

高中数学必修 1 教参

市场营销部电话 010-58808015 58804236
教材发展部电话 010-58807692
教材服务部电话 010-58802873
邮购科电话 010-58808083
传 真 010-58806196 58808994
编辑部电话 010-58809014
电子邮箱 shuxue3@bnup.com.cn

北京师范大学出版社出版发行
(北京新街口外大街19号 邮政编码:100875)

<http://www.bnup.com.cn>

出版人:赖德胜

印刷厂印刷 全国新华书店经销

开本:890 mm×1 240 mm 1/16 印张:7 字数:200千字

2005年8月第2版 2005年8月第1次印刷

定价:11.00元

前 言

本书是北京师范大学出版社 2005 年 7 月出版的《普通高中课程标准实验教科书·数学 1(必修)》的配套教师用书,其内容是介绍本册教科书的教学目的、编写意图与特色、教学内容及课时安排建议、教学建议、评价建议、课程资源参考,同时还提供了本册教科书各章节练习、习题、复习题的参考答案或提示,供执教教师在教学中参考使用.

本书的概述由赵大悌编写,第一章由赵青编写,第二章由赵大悌编写,第三章由薛文叙编写,第四章由李延林编写,全书由李延林和薛文叙统稿审定. 希望各执教教师、教研员能在教学实践中继续不断总结,不断创新,用自己的勤奋和智慧来充实、完善这本教学参考书,使得课程改革的基本理念和《普通高中数学课程标准(实验)》所设定的课程目标得以真正落实.

编者

2005 年 8 月

目 录

概述	(1)
第一章 集合	(6)
§ 1 集合的含义与表示	(8)
§ 2 集合的基本关系	(10)
§ 3 集合的基本运算	(11)
本章练习、习题、复习题参考答案或提示	(13)
第二章 函数	(16)
§ 1 生活中的变量关系	(19)
§ 2 对函数的进一步认识	(21)
§ 3 函数的单调性	(24)
§ 4 二次函数性质的再研究	(25)
§ 5 简单的幂函数	(27)
本章练习、习题、复习题参考答案或提示	(28)
第三章 指数函数和对数函数	(44)
§ 1 正整数指数函数	(48)
§ 2 指数概念的扩充	(49)
§ 3 指数函数	(54)
§ 4 对数	(59)
§ 5 对数函数	(63)
§ 6 指数函数、幂函数、对数函数增长的比较	(68)
本章练习、习题、复习题参考答案或提示	(71)
第四章 函数应用	(80)
§ 1 函数与方程	(84)
§ 2 实际问题的函数建模	(87)
本章练习、习题、复习题参考答案或提示	(92)
信息技术在教学中的应用案例	(98)

概 述

一、内容介绍

全册共四章：第一章集合；第二章函数；第三章指数函数和对数函数；第四章函数应用。

为了用集合与对应的语言刻画函数概念，在第一章给出集合的有关概念、表示、关系和运算等；然后从函数实例出发深化函数概念及其表示，并研究映射概念；二次函数作为学习函数概念和性质的一个较完整的例子出现，也是对初中内容的复习和深化；接下来再回到特殊的函数——几个基本初等函数，继续认识函数，本册重点涉及了指数函数、对数函数、幂函数；最后，专门给出了函数在数学和实际中的一些应用实例，使函数的价值得到体现，也进一步巩固了函数的概念，更加强调了数学应用。

概括地说，本册教科书的核心内容是“函数”。

函数是描述现实世界最重要、最常用的数学模型，是贯穿高中数学的纽带，是学生进一步学习的准备，是未来公民的必需，因此，全书以函数作为中心，以函数思想作为指导思想。

本教科书无论是数还是形都用函数观点来研究，研究它们的变化及其规律。对方程的认识和研究，也是从函数出发，把它与两个函数结合起来，把它的解看成两个函数图像交点的横坐标。这里把函数作为整体来认识，方程则被看成是包含于函数的局部。

另外，每章还设有“阅读材料”供多数学生阅读；有“课题学习”供学生选学；还有“本章小结”，希望学生都能用心阅读。教科书中安排的练习用于随堂练习；每一节后，安排了习题，设A、B两组；全章后，安排了A、B、C三组复习题。A组题是基础题，要求全体学生掌握；B组题有一定难度，大多数学生应该会做；C组题较难，条件较好的学生可以选做。

二、教学目标

1. 知识技能

认识和理解集合、映射、函数、幂函数、指数函数、对数函数等概念，认识和理解它们的有关性质和运算。对于二次函数要会配方，并能决定其图像开口方向、顶点坐标、单调性、最大（小）值等性质。具有一定的把函数应用于实际的能力。

2. 过程方法

通过背景的给出，通过经历、体验和实践探索过程的展现，通过数学思想方法的渗透，体会过程的重要，并在过程中学习知识，同时领会一定的数学思想方法。

3. 情感态度价值观

教育的根本目的是育人。通过对本册教科书内容的学习，在学习和运用知识的过程中提高

对数学学习的兴趣,通过在初中基础上对函数的再学习,对数学有更深刻的感受,提高说理、批判和质疑精神,形成坚韧不拔、锲而不舍追求真理的科学态度和习惯,树立良好的情感态度和价值观.

三、编写说明

教科书的编写中,努力体现了《普通高中数学课程标准(实验)》的基本理念和基本要求,有一套整体构思.

教科书的编写尽量创设情境,从问题引入,从实例出发,进而引导学生动手实践或分析理解,再和同伴共同思考并交流,在此基础上抽象概括、明晰概念和法则,其间为有条件的学生穿插了一定数量的“信息技术应用”和“阅读材料”,最后安排了“课题学习”和“探究活动”.

从理念的角度,具体地说是:

1. 突出学生是主体. 教科书的对象是学生,而学生又是活生生的人. 对于本教科书来讲,注意到使用者是高一学生的特点:他们在小学、初中已有相当基础,家庭及其以外的社会已经给了他们不少的经验;他们好动又具有一定的理性思维习惯,并且开始深思一些问题. 所以,教学中,应该认识“改变学生的学习方式,是本次教改的重要方面”,应该鼓励学生借助于教科书,按照自己的思路去实践. 当然,在所有的教育过程中,不可忘记教师是主导. 我们历来认为在人格上师和生是平等的,但是,不能忘记教师是成年人、是学习的过来人、是肩负教育责任的人,在这个意义上,师和生是不能平等的. 教师必须负起选择、组织教育内容的责任,负起组织者、引导者与合作者的责任.

2. 与时俱进地落实“双基”. 所有负责的教育改革,一定与时俱进,删去过时的内容,强化时代必需的内容. 也就是说,不该讲的不讲,让孩子腾出时间干自己想干的有意义的事情;同时,也不能忽视知识的载体作用,该知道的必须让学生知道,该落实的也必须让学生落实. 本书就有所重,有所轻. 有些内容是学生成长所必需的,如函数概念,我们一而再、再而三地反复作了介绍;有些内容,如求函数定义域、值域的过于人为技巧的训练,既不是数学的本质,又繁琐得使学生失去兴趣,就不进入教科书;如常用对数的查表计算,早已不再需要,我们也不介绍;集合则只突出其语言作用. 我们深知,学生的精力是有限的,教科书的编者有义务为他们选取最佳的内容和最佳的攀登之路. 双基的变化理当考虑.

3. 强调本质,注意适度形式化. 形式化是数学的重要特点,应该适度强化. 例如,我们对指数的逐层扩展和指数函数引入的处理,一方面,是让学生认识这个重要的函数模型;另一方面,是让学生体会数学在发展,认识数学发展的过程和形式. 但是,学生不是数学家,也并不都能成为数学家,所以,形式化又应该适度,该强化的强化,该淡化的必须淡化. 例如,本教科书在指数的引入上作了必要而适当的强调,在函数的奇偶性上有意地进行了淡化.

4. 注重提高数学思维能力. 高中阶段的学生,理性思维已达到了一定程度,应该引导他们做较多的抽象思考. 本教科书由集合和对应给出函数定义,强调了对应关系是函数,突出了分段函数,比较了幂函数、指数函数、对数函数的增长快慢,意在提高学生的数学思维能力. 对于

一系列数学的思想方法,注意了渗透和强调,如数形结合,函数的解析式 $y=f(x)$ 固然重要,图像同样不可缺少,在我们的教科书中它们总是形影不离.

5. 强调发展学生的数学应用意识. 不可否认,数学有其思维价值,具有思维训练作用,而且,数学与生活密切相关,在生活实践中有着广泛的应用. 但在过去的数学教育中,这方面有所忽视. 本教科书在每一节都渗透了数学应用,特别是为此专门设立了第四章“函数应用”,第一次提及数学建模. 此外,还设立了“课题学习——个人所得税的计算”,“探究活动——同种商品不同型号的价格问题”等等.

6. 体现数学文化价值. 数学是文化的一部分,这一理念已为大多数人所认识. 本教科书同样强调这一点,除字里行间的渗透之外,专门设立了“阅读材料——康托与集合论,生活中的映射,函数概念的发展,历史上数学计算方面的三大发明,函数与中学数学”等.

7. 注重现代信息技术与课程的整合. 我们不赞成为体现技术先进,而生硬地使用信息技术,我们主张整合. 在保证基本的笔算训练的同时,人类创造的各种先进的技术都应该使用,像科学计算器、图形计算器、计算机等都可以而且应该适时地、恰到好处地使用. 本教科书在便于使用信息技术的地方,都提出了有益的使用建议,并且专设了“信息技术应用”栏目,列出了“信息检索网址导引”,以方便学生查找.

此外,我们还有以下一些具体的想法和做法:

1. “问题是数学的心脏”. 我们努力从创设情境、提出问题开始引起有关数学的思考,进而展开学习,努力把学生与教师的对话改变为学生与情境的对话.

2. 学校是学生接触社会的场所,学生处于重要的成长阶段,数学是社会的有机部分,所以,强调从贴近学生的“实例分析”引入,又尽量体现必要的大视野. 例如,我国的大湖统计,高速路的发展概况,细胞分裂……其教育意义在于让学生学会学习,学会关心,超越自我,关注周围,关注国际,特别是关注周围的人文状况,形成健全人格.

3. 强调了学生的实践、活动. 活动使人便于理解和记忆,有人讲:听到的,忘了;看到的,理解了;做了的,记住了,足见“做”的重要.“事非经过不知难”,实践是检验真理的唯一标准,也是理解真理的重要方面. 活动中又突出了探究和创造,创造始于对周围事物的关注和观察,进而产生问题,进一步探索,最后发现和创造.

4. 突出了近似. 我们认为,近似应该更多地进入中学数学,数值计算,特别是方程的解不仅追求用方程系数表示解的精确值,而且更关注近似解的获得和近似程度的判定. 在实际问题中,近似解比精确解应用的范围更广,突出近似解扩大了方程可解的范围. 现在,有了计算机等现代技术,近似计算更加有了可能.

四、教学建议

教师,对数学应该有自己深入的想法,只有教师深入了才能有教学的浅出;教师,对于教学也应该有自己的想法,唯其有自己独到的想法,才能发挥自己的特长,教出具有独到想法的学生.

1. 用教科书教,而非仅教教科书

本教科书具有弹性,是教师再加工的素材,是教师用以落实课程标准的拐杖. 例如数学建

模的教学,根据本地区特点,可以选择学生熟悉的其他问题.

本教科书作为必修内容,具有基础性和时代性,要求所有学生都要学习,其中,大部分应该掌握和落实.教师首先应该帮助学生掌握好必需的基本知识和基本技能.

除知识和技能外,能力、思想也应该注意,这是要教师挖掘,针对学生实际选择的.虽然课程标准不要求搞过分繁琐和技巧性过强的训练,但是,还是得通过归纳、演绎、类比、联想等思想方法的渗透,使学生对数学有本质的、整体的认识,认识其中的联系、系统和结构,对数学知识的迁移有所认识,并能在迁移中运用所学知识.

为用好教科书,落实知识技能、过程方法、情感态度和价值观,教师还应该用心研究教科书的例题和习题,充分发挥它们的功能,起到举一反三的作用.

2. 把学生当成学习的主人

改变教与学的方式,是高中课程标准的基本理念.教学中,教师应该充分挖掘学生的潜能,认识学生学习的动力与兴趣密不可分,从而处处注意激发学生的学习兴趣,给学生留下足够的时间和空间,让学生在活动中探索,寻找结论,产生成就感.

独立自主地思考是学习数学的必需,但合作交流更不能少.课堂上,教师尽量不要大包大揽,以先知先觉出现,把结论直接告诉学生,而要推迟判断,引导学生先独立思考,并在此基础上进行合作和交流,努力实现师生的互动.

由于背景和条件不同,学生的认知方式、认知水平、思维策略和学习能力不全相同,一定会表现出不同的个体差异,所以,教师要实施“差异教学”,使人人获得必需的数学,不同的人在学习上得到不同的发展,同时,应该鼓励与提倡学生解决问题策略的多样化.

3. 实施“有疑教学”

以往,临下课时,教师常问学生:“大家听懂了没有?有什么问题吗?”学生回答:“听懂了,没有问题了.”这时,教师往往流露出十分满意的神情.现在,并不认为这种课最好.其实,大凡优秀教师特点之一就是课上充满“激疑”,特别是临下课的时候,引导学生由一反多,提出自己的诸多问题.这种教学,我们称之为“有疑教学”.

好的教师一定是引导自己的学生有所追求,而非一味的重复和记忆现成的结论.要有所追求,就要具有怀疑态度和批判精神.“有疑教学”有利于形成这种态度和精神.

为了达到“激疑”的目的,课上应该设计一系列适合学生程度的问题串.如第二章 § 1 中的“思考交流”.

反思,是学生重要的学习方法.教师引导学生不断对所学内容进行反思,是重要的学习指导.反思,重在过程的回忆和思考,与重在知识结论的总结有所区别,但通常与总结放在一起,它强调:①概括.对知识的归纳和概括.②思想.对课上所用数学思想的回顾.③展望.从课上所学知识出发,进行发散思考.“有疑教学”是引导反思的利器.

4. 强调应用,突出提出、分析和解决问题的能力

数学是美的,这正是数学使人兴趣盎然、乐此不疲的引人之处.数学的美,有两个方面,一方面是其中的思维之美,内在的逻辑和运用逻辑的机智,外在的形式,莫不充满着思维之美;另

一方面则是它的作用,它在方方面面的得以运用.

新一轮教育改革,总的方向是充分认识思维在数学中的重要,同时必须弥补以往的不足、强化应用. 在应用中,首要的是引导学生提出问题. 提出问题,有敢于和善于两个方面,第一,要让我们的学生具有自信,知道“我行”,知道自己有“疑问和不足”,要学必问,从而敢于提出问题;第二,要通过教师的身教或言教,给学生关于特殊化、一般化、类比等方法,使他们善于提出问题.

提出问题后,还应该引导学生认真地去分析问题的条件和结论等,进而通过数学建模等手段解决问题.

在应用中,应该特别重视实践能力和创造能力的培养. 表现于教学中,则要重视与实践紧密相连的近似和猜测,要鼓励与创造密不可分的动手和多解.

其他,如强调文化、强调信息等意识,教师都应当有所领会,并努力创造各种新的教学方法.

五、评价建议

有教育必有评价. 通过评价我们可以量出每个人的进步,量出教学的经验和教训,以便发扬和改进. 不可否认,评价具有很强的导向作用. 教学中,也应该正确利用评价的导向作用,为学生发展和改进教学服务,创造适合学生的数学教育.

关于评价,教师应该很好地读一下《中国教育改革和发展纲要》. 这里,提出五点供老师们参考:

1. 发展. 为什么评价? 应该为学生,为学生的发展,这是观念问题. 实施评价的时候,必须立足于使孩子聪明,而非扼杀他们的才能;必须注重孩子个人潜能的发挥,而非仅从抽象的概念出发;必须以鼓励为主,而非指责为主;必须重视动手、动脑等实际能力的考查,而非仅纸上谈兵. 评价,应该以激励为主,使学生在不断的反思、发现自我和欣赏他人中,引发积极进取、勇于创新,形成良好的科学品质.

2. 过程. 应该一改过去重看结果,忽视过程的评价,而重在看学生参与的态度、与他人合作的情况和成长的过程.

3. 多元.“多一把尺子,多出一批人才”. 过去,统一的标准决定一切,智育水平决定一切,实际并不客观. 应该看到,不同的孩子发展的过程和方向可能不同. 评价,应该适合所有的学生,学习快的、学习慢的、喜欢文的、喜欢理的、擅长文艺的、擅长体育的等等,都应该在评价中认识自己的长和短. 评的不仅是学生的理性思维水平,而且包含对社会复杂性、多样性、变化性的认识 and 把握,更包含学生能力的大小. 因为,教育和教学必须以促进学生经验的增长为目的,以提高学生的能力为目的. 今天,还应该把定量评价与定性评价结合.

4. 众人. 数学教学评价不应该只是数学教师的专利,应该广泛听取其他教师、家长和被评价学生密切接触的同学等社会方方面面人士的意见. 这样,才会比较公正、公平.

5. 自己. 学生自己最了解自己,自己理应是评价的重要方面,更何况,客观地、实事求是地参与评价本身就是对学生一种自我监控、一种教育. 但是,以往被评价的学生被排除在评价之外,这种现象,应当改变.

第一章 集合

一、教学目标

1. 通过实例了解集合的含义,体会元素与集合的“属于”关系.掌握某些数集的专用符号.
2. 理解集合的表示法,用集合语言对事物进行准确的分类,能选择自然语言、图形语言、集合语言(列举法或描述法)描述不同的具体问题,感受集合语言表示数学内容的简洁性和准确性.
3. 理解集合之间包含与相等的含义,能识别给定集合的子集.培养分析、比较、归纳的逻辑思维能力.
4. 能在具体情境中,了解全集与空集的含义.
5. 理解两个集合的并集与交集的含义,会求两个简单集合的交集与并集.培养从具体到抽象的思维方法.
6. 理解在给定集合中,一个子集的补集的含义,会求给定子集的补集.
7. 能使用 Venn 图表达集合的关系及运算,体会直观图示对理解抽象概念的作用.

二、编写意图与特色

在高中数学课程里,只将集合作为一种语言来学习,为进一步学习数学奠定基础,要求学生能够使用最基本的集合语言表示有关的数学对象,发展运用数学语言进行交流的能力.在本章的编写中,我们力图体现以下特色:

1. 集合是一个不加定义的概念,教科书力求紧密结合学生的生活经验和已有数学知识,通过列举丰富的实例,使学生了解集合的含义,理解并掌握集合间的基本关系及集合的基本运算.每节内容都从学生比较熟悉的实例入手,帮助学生理解抽象的概念.在教科书编写中尽量创设使学生运用集合语言进行表达和交流的情境和机会,以便学生在实际应用中逐渐熟悉自然语言、集合语言、图形语言各自的特点,进行相互转换并掌握集合语言.
2. 教科书中无论是在概念的引入,还是集合语言的运用方面都充分体现了直观的思想,借助直观帮助学生理解和运用抽象的集合语言,并恰当运用 Venn 图和数轴表示集合的关系及集合的基本运算,从直观上帮助学生理解并运用集合语言处理问题,体现数形结合的思想.
3. 教科书在例题、习题的编排中,渗透了集合中的分类思想,让学生体会到分类思想在生活中和数学中的广泛应用.注重让学生重点掌握集合的基本概念,理解数学中出现的集合语言,并能使用集合语言表述数学问题,运用集合的观点研究、处理数学问题.

在练习和习题的设计上,重视学生对集合语言的理解和会选择合适的方式进行表达.同时

习题的设计也具有一定的层次性,基础题、综合题等均有所体现,在训练基础的同时,提高学生的思维能力.

4. 本章内容以集合的含义与表示、集合的基本关系、集合的基本运算为逻辑链条统领全章,这种安排与以往的处理有很大的区别.例如,§2 集合的基本关系,是将集合的包含和相等关系放在一起,并给出子集的概念;§3 集合的基本运算,是将集合的交、并、补运算放在这一节,并给出全集的概念,这样安排给学生展现出知识间的联系,便于学生学习.本章的重点是让学生体会到集合是一种语言,使用集合语言能简洁、准确地表达数学的一些内容.

三、教学内容及课时安排建议

本章教学时间约需 4 课时,具体分配如下:

§1 集合的含义与表示	1 课时
§2 集合的基本关系	1 课时
§3 集合的基本运算	2 课时
3.1 交集与并集	
3.2 全集与补集	

四、评价建议

1. 重视对学生数学学习过程的评价

关注学生是否肯于思考、善于思考、坚持思考并不断地改进思考的方法与过程.在本章安排的思考交流栏目中,对学生是否能积极思考,主动回答,是否愿意和能够与同伴交流对数学学习的体会,是否与他人合作探究数学问题等方面要给予关注.

2. 重视对学生恰当运用集合语言能力的评价

关注对学生能否正确理解以及恰当运用集合语言方面的评价.例如,对于用自然语言描述的问题:“某年级先后举办了多个学科的实践活动,高一(1)班有 50 名同学,其中有 30 名参加了数学活动,26 名参加了物理活动,15 名同时参加数学、物理两个学科的活动,这个班有多少同学既没有参加数学活动,也没有参加物理活动?”如果我们分别用 A, B 表示参加数学、物理活动的学生组成的集合,再用图形语言来表示上述问题中的关系,那么,这一问题的解决就会变得很容易.这一过程考查学生用图形直观解决集合问题的能力.当然,有时为了考查学生对集合描述法的理解,也可以要求学生用描述法给出的集合用自然语言来表述.例如,让学生用自然语言来说出集合 $\{(x, y) | y=x, x \in [0, 1]\}$ 与集合 $\{(x, y) | y=x\}$ 所确定的对象分别是什么.

§ 1 集合的含义与表示

一、教学目标

1. 通过实例了解集合的含义,体会元素与集合的“属于”关系.
2. 能选择自然语言、图形语言、集合语言(列举法或描述法)描述不同的具体问题,提高语言转换能力,感受集合语言表示数学内容时的简洁性和准确性.

二、设计思路

本节是集合的含义及表示.学生在生活以及在小学和初中的数学学习中,对集合已经有了一定的感性认识.本节通过对分布在中国的9个水面面积800平方千米以上的大湖进行按水面面积分类引入集合的描述性概念,从而引出元素的概念以及元素与集合的“属于”或“不属于”的关系,并给出了常用数集及其记法,便于学生使用.

本节内容设计的主导思想是让学生通过实例了解集合的含义,体会用集合语言描述数学内容的简洁性、准确性.通过对我国的9个水面面积800平方千米以上的大湖按水面面积分类,得到几个不同的集合,从而使学生体会集合的含义,并从中体会集合中蕴涵的分类思想,不同的分类标准,可以得到不同的集合.对集合的常用表示方法给出实例,让学生体会列举法与描述法各有优势,要具体问题具体分析.

三、教学建议

本节的重点是集合的概念与表示方法.本节的难点是运用集合的两种常用表示法——列举法与描述法,正确表示一些简单的集合.

集合是数学的一个重要概念,教科书中给出的集合的概念只是一个描述性的说明,在教学中,注意通过实例使学生对集合概念有一个初步认识.

对常用数集的记法,应注意:

- (1) 自然数集包括数0;
- (2) 非负整数集内排除0的集合,即正整数集,表示为 \mathbf{N}_+ 或 \mathbf{N}^* .

集合中的元素具有确定性、互异性,在理解集合的概念时,应考虑这两个性质.

教科书中给出了分别用列举法和描述法表示集合的两个例子,这两种方法各有优点,应该根据具体问题恰当地选择表示法.还应注意,无限集一般不宜采用列举法,因为不能将无限集中的元素一一列举出来,而没有列举出来的元素往往难以确定.

在集合的书写形式上,要注意规范性.如关于 x 的方程 $x-a=0$ 的解集应写成 $\{a\}$,而不是 a .

在没有指定集合的表示方法时,能明确表示的集合要明确表示出来,特别是有限集.如由

所有小于 20 的既是奇数又是素数的数组成的集合,可表示为 $\{x|x \text{ 是小于 } 20 \text{ 的奇素数}\}$,但表示为 $\{3,5,7,11,13,17,19\}$ 则更为明确.又如,由所有非负奇数组成的集合,可以表示为 $\{\text{非负奇数}\}$,但是用 $\{x|x=2n+1,n\in\mathbf{N}\}$ 表示则更为恰当.

§ 2 集合的基本关系

一、教学目标

1. 了解集合之间包含与相等的含义,理解子集、真子集的概念,能识别给定集合的子集.
2. 能使用 Venn 图表达集合间的关系,具体感受数形结合的思想,体会直观图示对理解抽象概念的作用.

二、设计思路

本节是集合的基本关系. 本节以集合间的基本关系为主线,讨论集合的包含和相等关系,给出子集的概念,并用 Venn 图和数轴帮助学生理解集合间的基本关系. 在给出集合间的“包含”与“相等”关系的基础上,给出了子集、真子集的概念及有关性质.

本节将集合间的基本关系融合在一节,在标题上以及内容的处理上都与传统教科书有所不同. 传统的处理方式是以子集等概念作为标题,并将集合间的关系与补集运算安排在一节内容中. 本节这样处理是为了体现集合间的内在联系,使学生能够明晰集合间的基本关系,对这些关系有一个整体的、明晰的认识,便于将所学知识体系化. 本节从学生身边的实例以及已学知识入手,抽象概括出集合间的包含与相等概念,并给出子集、真子集的概念,用 Venn 图以及数轴来直观表示集合间的这些关系,体现了数形结合的思想.

三、教学建议

本节的重点是集合间的包含与相等关系,子集与真子集的概念. 难点是属于关系(元素与集合)与包含关系(集合与集合)的区别.

教学中,要让学生正确理解子集的概念:一般地,对于两个集合 A 与 B ,如果集合 A 中的任何一个元素都是集合 B 中的元素,即若 $a \in A$,则 $a \in B$,我们就说集合 A 包含于集合 B ,或集合 B 包含集合 A ,记作 $A \subseteq B$ (或 $B \supseteq A$),这时我们也说集合 A 是集合 B 的子集. 开始接触包含符号时,注意提醒学生不要把符号的方向搞错.

在教学中,要注意元素与集合间的属于关系及符号的负迁移作用,注意区分“属于”与“包含”,“ \in ”与“ \subseteq ”的差异.

有时候,集合间的关系不容易直接从表达式中看出,可引导学生恰当地使用 Venn 图或数轴等直观形式来确定集合间的关系.

本节中的例 2 是写出集合 $\{0,1,2\}$ 的所有子集,并指出其中的真子集. 在讲解时,要注意引导学生体会分类讨论的好处,按集合中元素的个数来寻找集合的所有子集比较方便,也不容易遗漏. 也可以通过这道例题,引导学生探索集合的元素个数与集合的子集(或真子集)个数之间的关系.

§ 3 集合的基本运算

一、教学目标

1. 理解两个集合的交集与并集的含义,会求两个简单集合的交集与并集.
2. 理解在给定集合中一个子集的补集的含义,会求给定子集的补集.
3. 能使用 Venn 图表达集合的运算,体会直观图示对理解抽象概念的作用.

二、设计思路

集合的基本运算分为 2 个课时,交集与并集 1 课时,全集与补集 1 课时. 本节将集合的交、并、补运算融合在一节,这与传统的以交集、并集为标题,并将补集放在其他节中有所不同. 本节这样处理有助于学生对集合间的三种运算概念的理解和区别,同时有助于学生明晰集合间的三种基本运算,便于将所学知识体系化.

三、教学建议

本节的重点是交集与并集、全集与补集的概念. 难点是理解交集与并集的概念、符号之间的区别与联系.

教学时,应通过具体例子,借助 Venn 图,帮助学生直观理解交集、并集的概念,在这个基础上,抽象概括出集合的交集、并集的一般概念. 教科书给出了集合运算的两个性质:

1. 由交集定义容易知道,对于任何集合 A, B , 有

$$A \cap B = B \cap A, A \cap B \subseteq A, A \cap B \subseteq B;$$

2. 由并集定义容易知道,对于任何集合 A, B , 有

$$A \cup B = B \cup A, A \subseteq A \cup B, B \subseteq A \cup B.$$

特别地,

$$A \cap A = A, A \cap \emptyset = \emptyset;$$

$$A \cup A = A, A \cup \emptyset = A.$$

这些性质不要求学生证明,能够通过 Venn 图直观认识,并能够运用即可.

同样,“思考交流”中所给的两个性质:

$$(1) (A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C);$$

$$(2) (A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C).$$

只要学生能举例用直观图说明即可,不要求严格的证明.

在全集与补集的教学中,应注意利用图形的直观作用,帮助学生理解补集的概念,并能够用直观图形进行求补集的运算. 进行补集运算,需要正确理解补集的概念,求某一集合的补集的前提必须明确全集,同一个集合在不同全集中的补集是不相同的.

教材中的例 4 借助了数轴来进行集合间的运算,并且通过计算,给出了其中的相等集合:

$$\complement_{\mathbb{R}}(A \cap B) = (\complement_{\mathbb{R}}A) \cup (\complement_{\mathbb{R}}B); \complement_{\mathbb{R}}(A \cup B) = (\complement_{\mathbb{R}}A) \cap (\complement_{\mathbb{R}}B).$$

这是一个重要结论,有时候可以简化运算.不要求对这个结论进行严格证明.

本章练习、习题、复习题参考答案或提示

P5 练习

1. $\in, \notin, \notin, \in, \in, \in, \in, \notin, \notin, \notin, \in, \notin, \notin, \notin, \in$.
2. (1) $\{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$; (2) $\{-2, 2\}$;
 (3) $\{x \in \mathbf{R} \mid 3 < x < 9\}$; (4) $\{x \mid x = 2n + 1, n \in \mathbf{Z}\}$.
3. B.
4. 略.

P6 习题 1—1(A 组)

1. (1) $\{(x, y) \mid y = x\}$, 无限集; (2) $\{\text{春季, 夏季, 秋季, 冬季}\}$, 有限集;
 (3) \emptyset , 空集; (4) $\{2, 3, 5, 7\}$, 有限集.
2. B.
3. (1) $\{-1, 1\}$; (2) $\{0, 3, 4, 5\}$;
 (3) $\{x \mid (x-2)(x-4)(x-6)(x-8) = 0\}$ 或 $\{\text{大于 1 小于 9 的偶数}\}$ 等;
 (4) $\{x \mid x = \frac{1}{n}, n \leq 4 \text{ 且 } n \in \mathbf{N}_+\}$.
4. (1) $\{2, 5, 6\}$; (2) $\{(0, 6), (1, 5), (2, 2)\}$.
5. (1) $\{(x, y) \mid x > 0, \text{ 且 } y < 0\}$; (2) $\{(x, y) \mid y = x^2 - 2x + 2\}$.

P6 习题 1—1(B 组)

1. 当 $a = 1$ 时, $A = \{-1\}$, 当 $a = 0$ 时, $A = \left\{-\frac{1}{2}\right\}$.
2. 当 $a \neq 0$ 时, $A = \left\{-\frac{b}{a}\right\}$, A 为有限集,
 当 $a = 0, b = 0$ 时, $A = \mathbf{R}$, A 为无限集,
 当 $a = 0, b \neq 0$ 时, $A = \emptyset$.

P9 练习

1. 略.
2. C.
3. $A \subseteq C$.
4. (1) $\{\text{等腰三角形}\} \supsetneq \{\text{等边三角形}\}$;
 (2) $\emptyset \subsetneq \{0\}$;
 (3) $\{\sqrt{2}, 2\sqrt{2}\} = \{x \mid x^2 - 3\sqrt{2}x + 4 = 0\}$;
 (4) $\{\text{被 3 整除的数}\} \supsetneq \{\text{被 6 整除的数}\}$.
5. (1) 1 个; (2) 2 个; (3) 8 个.

P10 习题 1—2(A 组)

1. 略.