

高中新教材同步优化训练与测试

数 学

高二上

主编 金 帆

作者 欧阳启泉 刘晓蓉

广西民族出版社

目 录

第六章 不等式

同步训练 1 不等式的性质	(1)
同步训练 2 算术平均数与几何平均数	(3)
同步训练 3 不等式的证明	(5)
同步训练 4 不等式的解法举例	(7)
同步训练 5 无理不等式和绝对值不等式的解法	(9)
同步训练 6 指数不等式、对数不等式的解法	(11)
同步训练 7 含有绝对值的不等式	(13)
单元测试(一)A 卷	(15)
单元测试(一)B 卷	(17)

第七章 直线和圆的方程

同步训练 8 直线的倾斜角和斜率	(19)
同步训练 9 直线方程(一) 点斜式	(21)
同步训练 10 直线方程(二) 两点式	(23)
同步训练 11 直线方程(三) 一般式	(25)
同步训练 12 两条直线的位置关系 平行和垂直	(27)
同步训练 13 夹角	(29)
同步训练 14 交点	(31)
同步训练 15 点到直线的距离	(33)
单元测试(二)A 卷	(35)
单元测试(二)B 卷	(37)
同步训练 16 简单的线性规划及其应用	(39)
同步训练 17 曲线和方程	(41)
同步训练 18 圆的方程	(43)
单元测试(三)A 卷	(45)
单元测试(三)B 卷	(47)

第八章 圆锥曲线方程

同步训练 19 椭圆标准方程及简单性质	(49)
同步训练 20 双曲线的标准方程及简单性质	(51)
同步训练 21 抛物线标准方程及简单性质	(53)
单元测试(四)A 卷	(55)
单元测试(四)B 卷	(57)

期中测试题	(59)
-------------	------

期末测试题	(63)
-------------	------

参考答案	(67)
------------	------



第六章 不等式

同步训练 1 不等式的性质

双基训练

一、单项选择题(每小题 4 分,8 小题,共 32 分):

1. 若 a, b 是任意实数,且 $a > b$, 则().

A. $a^2 > b^2$

B. $\frac{b}{a} < 1$

C. $\lg(a-b) > 0$

D. $\left(\frac{1}{2}\right)^a < \left(\frac{1}{2}\right)^b$

2. a, b 满足 $0 < a < b < 1$, 下列不等式正确的是().

A. $a^a < a^b$

B. $b^a < b^b$

C. $a^a < b^a$

D. $a^a < b^b$

3. 若 a, b, c, d 满足: ① $d > c$; ② $a + b = c + d$; ③ $a + d < b + c$; 则有().

A. $b > c > d > a$

B. $a > d > c > b$

C. $d > b > a > c$

D. $b > d > c > a$

4. 若 $a < b < 0$, 则下列不等式关系中不能成立的是().

A. $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$

B. $\frac{1}{a-b} > \frac{1}{a}$

C. $a^{\frac{1}{3}} < b^{\frac{1}{3}}$

D. $a^{\frac{2}{3}} > b^{\frac{2}{3}}$

5. 若 $a < 0, -1 < b < 0$, 则 a, ab, ab^2 之间的大小关系是().

A. $a > ab > ab^2$

B. $ab^2 > ab > a$

C. $ab > ab^2 > a$

D. $ab > a > ab^2$

6. 若 $a > b > c$, 则 $\frac{1}{b-c} + \frac{1}{c-a}$ 的值为().

A. 正数

B. 负数

C. 非正数

D. 非负数

7. “ $a + b > 2c$ ”的一个充分条件是().

A. $a > c$ 或 $b > c$

B. $a > c$ 且 $b < c$

C. $a > c$ 且 $b > c$

D. $a > c$ 或 $b < c$

8. 在实数范围内, 下列判断中正确的是().

A. $a > b \Rightarrow \sqrt{a^2} > \sqrt{b^2}$

B. $a > b, c > d \Rightarrow \lg(a-d) > \lg(b-c)$

C. $a > b \Rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^{ac^2} \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{bc^2}$

D. $a > b > 0 \Rightarrow a \cdot \arccos\left(\frac{1}{2}\right) > b \cdot \arccos\left(-\frac{1}{3}\right)$

二、填空题(每小题 5 分,6 小题,共 30 分):

9. 已知 $a + b > 0, b < 0$, 那么 $a, b, -a, -b$ 的大小关系是_____.

10. 以下四个命题: (i) $a > b \Rightarrow |a| > b$; (ii) $a > b \Rightarrow a^2 > b^2$; (iii) $|a| > b \Rightarrow a > b$; (iv) $a > |b| \Rightarrow a > b$. 其中正确的命题有_____个.

11. 若 $a < b, 0 < c < 1$, 则 $a^{\lg c}$ _____ $b^{\lg c}$.

12. 已知 $a, b \in \mathbb{R}$, 使 $a > b, \frac{1}{a} > \frac{1}{b}$ 同时成立的条件是_____.

13. 已知 $a < b < 0, c < 0$, 在下列空白处填上恰当的不等号或等号:

(i) $\frac{c}{a}$ _____ $\frac{c}{b}$;

(ii) $b - a$ _____ $|a| - |b|$.

14. 设 $a > b > 0, m > 0, n > 0$, 则 $\frac{a}{b}, \frac{b}{a}, \frac{a+n}{b+n}, \frac{b+m}{a+m}$, 由小到大的排列顺序是:



能力冲浪

三、解答题(每小题 8 分,3 小题,共 24 分):

15. $x \in \mathbb{R}$, 试比较 $2x^4 + 1$ 与 $2x^3 + x^2$ 的大小.

16. 已知 $a > b > 0, c > d > 0$, 试用不等式的性质证明 $\sqrt{\frac{a}{d}} > \sqrt{\frac{b}{c}}$.

17. 设 $1 < x < y < 4$, 试求 $x + y, x - 2y, \frac{x}{y}$ 的取值范围.



创新频道

四、综合题(14 分):

18. 有一所学校,原来是长方形布局,市政府对这所学校进行规划,必须改成正方形布局,但要求要么保持原面积不变,要么保持原周长不变,那么这所学校应选哪种布局对学校来说有利.



尖子生

同步训练 2 算术平均数与几何平均数



双基训练

一、单项选择题(每小题 4 分, 8 小题, 共 32 分):

1. 若 $a > b > 0$, 则 $a + \frac{1}{(a-b)b}$ 的最小值是().
A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
2. 若 $x, y \in \mathbb{R}^+$, $x + y \leq 4$, 下列不等式中成立的是().
A. $\frac{1}{x+y} \leq \frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \geq 1$ C. $\sqrt{xy} \geq 2$ D. $\frac{1}{xy} \geq 1$
3. 设 $a, b \in \mathbb{R}$, 且 $a + b = 3$, 则 $2^a + 2^b$ 的最小值为().
A. 6 B. $4\sqrt{2}$ C. $2\sqrt{2}$ D. $2\sqrt{6}$
4. 当 $x > 0$ 时, 函数 $y = 3x + \frac{1}{2x^2}$ 的最小值是().
A. $\frac{3}{2}\sqrt[3]{9}$ B. 3 C. $\frac{3}{2}\sqrt[3]{5}$ D. $2\sqrt{6}$
5. 下列函数中, 最小值为 2 的函数是().
A. $y = x + \frac{1}{x}$ B. $y = \sin\theta + \sec\theta (0 < \theta < \frac{\pi}{2})$
C. $y = \sin\theta + \csc\theta (0 < \theta < \pi)$ D. $y = \frac{x^2 + 3}{\sqrt{x^2 + 2}}$
6. 如果实数 x, y 满足 $x^2 + y^2 = 1$, 那么 $(1 + xy)(1 - xy)$ 有().
A. 最小值 $\frac{3}{4}$ 而无最大值 B. 最大值 1 而无最小值
C. 最小值 $\frac{1}{2}$ 和最大值 1 D. 最小值 $\frac{3}{4}$ 和最大值 1
7. 已知 $a > 0, b > 0$, 则下列不等式中不成立的是().
A. $a + b + \frac{1}{\sqrt{ab}} \geq 2\sqrt{2}$ B. $\frac{2ab}{a+b} \geq \sqrt{ab}$
C. $(a+b)\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) \geq 4$ D. $\frac{a^2 + b^2}{\sqrt{ab}} \geq a + b$
8. 已知函数 $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$, a, b 为正整数, 设 $M = f\left(\frac{a+b}{2}\right)$, $N = f(\sqrt{ab})$, $P = f\left(\frac{ab}{a+b}\right)$, 则 M, N, P 的大小关系是().
A. $M \leq N \leq P$ B. $M \leq P \leq N$ C. $N \leq P \leq M$ D. $P \leq N \leq M$

二、填空题(每小题 5 分, 6 小题, 共 30 分):

9. 若 $\lg x + \lg y = 2$, 则 $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ 的最小值是_____.
10. 设 $x > \frac{1}{2}$, 则函数 $y = x + \frac{8}{2x-1}$ 的最小值是_____, 此时 $x =$ _____.
11. 若 $x < 0$, 则 $y = \sqrt{2} + 2x + \frac{4}{x}$ 的最_____值为_____.
12. 设 $x, y \in \mathbb{R}^+$, $x + y + xy = 2$, 则 $x + y$ 的最小值是_____.
13. 如果两实数 x, y 满足 $\frac{x}{y} = x - y$, 则 x 的取值范围是_____.

14. 周长为 $\sqrt{2}+1$ 的直角三角形面积的最大值是_____.

能力冲浪

三、解答题(每小题 8 分,3 小题,共 24 分):

15. 已知正数 x, y 满足 $x+2y=1$, 求 $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ 的最小值.

16. 若 $a > b > c$, 求证: $\frac{1}{a-b} + \frac{1}{b-c} \geq \frac{4}{a-c}$.

17. 某游泳馆出售冬季学生游泳卡, 每卡 240 元, 使用规定: 不记名, 每卡每次只限 1 人, 每天只限一次, 某班有 48 名同学, 老师打算组织同学们集体去游泳, 除需购买若干张游泳卡外, 每次游泳还要包一辆汽车, 无论乘坐多少名同学, 每次的包车费均为 40 元, 若使每个同学游 8 次, 每人最少交多少钱?

创新频道

四、综合题(14 分):

18. 已知 $a, b, c \in (0, +\infty)$, 求证: $3\left(\frac{a+b+c}{3} - \sqrt[3]{abc}\right) \geq 2\left(\frac{a+b}{2} - \sqrt{ab}\right)$.



纠错

同步训练 3 不等式的证明

双基训练

一、单项选择题(每小题 4 分,8 小题,共 32 分):

1. 若 $a > 0, b \in \mathbb{R}$, 且 $2a^2 + 3b^2 = 1$, 则 $a\sqrt{2+b^2}$ 的最大值为().
A. 1 B. 2 C. 3 D. $2\sqrt{3}$
2. 已知点 (x, y) 在直线 $x + 2y = 3$ 上移动, 则 $2^x + 4^y$ 的最小值是().
A. 8 B. 6 C. $3\sqrt{2}$ D. $4\sqrt{2}$
3. 若 $x, y \in \mathbb{R}^+$, 且 $\sqrt{x} + \sqrt{y} < a\sqrt{x+y}$ 恒成立, 则 a 的最小值是().
A. $2\sqrt{2}$ B. $\sqrt{2}$ C. 2 D. 1
4. 设 $a = \sqrt{6} - \sqrt{3}, b = \sqrt{5} - \sqrt{2}, c = \sqrt{2}$, 则 a, b, c 的大小顺序是().
A. $a < b < c$ B. $a < c < b$ C. $b < a < c$ D. $c < a < b$
5. 设 $a > 0, b > 0$, 则下列不等式不成立的是().
A. $a + b + \frac{1}{\sqrt{ab}} \geq 2\sqrt{2}$ B. $(a+b)\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) \geq 4$
C. $\frac{a^2 + b^2}{\sqrt{ab}} \geq a + b$ D. $\frac{2ab}{a+b} \geq \sqrt{ab}$
6. 若 $x > 5, P = \sqrt{x-4} - \sqrt{x-5}, Q = \sqrt{x-2} - \sqrt{x-3}$, 则 P, Q 的大小关系是().
A. $P > Q$ B. $P < Q$ C. $P \geq Q$ D. 不确定
7. 设 $0 < x < 1, a, b$ 为常数, 则 $\frac{a^2}{x} + \frac{b^2}{1-x}$ 的最小值为().
A. $(a-b)^2$ B. $(a+b)^2$ C. $a^2 + b^2$ D. $a^2 - b^2$
8. 设 $a, b, c, d \in \mathbb{R}, m = \sqrt{a^2 + b^2} + \sqrt{c^2 + d^2}, n = \sqrt{(a-c)^2 + (b-d)^2}$, 则 m, n 的大小关系是().
A. $m < n$ B. $m > n$ C. $m \leq n$ D. $m \geq n$

二、填空题(每小题 5 分,6 小题,共 30 分):

9. $xy \leq 0$ 且 $xy > x$ 成立的条件是_____.
10. 若 $a \geq b, x \geq y$, 则 $ay + bx$ _____ $ax + by$.
11. 若 $a, b \in \mathbb{R}^+$, 比较大小 $(ab)^{\frac{a+b}{2}}$ _____ $a^b b^a$.
12. 已知 $x > 0, y > 0, x + y = 1$, 则 $\left(1 + \frac{1}{x}\right)\left(1 + \frac{1}{y}\right) \geq$ _____.
13. 若 $3x + 4y = 1$, 则 $x^2 + y^2$ 的最小值等于_____.
14. 已知 a, b 是实数, $b > 0$, 则 $a^2 + b^2$ _____ $3a - 2ab - 3$.

能力冲浪

三、解答题(每小题 8 分,3 小题,共 24 分):

15. 已知 $x + 2y = 12 (x > 0, y > 0)$, 求证: $\log_2 x + \log_4 y \leq \frac{7}{2}$.



失误纠正

16. 根据函数单调性的定义,证明:函数 $f(x) = -x^3 + 1$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上是减函数.

17. 如果 $a^2 + b^2 + c^2 = 1, a, b, c \in \mathbb{R}$, 求证: $-\frac{1}{2} \leq ab + bc + ca \leq 1$.



创新频道

四、综合题(14分):

18. 设 $a, b \in (0, +\infty)$, 且 $a + b = 1$, 试证: $\left(a + \frac{1}{a}\right)^2 + \left(b + \frac{1}{b}\right)^2 \geq \frac{25}{2}$.



尖子生

同步训练 4 不等式的解法举例



一、单项选择题(每小题 4 分,8 小题,共 32 分):

- 若 $a, b \in \mathbb{R}$, 且 $a^2 + b^2 = 10$, 则 $a - b$ 的取值范围是().
A. $[-2\sqrt{5}, 2\sqrt{5}]$ B. $[-2\sqrt{10}, 2\sqrt{10}]$ C. $[-\sqrt{10}, \sqrt{10}]$ D. $[0, \sqrt{10}]$
- 若 $a > 0, b > 0$, 则不等式 $-\frac{1}{b} < \frac{1}{x} < a$ 等价于().
A. $-\frac{1}{b} < x < 0$ 或 $0 < x < \frac{1}{a}$ B. $-\frac{1}{a} < x < 0$ 或 $0 < x < \frac{1}{b}$
C. $x < -b$ 或 $x > \frac{1}{a}$ D. $-\frac{1}{a} < x < \frac{1}{b}$
- 不等式 $ax^2 + bx + 2 > 0$ 的解集是 $(-\frac{1}{2}, \frac{1}{3})$, 则 $a - b$ 等于().
A. -14 B. 14 C. -10 D. 10
- 若 $f(x) = \sqrt{kx^2 - 6kx + k + 8}$ 的定义域是 $\mathbb{R}$, 则实数 k 的取值范围是().
A. $0 < k \leq 1$ B. $k < 0$ 或 $k > 1$ C. $0 \leq k \leq 1$ D. $k \geq 1$
- 若不等式 $f(x) > 0$ 的解集为 F , $g(x) > 0$ 的解集为 G , 全集为 $\mathbb{R}$, 则不等式组 $\begin{cases} f(x) \leq 0, \\ g(x) \leq 0 \end{cases}$ 的解集为().
A. $\complement_{\mathbb{R}} F \cup G$ B. $F \cap G$ C. $\complement_{\mathbb{R}} F \cup \complement_{\mathbb{R}} G$ D. $\complement_{\mathbb{R}} F \cap \complement_{\mathbb{R}} G$
- $\log_a(3x - 1) > \log_a(x - 1)$ 成立的充分必要条件是().
A. $x > 0$ B. $a > 1$ 时, $x > 0$; $0 < a < 1$ 时, $x < 0$
C. $a > 0, x > 0$ D. $a > 1, x > 1$
- 设 $0 < x < 1, a, b \in (0, +\infty)$, 则 $\frac{a^2}{x} + \frac{b^2}{1-x}$ 的最小值是().
A. $4ab$ B. $2(a^2 + b^2)$ C. $(a + b)^2$ D. $(a - b)^2$
- 设一元二次不等式 $ax^2 + bx + c > 0$ 的解是 $0 < a < x < \beta$, 则 $cx^2 - bx + a > 0$ 的解是().
A. $\frac{1}{\alpha} < x < \frac{1}{\beta}$ B. $-\frac{1}{\alpha} < x < -\frac{1}{\beta}$ C. $\frac{1}{\beta} < x < \frac{1}{\alpha}$ D. $-\frac{1}{\beta} < x < -\frac{1}{\alpha}$

二、填空题(每小题 5 分,6 小题,共 30 分):

- 不等式 $(x + 4)(x + 5)^2 > (3x - 2)(x + 5)^2$ 的解是_____.
- 若关于 x 的不等式 $(a - 2)x^2 + 2(a - 2)x - 4 < 0$ 对一切实数 x 恒成立, 则实数 a 的取值范围是_____.
- 若不等式 $k(x - 1) > x - 2$ 的解为一切实数, 则 k 为_____.
- 若 $\frac{x-1}{x-2} = \cos\theta$ ($0 < \theta \leq \frac{\pi}{2}$) 成立, 则 x 的取值范围是_____.
- 设 $A = \frac{1}{2^{10}} + \frac{1}{2^{10}+1} + \frac{1}{2^{10}+2} + \cdots + \frac{1}{2^{10}+2^{10}} + \frac{1}{2^{11}+1}$, 则 A 与 1 的大小关系是_____.
- 设 $x > 0, y > 0, A = \frac{x+y}{1+x+y}, B = \frac{x}{1+x} + \frac{y}{1+y}$, 则 A, B 的大小关系是_____.



能力冲浪

三、解答题(每小题 8 分,3 小题,共 24 分):

15. $\frac{(x-1)(x-2)^2(x-3)}{(x+1)^3} < 0.$

16. 当 a 取什么值时,对于任意实数 x ,不等式 $-3 < \frac{x^2+ax-2}{x^2-x+1} < 2$ 恒成立.

17. 若不等式 $\frac{3x^2+2x+2}{x^2+x+1} > k$ (k 为正整数)恒成立,求 k 的取值范围.

创新频道

四、综合题(14 分):

18. 已知 $f(x) = x^2 + (\lg a + 2)x + \lg b$ 满足 $f(-1) = -2$,且对一切实数 x 都有 $f(x) \geq 2x$,求实数 a, b 的值.



纠错

同步训练 5 无理不等式和绝对值不等式的解法

双基训练

一、单项选择题(每小题 4 分, 8 小题, 共 32 分):

- 不等式 $x+1 < \sqrt{25-x^2}$ 的解是().
A. $-4 < x < 3$ B. $-1 \leq x \leq 3$ C. $-5 \leq x < 3$ D. $-1 < x < 3$
- 不等式 $\sqrt{x-3} \geq \sqrt{3-x} - \sqrt{x-1}$ 的解集是().
A. $\{3\}$ B. $\{3, 0\}$
C. $\{0, 1\}$ D. $\{0, 3, 1\}$
- 不等式 $|x^2 - 2|x| - 2| \leq 1$ 的解集是().
A. $[-3, -1 - \sqrt{2}]$ B. $[1 + \sqrt{2}, 3]$
C. $[-3, -1 - \sqrt{2}] \cup [1 + \sqrt{2}, 5]$ D. $[-3, -1 - \sqrt{2}] \cup [1 + \sqrt{2}, 3]$
- 若不等式 $|x-3| + |x-4| < a$ 的解集不是空集, 则实数 a 的取值范围是().
A. $(0, 1)$ B. $(1, +\infty)$ C. $(-\infty, 1)$ D. $(0, +\infty)$
- 若 $x \in \mathbb{R}$, 那么 $(1 - |x|)(1 + x) > 0$ 的充分必要条件是().
A. $|x| < 1$ B. $x < -1$ 或 $-1 < x < 1$
C. $|x| > 1$ D. $|x| < -1$
- 不等式 $|\sqrt{x-2} - 3| < 1$ 的解集是().
A. $\{x | 5 < x < 6\}$ B. $\{x | 6 < x < 18\}$ C. $\{x | 7 < x < 20\}$ D. $\{x | 8 < x < 22\}$
- 不等式 $\sqrt{4-x^2} + \frac{|x|}{x} \geq 0$ 的解集是().
A. $\{x | -2 \leq x \leq 2\}$ B. $\{x | -\sqrt{3} \leq x < 0 \text{ 或 } 0 < x < 2\}$
C. $\{x | -2 \leq x < 0 \text{ 或 } 0 < x \leq 2\}$ D. $\{x | -\sqrt{3} \leq x < 0 \text{ 或 } 0 < x \leq 2\}$
- 不等式 $2 < |2x+3| \leq 4$ 的解集是().
A. $\left\{x \mid -\frac{7}{2} < x < -\frac{5}{2} \text{ 或 } -\frac{1}{2} < x \leq \frac{1}{2}\right\}$ B. $\left\{x \mid -\frac{7}{2} < x < -\frac{5}{2} \text{ 或 } -\frac{1}{2} < x < \frac{1}{2}\right\}$
C. $\left\{x \mid -\frac{7}{2} \leq x < -\frac{5}{2} \text{ 或 } -\frac{1}{2} < x \leq \frac{1}{2}\right\}$ D. $\left\{x \mid -\frac{7}{2} \leq x \leq -\frac{5}{2} \text{ 且 } -\frac{1}{2} < x \leq \frac{1}{2}\right\}$

二、填空题(每小题 5 分, 6 小题, 共 30 分):

- 不等式 $\sqrt{3x-5} - \sqrt{x-4} > 0$ 的解集是_____.
- 若关于 x 的不等式 $\sqrt{x} > ax + \frac{3}{2}$ 的解集为 $\{x | 4 < x < m\}$, 则 $a =$ _____, $m =$ _____.
- $|x+3| + |2-x| < 8$ 的解集为_____.
- 不等式组 $\begin{cases} \sqrt{x^2-9} \leq 4 \\ x > 0 \end{cases}$ 的解集是_____.
- 使不等式 $x^2 - 2|x| - 15 > 0$ 成立的负值 x 的取值范围是_____.
- 设 $f(x) = \frac{1+x}{1-x}$, 则不等式 $|f^{-1}(x)| > 1$ 的解集是_____.



能力冲浪

三、解答题(每小题 8 分,3 小题,共 24 分):

15. 解不等式 $\sqrt{(x-1)(x+2)} > 2x^2 + 2x - 10$.

16. 解不等式 $|x^2 - x - 8| \leq x$.

17. 解不等式 $\sqrt{3x+1} - \sqrt{x} < \sqrt{2x-3}$.

创新频道

四、综合题(14 分):

18. 已知 $a, b, c \in \mathbb{R}$, 函数 $f(x) = ax^2 + bx + c, g(x) = ax + b$, 当 $-1 \leq x \leq 1$ 时, $|f(x)| \leq 1$.

(1) 证明 $|c| \leq 1$;

(2) 当 $-1 \leq x \leq 1$ 时, $|g(x)| \leq 2$;

(3) 设 $a > 0$, 当 $-1 \leq x \leq 1$ 时, $g(x)$ 的最大值为 2, 求 $f(x)$.



尖子生

同步训练 6 指数不等式、对数不等式的解法



双基训练

一、单项选择题(每小题 4 分, 8 小题, 共 32 分):

- 已知集合 $M = \{x | 2^{2x^2} < 2^{3x}\}$, $N = \{x | \log_{\frac{1}{2}}(x-1) > 0\}$, 则 $M \cap N =$ ().
 A. $(0, \frac{3}{2})$ B. $(\frac{2}{3}, 2)$ C. $(1, \frac{3}{2})$ D. $(0, 1)$
- 若 $\alpha \in (0, \frac{\pi}{2})$, 则不等式 $\log_{\sin \alpha}(1-x) > 2$ 的解集是 ().
 A. $\{x | -1 < x < \sin^2 \alpha\}$ B. $\{x | \cos^2 \alpha < x < \frac{1}{2}\}$
 C. $\{x | -1 < x < \cos^2 \alpha\}$ D. $\{x | \cos^2 \alpha < x < 1\}$
- 设 $a^2 > b > a > 1$, $M = \log_b \frac{b}{a}$, $N = \log_b a$, $P = \log_a b$, 则 ().
 A. $M < N < P$ B. $N < P < M$ C. $M < P < N$ D. $N < M < P$
- 如果 $\log_a \frac{3}{4} < 1$, 那么 a 的取值范围是 ().
 A. $(0, \frac{3}{4}) \cup (1, +\infty)$ B. $(\frac{3}{4}, +\infty)$
 C. $(\frac{3}{4}, 1)$ D. $(0, \frac{3}{4}) \cup (\frac{3}{4}, +\infty)$
- 方程 $|x^2 - 2| = \lg x$ 的实根有 ().
 A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个
- 已知定义在 $\mathbb{R}$ 上的偶函数 $f(x)$ 在 $[0, +\infty)$ 上为增函数, 且 $f(\frac{1}{3}) = 0$, 则满足 $f(\log_{\frac{1}{8}} x) > 0$ 的 x 的范围是 ().
 A. $(0, \frac{1}{2})$ B. $(2, +\infty)$
 C. $(\frac{1}{2}, 1) \cup (2, +\infty)$ D. $(0, \frac{1}{2}) \cup (2, +\infty)$
- 设 $f(x) = |\lg x|$, 且 $0 < a < b < c$, $f(a) > f(c) > f(b)$, 则下列结论中正确的是 ().
 A. $ac < 1$ B. $bc < 1$ C. $(a-1)(b-1) > 0$ D. $ac > 1$
- 不等式 $\log_{\frac{1}{2}}(\sqrt{x-3}-2) > 0$ 的解集为 ().
 A. $(-\infty, 12)$ B. $(7, 12)$ C. $(7, +\infty)$ D. $(12, +\infty)$

二、填空题(每小题 5 分, 6 小题, 共 30 分):

- 不等式 $\sqrt{1+\lg x} > 1 - \lg x$ 的解集是_____.
- 不等式 $2^x + 2^{|x|} \geq 2\sqrt{2}$ 的解集是_____.
- 函数 $y = \sqrt[3]{9 - (\frac{1}{3})^2} + \sqrt{\log_{\frac{1}{2}} \frac{3x-2}{2x+1}}$ 的定义域是_____.
- 已知 $f(x) = \log_{0.5} x$, 则不等式 $[f(x)]^2 > f(x^2)$ 的解集是_____.
- 设 $a_n = \log_{\sqrt{2}} \frac{n+1}{n}$, S_n 为 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 则 $S_7 =$ _____.
- 若关于 x 的方程 $4^x + a \cdot 2^x + a + 1 = 0$ 有实数解, 则 a 的取值范围是_____.



失误纠正

能力冲浪

三、解答题(每小题 8 分,3 小题,共 24 分):

15. 解关于 x 的不等式 $\sqrt{\log_a x - 1} > 3 - \log_a x$.

16. 解不等式 $a^{3x^2-4x-5} > a^{2x^2-3x+1}$.

17. 已知 $a > 0$, 且 $a \neq 1$, 解关于 x 的不等式 $1 + \log_{\frac{1}{2}}(4 - a^x) \leq \log_{\frac{1}{\sqrt{2}}}(a^x - 1)$.

创新频道

四、综合题(14 分):

18. 已知 $f(x) = \log_a \frac{1-mx}{x-1}$ 是奇函数 ($a > 0, a \neq 1$).

- (1) 求 m 的值;
- (2) 判断 $f(x)$ 在 $(1, +\infty)$ 上的单调性, 并加以证明;
- (3) 若 $f(x) \geq \log_a(2x)$, 求 x 的取值范围.



同步训练 7 含有绝对值的不等式

双基训练

一、单项选择题(每小题 4 分,8 小题,共 32 分):

1. 设 a, b 是满足 $ab < 0$ 的实数,那么().
 A. $|a+b| > |a-b|$ B. $|a+b| < |a-b|$
 C. $|a-b| < ||a| - |b||$ D. $|a-b| < |a| - |b|$
2. 若 $f(x) = x^2 - ax + 1$, 且 $|f(x)| < 1$, 则 a 的取值范围是().
 A. $(-\infty, 1)$ B. $(1, 3)$
 C. $(3, +\infty)$ D. $(-\infty, -1) \cup (3, +\infty)$
3. 如果 $|x| \leq \frac{\pi}{4}$, 那么函数 $f(x) = \cos^2 x + \sin x$ 的最小值是().
 A. $\frac{\sqrt{2}-1}{2}$ B. $\frac{1+\sqrt{2}}{2}$ C. -1 D. $\frac{1-\sqrt{2}}{2}$
4. 不等式 $|2x - \log_2 x| < 2x + |\log_2 x|$ 的解集是().
 A. $1 < x < 2$ B. $0 < x < 1$ C. $x > 1$ D. $x > 2$
5. 已知函数 $f(x) = -2x + 1$, 对于任意正数 ϵ , 使得 $|f(x_1) - f(x_2)| < \epsilon$ 成立的一个充分但不必要的条件是().
 A. $|x_1 - x_2| < \epsilon$ B. $|x_1 - x_2| < \frac{\epsilon}{2}$
 C. $|x_1 - x_2| < \frac{\epsilon}{4}$ D. $|x_1 - x_2| > \frac{\epsilon}{4}$
6. $|x-a| < m$ 和 $|y-a| < m$ 是 $|x-y| < 2m$ 的().
 A. 充分非必要条件 B. 必要非充分条件
 C. 充分且必要条件 D. 既不充分也不必要条件
7. 不等式 $|x^2 - 3x| > 4$ 的解集是().
 A. $\{x | -1 < x < 4\}$ B. $\{x | x > 4\}$
 C. $\{x | x < -1 \text{ 或 } x > 4\}$ D. $\{x | x < -1\}$
8. 若实数 a, b 满足 $ab > 0$, 则在“① $|a+b| > |a|$; ② $|a+b| < |b|$; ③ $|a+b| < |a-b|$; ④ $|a+b| > |a-b|$ ”这四个式子中, 正确的是().
 A. ①和② B. ①和③ C. ①和④ D. ②和④

二、填空题(每小题 5 分,6 小题,共 30 分):

9. 不等式 $|\sqrt{2x-2}-1| < 1$ 的解集是_____.10. 不等式 $3|2 - \log_2 x| - |3 + 2\log_{\frac{1}{4}} x| < 1$ 的解集是_____.11. 若 $A = \left\{x \mid \frac{1}{|x|} \leq 1\right\}$, $B = \{x | \sqrt{x} \leq 1\}$, 则 $A \cap B$ 是_____.12. 若 $|\lg(1-x)| > |\lg(1+x)|$, 则 x 的范围是_____.13. $|x-3| - |x+1| < 1$ 的解集是_____.14. 已知 $f(x) = ax^2 + bx + c$, 当 $|x| \leq 1$ 时, 总有 $|f(x)| \leq 1$, 则 $|f(2)|$ 与 8 的关系是_____.



能力冲浪

三、解答题(每小题 8 分,3 小题,共 24 分):

15. 求证: $|\sin 3\theta| \leq 3|\sin \theta|$.

16. 求证: $\frac{|a^2 - b^2|}{2|a|} \geq \frac{|a|}{2} - \frac{|b|}{2}$.

17. 函数 $f(x)$ 在 $[0, 1]$ 上有定义, $f(0) = f(1)$, 如果对于任意不同的 $x_1, x_2 \in [0, 1]$, 都有 $|f(x_2) - f(x_1)| < |x_2 - x_1|$, 求证: $|f(x_2) - f(x_1)| < \frac{1}{2}$.

创新频道

四、综合题(14 分):

18. 已知关于 x 的实系数二次方程 $x^2 + ax + b = 0$ 有两个实根 α, β , 证明:

(1) 如果 $|\alpha| < 2, |\beta| < 2$, 那么 $2|a| < 4 + b$ 且 $|b| < 4$;

(2) 如果 $2|a| < 4 + b$, 且 $|b| < 4$, 那么 $|\alpha| < 2, |\beta| < 2$.



单元测试(一) A 卷

说明:时间 90 分钟,满分 100 分.

一、选择题(每题有且只有一个结论正确. 满分 $12 \times 4 = 48$ 分,将答案填在下表中):

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案												

- a, b 是任意实数,且 $a > b$, 则().
 A. $a^2 > b^2$ B. $\frac{b}{a} < 1$ C. $\lg(a-b) > 0$ D. $\left(\frac{1}{3}\right)^a < \left(\frac{1}{3}\right)^b$
- 已知 $a > b > 0$, $P = \sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b}$, $Q = \sqrt[3]{a-b}$, 则 P, Q 的大小关系为().
 A. $P \geq Q$ B. $P > Q$ C. $P < Q$ D. 不能确定
- 若 $x, y \in \mathbb{R}^+$, $xy^2 = 8$, 则 $x + 2y$ 的最小值是().
 A. 4 B. $3\sqrt[3]{4}$ C. 6 D. 非上述答案
- 已知 $0 < a < b < 1$, 则 $a^b, \log_b a, \log_a b$ 的大小关系是().
 A. $\log_a b < a^b < \log_b a$ B. $\log_b a < \log_a b < a^b$
 C. $\log_a b < \log_b a < a^b$ D. $a^b < \log_a b < \log_b a$
- 下列不等式中,与不等式 $\frac{x-4}{3-x} \geq 0$ 同解的是().
 A. $\lg(x-3) \leq 0$ B. $(x-4)(3-x) \geq 0$
 C. $\frac{3-x}{x-4} \leq 0$ D. $(x-4)(3-x) > 0$
- 已知关于 x 的不等式 $|x-4| + |x-3| < a$ 的解集是非空集合, 求实数 a 的范围().
 A. $3 < a < 4$ B. $3 \leq a \leq 4$ C. $a \leq 1$ D. $a > 1$
- 不等式 $(x-2) \cdot \sqrt{x+2} \leq 0$ 的解集是().
 A. $x \geq 2$ B. $-2 \leq x \leq 2$ C. $x > 2$ 或 $x = -2$ D. $x > 2$
- 设 $f(x)$ 是奇函数, 且在 $(0, +\infty)$ 上是增函数, 又 $f(-3) = 0$, 则 $xf(x) < 0$ 的解集为().
 A. $(-\infty, -3) \cup (0, 3)$ B. $(-\infty, -3) \cup (3, +\infty)$
 C. $(-3, 0) \cup (3, +\infty)$ D. $(-3, 0) \cup (0, 3)$
- 设圆柱轴截面周长 l 为定值, 则圆柱体积的最大值为().
 A. $\frac{\pi l^3}{216} \pi$ B. $\frac{\pi}{9} \left(\frac{l}{2}\right)^3$ C. $\left(\frac{l}{4}\right)^3 \pi$ D. $2\pi \left(\frac{l}{4}\right)^3$
- 下列等式中成立的是().
 A. $\sqrt{(-a)^2} = a$ B. $\left| \frac{a^2 - b^2}{a + b} \right| = a - b$
 C. 若 $0 < a < 1$, 则 $|a^2 - 1| = 1 - a^2$ D. $|-a| = a$
- 已知抛物线 $C: y = -x^2 + mx - 1$, 点 $A(3, 0), B(0, 3)$, 若抛物线 C 与线段 AB 有两个不同的交点, 求 m 的取值范围().
 A. $\frac{\sqrt{30}-2}{2} < m$ B. $\frac{\sqrt{30}-2}{2} < m \leq \frac{8}{3}$ C. $m \leq \frac{8}{3}$ D. $m > \frac{8}{3}$
- 建造一个容积为 8 立方米、深为 2 米的长方体无盖水池, 如果池底和池壁的造价每平方米分别为 120 元和 80 元, 那么水池的最低总造价为().