目录

龙门新教案

高中数学 (2) A 版

第一章 空间几何体

第一节 空间几何体的结构 …… 1
第一讲 柱、锥的结构特征 …… 1
第二讲 台、球及简单组合体的结构特征 …… 5
第二节 空间几何体的三视图和直观图 …… 9
第一讲 空间几何体的三视图 …… 9
第二讲 空间几何体的直观图 …… 12
第三节 空间几何体的表面积与体积 …… 16
第一讲 柱体、锥体、台体的表面积与体积 …… 16
第二讲 球的体积和表面积 …… 20
第四节 单元小结与复习 …… 23
第五节 创新能力综合测试 …… 25

第二章 点、直线、平面之间的位置关系

第一节 空间点、直线、平面之间的位置关系 …… 27
第一讲 平面 …… 27
第二讲 空间中直线与直线之间的位置关系 (1) …… 31
第三讲 空间中直线与直线之间的位置关系 (2) …… 34
第四讲 空间中直线与平面之间的位置关系 …… 37
第五讲 平面与平面之间的位置关系 …… 40
第六讲 本节小测试 …… 43
第二节 直线、平面平行的判定及其性质 …… 45
第一讲 直线与平面平行的判定 …… 45
第二讲 平面与平面平行的判定 …… 48
第三讲 直线与平面平行的性质 …… 51
第四讲 平面与平面平行的性质 …… 54
第五讲 本节小测试 …… 57
第三节 直线、平面垂直的判定及其性质 …… 59
第一讲 直线与平面垂直的判定 …… 59
第二讲 平面与平面垂直的判定 …… 62
第三讲 直线与平面垂直的性质 …… 66
第四讲 平面与平面垂直的性质 …… 69
第五讲 本节小测试 …… 72
第四节 单元小结与复习 …… 74
第五节 创新能力综合测试 …… 76

第三章　直线与方程

第一节　直线的倾斜角与斜率 …… 78
第一讲　倾斜角与斜率 …… 78
第二讲　两条直线平行与垂直的判定 …… 82
第三讲　本节小测试 …… 85
第二节　直线的方程 …… 87
第一讲　直线的点斜式方程 …… 87
第二讲　直线的两点式方程 …… 90
第三讲　直线的一般式方程 …… 93
第四讲　本节小测试 …… 97
第三节　直线的交点坐标与距离公式 …… 99
第一讲　两条直线的交点坐标 …… 99
第二讲　两点间距离 …… 102
第三讲　点到直线的距离和两平行线间距离 …… 105
第四讲　本节小测试 …… 108
第四节　单元小结与复习 …… 110
第五节　创新能力综合测试 …… 113

第四章　圆与方程

第一节　圆的方程 …… 115
第一讲　圆的标准方程 …… 115
第二讲　圆的一般方程 …… 118
第三讲　求轨迹方程 …… 121
第四讲　本节小测试 …… 124
第二节　直线、圆的位置关系 …… 126
第一讲　直线与圆的位置关系 …… 126
第二讲　圆与圆的位置关系 …… 129
第三讲　直线与圆的方程的应用 …… 132
第四讲　本节小测试 …… 135
第三节　空间直角坐标系 …… 137
第一讲　空间直角坐标系 …… 137
第二讲　空间两点间距离公式 …… 140
第四节　单元小结与复习 …… 142
第五节　创新能力综合测试 …… 144
附赠　参考答案提示与点拨

第一章　空间几何体

几何学是研究现实世界中物体的形状、大小与位置关系的数学学科.空间几何体是几何学的重要组成部分,它在土木建筑、机械设计、航海测绘等大量实际问题中都有广泛的应用.

本章我们从空间几何体的整体观察入手,研究空间几何体的结构特征、三视图和直观图,了解一些简单几何体的表面积与体积的计算方法.

第一节　空间几何体的结构

第一讲　柱、锥的结构特征

问题探知

在我们生活的大千世界里,有着形状各异的物体,它们具有不同的几何结构特征.

如图 1-1-1,观察这些图形,说出它们的结构特征以及它们相同的地方和不同的地方.

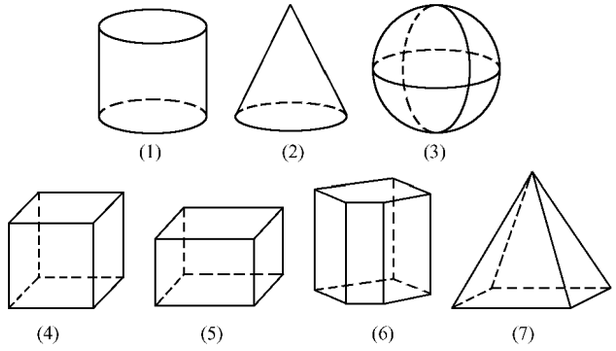


图 1-1-1

教材全解

重点 1　棱柱的结构特征

一般地,有两个面互相平行,其余各面都是四边形,并且每相邻两个四边形的公共边都互相平行,由这些面所围成的几何体叫做棱柱 (prism).

在线课堂

(1) 图 1-1-2 的棱柱中,两个互相平行的面叫做棱柱的底面,简称底;其余各面叫作棱柱的侧面;相邻两侧面的公共边叫做棱柱的侧棱;侧面与底面的公共顶点叫做棱柱的顶点.

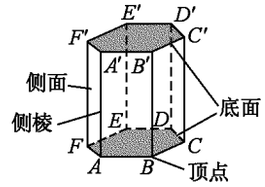


图 1-1-2

(2) 棱柱的分类:按底面边数分类,底面是三角形、四边形、五边形……的棱柱分别叫做三棱柱、四棱柱、五棱柱……

(3) 棱柱的表示:用表示底面各顶点的字母表示棱柱,图 1-1-2 的棱柱,表示为棱柱 $ABCDEF-A'B'C'D'E'F'$.

(4) 棱柱的本质特征:①有两个面 (底面) 互相平行;②其余各面 (侧面) 每相邻两个面的公共边 (侧棱) 都互相平行.

[例 1]　有两个面互相平行,其余各面都是平行四边形的几何体一定是棱柱吗?

思路导引

判断一个几何体是否是棱柱,关键是要抓住棱柱的两个本质特征.

解:不一定.如图 1-1-3 的几何体有两个面平行,其余各面都是平行四边形,但不满足"每相邻两个侧面的公共边互相平行",所以它不是棱柱.

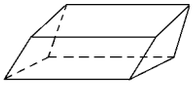


图 1-1-3

方法技巧

判断一个命题是假命题,只要举出一个反例即可.

随 堂 练 习

1."棱柱有两个面互相平行,其余各面都是平行四边形"这句话正确吗?

重点 2　棱锥的结构特征

一般地,有一个面是多边形,其余各面都是有一个公共顶点的三角形,由这些面所围成的几何体叫做棱锥 (pyramid).

此为试读,需要完整PDF请访问:www.ertongbook.com

在线课堂

(1) 如图 1-1-4,这个多边形面叫做棱锥的底面或底;有公共顶点的各个三角形面叫棱锥的侧面;各侧面的公共顶点叫做棱锥的顶点;相邻侧面的公共边叫做棱锥的侧棱.

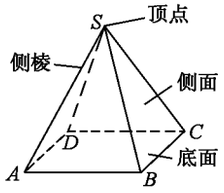


图 1-1-4

(2) 棱锥的分类:按底面边数分类,底面是三角形、四边形、五边形……的棱锥分别叫做三棱锥、四棱锥、五棱锥……

(3) 棱锥的表示:棱锥用表示顶点和底面各顶点的字母表示,图 1-1-4 的四棱锥,表示为棱锥 $S-ABCD$.

(4) 棱锥的本质特征:①有一个面是多边形;②其余的各面是有一个公共顶点的三角形.

[例 2]　判断图 1-1-5 所示物体是不是锥体,为什么?

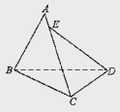


图 1-1-5

思路导引

用棱锥的定义判断.

解:因为棱锥的定义中要求:各侧面有一个公共顶点,但图 1-1-5 中侧面 ABC 与 CDE 则没有公共顶点,故该物体不是锥体.

随 堂 练 习

2. 有一个面是多边形,其余各面都是三角形的几何体是棱锥吗?为什么?

重点 3　圆柱的结构特征

以矩形的一边所在直线为旋转轴,其余三边旋转形成的曲面所围成的几何体叫做圆柱 (circular cylinder).

在线课堂

(1) 旋转轴叫做圆柱的轴;垂直于轴的边旋转而成的圆面叫做圆柱的底面;平行于轴的边旋转而成的曲面叫做圆柱的侧面;无论旋转到什么位置,不垂直于轴的边都叫做圆柱侧面的母线.

(2) 圆柱的表示:圆柱用表示它的轴的字母表示,图 1-1-6 中圆柱表示为圆柱 $O'O$.

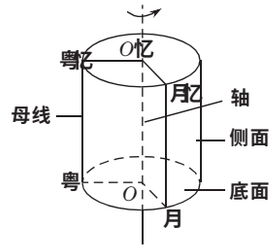


图 1-1-6

(3) 圆柱的本质特征:过圆柱轴的截面都是全等矩形.

圆柱和棱柱统称为柱体.

重点 4　圆锥的结构特征

以直角三角形的一条直角边所在直线为旋转轴,其余两边旋转形成的曲面所围成的几何体叫做圆锥 (circular cone).

在线课堂

(1) 圆锥的表示:圆锥也可用表示它的轴的字母表示,图 1-1-7 中的圆锥表示为圆锥 SO.

(2) 圆锥的本质特征:圆锥轴的截面都是全等的等腰三角形.圆锥与棱锥统称为锥体.

[例 3]　如图 1-1-7,请你根据圆柱中关于轴、底面、侧面、母线的定义,分别给出圆锥的轴、底面、侧面和母线的定义.

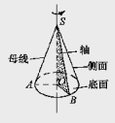


图 1-1-7

思路导引

因为圆锥与圆柱一样,也可以看作是由平面图形旋转而成的.因此可仿照圆柱分别给出圆锥的轴、底面、侧面和母线的定义.

解:_____叫做圆锥的轴;

_____叫做圆锥的底面;

_____叫做圆锥的侧面;

_____叫做圆锥的母线.

[例 4]　图 1-1-8 中的棱柱、圆柱、圆锥分别是由几个面围成的?它们是平的还是曲的?在这些图形中,面与面相交形成了几条线?它们是直的还是曲的?

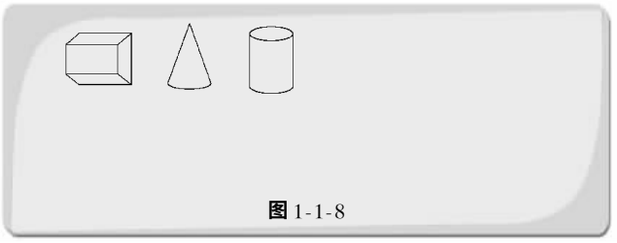


图 1-1-8

思路导引

几何体是由几个面围成的，注意与几何体平面展开图的区别."面与面相交的地方形成线"，一般而言，一条线是两个面的分界.

解 图中的棱柱由 6 个面构成，它们都是平的. 6 个面两两相交，有 12 条直的线；

图中圆锥是由 2 个面构成，其中 1 个面是平的，1 个面是曲的. 2 个面相交形成一条曲的线；

图中圆柱由 3 个面构成，其中 2 个面是平的，1 个面是曲的. 3 个面相交形成 2 条曲的线.

方法技巧

寻找几何体的面，关键是寻找几何体中的"线"，线是面的分界. 如果线是曲的，它的旁边必定有一个曲的面；如果线是直的，它的旁边的面必定是平的.

随 堂 练 习

3. 在图 1-1-9 中的立体图形中，它们分别有几个面？哪些面是平的？哪些面是曲的？面面相交的地方形成了几条线？这些线是直的还是曲的？

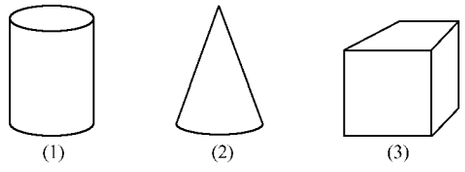


图 1-1-9

体验探究

[探究目的]　棱柱的性质.

[探究过程]　如图 1-1-10，在棱柱 $ABCDE-A'B'C'D'E'$ 中，截面 $A_0B_0C_0D_0E_0$ 平行于底面 $ABCDE$ 和底面 $A'B'C'D'E'$.

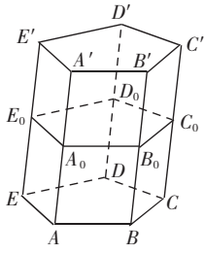


图 1-1-10

∵ 截面 $A_0C_0 /\!/$ 底面 AC，截面 $A_0C_0 /\!/$ 底面 $A'C'$，且侧面 $A'ABB'$ 与三个平行平面的交线为 $A'B'$、A_0B_0、AB，

∴ $A'B' /\!/ A_0B_0 /\!/ AB$.

又由棱柱定义 $AA' /\!/ BB'$，

∴ 侧面 AB' 中，ABB_0A_0，$A_0B_0B'A'$ 都为平行四边形.

∴ $A'B' \underline{\underline{/\!/}} A_0B_0 \underline{\underline{/\!/}} AB$.

同理 $B'C' \underline{\underline{/\!/}} B_0C_0 \underline{\underline{/\!/}} BC$，……

$AE \underline{\underline{/\!/}} A_0E_0 \underline{\underline{/\!/}} A'E'$.

∵ $A'B' /\!/ A_0B_0 /\!/ AB$，$B'C' /\!/ B_0C_0 /\!/ BC$，

∴ $\angle A'B'C' = \angle A_0B_0C_0 = \angle ABC$，

同理……

$\angle E'A'B' = \angle E_0A_0B_0 = \angle EAB$.

∴ 多边形 $ABCDE \cong$ 多边形 $A_0B_0C_0E_0E_0 \cong$ 多边形 $A'B'C'D'E'$，且对应边互相平行.

[探究结论]　棱柱的两个底面与平行于底面的截面是对应边互相平行的全等多边形.

请你仿此来探究棱锥的一个类似性质.

_____

_____

_____

_____

_____.

要点记忆

易错点：

1."有两个面互相平行，其余各面都是平行四边形"是几何体为棱柱的必要条件，而非充分条件.

2. 有一个面是多边形，其余各面都是三角形是几何体为棱锥的必要条件，而非充分条件.

特别提示：

棱锥既可以看作是以直角三角形的一条直角边所在直线旋转而成的，也可以看作是以等腰三角形底边上的中线所在直线旋转而成的.

心得笔记

[问题探知]　(1) 圆柱，(2) 圆锥，(3) 球，(4) 正方体，(5) 长方体，(6) 棱柱，(7) 棱锥

[例 3]　旋转的轴；另一直角边旋转而成的圆面；斜边旋转而成的曲面；无论旋转到什么位置，不垂直于轴的边

[体验探究]　如果棱锥被平行于底面的平面所截，那么所得的截面与底面相似，截面面积与底面面积的比等于顶点到截面距离与棱锥高的平方比

课后作业

班级_____　姓名_____　分数_____

[基础演练]

1. 图 1-1-11 中的图形属于棱柱的有　　(　　)

A. 2 个　　B. 3 个　　C. 4 个　　D. 5 个

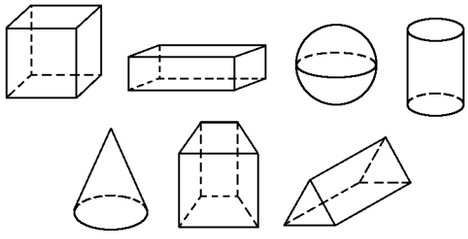


图 1-1-11

2. 在六角螺母、足球、易拉罐、字典这些物体中，它的图形近似于棱柱的个数是　　(　　)

A. 0　　B. 1　　C. 2　　D. 3

3. 长方体有_____个面，圆柱体有_____个面.

4. 五棱柱的顶点有_____个，它的棱有_____条.

5. 圆锥有_____个顶点，是由_____个面围成的，其中一个面是平的，并且它的形状是一个_____，另一个面是_____.

6. 把长方形绕它的一边旋转一周得到的几何体是_____.

7. 把等腰三角形沿底边中线所在直线旋转一周得到的几何体是_____.

[综合测试]

8. 图 1-1-12 中的几何体是由几个面围成的？面与面相交成几条线？它们是直的还是曲的？

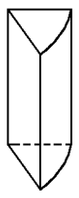


图 1-1-12

9. 在生活中，你见过哪些物品分别是棱柱、棱锥、圆柱、圆锥形状的？

[探究升级]

10. 如图 1-1-13，你知道它是哪个几何体的平面展开图吗？先想一想，再折一折，然后画出这个几何体. 且知图中七边形边长都是 2cm，小长方形的长为 5cm，观察该平面展开图的几何体，请回答下列问题：

(1) 上述几何体有几个面？哪些面的面积相同？由小长方形围成的面的面积和是多少？由此你可以猜想得出 n ($n\geqslant 3$) 棱柱有多少个面？

(2) 这个几何体一共有多少条线 (边)？它们的长度分别是多少？由此你可以猜想得出 n ($n\geqslant 3$) 棱柱有多少条线？

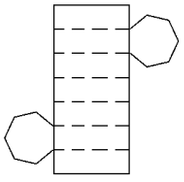


图 1-1-13

自我评价

第一节　空间几何体的结构

第二讲　台、球及简单组合体的结构特征

问题探知

在现实生活中，我们见到过许许多多造型优美的物品，从整体上看，它们不属于任何一种几何体，而是一些简单几何体的组合体.

请说出图 1-1-14 中物体的重要几何特征.

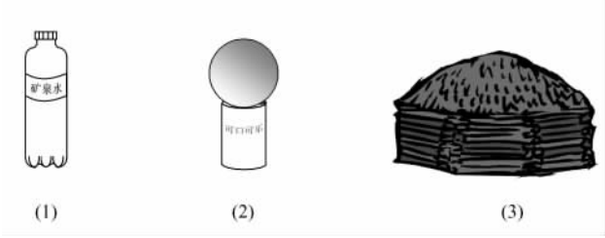


图 1-1-14

教材全解

重点 1　棱台与圆台的结构特征

如图 1-1-15，用一个平行于棱锥底面的平面去截棱锥，底面与截面之间的部分，叫做棱台（frustum of a pyramid）. 如图 1-1-16，用一个平行于圆锥底面的平面去截圆锥，底面与截面之间的部分，叫做圆台（frustum of a cone）.

在线课堂

(1) 原棱锥的底面和截面分别叫做棱台的下底面和上底面，原圆锥的底面和截面分别叫圆台的下底面和上底面.

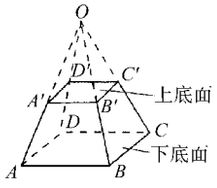


图 1-1-15

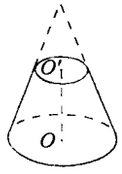


图 1-1-16

(2) 由三棱锥、四棱锥、五棱锥……截得的棱台分别叫做三棱台、四棱台、五棱台……

(3) 图 1-1-15 的棱台表示为棱台 $ABCD-A'B'C'D'$. 图 1-1-16 的圆台表示为圆台 OO'.

棱台与圆台统称为台体.

例 1]　请仿照棱锥中关于侧面、侧棱、顶点的定义，分别给出棱台的侧面、侧棱、顶点的定义.

思路导引

根据棱锥中关于侧面、侧棱、顶点的定义解决之.

解：图 1-1-15 中的棱台 $ABCD-A'B'C'D'$ 中，有两个多边形（底面），其余各面都是四边形，四边形的顶点叫做棱台的顶点，这些四边形叫做棱台的侧面，相邻侧面的公共边叫做棱台的侧棱.

例 2]　有下列命题：

①在圆柱的上、下底面的圆周上各取一点，则这两点的连线是圆柱的母线；

②圆锥顶点与底面圆周上任意一点的连线是圆锥的母线；

③在圆台上、下底面圆周上各取一点，则这两点的连线是圆台的母线；

④圆柱的任意两条母线所在的直线是互相平行的.

其中正确的是　　（　　）

A. ①②　　B. ②③

C. ①③　　D. ②④

解：由母线的定义知②④正确.

∴ 应选 D.

随堂练习

1. 请仿照圆柱、圆锥中关于轴、底面、侧面、母线的定义分别给出圆台的轴、底面、侧面、母线的定义.

重点 2　球的结构特征

如图 1-1-17，以半圆的直径所在直线为旋转轴，半圆面旋转一周形成的几何体叫做球体（solid sphere），简称球.

在线课堂

(1) 半圆的圆心叫做球的球心，半圆的半径叫做球的半径，半圆的直径叫做球的直径.

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

(2) 球常用表示球心的字母 O 表示，图 1-1-17 中的球表示为球 O.

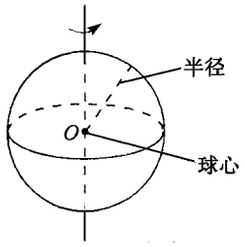


图 1-1-17

(3) 球面仅指球的表面，而球体不仅包括球的表面，同时还包括球所包围的空间.

[例 3]　将图 1-1-18 中的几何体分类，并说明理由.

图 1-1-18

思路导引

分类是为了根据事物的相同特征和不同特征，更好地研究问题. 上面的图形，可以按柱体、锥体和球体分为三类；也可按图形的表面是否有曲面分为两类.

解：按柱体、锥体和球体分为三类：

_____为一类，都是柱体；

_____为一类，是锥体；

_____为一类，是球体.

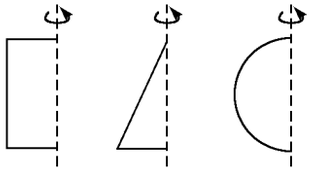
警示误区

(1) 分类时应按同一标准，做到不重不漏.

(2) 正方体和长方体是特殊的棱柱是柱体.

随堂练习

2. 图 1-1-19 中的各图形分别绕虚线旋转一周后形成什么样的图形？



(1)　(2)　(3)

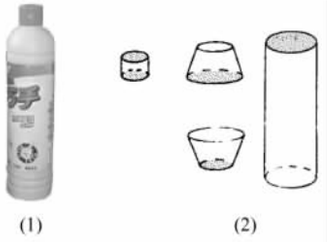
图 1-1-19

重点 3　简单组合体的结构特征

在线课堂

(1) 由柱、锥、台、球等几何体可组成简单组合体，现实世界中，我们看到的物体大多由具有柱、锥、台、球等几何结构特征的物体组合而成.

图 1-1-20 中 (1) 表示的几何体由图 1-1-20 (2) 所示两个圆柱和两个圆台组合而成.



(1)　(2)

图 1-1-20

(2) 简单组合体包括多面体与多面体的组合、多面体与旋转体的组合、旋转体与旋转体的组合等.

[例 4]　指出图 1-1-21 中的图形是由哪些简单几何体构成的.

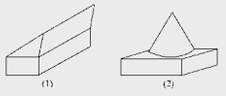


图 1-1-21

思路导引

分割原图，使它们每一部分构成简单几何体.

解：(1) 是一个三棱柱和一个四棱柱组合而成的.

(2) 是一个圆锥和一个棱柱组合而成的.

方法技巧

会识别较复杂的图形是学好立体几何的一步. 望同学们观察周围物体，然后将它们“拆”成简单的几何体.

综合延伸

在前面我们学习了角的概念，角可以看作是一条射线绕着它的端点旋转而形成的. 也就是说角的概念是从运动的观点来定义的. 本节中圆柱、圆锥、圆台等概念也都是从运动的观点来定义的.

一般地来说，点运动成线，线运动成面，面运动成体.

[例 5]　将一块三角板绕它的一边旋转一周，能得到怎样的几何体？

思路导引

错解：圆锥体.

错因：将三角板绕边旋转一周，若这一边是较长的一边，得到的不是一个简单的圆锥体.

正解：绕较长的边旋转一周得到的几何体是如图 1-1-22 所示的简单组合体，以其他的两边为轴旋转一周得到的图形是圆锥体.

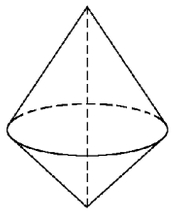


图 1-1-22

要点记忆

易错点：

图 1-1-23 所示几何体易错认为是台体.

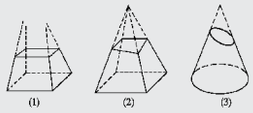


图 1-1-23

事实上，以上三个几何体都不是台体，判断台体的方法：(1) 两底面平行；(2) 侧棱（母线）的延长线相交于一点.

心得笔记

[问题探知]　(1) 表示的几何体由两个圆柱和两个圆台组成；

(2) 表示的几何体由一个球体和一个圆柱组成；

(3) 表示的几何体由一个圆锥和一个圆柱组成

[例 3]　(1)、(2)、(4)、(5)；(3)、(7)；(6)

课后作业

班级_____　姓名_____　分数_____

[基础演练]

1. 图 1-1-24 中的几何体是由图 1-1-25 中的哪个图形绕虚线旋转一周形成的　(　　)

图 1-1-24

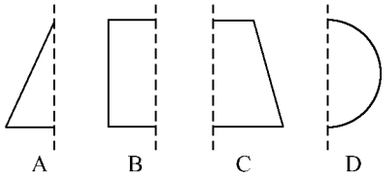


图 1-1-25

2. 下列几何体中，能截出截面是如图 1-1-26 所示的形状的有　(　　)

A. 球体　　B. 圆柱　　C. 棱柱　　D. 棱锥

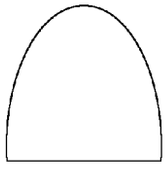


图 1-1-26

3. 如图 1-1-27，第一排中的图形绕虚线旋转一周，能形成第二排中的某个几何体，请把一、二排中相应的图形用线连起来.

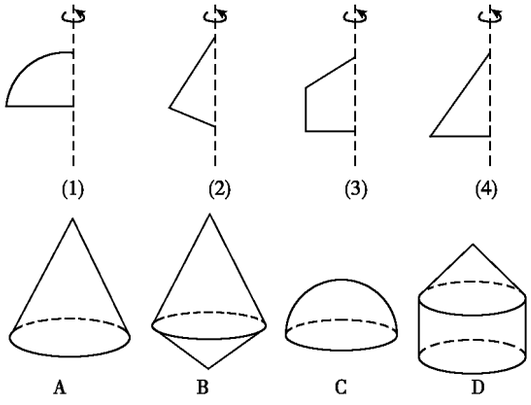


图 1-1-27

4. 下列命题中错误的是　(　　)

A. 圆柱的轴截面是过母线的截面中面积最大的一个

B. 圆锥的轴截面是所有过顶点的截面中面积最大的一个

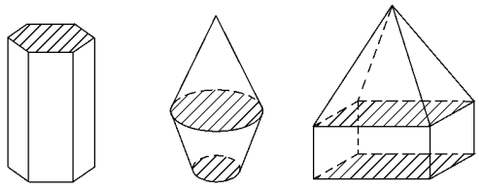
C. 圆台的所有平行于底面的截面都是圆

D. 圆锥所有的轴截面是全等的等腰三角形

5. 棱台与棱柱、棱锥有什么关系？圆台与圆柱、圆锥呢？

[综合测试]

6. 说出图 1-1-28 所示几何体的主要结构特征.



(1)　(2)　(3)

图 1-1-28

7. 如图 1-1-29，一个圆环面绕着过圆心的直线 l 旋转 180°，想象它形成的几何体的结构特征，试着说出它的名称.

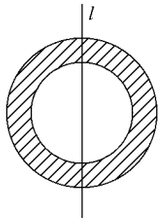
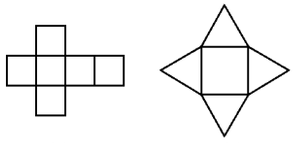


图 1-1-29

8. 图 1-1-30 中两个图形都是立体图形的平面展开图，你能分别说出这些立体图形的名称吗？



(1)　(2)

图 1-1-30

[探究升级]

9. 用一个平面去截一个正方体能得到哪些截面？

自我评价

第二节　空间几何体的三视图和直观图

第一讲　空间几何体的三视图

问题探知

图 1-2-1 是某建筑物的三视图，你能想像出此建筑物是什么样子吗？共有几层？是由哪些几何体组成的？

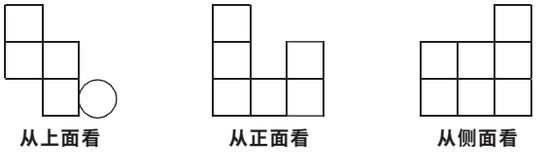


图 1-2-1

教材全解

重点 1　柱、锥、台、球的三视图

观察物体时，从正面看到的图叫做正视图，从侧面看到的图叫做侧视图，从上面看到的图叫做俯视图.

在线课堂

(1) 从不同方向观察物体可能看到不同的图形，根据同一物体的三视图，能得到立体图形的形状.

(2) 侧视图往往又分左视图和右视图.

(3) 图 1-2-2 (2) 是圆柱的三视图.

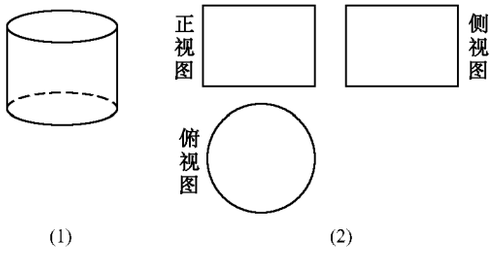


图 1-2-2

(4) 圆锥的正视图和侧视图都是三角形，俯视图是圆和圆心；圆台的正视图和侧视图都是等腰三角形，俯视图是两个同心圆. 球的三视图都是圆；长方体的三视图都是矩形.

例 1]　图 1-2-3 中的三视图表示的几何体分别是什么？

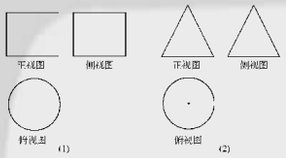


图 1-2-3

解：图 1-2-3 (1) 的三视图表示的几何体是_____，图 1-2-3 (2) 的三视图表示的几何体是_____.

随 堂 练 习

1. 请你画出圆台的三视图.

重点 2　简单组合体的三视图

在线课堂

对于简单空间几何体的组合体，一定要认真观察，先认识它的基本结构，然后再画它的三视图.

例 2]　图 1-2-4 是一个水管三叉接头，请画出它的三视图.

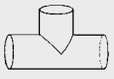


图 1-2-4

思路导引

物体的三视图是指从正面、侧面、上面看到物体的平面图形.

解：如图 1-2-5 所示.

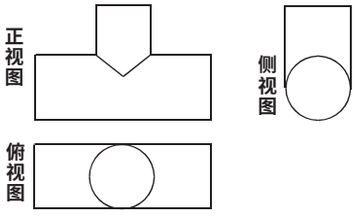


图 1-2-5

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

[例 3]　图 1-2-6 是一些立体图形的视图，但是观察的方向不同，试说明下列各图可能是哪一种立体图形的视图.

图 1-2-6

思路导引

从柱、锥、台、球和三视图各方面综合考虑.

解：(1) 可能为球、圆柱，如图 1-2-7.

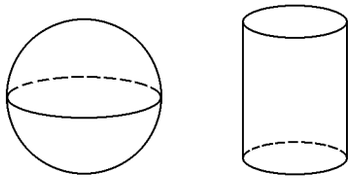


图 1-2-7

(2) 可能为棱锥、圆锥、棱柱，如图 1-2-8.

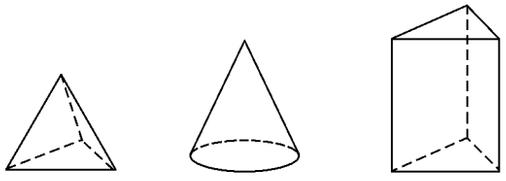


图 1-2-8

(3) 可能为四棱柱，如图 1-2-9.

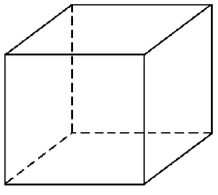


图 1-2-9

随 堂 练 习

2. 图 1-2-10 表示的几何体是一些简单空间几何体的组合体，你能画出它们的三视图吗？

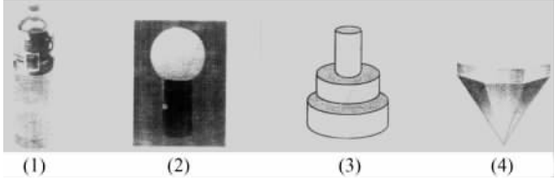


图 1-2-10

综合延伸

三视图是观察者从不同位置观察同一个几何体，画出的空间几何图形. 三视图有助于我们确定几何体的立体形状，解决一些实际问题.

[例 4]　图 1-2-11 是由一些小立方块搭成的立体图形的三视图，这个立体图形有多少块小立方块？

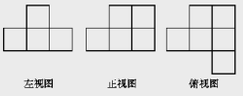


图 1-2-11

思路导引

以俯视图为基础，结合正视图和左视图确定立体图形的形状，得到俯视图中各位置上的小立方块个数.

由左视图的第一列和第三列的小正方形只有一个，可知俯视图的第三行和第一行对应位置上小正方体的个数为 1；由正视图第一列只有一个小正方形，可知俯视图第一列对应位置上小正方体的个数为 1；由正视图第二列和第三列的小正方形为 2，可知俯视图第二列和第三列中至少有一个位置上的小正方体的个数是 2，而俯视图中只剩有确定的对应位置. 图 1-2-12 是俯视图中各位置上的小立方块个数.

	1	1
1	2	2
		1

图 1-2-12

解：这个立体图形由 8 个小立方体组成.

要点记忆

特别提示：

三视图有助于正确认识空间几何体的立体形状.

解题规律与技巧：

1. 画简单空间几何体的组合体三视图的方法：先是认真观察，认识它的基本结构，然后再画它的三视图.

2. 由三视图确定几何体的形状及构成的方法：以俯视图为基础再结合正视图和侧视图.

心得笔记

[问题探知]　共有三层，由正方体和圆柱体构成

[例 1]　圆柱，圆锥

课后作业

班级_____　姓名_____　分数_____

[基础演练]

1. 桌面上有一个圆柱体和一个长方体，如图 1-2-13 所示，从正面看到的图形是图 1-2-14 中的　　(　　)

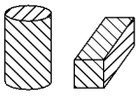
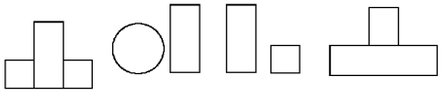


图 1-2-13



A　B　C　D

图 1-2-14

2. 观察图 1-2-15 中的三棱柱，它的三视图是　　(　　)

A. 三个三角形
B. 两个长方形一个三角形
C. 两个三角形一个长方形
D. 三个长方形

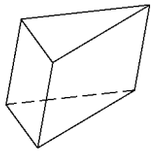


图 1-2-15

3. 一个几何体的正视图和侧视图都是长方形，俯视图是圆，则这个几何体是_____.

4. 说出图 1-2-16 中三视图表示的几何体.

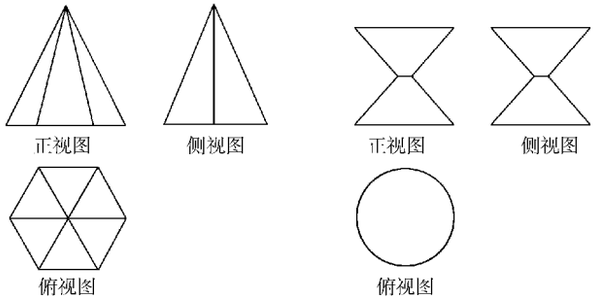


图 1-2-16

[综合测试]

5. 自己制作一个上、下底面都是相似的正三角形，侧面是全等的等腰梯形的棱台模型，并画出它的三视图.

6. 图 1-2-17 是由小正方体组成的几何图形的三视图，则组成它的小正方体的个数是_____.

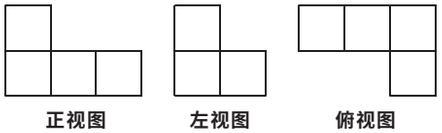


图 1-2-17

[探究升级]

7. 用小立方体组成一个几何体，使它的正视图和俯视图如图 1-2-18 所示，俯视图中小正方形中的字母表示在该位置小立方块的个数.

(1) 你能确定哪些字母表示的数？

(2) 几何体可能有多少种不同的形状？

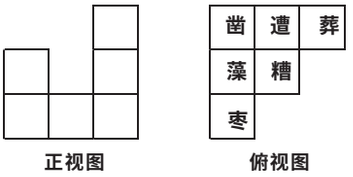


图 1-2-18

自我评价

第二节　空间几何体的三视图和直观图

第二讲　空间几何体的直观图

问题探知

某校要建造一座图书馆，为了更好地吸纳全校师生员工的意见，于是请设计院画出图书馆的立体效果图（图书馆的直观图）．那么空间几何体的直观图是怎样画出来的呢？

教材全解

重点 1　水平放置的平面图形的斜二测画法的步骤

(1) 在已知图形中取互相垂直的 x 轴和 y 轴，两轴相交于点 O．画直观图时，把它们画成对应的 x' 轴与 y' 轴，两轴交于点 O'，且使 $\angle x'O'y'=45°$（或 $135°$），它们确定的平面表示水平面．

(2) 已知图形中平行于 x 轴或 y 轴的线段，在直观图中分别画成平行于 x' 轴或 y' 轴的线段．

(3) 已知图形中平行于 x 轴的线段，在直观图中保持原长度不变，平行于 y 轴的线段，长度为原来的一半．

在线课堂

(1) ①“斜”：互相垂直的 Ox，Oy 轴画线 $O'x'$，$O'y'$ 轴，使 $\angle x'O'y'=45°$ 或 $135°$．

②“二测”：横不变，纵折半．

(2) 为了简便，如果要求不太严格，那么长度和角度可“适当地”选取，只要有一定的立体感就可以了．

例 1]　画水平放置的等腰梯形 $ABCD$ 的直观图．

思路导引

画水平放置的平面多边形的直观图关键是确定多边形的顶点位置．确定点的位置，一般借助于与坐标轴平行的线段，也可以借助于平面直角坐标系．

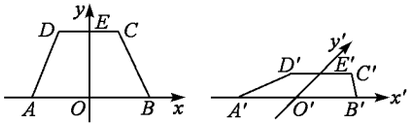


图 1-2-19

画法：如图 1-2-19，(1) 在等腰梯形 $ABCD$ 中，以 AB 为 x 轴．AB 的中点 O 为坐标原点建立直角坐标系 xOy，并画相应的坐标系 $x'O'y'$，并使 $\angle x'O'y'=45°$．

(2) 以 O' 为中点在 $O'x'$ 轴上取 $A'B'=AB$，在 $O'y'$ 轴上取 $O'E'=\frac{1}{2}OE$，以 E' 为中点，过 E' 作 $D'C'$ 平行于 x' 轴，并使 $D'C'=DC$，连结 $A'D'$，$B'C'$，所得梯形 $A'B'C'D'$ 即为 $ABCD$ 水平放置的直观图．

方法技巧

平面图形用其直观图表示时，一般说来，直线的平行关系不变；点的共线性不变；线的共点性不变；但角的大小有变化（特别是垂直关系发生变化）；有些线段的度量关系也发生变化．因此，图形的形状发生变化，这种变化，目的是为了使图形富有立体感．

例 2]　已知正三角形 ABC 的边长为 a，那么 $\triangle ABC$ 的平面直观图 $\triangle A'B'C'$ 的面积为　（　）

A. $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$　B. $\frac{\sqrt{3}}{8}a^2$　C. $\frac{\sqrt{6}}{8}a^2$　D. $\frac{\sqrt{6}}{16}a^2$

思路导引

先根据题意，画出直观图，然后根据直观图 $\triangle A'B'C'$ 的边长及夹角求解．

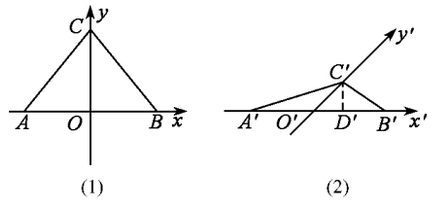


图 1-2-20

解：如图 1-2-20 (1)、(2) 所示的实际图形和直观图，由 (2) 可知，$A'B'=AB=a$，$O'C'=\frac{1}{2}OC=\frac{\sqrt{3}}{4}a$，在图 (2) 中作 $C'D'\perp A'B'$ 于 D'，则 $C'D'=\frac{\sqrt{2}}{2}O'C'=\frac{\sqrt{6}}{8}a$，

$\therefore S_{\triangle A'B'C'}=\frac{1}{2}A'B'\cdot C'D'=\frac{1}{2}a\times\frac{\sqrt{6}}{8}a=\frac{\sqrt{6}}{16}a^2$．

方法技巧

本例是求直观图的面积，因此应在直观图中求解，需求出直观图的底和高，然后用三角形面积公式求解．

随堂练习

1．用斜二测画法画水平放置的圆的直观图．（不写画法）

重点 2　空间几何体的直观图画法

在线课堂

空间几何体的直观图画法的步骤：

(1) 在已知图形中取水平平面，取互相垂直的轴 Ox、Oy，再取 Oz 轴，使 $\angle xOz=90°$，且 $\angle yOz=90°$；

(2) 画直观图时，把它们画成对应的轴 $O'x'$、$O'y'$、$O'z'$，使 $\angle x'O'y'=45°$（或 $135°$），$\angle x'O'z'=90°$. $x'O'y'$ 所确定的平面表示水平平面；

(3) 已知图形中平行于 x 轴、y 轴或 z 轴的线段，在直观图中分别画成平行于 x' 轴、y' 轴或 z' 轴的线段；

(4) 已知图形中平行于 x 轴和 z 轴的线段，在直观图中保持长度不变；平行于 y 轴的线段，长度为原来的一半.

[例 3]　如图 1-2-21，已知几何体的三视图，用斜二测画法画出它的直观图.

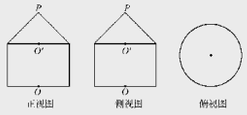


图 1-2-21

思路导引

由几何体的三视图知道，这个几何体是一个简单组合体，它的下部是一个圆柱，上部是一个圆锥，并且圆锥的底面与圆柱的上底面重合. 我们可以先画出下部的圆柱，再画出上部的圆锥.

画法：如图 1-2-22，(1) 画轴. 画 x 轴、y 轴、z 轴，使 $\angle xOy=45°$，$\angle xOz=90°$.

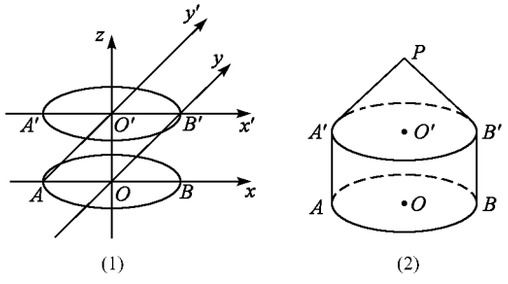


图 1-2-22

(2) 画圆柱的两底面. 画出底面 $\odot O$. 在 z 轴上截取 O'，使 OO' 等于三视图中相应高度，过 O' 作 Ox 的平行线 $O'x'$，Oy 的平行线 $O'y'$，利用 $O'x'$ 与 $O'y'$ 画出底面 $\odot O'$（与画 $\odot O$ 一样）.

(3) 画圆锥的顶点. 在 Oz 上截取点 P，使 PO' 等于三视图中相应的高度.

(4) 成图. 连结 PA'，PB'，$A'A$，$B'B$，整理得到三视图表示的几何体的直观图.

随 堂 练 习

2. 画长、宽、高分别为 5cm、4cm、3cm 的长方体的直观图（不写画法）.

重点 3　平行投影与中心投影

中心投影：一个点光源把一个图形照射到一个平面上，这个图形的影子就是它在这个平面上的中心投影.

在线课堂

(1) 中心投影和平行投影都是空间图形的基本画法. 平行投影包括斜二测法和三视图. 中心投影后的图形与原图形相比虽然改变较多，但直观性强，看起来与人的视觉效果一致，最像原来的物体.

(2) 画实际效果图，一般用中心投影法；画立体几何中的图形，一般用平行投影法.

(3) 平行投影的投影线互相平行，而中心投影的投影线相交于一点.

(4) 空间几何体在平行投影与中心投影下有不同的表现形式. 图 1-2-23 (1) 是中心投影下正方体的直观图，图 1-2-23 (2) 是平行投影下正方体的直观图.

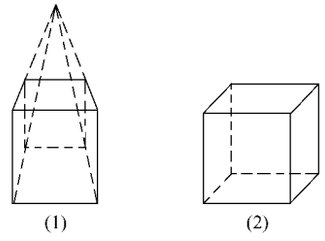


图 1-2-23

[例 4]　有下列说法：

①从投影的角度看，三视图和斜二测画法画出的直观图都是在平行投影下画出来的空间图形；

②平行投影的投影线互相平行，中心投影的投影线相交于一点；

③空间图形经过中心投影后，直线仍变成直线，但平行线可能变成了相交的直线；

④空间几何体在平行投影与中心投影下有不同的表现形式.

其中正确命题有　　(　　)

A. 1 个　　B. 2 个　　C. 3 个　　D. 4 个

思路导引

利用平行投影与中心投影的概念逐一判断.

解 以上四句话都正确.

∴ 应选 D.

研讨应用

有两位同学对两道题的解答如下,请判断正误.

甲生:

画出图 1-2-24 (1) 中四边形 $OABC$ 的直观图.

解 如图 1-2-24 (2),

作$\angle C'O'B'=45°$,其中 $O'B'$ 是水平的,$O'B'=4$,$O'D'=3$,$O'C'=1$,

过 D' 作$\angle B'D'A'=90°$,设$A'D'=1$.

顺次连结 $O'A'$,$A'B'$,$B'C'$,所得四边形 $O'A'B'C'$ 即为 $OABC$ 的直观图.

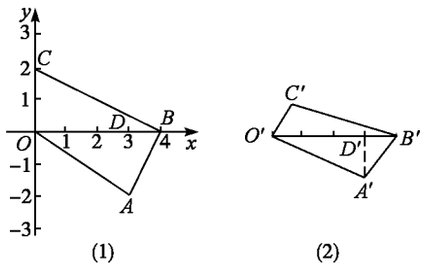


图 1-2-24

乙生:

如图 1-2-25 (1),已知一四边形 $ABCD$ 的水平放置的直观图是一个边长为 2 的正方形.请画出这个四边形的真实图形.

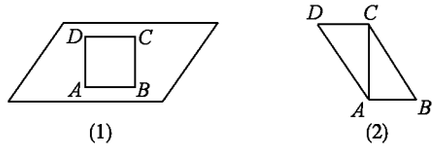


图 1-2-25

解:∵直观图中 $CD/\!/AB$,$AB=CD=2$,$\angle BAC=45°$,

∴真实图形 $ABCD$ 中,$AB/\!/CD$ 中,$AB=CD=2$,$\angle BAC=90°$,$AC=2\sqrt{2}$,由此画出如图 1-2-25 (2) 所示的真实图形.

师:

甲生的错误在于未把$\angle B'D'A'$画成 135°;乙生的错误在于将真实图形中 AC 的长 $4\sqrt{2}$画成了 $2\sqrt{2}$.正确的直观图分别如图 1-2-26 (1)、(2) 所示.

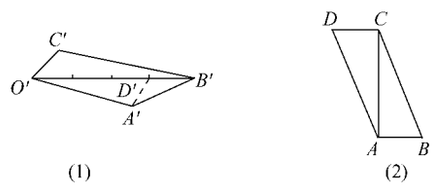


图 1-2-26

要点记忆

特别提示:

空间几何体的三视图能得到它的直观图.同时,也能由空间几何体的直观图得到它的三视图.

易错点:

已知图形中平行于 x 轴和 z 轴的线段,在直观图中保持长度不变;平行于 y 轴的线段,长度为原来的一半.

心得笔记

[问题探知]　空间几何体的直观图是运用斜二测画法画出来的

课后作业

班级_____　姓名_____　分数_____

[基础演练]

1. 判断下列结论是否正确，正确的在括号内划“√”，错误的划“×”.

(1) 角的水平放置的直观图一定是角.　(　　)

(2) 相等的角在直观图中仍然相等.　(　　)

(3) 相等的线段在直观图中仍然相等.　(　　)

(4) 若两条线段平行，则在直观图中对应的两条线段仍然平行.　(　　)

2. 利用斜二测画法得到的

①三角形的直观图是三角形；

②平行四边形的直观图是平行四边形；

③正方形的直观图是正方形；

④菱形的直观图是菱形.

以上结论正确的是　(　　)

A. ①②　B. ①③　C. ③④　D. ①②③

3. 图 1-2-27 为水平放置的正方形 $ABCO$，它在直角坐标系 xOy 中点 B 的坐标为 (2,2)，则在用斜二测画法画出的正方形的直观图中，顶点 B' 到 x' 轴的距离为　(　　)

A. $\frac{1}{2}$　B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$　C. 1　D. $\sqrt{2}$

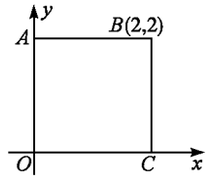


图 1-2-27

4. 如图 1-2-28，$\triangle A'B'C'$ 是水平放置的 $\triangle ABC$ 的直观图，则在 $\triangle ABC$ 的三边及中线 AD 中，最长的线段是　(　　)

A. AB　B. AD　C. BC　D. AC

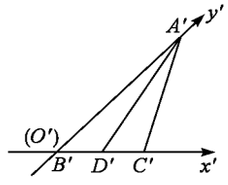


图 1-2-28

[综合测试]

5. 画出水平放置的边长为 4cm 的正三角形的直观图，并在图中画出这个三角形的三条高线.

6. 画长、宽、高分别等于 4cm，3cm，2cm 的长方体的直观图.

[探究升级]

7. 如图 1-2-29，已知几何体的三视图，用斜二测画法画出它的直观图.

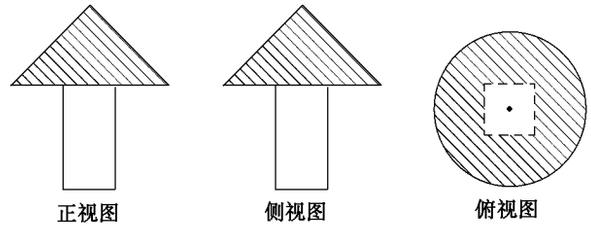


图 1-2-29

自我评价

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com