新世纪版中学学科同步训练 粤月悦丛书

主编 郭维亮

编者 刘芳英 冯立明

李景宽 马 明

ABC

高中数学

（年级用）

上海科学技术出版社

内 容 提 要

本丛书是根据全日制普通高级中学的教学大纲分学科编写而成的. 本丛书符合各学科的教学目的和要求.

本书是供高中一年级学生使用的代数分册，根据课本内容按章编写. 每一章分设"知识要点与学习水平"、"典型例题"、"练习"及"单元自测"."知识要点与学习水平"归纳了对学生不同要求的知识点;"典型例题"使学生深入理解并灵活运用所学的知识;"练习"及"单元自测"帮助考察学生学习的效果并训练学生解决问题的能力. 另外，书中设有"阶段自测"及两个学期的期末自测. 书末附有答案.

新世纪版中学学科同步训练 ABC 丛书
高 中 数 学
（一年级用）
主编　郭维亮
编者　刘芳英　冯立明　李景宽　马　明
上海科学技术出版社出版、发行
（上海瑞金二路 450 号　邮政编码 200020）
新华书店上海发行所经销　　上海 XXXX 印刷厂印刷
开本 787×1092　1/16　印张 XXX　字数 XXX 000
2002 年 6 月第 1 版　　2002 年 6 月第 1 次印刷
印数：1—XXX 000
ISBN 7-5323-6523-9/G・1468
定价：XXX. XX 元

出版说明

《新世纪版中学学科同步训练ABC》丛书是以全日制普通高级中学语文、数学、英语、物理、化学教学大纲为依据分学科编写的学习辅导参考用书.它与当前的教学有一定的同步性,并符合以上五门学科的教学目的和要求,成为教师指导学生学习的极好助学手段.

本丛书的特点是用A、B、C三级训练方式,体现教材单元的知识坡度;体现学生学习过程的自我评价和循序渐进.

A级——面向全国各地区的学生.这一级训练的水平体现教育大纲中最基本的要求.

B级——用以提高学生综合应用知识的能力.这一级训练是体现培养能力和发展智力,体现大多数学生应达到的水平.

C级——配有适当比例的竞赛类、趣味类、智力训练等题目,以开拓学生的知识面,提高灵活解题的技巧和能力.

整套丛书训练题的设计特色,既体现知识体系,又符合学生实际水平与认知规律,重视直观性与操作性,书末均附有答案,可供学生在练习后进行自测检查.

上海科学技术出版社

2002年春

目录

第一章

集合与简易逻辑

一、集　　合

1.1　集合

要点整理

1. 集合是一个原始的、不定义的概念，它可描述为__________________.集合中每个对象叫这个集合的__________，元素与集合的关系是________，用符号______表示.

2. 集合中元素的性质有______、______.

3. 常见数集可记为实数集____、有理数集____、整数集____、自然数集____，它们中去掉零以后的集合分别记为____、____、____、____.

4. 集合的表示方法主要有______和______法，有时也用平面上的一条封闭曲线(文氏图)表示.描述法的形式为 $\{x \mid P(x)\}$，其中竖线左边 x 是代表元素，竖线右边 $P(x)$ 表示集合中元素的公共属性.

5. 集合按其中元素个数来分，可分为____集和____集，空集 $\varnothing$ 属____集.

典型例题

例 1　考察下列各组对象能否构成一个集合？若能构成集合，是有限集还是无限集？

(1) 直角三角形；　　(2) 很小的正数；

(3) π 的近似值；　　(4) 能被 3 整除的数；

(5) 本班跑得快的同学；　　(6) 坐标平面内不在坐标轴上的点.

分析　(1) 对任给的一个三角形，可以确定是不是直角三角形，即“是直角三角形”与“不是直角三角形”，两者必居其一，且只居其一，故“直角三角形”可以构成一个集合，是一个无限集.类似地，(4)、(6)也能构成集合，且都是无限集；

(2)“很小”无明确标准，对一个给定的正数，是否“很小”无法客观地判定，因此，“很小的正数”不能构成集合.类似地，(3)、(5)也不能构成集合.

解　略.

例 2　指出下列集合中的元素：

(1) $\{x \in \mathbf{N} \mid x(x^2-1)=0\}$；

(2) $\left\{x \in \mathbf{Z} \,\middle|\, \begin{cases} x+2>0, \\ x-3 \leqslant 0 \end{cases}\right\}$；

(3) $\{x \mid x-1>2\}$;

(4) $\{n \mid m=2n-1, n\in \mathbf{Z}\}$;

(5) $\{n \mid n=3k+1, k\in \mathbf{Z}\}$;

(6) $\{y\in \mathbf{N} \mid y=6-x, x\in \mathbf{N}\}$;

(7) $\{(x,y) \mid y=6-x, x\in \mathbf{N}, y\in \mathbf{N}\}$;

(8) $\{y=6-x\}$;

(9) $\{x\in \mathbf{R} \mid x^2+1=0\}$.

解 (1) $\{x\in \mathbf{N} \mid x(x^2-1)=0\}$的元素是方程 $x(x^2-1)=0$ 的自然数解 0 和 1;

(2) $\left\{x\in \mathbf{Z} \,\middle|\, \begin{cases} x+2>0, \\ x-3\leqslant 0 \end{cases}\right\}$的元素是不等式组$\begin{cases} x+2>0, \\ x-3\leqslant 0, \end{cases}$即不等式$-2<x\leqslant 3$ 的整数解 $-1,0,1,2,3$;

(3) $\{x \mid x-1>2\}$的元素是不等式 $x-1>2$ 的解,即大于 3 的实数;

(4) $\{n \mid m=2n-1, n\in \mathbf{Z}\}$的元素是所有奇数;

(5) $\{n \mid n=3k+1, k\in \mathbf{Z}\}$是所有被 3 除余 1 的整数;

(6) $\{y\in \mathbf{N} \mid y=6-x, x\in \mathbf{N}\}$的元素是当 x 取自然数,满足条件 $y=6-x$ 的自然数 y 的值 $0,1,2,3,4,5,6$;

(7) $\{(x,y) \mid y=6-x, x\in \mathbf{N}, y\in \mathbf{N}\}$的元素是满足条件 $y=6-x$ 的有序自然数对 $(0,6),(1,5),(2,4),(3,3),(4,2),(5,1),(6,0)$;

(8) $\{y=6-x\}$的元素是二元一次方程 $y=6-x$;

(9) $\{x\in \mathbf{R} \mid x^2+1=0\}$为空集,集合中没有元素.

点评 在描述法给出的集合 $\{x \mid P(x)\}$中,竖线左边是代表元素,竖线右边为集合中元素的属性,当属性相同而代表元素不同时,是不同的集合,如(6)、(7)中,尽管其属性$P(x)$:$y=6-x$ 是相同的,但一个是数集,一个为点集(有序自然数对).

例 3 用适当的方法表示下列集合:

(1) 方程$(x^2-4)(x^2-x-2)=0$ 的解集;

(2) 满足$|x|=x$ 的 x 值的集合;

(3) 不大于 20 的正质数;

(4) 偶数集;

(5) 两腰之和等于两底之和的梯形的集合;

(6) 函数 $y=x^2-3$ 的函数值的集合;

(7) 函数 $y=x^2-3$ 的图象上的点的集合;

(8) 坐标平面上坐标轴上的点的集合.

解 (1) $\{x \mid (x^2-4)(x^2-x-2)=0\}$或 $\{-2,-1,2\}$;

(2) $\{x \mid |x|=x\}$或 $\{x \mid x\geqslant 0\}$;

(3) {不大于 20 的正质数}或 $\{2,3,5,7,11,13,17,19\}$;

(4) {偶数}或 $\{n \mid n=2k, k\in \mathbf{Z}\}$;

(5) {两腰之和等于两底之和的梯形};

(6) $\{y \mid y=x^2-3, x\in \mathbf{R}\}$;

(7) $\{(x,y) \mid y=x^2-3, x\in \mathbf{R}\}$;

(8) $\{(x,y)\mid xy=0\}$.

例 4 求数集 $\{x,x^2-x\}$ 中 x 的取值范围.

解 根据集合中元素的互异性,知 $x\neq x^2-x$,解得 $x\neq 0$,且 $x\neq 2$,所以 x 的取值范围是 $x\in\mathbf{R}$,且 $x\neq 0$,$x\neq 2$.

例 5 已知集合 $A=\{0,a\}$,且 $\dfrac{a}{a-1}\in A$,求实数 a 的值.

解 $\because$ $\dfrac{a}{a-1}\in A$, $\therefore$ $\dfrac{a}{a-1}=0$ 或 $\dfrac{a}{a-1}=a$,

$\therefore$ $a=0$ 或 $a=2$.

当 $a=0$ 时,$A=\{0,0\}$(不合题意,舍去).

$\therefore$ $a=2$.

练习一(A 级)

1. 用符号 $\in$ 或 $\notin$ 填空:

(1) -3 ____ $\{x\mid x>-5\}$;$2\sqrt{3}$ ____ $\{x\mid x<\sqrt{11}\}$;

$\dfrac{1}{\sqrt{2}+1}-\dfrac{1}{\sqrt{2}-1}$ ____ $\mathbf{N}$;$m-m$ ____ $\mathbf{N}$;

(2) $(1,-2)$ ____ $\{(x,y)\mid x-y=3\}$;$(-1,1)$ ____ $\{y\mid y=x^2\}$;3 ____ $\{y\mid y=x^2,x\in\mathbf{R}\}$;

(3) 0 ____ $\{0\}$,0 ____ $\varnothing$,$\{0\}$ ____ $\{0,\{0\}\}$,0 ____ $\{1,\{0\}\}$,$\mathbf{R}$ ____ $\{\mathbf{R}\}$.

2. 选择题*:

(1) 下列各组对象中,能够构成集合的有( )

① 最小的自然数;② 最大的负数;③ 很大的正数;④ 凸多边形.

(A) 1 个. (B) 2 个. (C) 3 个. (D) 4 个.

(2) 关系式:① $\sqrt{2}\in\mathbf{R}^*$;② $0\in\mathbf{N}$;③ $0.\dot{3}\notin\mathbf{Q}$;④ $\pi\in\{x\mid x>\sqrt{10}\}$ 中,正确的有( )

(A) 1 个. (B) 2 个. (C) 3 个. (D) 4 个.

(3) 下列各结论正确的是( )

(A) 方程 $(x^2-2x+1)(x+2)=0$ 的解集为 $\{1,1,-2\}$.

(B) 数集 $\{x,x^2\}$ 中,元素 $x\in\mathbf{R}^*$.

(C) 集合 $\{x\in\mathbf{R}\mid x^2-x+1=0\}$ 为空集.

(D) 集合 $\{x\in\mathbf{R}\mid 0\leqslant x\leqslant 1\}$ 是有限集.

(4) 下列各集合中,空集是( )

(A) $\{x\mid x+1=-1\}$. (B) $\{x\in\mathbf{R}\mid x^2<-x\}$.

(C) $\{x\in\mathbf{R}\mid (x-1)^2=0\}$. (D) $\{x\in\mathbf{R}\mid |x|<x\}$.

(5) 方程组 $\begin{cases}x+y=1,\\x-y=3\end{cases}$ 的解集为( )

---

* 本书中的选择题,每个小题都给出了代号为 A、B、C、D 的四个结论,其中只有一个结论是正确的,把你认为是正确的结论的代号写在题后的括号内,下同.

(A) $(2,-1)$.　　　　(B) $\{2,-1\}$.

(C) $\{(2,-1)\}$.　　　　(D) $\{(x,y)|x=2$ 或 $y=-1\}$.

3. 用适当的方法表示下列集合：

(1) 小于 10 的自然数集；

(2) 被 5 除余 2 的数的集合；

(3) 最大的负整数和最小的正整数的集合；

(4) 坐标平面内,不在坐标轴上的点的集合；

(5) 大于 -1 且不大于 2 的实数集合；

(6) 方程组 $\begin{cases} x+y=1, \\ y+z=3, \\ x+z=-2 \end{cases}$ 的解集；

(7) 二次函数 $y=x^2-4x-1$ 的函数值的集合；

(8) 二次函数 $y=x^2-4x-1$ 的图象上的点的集合.

4. 填空题：

(1) 用列举法表示集合 $\{x|x(x+1)(x^2-1)=0\}=$________；

(2) $\begin{cases} x+1>0, \\ x-1>0 \end{cases}$ 的解集为________，$\begin{cases} x+1<0, \\ x-1<0 \end{cases}$ 的解集为________，$\begin{cases} x+1>0, \\ x-1<0 \end{cases}$ 的解集为________，$\begin{cases} x+1<0, \\ x-1>0 \end{cases}$ 的解集为________；

(3) 设集合 $A=\{x|x+1\geqslant 5\}$，$B=\{y|y=x^2-2x+5\}$，若 $x\in A$，则 x ____ B；若 $y\in B$，则 y ____ A.

(4) 集合 $P=\{$有一个角为$30°$，有一条边长为 3 cm的等腰三角形$\}$中，有____个元素；

(5) 对于集合 $A=\{0,1,2,3,4\}$，若 $a\in A$，则 $3-a\in A$，则 a 的值的集合为________.

(6) 集合 $M=\{(x,y)|x+y=3, x\in \mathbf{N}, y\in \mathbf{N}\}$ 用列举法表示为________.

5. 已知方程 $ax+b=0$. 当 a、b 为何值时

(1) 解集为有限集？

(2) 解集为无限集？

6. 已知集合 $A=\{x\in \mathbf{R}|ax^2-4x+1=0, a\in \mathbf{R}\}$.

(1) 若 A 中只有一个元素. 求出这个元素及这时 a 的值的集合；

(2) 若 A 中至少有一个元素，求 a 的值的集合；

(3) 若 A 为空集，求 a 的值的集合.

1.2　子集、全集、补集

要点整理

1. 对于两个集合 A 与 B，当____________________，我们就说集合 A 包含于集合 B，或集合 B 包含集合 A，记作________(或______)，也说集合 A 是集合 B 的子集. 这就是说，如果由任一 $x\in A$，可以推出 $x\in B$，那么集合 A 就是集合 B 的子集.

当集合 A 的元素都不是或不都是集合 B 的元素时，则集合 A 不包含于集合 B，记作

____(或____).

2. 若 $A\subseteq B$,且 B 中至少有一个元素不是集合 A 的元素时,我们称集合 A 是集合 B 的________,记作 $A\subsetneqq B$(或 $B\supsetneqq A$),符号"$\subsetneqq$"和"$\supsetneqq$"表示两个集合包含且不相等.

若 $A\subseteq B$,且 $B\subseteq A$,我们称集合 A 与集合 B ____,记作____. 这就是说,"$A\subseteq B$"中包含了 A 真包含于 B 或 A 等于 B 两种情况.

3. 空集是任何集合的子集,是任何非空集合的真子集.

4. 符号"$\in$"和"$\notin$"表示元素与集合的关系,符号"$\subseteq$"和"$\nsubseteq$"表示两集合间的关系.

5. 若集合 $A\subseteq B$,则由 $x\in B$,且 $x\notin A$ 的 x 组成的集合叫做 B 中子集 A 的补集,记作____,即____________. 若集合 S 含有我们要研究的各个集合的全部元素,则 S 可以看作________,它通常用____表示. 全集是相对于我们研究的集合来说的,是一个相对概念.

典型例题

例 1 已知集合 A 满足 $\{a,b\}\subsetneqq A\subseteq\{a,b,c,d\}$. 求所有满足条件的 A.

解 由 $\{a,b\}\subsetneqq A$ 知 $\{a,b\}$ 是 A 的真子集,所以 A 中至少含有 a,b 外的一个元素. 又 $A\subseteq\{a,b,c,d\}$,所以 A 的元素都在 $\{a,b,c,d\}$ 中. 因此 A 可能是 $\{a,b,c\}$、$\{a,b,d\}$、$\{a,b,c,d\}$.

点评 (1) 若集合 P 是 Q 的真子集,则首先 Q 中含有 P 中所有元素,再就是 Q 中至少有一个元素不在 P 中;

(2) 若集合 $A\subseteq B\subseteq C$,求满足条件的集合 B 的个数,实质是求 $\complement_C A$ 的子集数. 若求满足 $A\subsetneqq B\subseteq C$ 的集合 B 的个数,实质是求 $\complement_C A$ 的非空子集个数.

例 2 已知集合 $P=\{a,b,c\}$.

(1) 若 $x\in P$,求 x;

(2) 若 $Q\subseteq P$,求 Q;

(3) 若集合 $M=\{m\mid m\subsetneqq P\}$,确定集合 M 与集合 P 的关系.

解 (1) 由 $x\in P$ 知 x 是 P 的元素,所以 $x=a$ 或 $x=b$ 或 $x=c$;

(2) 由 $Q\subseteq P$ 可知 Q 为 P 的子集,所以 Q 的一切可能是:$\varnothing$, $\{a\}$, $\{b\}$, $\{c\}$, $\{a,b\}$, $\{a,c\}$, $\{b,c\}$, $\{a,b,c\}$;

(3) 由 $M=\{m\mid m\subsetneqq P\}$,可知集合 M 的元素是集合 P 的真子集,所以 P 的真子集都是集合 M 的元素,但 P 不是 P 的真子集,所以 $P\notin M$.

例 3 已知集合 $A=\{x\mid -2<x<3\}$,$B=\{x\mid 2m-1<x<m+1\}$,若 $B\subseteq A$,求 m 的取值范围.

解 $\because$ $B\subseteq A$,

$$\therefore \begin{cases} m+1\geqslant 2m-1, \\ m+1\leqslant 3, \\ 2m-1\geqslant -2 \end{cases} \quad 或\ m+1<2m-1,$$

解不等式组,得 $-\dfrac{1}{2}\leqslant m\leqslant 2$ 或 $m>2$.

综上所述,得 $m\geqslant -\dfrac{1}{2}$.

点评 空集是任何集合的子集,若 $B\subseteq A$,则 B 可以为空集,所以有 $m+1<2m-1$.

例 4 设全集 $U=\{1,2,x^2+x-9\}$，$A=\{1,|x-1|\}$，$\complement_U A=\{3\}$，求实数 x 的值.

解法一 $\because$ $\complement_U A=\{3\}$，$\therefore$ $3\in U$ 且 $3\notin A$.

$\therefore$ $x^2+x-9=3$，解方程，得 $x=3$ 或 $x=-4$.

当 $x=3$ 时，$|x-1|=2$，这时 $A=\{1,2\}$，符合题意.

当 $x=-4$ 时，$|x-1|=5\notin U$，不合题意.

$\therefore$ x 的值是 3.

解法二 $\because$ $\complement_U A=\{3\}$，$\therefore$ $3\in U$，$3\notin A$，又 $A\subseteq U$，$\therefore$ $2\in A$.

$\therefore$ $x^2+x-9=3$，且 $|x-1|=2$.

解方程，得 $x=3$ 或 $x=-4$，且 $x=3$ 或 $x=-1$，$\therefore$ $x=3$.

点评 由 $\complement_U A=\{3\}$ 求得 $x=3$ 或 $x=-4$ 后，验证其是否满足 $A\subseteq U$ 是必要的，否则会误认为 -4 也为所求的值.

练习二（A 级）

1. 用符号 $\in$、$\notin$、$\subseteq$、$\not\subseteq$、$\subsetneqq$ 或 $=$ 填空：

0 __ $\mathbf{N}$，$\{0\}$ __ $\mathbf{N}$，$\varnothing$ __ $\mathbf{N}$，$\varnothing$ __ $\{0\}$，$\mathbf{N}$ __ $\mathbf{Z}$，$\mathbf{Z}$ __ $\mathbf{Q}^*$，$\mathbf{Q}^*$ __ $\mathbf{R}^*$，$\varnothing$ __ $\{x\mid x^2=0\}$，$\{x\mid x>-1\}$ __ $\{x\mid 0<x<1\}$，$\{x\mid x=2k-1,k\in\mathbf{Z}\}$ __ $\{x\mid x=2k+1,k\in\mathbf{Z}\}$，$\left\{x\,\middle|\,x=\frac{k}{2}+1,k\in\mathbf{Z}\right\}$ __ $\left\{x\,\middle|\,x=k+\frac{1}{2},k\in\mathbf{Z}\right\}$.

2. 选择题：

（1）下列各结论不正确的是（　　）

（A）任何集合都有子集.

（B）任一非空集合至少有两个不同子集.

（C）一个无限集的子集有可能是无限集.

（D）空集是任何集合的真子集.

（2）设集合 $P=\{x\mid\sqrt{x}=0\}$，则下列各式中正确的是（　　）

（A）$P=0$.　（B）$P=\varnothing$.　（C）$\varnothing\in P$.　（D）$\varnothing\subsetneqq P$.

（3）已知全集 $U=\{0,1,2\}$，$\complement_U A=\{0\}$，则集合 A 的真子集共有（　　）

（A）2 个.　（B）3 个.　（C）4 个.　（D）7 个.

（4）在关系式：① $\varnothing\subsetneqq\{\varnothing\}$；② $\varnothing\in\{\varnothing\}$；③ $\varnothing\subsetneqq\{0\}$；④ $\varnothing\neq\{\varnothing\}$；⑤ $0\notin\varnothing$；⑥ $\varnothing\neq\{0\}$ 中，正确的有（　　）

（A）3 个.　（B）4 个.　（C）5 个.　（D）6 个.

（5）已知集合 $P=\{(x,y)\mid xy>0,x\in\mathbf{R},y\in\mathbf{R}\}$，$S=\{(x,y)\mid x>0$ 且 $y>0,x\in\mathbf{R},y\in\mathbf{R}\}$，则有（　　）

（A）$P\subseteq S$.　（B）$S\subseteq P$.　（C）$P=S$.　（D）$P\not\supseteq S$.

3. 已知集合 $M=\{m\mid m\leqslant\sqrt{5}\}$，$a=\sqrt{3}+1$，则 a ____ M，$-a$ ____ M，$\{a\}$ ____ M，$\{-a\}$ ____ M，$\{a,-a\}$ ____ M.

4. 设集合 $A=\{x,x^2,xy\}$，$B=\{1,x,y\}$，且 $A=B$，求实数 x、y 的值.

5. 已知集合 $A=\{(x\in\mathbf{R})\mid ax^2-2x+1=0\}$，$B=\{1,2\}$，且 $A\subsetneqq B$，求实数 a 的集合.

6. 设全集 $U=\{三角形\}$，集合 $A=\{直角三角形\}$，$B=\{等腰三角形\}$，$C=\{锐角三角形\}$，求

$\complement_U A$，$\complement_U B$，$\complement_U C$.

7. 设全集 $U=\{x\mid x^2-x-6=0\}$，$A=\{x\in\mathbf{R}\mid x^2-ax+b=0\}$，**若** $\complement_U A=\varnothing$，**求实数** a、b **的值.**

1.3 交集、并集

要点整理

1. ________________**叫做集合** A **和集合** B **的交集，记作** $A\cap B$，**即** $A\cap B=\{x\mid x\in A$，**且** $x\in B\}$. ________________**叫做集合** A **与集合** B **的并集，记作** $A\cup B$，**即** $A\cup B=\{x\mid x\in A$，**或** $x\in B\}$.

2. **由交集和并集的定义可知，若** $A\cap B=A$ **或** $A\cup B=B$，**皆可推出** $A\subseteq B$，**反之亦然. 由其定义还可以推知** $A\cap B$ __ A，$A\cap B$ __ B，$A\cup B$ __ A，$A\cup B$ __ B. **若** $A\subseteq S$，**则** $A\cap\complement_S A=$ ____，$A\cup\complement_S A=$ ____.

典型例题

例 1　已知集合 $A=\left\{x\,\middle|\,\begin{cases}x-3\leqslant 0,\\x+1>0\end{cases}\right\}$，$B=\left\{x\,\middle|\,x+3>\dfrac{9}{2}\right\}$，$C=\{x\mid x-5<1\}$. **求** $A\cap B$、$A\cap C$、$A\cup B$ **和** $B\cup C$.

解　$A=\left\{x\,\middle|\,\begin{cases}x-3\leqslant 0,\\x+1>0\end{cases}\right\}=\{x\mid -1<x\leqslant 3\}$，

$B=\left\{x\,\middle|\,x+3>\dfrac{9}{2}\right\}=\left\{x\,\middle|\,x>\dfrac{3}{2}\right\}$，

$C=\{x\mid x-5<1\}=\{x\mid x<6\}$. **在数轴上表示出三个集合如图 1-1 所示.**

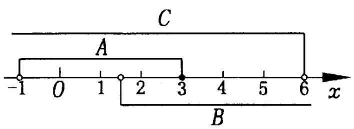

图　1-1

$$\therefore\ A\cap B=\{x\mid -1<x\leqslant 3\}\cap\left\{x\,\middle|\,x>\frac{3}{2}\right\}$$

$$=\left\{x\,\middle|\,\begin{cases}-1<x\leqslant 3,\\x>\dfrac{3}{2}\end{cases}\right\}=\left\{x\,\middle|\,\frac{3}{2}<x\leqslant 3\right\}.$$

$$A\cap C=\{x\mid -1<x\leqslant 3\}\cap\{x\mid x<6\}$$

$$=\left\{x\,\middle|\,\begin{cases}-1<x\leqslant 3,\\x<6\end{cases}\right\}$$

$$=\{x\mid -1<x\leqslant 3\}$$

$$A\cup B=\{x\mid -1<x\leqslant 3\}\cup\left\{x\,\middle|\,x>\frac{3}{2}\right\}$$

$$=\left\{x\,\middle|\,-1<x<3\text{，或 }x>\frac{3}{2}\right\}$$

$$=\{x\mid x>-1\}$$

$$B\cup C=\left\{x\,\middle|\,x>\frac{3}{2}\right\}\cup\{x\mid x<6\}$$

$=$______，$\complement_U A\cap\complement_U B=$______，$\complement_U(A\cup B)=$______，以上集合中，有相等关系的是______、______.

(3) 若 $\{3,4,m^2-3m-1\}\cap\{2m,-3\}=\{-3\}$，则 $m=$______.

(4) 若 $A=\{1,2,3,4,5\}$，$A\cap B=\{1,2,3\}$，$A\cup B=\{1,2,3,4,5,6\}$，则 $B=$______.

3. 已知集合 $A=\{x|x^2-px+15=0\}$，$B=\{x|x^2-5x+q=0\}$，且 $A\cap B=\{3\}$，求 p 与 q 的值.

4. 设全集 $U=\mathbf{R}$，集合 $M=\{y|y=x^2-m\}$，$N=\{y|y=-x^2+u\}$，若 $M\cap N=\{y|-1\leqslant y\leqslant 1\}$，

求(1) $\complement_U M\cap N$；(2) $M\cup\complement_U N$.

5. 已知集合 $A=\{(x,y)|x-2y=3\}$，$B=\{(x,y)|x=0\}$，$C=\{(x,y)|y=0\}$，求：

(1) $A\cap B$；(2) $A\cap C$；(3) $A\cap(B\cup C)$.

6. 设集合 $A\cap B=\varnothing$，若集合 $M=\{x|x\subseteq A\}$，$N=\{x|x\subseteq B\}$，求 $M\cap N$.

7. 设集合 $A=\{x\in\mathbf{R}|x^2+2x+p+2=0\}$，若 $A\cap\mathbf{R}^+=\varnothing$（其中 $\mathbf{R}^+$ 为正实数集），求实数 p 的取值范围.

8. 用文氏图表示下列集合（A、B、C 为全集 U 的子集）：

(1) $A\cap B\cap C$；(2) $A\cap B\cup C$；(3) $\complement_U A\cap B$；(4) $\complement_U A\cap\complement_U B$；(5) $\complement_U(A\cup B)$.

9. 已知集合 $A=\{x\in\mathbf{R}|3x^2+ax+b=0\}$，$B=\{x\in\mathbf{R}|3x^2-7x+c=0\}$，若 $A\cap B=\left\{-\frac{1}{3}\right\}$，$A\cup B=\left\{-\frac{1}{3},7,\frac{8}{3}\right\}$，求 A 和 B.

10. 设集合 $A=\{x|-2\leqslant x<1\}$，$B=\{x|x<a\}$.

(1) 若 $A\cap B=A$，求 a 的值的范围；

(2) 若 $A\cap B\supsetneqq\varnothing$，求 a 的值的范围；

(3) 若 $A\cup B=\{x|x<1\}$，求 a 的值的范围.

1.4 含绝对值的不等式解法

要点整理

1. 若 $a>b$，则 $a+c$ ____ $b+c$ 当 $c>0$ 时，ac ____ bc 当 $c<0$ 时，ac ____ bc.

2. $|a|=\left\{\begin{array}{l} \\ \end{array}\right.$______，$|a|$____$|-a|$，$|x-a|$____$|a-x|$ ；当 $m>0$ 时，$|mx|=m|x|$，当 $m<0$ 时，$|mx|=-m|x|$.

3. 方程 $|x|=a(a>0)$ 表示数轴上到原点的距离等于 a 的点的集合，方程 $|x-b|=a(a>0)$ 则表示数轴上到点 b 的距离____的点的集合 ；不等式 $|x|<a(a>0)$ 表示数轴上到原点距离______点的集合，$|x|>a(a>0)$ 表示数轴上到原点的距离______点的集合 ；不等式 $|x-b|<a(a>0)$ 表示数轴上到点 b 的距离______点的集合.

4. 不等式 $|x|<a(a>0)$ 的解集是______，$|x|>a(a>0)$ 的解集是______ ；$|ax+b|<c(c>0)$ 的解集是不等式______和______的解集的交集，可表示为 $-c<ax+b<c$ ；$|ax+b|>c(c>0)$ 的解集是不等式______和______的解集的并集，表示为 $\{x|ax+b<-c\}$ 或 $\{x|ax+b>c\}$.

典型例题

例 1 下列结论不正确的是(　　)

(A) 不等式组 $\begin{cases} x<3, \\ x>-1 \end{cases}$ 的解集是 $\{x \mid -1<x<3\}$.

(B) 不等式组 $\begin{cases} x<-3, \\ x>1 \end{cases}$ 的解集是 $\varnothing$.

(C) 不等式组 $\begin{cases} x>3, \\ x>-1 \end{cases}$ 的解集是 $\{x \mid x>-1\}$.

(D) 不等式组 $\begin{cases} x<3, \\ x<0 \end{cases}$ 的解集是 $\{x \mid x<0\}$.

分析 不等式组的解集是不等式组中各不等式的解集的交集，可以借助数轴来确定. 分别在数轴上标出各解集如图 1-3 所示.

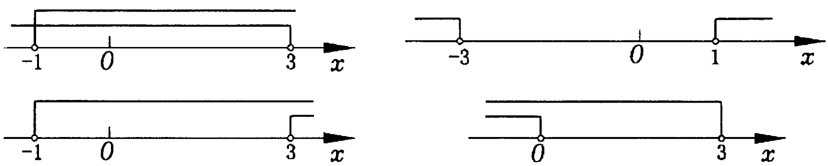

图 1-3

解 选(C).

例 2 解不等式：$|2x-3|>5$.

解 由绝对值的意义可知，原不等式可化为不等式组 $\begin{cases} 2x-3\geqslant 0, \\ 2x-3>5 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} 2x-3<0, \\ -(2x-3)>5. \end{cases}$

$\therefore$ $x>4$ 或 $x<-1$,

$\therefore$ 原不等式的解集为 $\{x \mid x<-1$ 或 $x>4\}$.

例 3 解关于 x 的不等式：

(1) $|x-a|<b$；(2) $|x+m|>n$.

解 (1) 当 $b\leqslant 0$ 时，$|x-a|<b$ 无解；

当 $b>0$ 时，原不等式可化为

$$-b<x-a<b,$$

整理，得　$a-b<x<a+b$.

$\therefore$ $b>0$ 时，原不等式的解集为 $\{x \mid a-b<x<a+b\}$.

$b\leqslant 0$ 时，原不等式解集为空集；

(2) 当 $n=0$ 时，$x\neq -m$；

当 $n<0$ 时，$x\in \mathbf{R}$；

当 $n>0$ 时，原不等式可化为

$$x+m<-n \text{ 或 } x+m>n,$$

整理，得　$x<-m-n$ 或 $x>-m+n$.

$\therefore$ 当 $n=0$ 时，原不等式解集为 $\{x \mid x\in \mathbf{R}$，且 $x\neq -m\}$；