

高中新课程教师教育系列教材

高中数学新课程 实验与探索（下册）

高中数学课程标准研制组

王林全 刘美伦 张安庆 主编



高等教育出版社

内容提要

本书是国家基础教育课程改革以及高中新课程实验研究的成果。2001 年，高中数学课程标准研制小组提出实验任务，定位为数学课程标准新增内容的实验研究，选定北京、广东、新疆等省、市、自治区的 20 多所学校为实验点，各学校以课程标准的初步设想为依据，认真进行了实验研究，在此基础上分别撰写了实验总结。本书主要从实验学校的有关实验资料中择优选材，包括部分教案、教学计划、典型课例、实验总结、实验体会等。

本书分上、下两册出版，下册内容为：算法、导数及其应用，专题等。

本书力图通过先行性实验教学的经验，为进入新课程的教师起到某种示范或参考作用，提供有关实验课题的宽阔的视野，为高中数学课程的全面实施提供有价值的经验和思路。

本书可作为实施高中数学新课程的教师培训与参考用书，也可以作为高等师范院校数学系的教学参考用书。

图书在版编目 (CIP) 数据

高中数学新课程实验与探索. (下册) / 王林全, 刘美伦,
张安庆主编. —北京: 高等教育出版社, 2004.10
ISBN 7 - 04 - 015095 - 6

I. 高... II. ①王...②刘...③张... III. 数学课 -
教学研究 - 高中 IV. G633.602

中国版本图书馆CIP数据核字(2004) 第098042号

策划编辑 张忠月 责任编辑 张忠月 封面设计 张 志
责任绘图 宗小梅 版式设计 张 岚 责任校对 杨雪莲
责任印制

出版发行	高等教育出版社	购书热线	010 - 64054588
社 址	北京市西城区德外大街 4 号	免费咨询	800 - 810 - 0598
邮政编码	100011	网 址	http://www.hep.edu.cn
总 机	010 - 58581000		http://www.hep.com.cn
经 销	新华书店北京发行所		
印 刷			
开 本	787× 960 1/16	版 次	年 月第 1 版
印 张	15.75	印 次	年 月第 次印刷
字 数	290 000	定 价	16.90 元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题，请到所购图书销售部门联系调换。

版权所有 侵权必究

物料号: 15095 - 00

目 录

第4篇 算法、导数及其应用	1
1 几类应用问题的流程图设计	2
2 突出程序语言在算法教学中的作用	21
3 “算法”——数学课与信息技术课内容上的整合	25
4 “算法”实验分析	29
5 导数教学实验报告	47
6 变化率——导数	53
7 “导数及其应用”的教学调查与思考	75
8 导数的引入	85
9 教学案例——“平均速度和瞬时速度” 与“一般变速运动的瞬时速度”	90
10 导数教学实验分析	100

第5篇 专题	105
--------	-----

数学内容的交叉整合

1 试谈对《普通高中数学课程标准（实验）》中若干 教学内容的整合处理	106
---------------------------------------	-----

数 学 建 模

2 最短路线问题	111
3 在普通高中开展数学建模活动的实验研究	116

数 学 文 化

4 数学阅读材料教学案例	128
5 搭建学生自主学习的平台——实施数学探究	138
6 数学教学中进行数学研究性学习的途径	150
7 向量基本定理复习——高中数学新课程复习实验示例	159

8 一类数学问题的探究 171

9 探索性课型案例 174

10 数学问题探究实验的尝试及其探究 178

信息技术与课程整合

11 如何在新课程中使用信息技术 187

12 信息技术环境下的数学教学初探 204

13 多媒体技术与高中数学课堂教学 226

第4篇 算法、导数 及其应用

几类应用问题的流程图设计

突出程序语言在算法教学中的作用

“算法”——数学课与信息技术课内容上的整合

“算法”实验分析

导数教学实验报告

变化率——导数

“导数及其应用”的教学调查与思考

导数的引入

教学案例——“平均速度和瞬时速度”与“一般变速运动的瞬时速度”

导数教学实验分析

几类应用问题的流程图设计

北京 109 中学

[实验单位] 北京 109 中学课题组

[实验内容]

结合学生的实际特点，实验了以下具体内容：①算法简介；②流程图简介；③不定方程的算法设计；④闰年问题；⑤素数问题；⑥选择排序法。

通过以上内容的实施，提高学生的逻辑思维能力；开发学生的解题智慧，培养学生的创新意识和探索精神；使学生从数学理论走向数学实践。

[实验目的]

算法内容突出体现基础性、趣味性、普及性和发展性，使不同的学生在算法的学习上得到不同的发展。因而我们设计的算法内容力求是现实的、有意义的、富有挑战性的，这些内容更有利于学生主动地进行观察、思考、猜测、推理与交流等学习活动。内容的呈现采用了不同的表达方式，以满足多样化的学习需求。

因此，在实验目标上设计为：①初步掌握几类简单问题的算法设计思想；②能够独立绘制程序流程图；③善于运用算法思想解决一些实际生活问题。

[实验过程]

1. 算法课程学生不重视怎么办？

课题组的几位老师深知，让每一节课内容充实、有趣，才能真正调动学生们学习的积极性。于是在选材备课、教法安排等环节上我们都下了大量的功夫，做了精心的准备。在实验过程中，同学们主动配合老师的安排，积极参与课堂教学，或仔细聆听，或奋笔疾书，或双眉紧闭，或恍然大悟，或争论不休，或喜笑颜开。他们的表现是我们始料不及的，算法课的课堂气氛一直是生动活泼，充满生机和活力的，很活跃，很融洽。

2. 学生的计算机水平不一，如何解决？

在全班 45 名同学中，有 32 名同学家里有计算机。有的学生已经在初中学

习了 QBASIC 语言，对于上机实验相当熟练，有较高的理论水平和操作水平，而有的学生对于键盘上的 26 个字母的位置还没有搞清楚，更甭提有什么计算机水平了。针对这种实际情况，我们采取了三项措施：①请我们课题组张鹏老师在上机之前给学生讲解 QBASIC 语言的基本语句，然后依据算法流程图设计程序语言，再到机房上机调试验证流程图的正确与否；②把学生的主要精力放在流程图的设计上，老师用计算机演示或挑选计算机水平较高的同学先设计好程序，再到前面用计算机演示给同学们观看；③把几节课的上机验证统一安排一个时间逐一调试进行。

3. 学生对于数学的发展历史及数学家的经典故事很有兴趣，怎么引导？

在第一节课中，为了说明算法的重要性，我们引用了数学王子高斯的两段轶事：一个是高斯算法，这个故事我让一位女生讲给大家听，引起了所有同学的极大兴趣，接下来我说：“高斯取得世界性声誉除了数学，还因为他在天文学上有过重大发现，这一点同学们可能知道的就不多了。19 世纪的一个凌晨，天文学家皮亚齐 (Piayyi, Ginseppe) 在意大利西西里岛观测天象核对星图时，他似乎发现了一颗‘没有尾巴的彗星’，一连追踪观测了 41 天，累得病倒了。康复后，这颗‘彗星’又在天空中失踪了。他呼吁欧洲天文学家共同观测研究。24 岁的高斯得知后，创造出了一种只需 3 次观测数据就可以定位的行星椭圆轨道计算法，并且指出皮亚齐看到的不是‘彗星’，而是人类发现的第一颗‘小行星’——谷神星。高斯的成功显示了数学的威力、算法的威力。”同学们听完后情绪振奋，而我却深感学生对数学历史和数学家的极大兴趣。这种兴趣，很有可能激起学生学习“算法”的兴趣，甚至可能改变学生对数学学习的根本看法，因而合理地加以引导将大大地促进学生的学习。那么如何引导呢？

一是教育学生数学的发展历史是人类探索自然、战胜自然的真实写照，是人类文明的象征、智慧的体现。数学家的生活趣事，无不体现他们在事业上志坚如磐，锲而不舍；治学上勤奋刻苦，严谨认真，孜孜不倦；品行上刚正不阿，虚怀若谷，诲人不倦……；二是每节课中提到的数学家，我们都给他们准备了关于这些数学家的一些阅读材料，让他们课下去阅读；三是下节课要涉及到的数学家，我们就提前告诉学生，鼓励他们去图书馆或上网查找这个数学家的资料，这样既满足了学生们的求知欲，又给他们树立了学习的榜样，还促进了“算法”实验的成功开展。

4. 流程图的设计是重点，也是难点，如何突出重点和突破难点的？

学生从没有听说过流程图是什么，也没有可以预习的教材，这就给学生的学习带来了困难。为此，我们提前把必要的内容印发给学生，这就为学生补上了预习这一环节。流程图的设计第一节课，主要是由老师来讲解，给学生以先

入为主的感觉；第二节课，以老师为主体设计流程图框架，以个别学生为辅回答框架细节部分，然后完成所有设计；第三节课，在老师引导下，由多名同学参与完成流程图设计。而从这之后，主要是发动学生自己设计流程图，分组研究讨论，派出代表到黑板上给全班同学解释并回答其他同学的举手提问，交流学习体会和经验，充分发挥学生的主体作用和老师的主导作用，提高了学生的课堂参与率，使学生真正成为学习的主动参与者。后面课的流程图基本上都是以学生为主完成的。

[实验反思]

1. 教师的任务任重而道远

教材改革，教师先行。教师是实验的导向，实验的成败在于教师。

相当一部分数学教师由于受升学压力的影响比较大，教学思想比较保守，有的数学教师已经习惯于老教材，墨守成规，不愿意打破这种平衡状态，还有的数学教师业务水平不高，对于新东西敬而远之。这些教师严重影响了教改的进程，他们应积极学习，改进思想，提高认识，踊跃投入到继续学习的队伍中去。

当然，我们应该高兴地看到，我们北京市有一支勇于改革、敢于拼搏的中学数学教师队伍，他们有奉献精神，有探索精神，有创新精神。但是，仅有这些精神是远远不够的，教材改革需要的是复合型的教师，我们认为复合型的教师应该具备以下素质：

- (1) 教育以人为本，教师具有良好的职业道德，爱岗敬业，爱护学生，真正建立起平等的师生关系；
- (2) 不仅数学专业能力强，而且综合素质高，会教必修课，还能胜任其他选修课，懂课堂教学，懂心理学教育；
- (3) 课堂驾驭能力强，善于发现学生的优点和特长，尊重学生的个性发展，不抹杀学生多元化思维的发展；
- (4) 具备现代化信息工具与课堂教学合理整合的能力，会熟练使用 IT 图形计算器和计算机多媒体教学等；
- (5) 对教材实验或使用要高瞻远瞩，正确领会教材实验意图或使用意图，合理地为新教材的编写提供意见或建议；
- (6) 树立终身学习的观念，积极参加教学研讨和继续学习，及时更新思想观念和知识结构。

2. 课堂实施形态的新探索

数学课理论性比较强，往往以教师讲授为主，课堂气氛比较沉闷。“算法”是一门新课，老师与学生站在同一位置看待实验内容，有许多问题尚待进一步探索，因而更容易激发学生的求知欲。在实验过程中，师生共同讨论，

甚至争论的情况时常发生，实际上，这样更促进了学生的学习积极性，增强了学生的自信心及敢于向老师挑战的进取心，使他们通过这种模式学会学习，提高他们独立学习的能力，形成他们的主体意识，培养他们的主体参与能力，形成一种新的课堂实施形态，如专题研究、活动探索、应用建模、交流讨论、题目辩论、问题解决、专家讲座等等。

3. 多媒体教学辅助工具的使用应写进教材

在“算法”实验中，我们用计算机运行程序来验证流程图的正确与否。选用的计算机语言是基础语言 QBASIC，其基本语句简单，易学易记，受到了学生们的欢迎。但目前高中信息技术课中已撤去了 QBASIC 语言内容的教学，因此在上机实验过程中就受到了限制。为保证“算法”课的顺利推广，建议把 QBASIC 语言内容有选择的写进教材，同时把例题用到的程序语言也相应写进教材，方便老师，也方便学生。当然，也可以适当地引进其他程序语言或伪代码。

4. “算法”有必要引进中学数学课程

通过将近三个月的实验，无论是学生反映，还是我们课题组老师自己感觉，“算法”确实有必要引进中学数学课程，原因有以下三个方面：①学生反映，“算法”课确实对思维训练有好处，用流程图安排一些繁杂的事情，条理清楚多了，也提高了做事的效率，学习“算法”收获很大；②21 世纪是计算机世纪，计算机带动了数学的飞速发展，“算法”课就是把计算机与数学适度地进行了整合，把脑力劳动机械化，合理地发展了数学课程，借数学知识载体展示了运筹学的原理；③“算法”课是中学未曾开垦的宝藏，有广阔的发展前景，应及早让学生掌握这门课程，只要我们肯于探索与创新，必将结出丰硕的“算法”成果。

5. 值得商榷的几个问题

(1) 选材是个大问题：尽管我们精心选取了教学内容，但我们依然感觉选材方面缺乏弹性。难度太小了，学生感觉没有必要用流程图解决，要用的话，有点儿故弄玄虚；难度太大了，学生感觉无从下手，失去了继续学习的信心；而难度合适的内容不好把握，要么内容背景过于枯燥，要么所需的知识点还没有学到。因此我们建议：“算法”课题组的所有老师集中研讨一下选材的问题。

(2) 第二轮实验应注意的问题：首先是内容选取，其次是课时设置，第三是课堂教学模式的探索，第四是计算机的使用程度，第五是学生的层次及所在的年级。

(3) 进入课程的形式是选修还是必修？

我们认为“算法”进入课堂应以必修形式。

(4) “算法”课考试的方式是什么？
我们建议是以学生写论文的形式进行考试。

[教学内容] 算法简介

[教学目的] 使学生初步了解算法的概念，理解算法进入中学课程的必要性和重要性，提高学生对算法课学习的认识。

[教学过程]

一、学习算法的重要性

1. 算法在数学历史的舞台上扮演着重要的角色

刘徽是中国历史上最杰出的数学家之一，他最大的成就就是利用“割圆术”的方法计算圆周率，体现了极限的思想，是积分学上计算长度和面积的基础。刘徽说：“割之弥细，所失弥少。割之又割，以至不可割，则与圆合体而无所失矣。”这段十分珍贵的闪烁极限思想的论述，就是割圆术的理论基础。

刘徽从圆内接正六边形算起，然后使边数倍增。

见图 4 - 1。

设图中的圆半径为 r ，面积为 S ，则有下列关系：

$S_{2n} < S < S_{2n} + (S_{2n} - S_n)$ ($S_{2n} - S_n$ 即图中阴影面积)。

当边数不断倍增，通过此不等式，就可从过剩与不足两个方面逼近求出圆面积值，从而得出圆周率 π 的值。（作用：① 代表一个国家科学发展的水平；② 为了检验超级计算机的硬件和软件的性能等。）

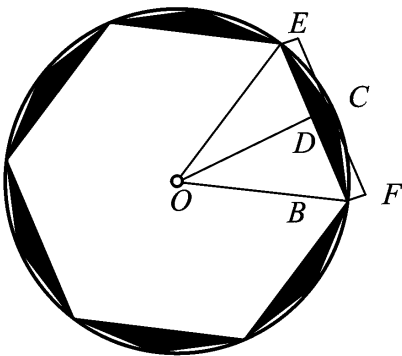


图 4 - 1

数学王子高斯 10 岁就提出了高斯算法。高斯的数学教师布特纳 (Biittner) 有一次在课堂上出了一道算术题要学生们计算出前 100 个正整数相加之和。小高斯采用了这样的算法： $1 + 2 + 3 + \cdots + 98 + 99 + 100 = (1 + 100) + (2 + 99) + (3 + 98) + \cdots + (50 + 51) = 50 \times 101 = 5\,050$ ，于是转眼之间写出了答案 5 050，而别的孩子采取逐个相加的办法，算得头昏脑涨，结果还不正确。

2. 高考试题中对算法的考查已崭露头角

例如，上海市 2001 年高考题第 21 题。

3. 快节奏、高效率的现实生活对算法思想的迫切需要

二、算法的概念

算法的概念源于数学. 比如常用的配方法、换元法、待定系数法. 但不要认为只有“计算”的问题才有算法. 广义地说, 为解决一个问题而采取的方法和步骤, 就称为算法.

做任何事情都有一定的步骤. 从事各种工作和活动, 都必须事先想好进行的步骤, 然后按部就班地进行, 才能避免产生错乱. 实际上, 在日常生活中, 由于已养成习惯, 所以人们并没有意识到每件事都需要事先设计出“行动步骤”. 例如吃饭、上学、升旗等等, 事实上都是按照一定的规律进行的, 只是人们不必每次都重复考虑它而已.

三、算法的一般特征

算法实际上是一种抽象的解题方法, 它具有动态性. 因此, 算法的行为非常重要. 作为一个算法, 应具有以下三个特征.

1. 可行性

算法的可行性包括两个方面: 一是算法中的每一个步骤必须是能实现的. 例如, 在算法中, 不允许出现分母为零的情况; 在实数范围内不能求一个负数的平方根等. 二是算法执行的结果要能达到预期的目的. 通常, 针对实际问题设计的算法, 人们总是希望能够得到满意的结果.

2. 确定性

算法的确定性, 是指算法中的每一个步骤都必须是有明确定义的, 不允许有模棱两可的解释, 也不允许有多义性.

3. 有穷性

算法的有穷性是指算法必须能在有限的时间内执行完, 即算法必须能在执行有限步骤之后终止. 数学中的无穷级数, 在实际计算时只能取有限项, 即计算无穷级数的过程只能是有穷的. 因此, 一个无穷级数的表示只是一种计算公式, 而根据精度要求确定的计算过程才是有穷的算法.

作业

1. 什么是算法? 试举例说明.
2. 搜集有关算法的内容.

[教学内容] 流程图简介

[教学目的]

1. 使学生了解一些常用的流程图符号, 初步学会把一些简单问题的解决

方案用流程图表示出来，并了解一些简单的程序语言。

2. 充分发挥学生的主体作用，鼓励学生的创新意识和探索精神；通过流程图的学习，初步培养学生思维的条理化、层次化。

[教学过程]

一、提出问题

计算 $1 + 2 + 3 + \cdots + 100$ 。

- 1. 对这道题，你有几种算法？请分别写出。
- 2. 这道题可以演变成其他什么计算题？请分别写出。
- 3. 你能否指挥计算机来帮你计算这道题？请谈谈你的想法。

二、解决问题

1. 初步设计计算的方法和步骤

先用最原始的方法进行：

- (1) 先进行 $1 + 2$ 的运算，相加的和（结果）放在变量 sum 中（此时 sum 的值为 3）；
- (2) 将 sum 再加 3，和仍放在 sum 中（此时 sum 的值为 6）；
- (3) 将 sum 再加 4，和仍放在 sum 中（此时 sum 的值为 10）；
- (4) 将 sum 再加 5，和仍放在 sum 中（此时 sum 的值为 15）；
-
- (99) 将 sum 再加 100，和仍放在 sum 中（此时 sum 的值为 5 050）。

2. 尝试用流程图（图 4 - 2）来展示思路

3. 把流程图翻译成程序语言

```
sum = 0
n = 0
n = n + 1
sum = sum + n
IF n < 100 GOTO 40
PRINT " sum = "; sum
END
ok
Run
sum = 5 050
ok
```

4. 上机实验，检验你设计的算法的正确性
作业

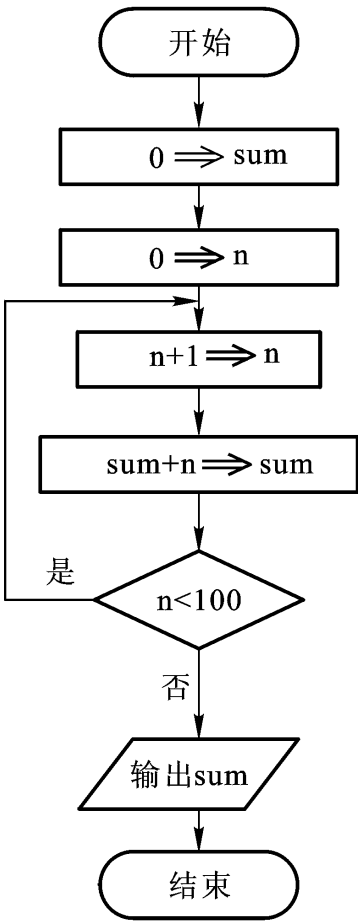


图 4 - 2

1. 计算 $S = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \cdots + \frac{1}{100}$.

2. 计算 $S = 1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 20$.

[教学内容] 不定方程应用举例及其流程图设计

[教学目的]

1. 使学生初步掌握不定方程的算法设计和列举法的基本思想.

2. 培养学生逻辑思维能力和解决问题方案的优化能力, 增强学生开发解题智慧的信心.

3. 通过学习, 了解我国古代数学的成就, 培养爱国主义情感.

[教学过程]

一、引入

1. 实例

鸡兔同笼, 笼中共有 10 条腿, 问鸡兔各几只?

学生活动: 思考、讨论、回答

引导学生建立数学模型:

设鸡有 x 只, 兔有 y 只, 则符合下列条件

$$2x + 4y = 10.$$

此题的正整数解为

$$\begin{array}{ll} x = 1, & x = 3, \\ y = 2; & y = 1. \end{array}$$

2. 概念

方程 $2x + 4y = 10$ 称为不定方程.

方程特点: 未知数的个数多于方程个数.

3. 学生编题

学生举实际生活中不定方程的例子:

(1) 一块橡皮 1 元钱, 一支笔 2 元钱, 问 100 元钱能买橡皮和笔各多少?

数学模型:

设能买橡皮 x 块, 笔 y 支.

$$x + 2y = 100.$$

求此方程的正整数解.

解题思路 (注意优化的思想):

$$\begin{array}{ll} y = 1, & x = 98, \\ y = 2, & x = 96, \end{array}$$

.....

$y = 49, \quad x = 2.$

流程图设计 (图 4 - 3)

(2) 有一健身场所的记次卡 (含 100 次), 可参加游泳、健身、网球三项运动, 问每项可参加几次?

学生建立数学模型, 确定解题思路, 设计流程图.

4. 小结

解不定方程的基本思想

- (1) 多变量转化为单变量.
- (2) 列举法.

列举法的基本思想是根据提出的问题, 列举所有可能情况, 并用问题中提出的条件检验哪些是需要的, 哪些是不需要的. 因此, 列举法常用于解决“是否存在”或“有多少种可能”等类型的问题. 例如, 求解不定方程的问题: 百鸡问题.

二、百鸡问题

一只母鸡 3 元钱, 一只公鸡 2 元钱, 两只小鸡 1 元钱. 某人有 100 元钱, 要买 100 只鸡. 问可以买母鸡、公鸡和小鸡各多少只?

1. 百鸡问题的算法设计

(1) 确定总的解题策略, 建立百钱买百鸡问题的数学模型.

设母鸡、公鸡、小鸡数分别为 I, J, K , 则应满足如下条件

$$\begin{aligned} I + J + K &= 100, \\ 3I + 2J + \frac{1}{2}K &= 100. \end{aligned}$$

(2) 解不定方程应先固定一个变量的值, 然后求其他两个值. 那么应先确定哪个变量呢? 先分析一下三个变量的可能值.

- ① I 的最小值可能为零, 若全部钱用来买母鸡, 最多只能买 33 只, 故 I 的值为 $0 \sim 33$ 中的整数.
 - ② J 的最小值为零, 最大为 50.
 - ③ K 的最小值为零, 最大为 100.
- (3) 对 I, J, K 三个未知数来说, I 取值范围最小. 为提高程序的效率, 先考虑对 I 值进行一一列举.
- (4) 在固定一个 I 值的前提下, 再对 J 值进行一一列举.

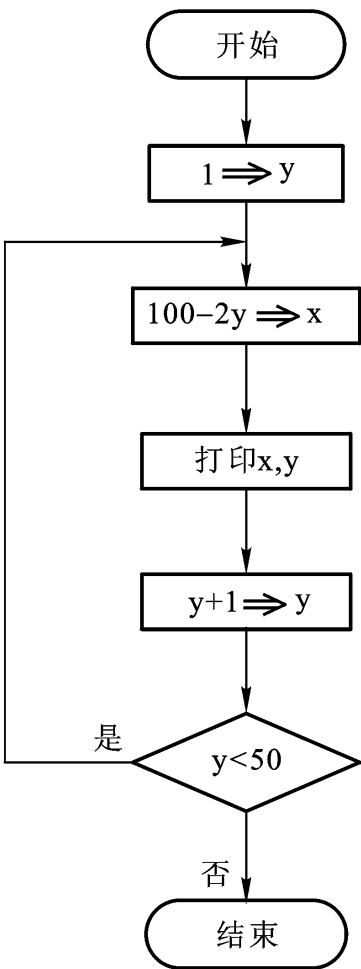


图 4 - 3

(5) 对于每个 I, J , 怎样去寻找满足百钱买百鸡条件的 K . 由于 I, J 值已设定, 便可由下式得到

$$K = 100 - I - J.$$

即

$$\begin{array}{lll} I = 0, & J = 0, & K = 100, \\ & J = 1, & K = 99, \\ & \dots\dots\dots & \\ & J = 50, & K = 50; \\ I = 1, & J = 0, & K = 99, \\ & J = 1, & K = 98, \\ & \dots\dots\dots & \\ & J = 50, & K = 49; \\ & \dots\dots & \\ I = 33, & J = 0, & K = 67, \\ & J = 1, & K = 66, \\ & \dots\dots\dots & \\ & J = 50, & K = 17. \end{array}$$

(6) 这时的 I, J, K 是一组可能解, 它只满足“百鸡”条件, 还未满足“百钱”条件. 事实上还要看它们是否满足 $3I + 2J + \frac{1}{2}K = 100$, 满足即为所求解.

2. 流程图 (图 4 - 4)

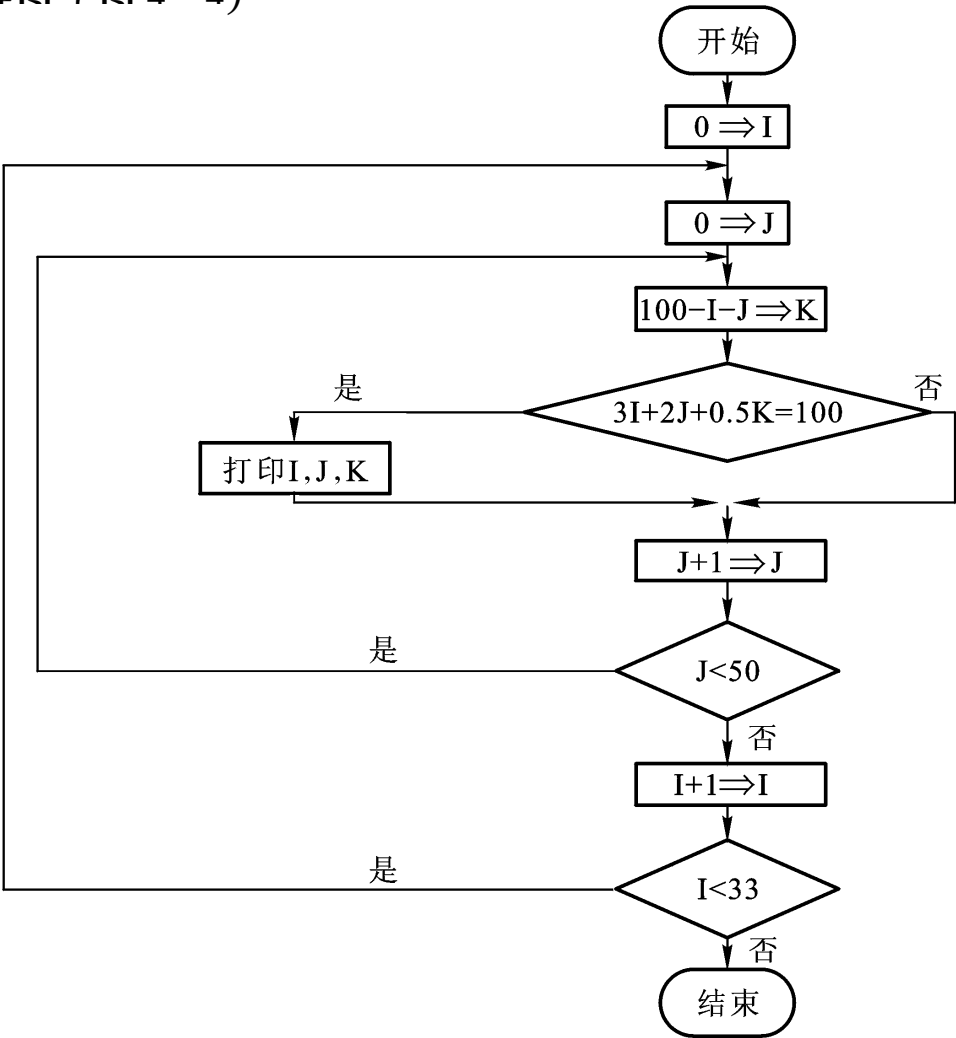


图 4 - 4

3. 程序语言

```
FOR I = 0 TO 33 DO
  FOR J = 0 TO 50 DO
    K = 100 - I - J
    IF 3I + 2J +  $\frac{1}{2}$ K = 100 THEN
      PRINT I, J, K
```

三、课后思考

五家共井：我国古代数学巨著《九章算术》卷第八章方程第 13 题为“今有五家共井，甲二绠（汲水用的井绳）不足，如（意为接上）乙一绠；乙三绠不足，如丙一绠；丙四绠不足，如丁一绠；丁五绠不足，如戊一绠；戊六绠不足，如甲一绠。如各得所不足一绠，皆逮（及，指达到水面）。问井深，绠长各几何。答曰：井深七丈二尺一寸，甲绠长二丈六尺一寸，乙绠长一丈九尺一寸，丙绠长一丈四尺八寸，丁绠长一丈二尺九寸，戊绠长七尺六寸。”这是世界上最古老的不定方程问题。

附录

阅 读 材 料

1. 中世纪的中国数学

希腊几何的演绎精神，随着希腊文明的衰微而在整个中世纪的欧洲湮没不彰。数学史上继希腊几何兴盛时期之后是一个漫长的东方时期。除了埃及外，河谷地区再次成为数学活跃的舞台。中世纪数学的主角，是中国、印度与阿拉伯地区的数学。

与希腊数学相比，中世纪的东方数学表现出强烈的算法精神，特别是中国与印度数学，着重算法的概括，不讲究命题的形式推导。所谓“算法”，不只是单纯的计算，而是为了解决一整类实际或科学问题而概括出来的、带一般性的计算方法。算法倾向本来是古代河谷文明的传统，但在中世纪却有了质的提高。这一时期中国与印度的数学家们创造的大量结构复杂、应用广泛的算法，很难再仅仅被看作是简单的经验法则，它们是一种归纳思维能力的产物。这种能力与欧几里得几何的演绎风格迥然不同却又相辅相成。东方数学在文艺复兴以前通过阿拉伯人传播到欧洲，与希腊式的数学交汇结合，孕育了近代数学的诞生。

就繁荣时期而言，中国数学在上述三个地区中是延续最长的。从公元前后至公元 14 世纪，先后经历了三次发展高潮，即两汉时期、魏晋南北朝时期以及宋元时期，其中宋元时期达到了中国古典数学的顶峰。

2. 《算经十书》

大唐盛世是中国封建社会最繁荣的时代，可是在数学方面，整个唐代却没有产生出能够与其前的魏晋南北朝和其后的宋元时期相媲美的数学大家。隋唐时期中国数学发展的两件大事是数学教育制度的建立和数学典籍的整理，这两件事是相互联系的。

7 世纪初，隋代开始在全国设立“算学”，并“置博士、助教、学生等员”，这是中国封建教育中数学专科教育的开端。唐代不仅沿袭了“算学”制度，而且还在科举考试中开设了数学科目，叫“明算科”，考试及第者也可做官，不过只授予最低官阶。

“算学”制度及明算开科都需要适用的教科书，唐高宗亲自下令对以前的十部著作进行注疏整理。受诏负责这项工作的是李淳风（约 604—672），公元 656 年编成以后，成为国学的标准数学教科书，称“十部算经”或“算经十部”。这十部算经分别是：

《周髀算经》，《九章算术》，《海岛算经》，《孙子算经》，《张邱建算经》，《夏侯阳算经》，《五曹算经》，《五经算经》，《缀术》，《缉古算经》。

3. 《张邱建算经》和“百鸡问题”

《张邱建算经》三卷，据考大约成书于公元 466—485 年间，作者张邱建是北魏时人。《张邱建算经》卷下最后一题通常称“百鸡问题”：

“今有鸡翁一，直钱五；鸡母一，直钱三；鸡雏三，直钱一。凡百钱买鸡百只。问鸡翁、母、雏各几何？”

此题相当于解不定方程

$$\begin{aligned}x + y + z &= 100, \\ 5x + 3y + \frac{1}{3}z &= 100.\end{aligned}$$

张邱建给出

$$\begin{aligned}x_1 &= 4, \quad y_1 = 18, \quad z_1 = 78; \\ x_2 &= 8, \quad y_2 = 11, \quad z_2 = 81; \\ x_3 &= 12, \quad y_3 = 4, \quad z_3 = 84\end{aligned}$$

三组解，它们恰好是所有可能的正整数解。

“百鸡问题”是世界著名的不定方程问题，13 世纪意大利斐波那契《算经》、15 世纪阿拉伯阿尔卡西《算术之钥》中均出现有相同的问题。

[教学内容] 闰年问题