况下学习平面图形，数学家认为这种数学意义已经不大了。至于逻辑论证，虽然我们常常听到人们谈证明，但由于依然出现用假设来证明以及定理和逆定理之间混淆的情况，通常并不试图做公理化的处理。”

因此中学的问题应该是对基本的几何结构进行研究，从而1.促进和发展学生的空间想象力 2.使学生学会思维，这将有助于学生将来的数学活动。

总的来说，英国几何教学从内容到方法进展较慢。

3. 苏联的几何教学

苏联数学家A.P.基谢辽夫(1852—1940)在1893年编写了《初等几何》一书。此书曾再版40次，并作为苏联中学教材持续使用到60年代。N.卢布金在1964年和1973年编写了用于欧氏几何教师的习题集。中学义务教育的实施给学习基谢辽夫几何带来了困难。六十年代世界数学教学改革在其他地方也受到了同样的批评：不重要的定理过多而且课程不适应当今的数学水平。近代数学概念如向量，坐标和变换或者被舍去或者没有充分地学习。于是一种新的教材被编写出来，把几何内容放到初中新课程中。柯尔莫戈洛夫等人编写的新课本把变换几何作为证明定理的基础。而且从一开始就出现正式的公理使课程严密而系统化。

在1984年提交联合国教科文组织的一篇论文里，切尔尼雪娃、费罗夫和切利亚科夫斯基描述了新的处理方法所遇到的困难，他们认为几何变换是能够适用于不严格的直观几何课程的，但是以这种处理方法为基础的具有严密系统性课程的学习却需要较高的抽象概括水平，而这超过了学生的自然理解能力。

科利亚金等人也就以下几点对柯尔莫戈洛夫的变换几何提出了

批评：

1. 大纲内容过多 教师没有时间做练习和解题 2. 对于学生的年龄水平来说 ,语言难于接受 3. 年级之间缺乏联系 4. 练习和习题没有选择的余地 ,而且缺少明确的选择原则。

他们提出删去一些内容 ,如组合分析(因为没有足够的时间很好地学习)和一些变换几何(它们对于普通的数学教育来说显得过于专门化了);与此同时 ,加强函数(一般理论和具体应用)以及画函数图象 ,解方程和不等式等方法。他们设想在不编写新课本的情况下 ,采取把这些内容作为现行课本的选学课题的方法来实现以上变化。

A. D. 亚历山大·洛夫院士(1980年)对现行几何教学目的评述道：“几何 ,就其本质来说是生动的想象和严密的逻辑的结合体 ,两者相辅相成……。几何教学就是发展学生相应的三种能力 ,即空间想象能力、实际的领会能力和逻辑思维能力。”

中学几何因而被看成发展学生的科学和逻辑思维能力的焦点 ,这一能力的培养是以理论体系 ,证明和定理以及各种精心安排的解问题的练习为基础的。

目前 ,在前五个学年 ,学生学习入门课程以熟悉几何图形及其基本性质 ,作图和计算图形的长度、面积和体积。六年级开始 ,学生同时学习代数与几何 ,但不使用同一课本。A. V. 波格列洛夫(1984年)编写的新课本被指定为全国使用的主要的几何课本之一 ,它不与其它数学科目合并在一起 ,他认为几何本身的逻辑联系比几何与代数的零散联系起着更重要的作用。但同时注意与所学的物理和化学的联系。另外也有坐标 ,向量和变换的内容 ,使代数与几何成为一体。所选择的公理与 G. 伯科夫的相似。在课程的开始部分 ,非常注意证明的精确与完备 ,在以后几个年级内容较多而完备性较差。象基谢辽夫那样附有一本习题集 ,学生可以按部就班地去解题。五年的几何教学有 350 课时。柯尔莫戈洛夫等人在 1982 年出版了另一套教材 ,和先前的课本一样以几何变换为基础 ,但是按照苏联教育部