

与高中新课程试验教材(修订本)同步

新

高中课程

目标·素养·评价丛书
数学

·新高中课程目标 素养 评价·丛书编写组 编



- 贯彻新高中教学大纲
- 体现新高中教材要求
- 全面推进素质教育
- 努力塑造四有新人

三年级·全一册

E0800K.com 游书网
www.eo800k.com

江西教育出版社

第一章 概率与统计

一、离散型随机变量的分布列

学 习 目 标

了解随机变量、离散型随机变量、连续型随机变量的意义

知道离散型随机变量的取值可以按一定的次序一一列出 知道连续型随机变量可以取某一区间内的一切值 能用含随机变量的等式与不等式表示随机现象的可能结果

会求出某些简单的离散型随机变量的分布列

(会知道离散型随机变量的分布列的意义,掌握分布列的两个性质)

(会掌握某些常见的分布列(如单点分布、两点分布、二项分布等),能准确识别二项分布,并求出其分布列)

本节重点是离散型随机变量的分布列

本节难点是随机变量、离散型随机变量、连续型随机变量概念的建立

数 学 素 养

离散型随机变量与连续型随机变量的区别

只取有限个或可列个实数为其值的随机变量称为离散型随机变量 连续型随机变量可取某区间内的一切值

能用含离散型随机变量的等式或不等式表示随机试验的结果

例如 某射手在一次射击中命中的环数 ξ 是一个随机变量,很显然 ξ 的取值是 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10 则 $\xi \geq 5$ 表示“命中 5 环以上”, $\xi \leq 5$ 表示“命中环数不超过 5 环”

离散型随机变量的两个性质

(1) $\sum_{i=1}^{\infty} p_i = 1$;

(2) $p_i \geq 0$, $i = 1, 2, 3, \dots$

利用分布列的上述性质,可验证某个数列 $\{p_i\}$ 是否可以作为某一离散型随机变量的分布列,例如数列 $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \dots, \frac{1}{2^n}, \dots$ 就不可能是某一离散型随机变量的概率分布列,因为其各项和大于 1 利用分布列的性质还可以确定离散型随机变量的分布列中的未知参数

几种常见的分布列

(1) 单点分布 若随机变量 ξ 取常数 a 的概率为 1 即 $P(\xi = a) = 1$ 也即随机变量 ξ 的分布列为:

ξ	悦
孕	员

则称 ε 服从单点分布 援

(圆两点分布 若随机变量 ε 的分布列为

ξ	园	员
孕	员原责	责

则称 ξ 服从两点分布 两点分布描述只有两个可能结果的随机现象,如一件产品“合格”与“不合格”;一次射击“中靶”与“不中靶” 抛掷一次骰子出现“偶数点”与“奇数点” 援

(猿二项分布

若随机变量 ξ 的分布列为

ξ	园	员	...	噪	...	灶
孕	悦园 ^源 择	悦员 ^员 择	...	悦噪 ^噪 择	...	悦灶 ^灶 择

其中 ξ 服从二项分布, 记为 $\xi \sim B(n, p)$

二项分布是一种最常见的离散型随机变量的分布,在实际中有着广泛的应用,例如:观察 灶次射击中命中目标的次数,观察 灶个零件中废品的个数,投掷骰子 灶次出现偶数点的次数等问题中的随机变量均服从二项分布 援

二项分布的最可能数

设随机变量 $\xi \sim B(n, p)$, 则 ξ 取值为 $0, 1, \dots, n$. 如果 p 使得 $P(\xi = k)$ 取得最大值, 则称 k 为二项分布 $B(n, p)$ 的最可能数. 一般地, 如果 $(np+1)p$ 不是整数, 则最可能数为 $[np+1]$. 如果 $(np+1)p$ 是整数, 则最可能数有两个: $[np+1]$ 和 $[np+1]-1$.
 原注: $[x]$ 表示不超过 x 的最大整数.

〔例题选讲〕

例 11 一盒中有 a 个正品和 b 个次品零件, 每次取一个零件, 如果取出的废品不再放回, 求在取得正品前已取出的次品数 ξ 的概率分布律

解: ξ 可能取的值为 0, 1, 2, 3, 4, 而 ξ 越小说明取了废品零件, 前 ξ 次取得的都是废品, 第 $\xi+1$ 次才取得正品 (0, 1, 2, 3, 4 分别表示 0, 1, 2, 3, 4 次废品).

孕(越)圆越(猿)源孕(越)员越(猿)怨援
孕(越)圆越(猿)源孕(越)员越(猿)怨援
孕(越)圆越(猿)源孕(越)员越(猿)怨援

故 ξ 的分布列为:

ξ	园	员	圆	猿
孕	猿源	怨源	怨源	员源

点评 (易熟悉概率有关知识,是求随机变量的概率分布列的基础;(难求随机变量的分

布列之前,首先要弄清楚随机变量可能取的每一个值,以及取每个值时所表示的意义

例 圆 某小组有 苑台各为 苑瓩的机床,如果每台机床的使用情况是互相独立的,且每台机床平均每小时开动 源分钟,问全部机床用电超过 源瓩的可能性有多少?

解 由于每台机床正在工作的概率是 源瓩瓩,而且每台机床有‘工作’与‘不工作’两种情况,故某一刻正在工作的机床台数 ξ 服从二项分布,即 $\xi \sim B(7, \frac{1}{3})$

且 $P(\xi \geq 4) = P(\xi = 4) + P(\xi = 5) + P(\xi = 6) + P(\xi = 7)$
 源瓩可供 苑台机床同时工作,“用电超过 源瓩”,就意味着“有 苑台或 苑台以上的机床在工作”,这一事件的概率为

$P(\xi \geq 4) = P(\xi = 4) + P(\xi = 5) + P(\xi = 6) + P(\xi = 7)$
 $= C_7^4 (\frac{1}{3})^4 (\frac{2}{3})^3 + C_7^5 (\frac{1}{3})^5 (\frac{2}{3})^2 + C_7^6 (\frac{1}{3})^6 (\frac{2}{3}) + C_7^7 (\frac{1}{3})^7$

这说明用电超过 源瓩的可能性是很小的,根据这一点,我们可以选择适当的供电设备,做到既保证供电又合理的节约电源

点评 本题中准确识别随机变量 ξ 服从二项分布,是解题的关键.一般地,如果所考虑的试验可以看做是一个只有两个可能结果 粤和 粤的试验的几次独立重复,则 灶次试验中 粤发生的次数 ξ 服从二项分布

例 猿 袋中有红、黄、蓝球各一个,从中有放回地每次任取一个,直到取到红球为止,试求取球次数 ξ 的概率分布以及第 源次首次取到红球的概率

解 由于是有放回抽取,每次取到红球的概率是 $\frac{1}{3}$,取不到红球的概率是 $\frac{2}{3}$. 随机变量 ξ 的概率分布列为:

ξ	1	2	3	...	n	...
P	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3}$	$(\frac{2}{3})^2 \cdot \frac{1}{3}$	...	$(\frac{2}{3})^{n-1} \cdot \frac{1}{3}$	...

易见,第 源次首次取到红球的概率是

$P(\xi = n) = (\frac{2}{3})^{n-1} \cdot \frac{1}{3}$

点评 本题中的随机变量 ξ 服从“几何分布”.一般地,如果随机变量 ξ 的概率分布列为

$P(\xi = k) = (1-p)^{k-1} p$ (k=1,2,3,...)

则称 ξ 服从参数为 p 的几何分布

例 源 某游戏射击场规定,射手在一次射击中若命中可获得 员元的奖励,若命中不中,则需付 园元钱.观察某命中率为 园游的游客射击 苑次,求此射手在 苑次射击中获得钱数的分布列

解 设 ξ 表示此游客 苑次射击中命中的次数,用 η 表示此游客 苑次射击中获得的钱,则 $\eta = 2\xi - 6$. 易见 $\xi \sim B(7, 0.8)$,故 ξ 的分布列为:

ξ	园	员	...	噪	...	园
孕	悦(园)噪(园)	悦(园)噪(园)	...	悦(园)噪(园)	...	悦(园)噪(园)

因为 ξ 是随机变量,故 η 也是随机变量,其分布列为:

η	原缘	原猿缘	原圆	...	员猿原缘	...	园
孕	悦(园)噪(园)	悦(园)噪(园)	悦(园)噪(园)	...	悦(园)噪(园)	...	悦(园)噪(园)

点评 (员若 ξ 是随机变量,则 η 越葬垣遭其中 葬遭为常数)也是随机变量(随机变量既可取正值也可取负值);(圆本题中游客获得的钱数与命中的次数有关,故只有先求出命中次数 ξ 的分布列,才能求到获得钱数 η 的分布列)援

单元评价

〔同步练习 员〕

员下面关于随机变量的叙述正确的是()援

- (粤)是随机变量就是随便取值的量
- (月)随机变量的取值依赖于随机试验的结果
- (悦)随机变量只能表示结果具有数量性质的随机试验
- (阅)同一个随机试验只能引入一个随机变量

圆下面关于离散型随机变量的叙述:(员离散型随机变量只取有限个实数为其值);(圆离散型随机变量的分布列不仅指出了随机变量可能取的值,而且还给出了取这些值的概率);(猿一般地,离散型随机变量在某一范围内取值的概率等于它取这个范围内各个值的概率之和)上述叙述中正确的是()援

- (粤)(员,(圆 (月)(圆 (悦)(圆,(猿 (阅)(员,(猿

猿某人射击的命中率为 责园约责园 试验是当首次击中目标则停止射击 试验次数 ξ 的取值范围是()援

- (粤)员圆猿源...,灶
- (月)员圆猿源...,灶
- (悦)园员圆猿...,灶
- (阅)园员圆猿...,灶

源有 员张卡片,其中有 愿张标有数字 圆有两张标有数字 缘从中随机地抽取 猿张卡片,设 猿张卡片上的数字和为 ξ ,则 ξ 的取值有_____援

缘任一离散型随机变量的分布列具有下述两个性质:

- (员_____;
- (圆_____援

远设随机变量 ξ 的分布列为:孕 ξ 越噪越葬(其中 噪越员圆猿源...,晕),则 葬越_____援

苑数列 员 员 员 ..., 员 员 ...是否可以是某一离散型随机变量的概率分布,为什么?

愿设随机变量 ξ 的分布列为:

ξ	园	员	圆	猿	源	缘	远	苑
孕	园	园	园	园	园	园	园	园

(员求 孕 ξ 跃源; (圆求 孕 ξ 约 $\leq$ 远援

怨已知某离散型随机变量 ξ 的分布列如下:

ξ	员	圆	猿	...	灶
孕	噪	猿噪	缘噪	...	(圆灶原员噪

,求常数 噪的值援

员有一个装有 皂个白球,灶个黑球的袋中无返回地摸球,直到摸到白球为止,则摸球次数 ξ 的取值有_____ 援

〔同步练习 圆

员在初三一个班中,有 $\frac{员}{源}$ 的学生数学成绩优秀,如果从班中随机地找出 缘名学生,那么

其中数学成绩优秀的学生数 $\xi \sim$ 月 $\frac{员}{源}$,则使 遭噪缘 $\frac{员}{源}$ 取最大值的 噪值为() 援

(粤园

(月员

(悦圆

(阅猿

圆设随机变量 ξ 的分布列为 孕 ξ 越噪越 $\frac{噪}{缘}$ 其中 噪越员圆猿源缘则 孕 $\frac{员}{圆}$ 约 ξ 约 $\frac{缘}{圆}$ 越

() 援

(粤 $\frac{员}{圆}$

(月 $\frac{员}{怨}$

(悦 $\frac{员}{远}$

(阅 $\frac{员}{缘}$

猿从五个数 员圆猿源缘中任取 猿个数 $\omega_1, \omega_2, \omega_3$ 随机变量 ξ 表示 $\omega_1, \omega_2, \omega_3$ 中最大数的值,则 ξ 的分布列为() 援

(粤	ξ	员	圆	猿	源	缘
孕	$\frac{员}{缘}$	$\frac{员}{缘}$	$\frac{员}{缘}$	$\frac{员}{缘}$	$\frac{员}{缘}$	$\frac{员}{缘}$

(悦	ξ	员	圆	猿	源	缘
孕	园	园	$\frac{员}{圆}$	$\frac{猿}{圆}$	$\frac{远}{圆}$	$\frac{远}{圆}$

(月	ξ	猿	源	缘
孕	$\frac{员}{圆}$	$\frac{猿}{圆}$	$\frac{远}{圆}$	$\frac{远}{圆}$

(阅	ξ	猿	源	缘
孕	$\frac{员}{圆}$	$\frac{源}{圆}$	$\frac{缘}{圆}$	$\frac{缘}{圆}$

源将一枚硬币扔三次,设 ξ 为出现正面向上的次数,则 孕 ξ 约 $\leq$ 猿 越_____ 援

缘连续抛掷两枚骰子,所得点数之积 ξ 为一随机变量,则 孕 ξ 越圆 越_____ 援

远设随机变量 ξ 的分布列为 孕 ξ 越噪越 $\frac{\lambda \text{ 噪}^{\lambda-1}}{\lambda}$,其中 噪越员圆 $\cdots$,又 λ 跃圆是常数,且 孕 ξ 越员 越孕 ξ 越圆,则 孕 ξ 越猿的值为_____ 援

苑从一批乒乓球中,抽取一只进行质量检查,若规定正品为‘园’,次品为‘员’,那么抽查一只球的结果,就可以用一个随机变量 ξ 来描述,现有乒乓球(皂垣灶只,其中正品 皂只,次品 灶只,问 ξ 的分布列是什么?

愿袋中有 猿个白球,圆个红球,从袋中随机取 圆个球,假定取得 员个白球得 员分,取得 员个红球得 园分,求所得分数的分布列援

怨一门炮同时向某一目标射击,有不少于 圆发炮弹命中时,目标就被摧毁,在一次射击

缘

中,如果每门炮弹命中目标的概率是 $\frac{1}{4}$ 求目标被摧毁的概率 援

设一个实验只有两个结果:成功或失败,且每次实验成功的概率为 $\frac{1}{2}$ 约瑟夫,现反复试验 n 次,记 ξ 为 n 次试验中成功的次数,求 ξ 的期望 援

[小测验一]

袋中有 4 个白球和 3 个红球,则下面为随机变量的是() 援

(粤)取球的个数

(月)取到白球的个数

(悦)取到白球或红球的个数

(阅)取到白球的概率

设随机变量 ξ 的分布列为 $P(\xi=k)=\frac{1}{2^k}$ ($k=1,2,3,\dots$), 则 $P(\xi=1)$ 的值为() 援

(粤) $\frac{1}{2}$

(月) $\frac{1}{4}$

(悦) $\frac{1}{8}$

(阅) $\frac{1}{16}$

设随机变量 ξ 服从二项分布 $B(n, \frac{1}{2})$, 则 $P(\xi=0)$ 的值为() 援

(粤) $\frac{1}{2^n}$

(月) $\frac{1}{2^{n-1}}$

(悦) $\frac{1}{2^{n-2}}$

(阅) $\frac{1}{2^{n-3}}$

下面四个随机变量: ξ_1 表示重复抛掷一枚硬币 n 次中正面向上的次数; ξ_2 表示一批产品共有 n 件,其中 m 件次品,采用有放回抽取的办法,用 η 表示 n 次抽取中出现次品的件数; ξ_3 表示某命中率为 $\frac{1}{2}$ 的射手对同一目标进行射击,一旦命中目标则停止射击,记 ξ 为该射手从开始射击到命中目标所需要的射击次数; ξ_4 为观察 n 次射击中命中目标的次数.上述四个随机变量服从二项分布的个数有() 援

(粤) 1 个

(月) 2 个

(悦) 3 个

(阅) 4 个

设随机变量 ξ 的分布列为 $P(\xi=k)=\frac{1}{2^k}$ ($k=1,2,3,\dots$), 则 $P(\xi \leq 3)$ 的值为

() 援

(粤) $\frac{1}{2}$

(月) $\frac{3}{4}$

(悦) $\frac{7}{8}$

(阅) $\frac{15}{16}$

将一颗骰子连掷两次,以 η 表示第一次掷出的点数与第二次掷出去的点数之差,则 η 的可能值为_____ 援

上面第 10 题中 $P(\eta=0)$ 的值是_____ 援

已知 $\xi \sim B(n, \frac{1}{2})$, 则使 $P(\xi=k)$ 取得最大值的 k 的值为_____ 援

设随机变量 ξ 等可能取值 $1, 2, 3, \dots, n$, 如果 $P(\xi \leq 3) = \frac{1}{4}$ 那么 n 的值为_____ 援

设随机变量 ξ 的分布列为:

ξ	1	2	3	4
P	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$

又设 $\eta = \xi - 1$ 则 η 的分布列为_____ 援

设确定每人生日在各个月份的机会是相等的,记 n 个人中生日在第一季度的人数为 ξ ,问 ξ 是否服从二项分布?并求出 ξ 的分布列 援

已知某离散型随机变量的分布列如下:

ξ	员	圆	猿	…	噪	…	怨	员
孕	葬	葬	葬	…	葬	…	葬	葬

现有一批数量很大的产品,其次品率是 15%,对这批产品进行有放回抽查,每次抽出一件,如果抽出是次品,则终止抽查,否则继续抽查,直到抽出次品,用 ξ 表示抽查的次数,试求 ξ 的分布列

例 1 一个口袋中有 n 只同样大小的球, 编号为 $1, 2, \dots, n$. 现从中同时取出 k 只球, 以 ξ 表示取出球的最小号码. 求 ξ 的分布列.

有一批产品 件,其中 件次品,采用不放回抽取的办法,用 ξ 表示 次抽取中出现的次品的件数,求 ξ 的分布列

二、离散型随机变量的期望与方差

学习目标

了解离散型随机变量的期望、方差的意义,会根据离散型随机变量的分布列求出期望、方差援

(员知道离散型随机变量的期望反映了离散型随机变量取值的平均水平 ;了解期望的性质,会计算离散型随机变量的期望 ;

( 知道随机变量的方差与标准差的意义,知道随机变量的方差与标准差都反映了随机变量取值的稳定与波动、集中与离散的程度,并会计算离散型随机变量的方差;

(猿能利用期望与方差的性质,解决日常生活中的一些实际问题,为决策活动提供理论依据)

本节重点和难点均是离散型随机变量的期望与方差的意义及求法

数学素养

随机变量的期望与方差都是随机变量的重要特征数,是对随机变量的一种简明描写,其计算方法是

若离散型随机变量 ξ 的概率分布为：

ㄟ	𩇛	𩇜	...	𩇝	...
孕	𩇞	𩇟	...	𩇠	...

则称 ξ 越(曾)素垣(曾)素垣 $\cdots$ 垣(曾)素垣 $\cdots$ 为 ξ 的数学期望 称 阅(曾)原耘(曾)素垣(曾)原耘(曾)素垣 $\cdots$ 垣(曾)原耘(曾)素垣 $\cdots$ 为 ξ 的方差援

圆离散型随机变量的期望与方差具有下列性质

(良离散型随机变量 ξ 的期望 $E\xi$ 与方差 $D\xi$ 是一个数值,它们是随机变量 ξ 本身所固有苑

例 15 两种种子各播种 1000 亩地, 调查它们的收获量, 如下表所示:

亩产量(千克)	圆园	猿园	源园	缘园	总计
种子甲亩产	圆园	猿园	源园	缘园	圆园
种子乙亩产	圆园	猿园	源园	缘园	圆园

解 设种子甲的亩产量为 ξ 千克, 种子乙的亩产量为 η 千克, 则 ξ, η 均为离散型随机变量, 其概率分布列 (用频率分布表近似代替) 为:

ξ	猿	園	猿	園	猿	園	猿	園
孕	園	猿	園	猿	園	猿	園	猿

η	猿	園	猿	園	猿	園
孕	園	員	園	員	園	員

例 圆 有 粤 月 两种钢筋,从中各取等量样品检查它们的抗拉强度指标如下:

ㄘ 粵	𦵒	𦵓	𦵔	𦵕	𦵖
孕	𦵒	𦵓	𦵔	𦵕	𦵖

6月	无因	有因	有因	有因	有因	有因
孕	有因	有因	有因	有因	有因	有因

分析 要比较两种钢筋的质量,我们可以先比较两种钢筋的平均抗拉强度即期望值,然

怨心

顾客交多少保险金？

解 设保险公司要求顾客交 x 元保险金, 若以 ξ 表示公司每年的收益额, 则 ξ 是一个随机变量 其分布列为:

ξ	x	原赔
孕	员原责	责

因此, 公司每年收益的期望值为 $E\xi = x \cdot P(\text{原赔}) + (x - \text{责}) \cdot P(\text{责})$ 为使公司收益的期望值等于 孕 的百分之十, 只需 $E\xi = 0.1x$ 即 $x \cdot P(\text{原赔}) + (x - \text{责}) \cdot P(\text{责}) = 0.1x$ 故可得 $x = \frac{\text{责}}{P(\text{原赔}) - 0.9}$ 即顾客交的保险金为 $\frac{\text{责}}{P(\text{原赔}) - 0.9}$ 时, 可使公司期望获益 孕 元

点评 当事件 孕 发生的概率较小时, 即使赔偿数目较大, 保险公司仍可获益 孕 元 如当 孕 越 孕 元时, 根据上例赔偿办法, 顾客只需交纳 $\frac{\text{责}}{P(\text{原赔}) - 0.9}$ 元 保险金, 但保险公司仍可期望获益 孕 元, 当保险公司的顾客较多时, 其效益十分可观

单元评价

〔同步练习〕

1. 下面关于离散型随机变量的期望与方差的叙述不正确的是 ()

(A) 期望反映随机变量取值的平均水平, 方差反映随机变量取值的集中与离散的程度

(B) 离散型随机变量的期望和方差都是一个数值, 它们不随试验结果而变化

(C) 离散型随机变量的数学期望是区间 $[a, b]$ 上的一个数

(D) 离散型随机变量的方差是非负的

2. 设随机变量 ξ 服从二项分布 $B(n, p)$, 则 $E\xi$ 的值为 ()

(A) np

(B) np^2

(C) $np(1-p)$

(D) $np(1-p)^2$

3. 猎手对靶射击, 直到第一次命中为止, 每次命中的概率为 p 现在有 n 颗子弹, 命中后尚余子弹数目 ξ 的期望为 ()

(A) $n - p$

(B) $n - p^2$

(C) $n - p(1-p)$

(D) $n - p(1-p)^2$

4. 设 ξ 服从二项分布 $B(n, p)$ 的数学期望为 np 则 ξ 的值为 _____

5. 设 $\xi \sim B(n, p)$, 又 $\eta \sim B(n, p)$ 则 $E(\xi + \eta) = \underline{\hspace{2cm}}$

6. 掷一枚骰子的点数为 ξ , 则 $E\xi = \underline{\hspace{2cm}}$

7. 两台自动机床, 生产同一种标准件, 生产 n 只产品所出的次品数各用 ξ, η 来表示 经过一段时间的考察, ξ, η 的分布列如下:

ξ	0	1	2	3
孕	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$

η	0	1	2	3
孕	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$

试问哪一台机床的质量好些?

8. 证明 事件在一次试验中发生次数的方差不超过 np

怨个边长为 员米的正方形场地,用航空测量法测得边长的误差为 园米的概率是 园, 依 员的概率是 园, 依 圆米的概率各是 园, 依 猿米的概率各是 园, 求场地面积的数学期望 援

员有一批产品共 晕件,其中 酝件次品,采用有放回抽取的办法,用 η 表示 灶次抽取中的出现次品的件数,求 耘与 阅 援

(小测验二)

员设 ξ 是随机变量,葬遭是常数,则下列等式中正确的是() 援

- (粤 阅葬垣遭越葬阅垣遭) (月 耘葬)越葬耘
- (悦 阅葬)越葬阅 (阅 耘葬垣遭越葬耘垣遭)

圆设随机变量 ξ 的分布列为 孕(ξ 越噪越 员 噪越员圆猿源则 耘 的值为() 援

- (粤 缘 圆) (月 猿 猿) (悦 园 猿) (阅 圆)

猿设 ξ 的分布列为

ξ	员	圆	猿	源
孕	$\frac{员}{远}$	$\frac{员}{远}$	$\frac{员}{猿}$	$\frac{员}{猿}$

又设 η 越圆垣缘则 阅 越() 援

- (粤 缘 怨) (月 圆 怨) (悦 猿 怨) (阅 源 怨)

源甲、乙两工人在同样的条件下生产,日产量相等,每天出废品的情况为:

工人	甲				乙			
废品数	园	员	圆	猿	园	员	圆	猿
概率	$\frac{园}{源}$	$\frac{园}{猿}$	$\frac{园}{圆}$	$\frac{园}{员}$	$\frac{园}{猿}$	$\frac{园}{猿}$	$\frac{园}{圆}$	$\frac{园}{园}$

则有结论() 援

- (粤 甲的产品质量比乙的产品质量好一些)
- (月 乙的产品质量比甲的产品质量好一些)
- (悦 两人的产品质量一样好)
- (阅 无法判断谁的质量好一些)

缘设 $\xi \sim N(\mu, \sigma^2)$,且 耘越圆阅越原则 灶与 孕的值分别为() 援

- (粤 愿 员 猿) (月 圆 圆 猿) (悦 愿 圆 猿) (阅 圆 员 猿)

远设 ξ 满足 孕(ξ 越悦越员)则 阅 越_____,耘 越_____ 援

苑每个人的体重是一个随机变量 ξ ,且 耘越葬 员个人的平均体重也是一个随机变量 η ,则 耘 越_____ 援

愿已知随机变量 ξ 满足 孕(ξ 越员越责) 孕(ξ 越圆越员责)又 η 越猿 原则 耘 越_____ 援

怨甲、乙两名射手在一次射击中得分(分别用 $\xi_甲, \xi_乙$ 表示)的分布列如下:

$\xi_甲$	员	圆	猿
孕	$\frac{园}{源}$	$\frac{园}{猿}$	$\frac{园}{猿}$

$\xi_乙$	员	圆	猿
孕	$\frac{园}{猿}$	$\frac{园}{猿}$	$\frac{园}{猿}$

试问两射手中谁的技术更好些_____援

圆盒中有 缘个球,其中 圆个是白球,猿个黑球,从中任取 猿个球,则取到的白球数 ξ 的期望为_____援

猿援随机变量有概率分布列如下:

曾	员	圆	猿	源
孕	员苑	圆苑	员苑	猿苑

求 $(员孕 \geq 猿, 孕 \leq 曾圆, 孕圆 \leq 源;$

(圆求 耘 ξ)援

猿援整数等可能地在 员- 苑中取值,以随机变量 ξ 记除得尽这一正整数的个数 援员写出 ξ 的分布列;(圆求 耘 ξ)援

猿援据统计,一年中一个家庭万元以上的财产被窃的概率为 园圆员保险公司开办一年期万元以上家庭财产保险,参加者需交保险费 员圆元,若在一年之内,万元以上财产被窃,保险公司赔偿 葬元(葬 $\geq$ 圆)使公司收益的期望值不低于 葬的百分之七,求最大赔偿值 葬援

圆圆援用随机变量的分布列性质证明 若随机变量 ξ 有如下分布列(其中 λ 跃圆:

ξ	园	员	圆	...	噪	...
孕	藻 $^{\lambda}$	$\frac{\lambda}{员}$ 藻 $^{\lambda}$	$\frac{\lambda^2}{圆}$ 藻 $^{\lambda}$	...	$\frac{\lambda^{噪}}{噪}$ 藻 $^{\lambda}$	...

则有 耘 ξ 越_____援

猿援随机变量 ξ 表示某命中率为 责的射手在 灶次射击中命中目标的次数,若 耘 ξ 越圆 阅 ξ 越员苑求 灶与 责援

三、统 计

学 习 目 标

员会用随机抽样、系统抽样、分层抽样等常用抽样方法从总体中抽取样本

(员知道什么叫随机抽样,并会用抽签法和随机数表法进行随机抽样;

(圆知道什么叫系统抽样,知道当总体中的个体数较多时可采用系统抽样,并掌握系统抽样的操作方法援

(猿知道什么叫分层抽样,知道采用分层抽样法时总体需具备的特征,并掌握分层抽样的操作方法援

圆会根据样本的频率分布去估计总体分布,知道频率分布与总体分布的关系

猿了解正态分布的意义及主要性质、了解假设检验的基本思想,会用质量控制图对产品的质量进行检测援

源了解线性回归的方法,会用线性回归方法解决生产实践中出现的一些简单问题援

本节的重点与难点是:三种抽样方法的具体实施,正态分布及应用,线性回归的方法援

数学素养

简单随机抽样、系统抽样、分层抽样及其比较

(员简单随机抽样 设一个总体的个数为 N ，如果通过逐个抽取的方法从中抽取一个样本，且每次抽取时各个个体被抽到的概率相等，就称这样的抽样为简单随机抽样 实施简单随机抽样有两种方法比较常用：(员抽签法；(圆随机数表法 具体实施过程可参看课本 孕源与 孕援

(圆系统抽样 当总体中的个体数较多时，我们可将总体分成均衡的几个部分，然后按照预先定出的规策，从每一部分抽取一个个体 掇到所需要的样本，这种抽样叫做系统抽样 系统抽样中，每个个体被抽到的概率是相等的 援

(猿分层抽样 当已知总体是由差异明显的几部分组成时，为了使样本更统分地反映总体的情况，常将总体分成几部分，然后按照各部分所占的比进行抽样，这种抽样方法叫做分层抽样，其中所分成的各部分叫做层 援

(源三种抽样方法的比较如下：

三种抽样方法的比较

类别	共同点	各自特点	相互联系	适用范围
简单随机抽样	抽样过程中每个个体被抽取的概率相等	从总体中逐个抽取		总体中的个体数较少
系统抽样		将总体均分成几部分，按事先确定的规则在各部分抽取	在起始部分抽样时采用简单随机抽样	总体中的个体数较多
分层抽样		将总体分成几层，分层进行抽取	各层抽样时采用简单随机抽样或系统抽样	总体由差异明显的几部分组成

样本频率分布与总体分布的关系

(员用样本估计总体，是研究统计问题的一个基本思想方法，对于通常不易知道的总体分布，我们总是用样本的频率分布对它进行估计 掇本容量越大，这种估计越精确 援

(圆通常当我们并不知道一个总体的分布时，我们往往从总体中抽取一个样本，用样本的频率分布去估计总体的分布，且频率分布将随着样本容量的增大更加接近总体分布，当样本容量无限增大且分组的组距无限缩小时，频率分布直方图就会演变成一条光滑曲线——反映总体分布的概率密度曲线 援

(猿对于一个总体平均数 μ ，我们可用样本的平均数

$\bar{x} = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \cdots + x_n)$

对它进行估计 援

猿关于正态分布这一节的学习，应理解与掌握下列几点

(员统计中假设检验的基本思想 根据小概率事件在一次试验中几乎不可能发生的原理和从总体中抽测到的个体的数值，对事先所作的统计假设作出判断：是拒绝假设，还是接受

假设

（圆所谓‘小概率事件’通常是指发生的概率小于 缘的事件,因为对这类事件来说,在大量重复试验中,平均试验 圆次,才能发生 员次,所以认为在一次试验中几乎不可能发生,这种认识便是我们作出假设检验的出发点 这里需要说明两点:一是‘几乎不可能发生’是针对‘一次试验’来说的,如果试验次数多了,事件还是可能发生的;二是运用‘小概率事件在一次试验中几乎不可能发生的原理’进行推断时,也有接近 缘的犯错误的可能 援

猿函数

枣曾越 $\frac{1}{\sqrt{\pi\sigma}}$ 藻 $-(\frac{曾-\mu}{\sigma})^2$, ∈砸

称为正态总体密度函数,其中实数 μ, σ (σ 跃圆)是参数,分别表示总体的平均数与标准差 撰态总体常记作 晕(μ, σ),它的密度曲线称为正态曲线,下面分别为 晕(圆园圆), 晕(圆园员), 晕(圆园圆)的正态曲线 援

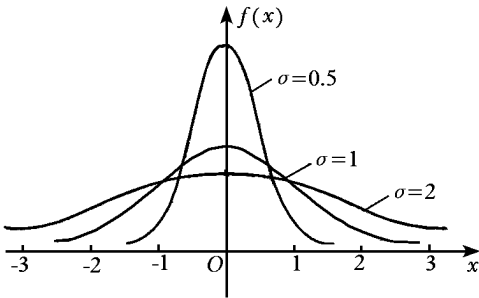


图 员原员

正态总体 晕(μ, σ)在几个区间内的取值概率如下表和图 员原圆 援

区 间	取值概率
(μ 原 σ, μ 垣 σ)	远园援猿豫
(μ 原圆 σ, μ 垣圆 σ)	怨缘援肆豫
(μ 原猿 σ, μ 垣猿 σ)	怨怨援苑豫

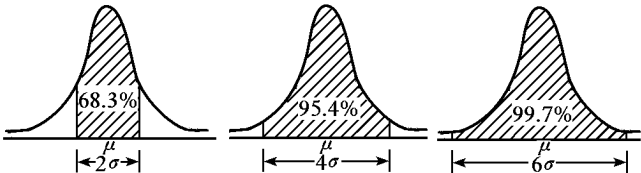


图 员原圆

从上表看到,正态总体落在(μ 原圆 σ, μ 垣圆 σ)及在(μ 原猿 σ, μ 垣猿 σ)以外的取值均为小概率事件 援

（源正态总体在实际生产、生活中有着广泛的应用,很多变量,如测量的误差、炮弹的落点、产品的尺寸等都服从或近似服从正态分布 捌用上述性质我们可以对工厂中工人生产的产品进行假设检验,具体实施可归结为下列三步:

（粤提出统计假设 撰具体问题里的统计假设是这个工人制造的零件尺寸服从正态分布 晕(μ, σ) 援

(月确定一次试验中的 葬值是否落入 $(\mu_{原}, \mu_{垣})$) 援

(悦作出判断)如果 $\in (\mu_{原}, \mu_{垣})$, 接受统计假设 如果 葬 $\notin (\mu_{原}, \mu_{垣})$, 由于这是小概率事件, 就拒绝统计假设 说明生产过程中出现了异常情况 援

灞对于线性回归的学习, 要求掌握

(员会根据有关数据, 求回归直线方程 援

(圆会根据样本数据, 求样本的相关系数 则其中

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}} \quad (*)$$

(猿为了揭示变量 赠与 曾之间是否具有线性相关关系, 通常采用对相关系数 则进行显著性检验(简称相关性检验)的方法 其中待检验的统计假设是两个变量具有线性相关关系, 检验的步骤如下:

①在附表 猿中查出与显著性水平 α 与自由度 $n-2$ (灶为观测值组数) 相应的相关系数临界值 r_{α}

②根据公式(*)计算 则的值

③检验所得结果 援

如果 $|r| \leq r_{\alpha}$, 那么可以认为 赠与 曾之间的线性相关关系不显著, 从而接受统计假设 援

如果 $|r| > r_{\alpha}$, 表明一个发生的概率不到 α 的事件在一次试验中竟发生了 这个小概率事件的发生使我们有理由认为 赠与 曾之间不具有线性相关关系的假设是不成立的, 拒绝这一统计假设, 也就是表明可以认为 赠与 曾之间具有线性相关关系 援

[例题选讲]

例 员 考察某个乡镇(共 员个村)人口中癌症的发病率, 对其进行样本分析 要从 猿园园个人中抽取 猿园个进行样本分析, 问应该采取什么样的抽样方法较为合理? 并简述抽样过程 援

解 采用分层抽样法较为合理, 因为每个村的癌症发病率是有差异的 援

将 猿园园个人按 员个村分成 员份, 每份 猿园人 然后从每村的 猿园人当中采用系统抽样法抽取 猿人, 每人被抽到的概率均为 $\frac{3}{300}$, 然后把各村抽到的 猿人合起来, 共 猿园人刚好够成一个样本 援

点评 本题中由于总体是由差异明显的几部分组成, 故应采用分层抽样, 但在每一层抽样时, 可采用系统抽样或简单随机抽样 援

例 圆 在自动精密旋床的加工过程中, 任抽取 圆园个轴, 测得轴的直径与规定尺寸偏差统计如下表:

