新世纪版中学学科同步训练 粤月悦丛书

主编　郭维亮
编者　李以观　刘敏娟　李　芃

ABC 高中数学

（三年级用）

上海科学技术出版社

出版说明

《新世纪版中学学科同步训练 ABC》丛书是以全日制普通高级中学语文、数学、英语、物理、化学教学大纲为依据分学科编写的学习辅导参考用书。它与当前的教学有一定的同步性，并符合以上五门学科的教学目的和要求，成为教师指导学生学习的极好助学手段。

本丛书的特点是用 A、B、C 三级训练方式，体现教材单元的知识坡度；体现学生学习过程的自我评价和循序渐进。

A 级——面向全国各地区的学生。这一级训练的水平体现教学大纲中最基本的要求。

B 级——用以提高学生综合应用知识的能力。这一级训练是体现培养能力和发展智力，体现大多数学生应达到的水平。

C 级——配有适当比例的竞赛类、趣味类、智力训练等题目，以开拓学生的知识面，提高灵活解题的技巧和能力。

整套丛书训练题的设计特色，既体现知识体系，又符合学生实际水平与认识规律，重视直观性与操作性，书末均附有答案，可供学生在练习后进行自测检查。

上海科学技术出版社
2002 年春

目录

第一章

概率与统计

一、随机变量

1.1　离散型随机变量的分布列

要点整理

1. 什么叫做随机变量？
2. 什么叫做离散型随机变量？什么叫做连续型随机变量？
3. 离散型随机变量的分布列是怎样描述的？它具有哪些性质？
4. 什么样的随机变量服从二项分布？二项分布的特点与数学表示分别是怎样的？

典型例题

例 1　某同学计算得一随机变量 ξ 的概率分布如下：

ξ	0	1	2
p	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$

试说明该同学的计算结果是否正确.

解　∵　$\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}=\frac{6}{12}+\frac{4}{12}+\frac{3}{12}=\frac{13}{12}>1$，所以该同学的计算结果是错误的.

点评　由离散型随机变量的分布列的概念可知，表内第一行是随机变量 ξ 的所有可能的取值，以上数据对应的下一行即 ξ 取各个确定值的概率. 由概率的性质可知：任一离散性随机变量的概率分布都具有这样两条性质：

（1）$p_i\geqslant 0$，$i=1,2,3,\cdots$；

（2）$p_1+p_2+\cdots=1$.

而上述两个性质中的任一条被违反，都不可能是离散型随机变量的概率分布.

例 2　一袋中装有大小相同的 10 个红球，3 个白球，一个一个地从袋中取球，假设每个球被取到的可能性相同，在下列三种情况下，分别求出直到取出红球为止所需抽取的次数 ξ 的分布列.

（1）每次若取出白球，立即放回袋中，再取下一个球；

（2）每次若取出白球，不放回袋中，再取下一个球；

(3) 每次若取出白球,则以一红球代替,放回袋中,然后再取下一个球.

解 (1) 在这种情况下,每次取得红球的概率是$\frac{10}{13}$;取得白球的概率为$\frac{3}{13}$. 所以

$$p(\xi=k)=\left(\frac{3}{13}\right)^{k-1}\cdot\frac{10}{13},\ (k=1,2,3,\cdots).$$

(2) 在这种情况下,ξ 所有可能的值为:1,2,3,4.(因为一共 3 个白球,至多第 4 次必会取到红球),变量 ξ 有如下分布列:

ξ	1	2	3	4
p	$\frac{10}{13}$	$\frac{3}{13}\cdot\frac{10}{12}$	$\frac{3}{13}\cdot\frac{2}{12}\cdot\frac{10}{11}$	$\frac{3}{13}\cdot\frac{2}{12}\cdot\frac{1}{11}\cdot\frac{10}{10}$

(3) 这时 ξ 的可能取值为 1,2,3,4,其分布列如下:

ξ	1	2	3	4
p	$\frac{10}{13}$	$\frac{3}{13}\cdot\frac{11}{13}$	$\frac{3}{13}\cdot\frac{2}{13}\cdot\frac{12}{13}$	$\frac{3}{13}\cdot\frac{2}{13}\cdot\frac{1}{13}\cdot\frac{13}{13}$

点评 由于随机变量的取值依赖于试验结果,而试验结果的出现是有概率规律的,因此在研究随机变量时,重要的是搞清楚:它的所有可能的取值是什么?它取值的概率规律是什么?还要搞清楚用随机变量来表示随机事件的方法. 这样,才能完整地描述随机变量.

本例比较全面地反映了这样三种不同抽取方法下的 ξ 的分布列. 一种是有放回地抽取,由于这种抽取把抽取到的白球返回袋中,所以袋中红、白球的个数始终不变,即每次抽到红球(或白球)的概率始终不变;第二种是不放回地抽取,这种抽取改变了下一次抽取时抽取红球的概率,实际上除第一次抽取之外都是条件概率问题;第三种是有置换的抽取,由于以红球换白球,也改变了下一次抽取时,抽取红球的概率.

读者应认真领会本题中各种情况下分布列规律,以提高应变能力.

例 3 某新战士射击命中率为 0.2,必须进行多少次独立射击,才能使至少击中一次的概率:

(1) 不小于 0.9?

(2) 不小于 0.99?

解 这名战士射击命中率为 0.2,则不能命中的概率为 $1-0.2=0.8$. 他在几次独立射击中至少击中一次的概率为

$$1-(1-0.2)^n=1-0.8^n.$$

(1) 要使 $p\geqslant 0.9$,即 $1-0.8^n\geqslant 0.9$,则

$$0.8^n\leqslant 0.1.$$

$\therefore\quad n\lg 0.8\leqslant \lg 0.1.$

$\because\quad 0<0.8<1$,$\therefore\quad n\geqslant\frac{\lg 0.1}{\lg 0.8}.$

$\because\quad \frac{\lg 0.1}{\lg 0.8}\approx 10.3$,$\therefore\quad n\geqslant 10.3.$

即射击次数必须不少于 11 次.

(2) 要使 $p=1-0.8^n\geqslant 0.99$. 即 $n\geqslant\frac{\lg 0.01}{\lg 0.8}.$

$\because \quad \dfrac{\lg 0.01}{\lg 0.8} \approx 20.64$，$\therefore \quad n \geqslant 20.64$.

即射击次数必须不少于 21 次.

点评　这个例题是对分布列的一种反思，题目已经满足了分布列的一些条件，但不清楚所有情况，要求我们在这个条件下确定所有可能的情况，这是常见的变形题.

另外，至少击中一次，包括击中 1 次，2 次，3 次，…，但它的反面只有一种，即一次也未击中，所以我们利用所有概率总和为 1 这一条件，用 1 减去一次也未击中的概率，简化了运算. 这也是常用的方法.

练习一（A 级）

1. 写出下列随机变量可能的取值，并说明随机变量所表示的随机试验的结果.

   (1) 把一枚均匀硬币连续抛掷 3 次，其正面出现的次数；

   (2) 在 15 件同类型的零件中，有 2 件是次品，其余为合格品，在其中抽取 3 次，每次抽取一件，3 件零件所含次品的件数；

   (3) 一批晶体管正品率为 $\frac{4}{5}$ $\left(次品率为 \frac{1}{5}\right)$，现对这批晶体管进行测试，只要测得一个正品晶体管就不再测试，所需的测试次数；

   (4) 某市的 43 路公共汽车每隔 15 min发一班车，某人每天早晨在某车站等 43 路车的时间.

2. 一批产品的废品率为 6%，从中任意抽取一个进行检验，用随机变量 ζ 来描述废品出现的情况.（即写出 ζ 的分布列）

3. 一枚硬币，由于磨损已不均匀，任意掷出出现正面的概率是出现反面的概率的 2 倍，写出随机变量(出现正面或出现反面)的分布列.

4. 某工厂生产某种产品有一、二、三等及等外品 4 种，其一、二、三等品及等外品率分别为 60%，15%，20%，5%. 任取一个产品检验其质量，用随机变量 ξ 描述检验结果.

5. 设某同学投篮投中的概率为 $p=0.3$，求一次投篮中投中次数的分布列.

6. 一口袋中有六个球，在这六个球上分别标有 -1，-1，1，1，1，2 这样的数字，从这袋中任取一球，设各球被取得的可能性相同. 求取得的球上所标数字 ξ 的分布列.

7. 同时掷两个骰子(均匀正方体，各面上分别标有 1，2，3，4，5，6 这六个数字)，观察它们出现的点数，求两个骰子出现的最大点数 ξ 的概率分布.

8. 在 15 只同类型的零件中，有 2 只是次品，在其中抽取 3 次，每次抽 1 只(取出后不放回)，以 ξ 表示取出 3 只中所含次品的个数.

   (1) 求 ξ 的分布列；

   (2) 画出分布列的图形.

9. 一箱产品 20 件，其中 5 件是优质品，不放回地抽取，每次 1 件，共抽取 2 次，求抽取到优质品的件数 ξ 的概率分布.

10. 将一枚均匀硬币接连掷 5 次. 假设 5 次中至少有一次国徽不出现. 试求出现国徽的次数与不出现的次数之比 ζ 的概率分布.

11. 设随机变量 ξ 的概率分布为

$$P(\xi=k)=a \cdot 0.6^k \ (k=1,2,\cdots,10),$$

求常数 a 的值.

12. 设随机变量 ξ 的分布列为

$$P(\xi=k)=\frac{k}{15},\quad k=1,2,3,4,5.$$

求：(1) $P(\xi=1$ 或 $\xi=2)$；(2) $P\left(\frac{1}{2}<\xi<\frac{7}{2}\right)$；

(3) $P(1\leqslant\xi\leqslant3)$.

13. 设某批集成电路正品率为 90%，次品率为 10%. 现对这批集成电路进行测试，只要测得一个正品集成电路就不再继续测试. 试求测试次数的分布列.

14. 袋中有 7 个球，其中 4 个红球，3 个白球，从袋中任取 3 个球，求取出红球数 η 的概率分布，及不少于 2 个红球的概率.

15. 一名射手射击了 10 次，每次射中的概率是 70%，而且第 10 次是射中的，且是第 ξ 次射中. 求 ξ 的分布列.

1.2 连续型随机变量的概率密度

要点整理

1. 什么叫做连续型随机变量的总体密度曲线？它的作用如何？
2. 什么叫做概率密度函数？
3. 怎样利用概率密度函数求连续型随机变量在某一区间上的概率？

典型例题

例 1 已知连续型随机变量 ξ 有概率密度函数

$$f(x)=\begin{cases}0, & \text{当 } x<0 \text{ 时；}\\ kx+1, & \text{当 } 0\leqslant x\leqslant 2 \text{ 时；}\\ 0, & \text{当 } x>2 \text{ 时.}\end{cases}$$

求系数 k，并计算 $P(1.5<\xi<2.5)$.

解 当 $x=0$ 时，$f(0)=k\cdot 0+1=1$，

当 $x=2$ 时，$f(2)=k\cdot 2+1=2k+1$，

由概率密度的意义知：

$$2k+1\geqslant 0,\quad k\geqslant -\frac{1}{2}.$$

此时，$0\leqslant x\leqslant 2$ 所对应的图形面积为

$$\frac{1}{2}[1+(2k+1)]\cdot 2=1,$$

$\therefore\quad 1+(2k+1)=1$，$\therefore\quad k=-\frac{1}{2}$.

$$\therefore\quad f(x)=\begin{cases}0, & \text{当 } x<0 \text{ 时；}\\ -\frac{1}{2}x+1, & \text{当 } 0\leqslant x\leqslant 2 \text{ 时；}\\ 0, & \text{当 } x>2 \text{ 时.}\end{cases}$$

当 $x=1.5$ 时，$f(x)=\frac{1}{4}$，

当 $x=2$ 时，$f(x)=0$，

$$\therefore\quad \frac{1}{2}\times\frac{1}{4}\times(2-1.5)=\frac{1}{16}.$$

在 $x\in(2,2.5)$时，对应面积为 0.

$$\therefore\quad P(1.5<\xi<2.5)=\frac{1}{16}.$$

点评　连续型随机变量的总体密度曲线来源于初中代数中学过的频率直方图. 我们应该把那部分内容很好地复习一下，充分理解用小矩形面积表示频率的思想方法，用现在的观点再去审视建立频率直方图的过程，明确每一步的作用和意义，在此基础上再进一步考虑把组距不断缩小后的结果. 这样，可以较好地理解连续变量的密度函数，明确连续型随机变量在某一区间上的概率，就是这个区间上方的梯形或曲边梯形的面积.

本题由于$f(x)$在除区间$[0,2]$之外函数值均为 0，再由概率的定义知，所有 ξ 取值的概率值之和为 1. 所以在闭区间$[0,2]$上的函数图象所围成的梯形(三角形)面积为 1. 本例就是由此来确定待定系数 k 的值的. 另外，在求 ξ 在$(1.5,2.5)$内的概率时，注意到区间$(1.5,2.5)$有一部分$(1.5,2]$上的概率不为 0，而在区间$(2,2.5)$内概率密度为 0，自然面积也就为 0，即概率为 0 了. 所以我们是分开计算的.

最后提醒一个问题，连续型随机变量在任何一点上的概率均为 0. 例如，$\xi=2$ 时，概率密度和概率均为 0，但 $\xi=2$ 不是不可能事件. 即对于连续型随机变量，0 概率事件未必是不可能事件.

例 2　已知随机变量 ξ 的分布密度为$f(x)=\begin{cases}0, & \text{当 } x\leqslant 0 \text{ 时；}\\ x, & \text{当 } 0<x\leqslant 1 \text{ 时；}\\ 2-x, & \text{当 } 1<x\leqslant 2 \text{ 时；}\\ 0, & \text{当 } x>2 \text{ 时.}\end{cases}$

求 $P(\xi<0.5)$；$P(0.2<\xi<1.2)$.

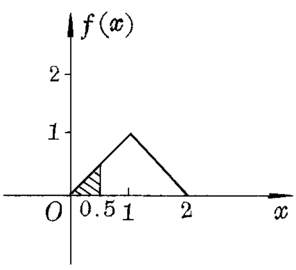
解　先画出$f(x)$的图象(图 1.1).

当 $x=0$ 时，$f(x)=0$，

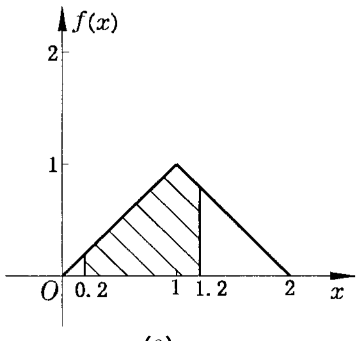
当 $x=0.5$ 时，$f(x)=0.5$，

所以面积为　$\frac{1}{2}\times0.5\times0.5=\frac{1}{8}.$

即　$P(\xi<0.5)=\frac{1}{8}.$



(1)



(2)

图　1.1

当 $x=0.2$ 时，$f(x)=0.2$，

当 $x=1$ 时，$f(x)=1$，

当 $x=1.2$ 时，$f(x)=0.8$.

∴ 阴影面积为

$$\frac{1}{2}(0.2+1)(1-0.2)+\frac{1}{2}(1+0.8)\times0.2=0.48+0.18=0.66.$$

∴ $P(0.2<\xi<1.2)=0.66$.

点评 因为总体概率密度函数是与概率密度曲线对应的函数，所以作出函数图象来求相应部分的面积，是确定随机变量在某区间上的概率的基本方法. 利用图象来确定面积的求法，达到形数结合的目的，可以化难为易.

练习二（A 级）

1. 设随机变量 η 的分布函数为

$$f(x)=\begin{cases}0, & \text{当 } x<0 \text{ 时；}\\ x+\frac{1}{2}, & \text{当 } 0\leqslant x<\frac{1}{2} \text{ 时；}\\ 1, & \text{当 } \frac{1}{2}\leqslant x<\frac{9}{8} \text{ 时；}\\ 0, & \text{当 } x\geqslant\frac{9}{8} \text{ 时.}\end{cases}$$

（1）试说明 η 是连续型随机变量还是离散型随机变量？

（2）求 $P\left(\eta>\frac{1}{4}\right)$.

2. 已知连续型随机变量 η 有概率密度

$$f(x)=\begin{cases}0, & \text{当 } x<0 \text{ 时；}\\ kx+2, & \text{当 } 0\leqslant x\leqslant1 \text{ 时；}\\ 0, & \text{当 } x>1 \text{ 时.}\end{cases}$$

求系数 k，并计算 $P(0.5<\eta<2.5)$.

3. 设随机变量 ξ 的概率密度为

$$f(x)=\begin{cases}0, & \text{当 } x\leqslant0 \text{ 时；}\\ 2(1-x), & \text{当 } 0<x<1 \text{ 时；}\\ 0, & \text{当 } x\geqslant1 \text{ 时.}\end{cases}$$

求：（1）$P\left(\frac{1}{3}<\xi<\frac{2}{3}\right)$；（2）$P\left(\xi>\frac{1}{2}\right)$.

4. 设随机变量 ξ 的概率密度为

$$f(x)=\begin{cases}kx, & \text{当 } 0\leqslant x\leqslant1 \text{ 时；}\\ 0, & \text{其他.}\end{cases}$$

求：（1）常数 k；

（2）ξ 的取值落在区间 $(0.3,0.7)$ 内的概率.

5. 设随机变量 ξ 的取值范围为 $0\leqslant\xi\leqslant2$，其概率密度为

$$f(x)=\begin{cases}0, & \text{当 } x<0 \text{ 时;}\\ x, & \text{当 } 0\leqslant x<1 \text{ 时;}\\ 2-x, & \text{当 } 1\leqslant x<2 \text{ 时;}\\ 0, & \text{当 } x\geqslant 2 \text{ 时.}\end{cases}$$

求 $\xi\in\left[-\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right]$的概率.

6. 某随机变量 ξ 可能取值的范围为$[4,10]$,对任意区间$[m,n]\subseteq[4,10]$,$\xi\in[m,n]$的概率与区间$[m,n]$的长度成正比.求 ξ 的分布函数.
7. 设 k 在$(0,5)$上服从均匀分布.求方程 $4x^2+4kx+k+2=0$ 有实根的概率.
8. 设在某一段时间内某电气设备承受最大负荷的时间 ξ(单位:min)是一个连续型随机变量,其概率密度为

$$f(x)=\begin{cases}0, & \text{当 } x<0 \text{ 时;}\\ \dfrac{x}{1500^2}, & \text{当 } 0\leqslant x\leqslant 1500 \text{ 时;}\\ -\dfrac{1}{1500^2}(x-3000), & \text{当 } 1500<x\leqslant 3000 \text{ 时;}\\ 0, & \text{当 } x>3000 \text{ 时.}\end{cases}$$

试求:$P(1000\leqslant\xi\leqslant 2000)$.

9. 对一种圆盘形零件作测量,设其直径的值均匀分布在区间$[9.8,10.3]$之间.若规定直径 ϕ 在$[10-0.2,10+0.2]$上为合格,求这种零件的合格率.

1.3 离散型随机变量的期望和方差

要点整理

1. 离散型随机变量的数学期望是怎样定义的?它反映了离散型随机变量的什么特征?

2. 离散型随机变量的一次函数是否仍为离散型随机变量?它的期望与原随机变量的期望之间有什么关系?

3. 什么叫随机变量的方差、标准差?它们反映了随机变量的什么特征?

*4. 为什么要学习随机变量的数字特征(主要是期望和方差)?

5. 方差具有哪些性质?

典型例题

例 1 某学校规定一个学生在一学期的数学成绩这样评定:平时成绩占 10%,期中考试成绩占 40%,期末考试成绩占 50%.一个学生平时成绩为 88 分,期中考试 83 分,期末考试 92 分.这个学生该学期的数学成绩应为多少?

解 这实际上是求这个学生在该学期的数学成绩的期望值.设其应得成绩为 x 分,

则
$$\begin{aligned}x&=10\%\times 88+40\%\times 83+50\%\times 92\\&=8.8+33.2+46=88.\end{aligned}$$

答:这个学生该学期的数学成绩应记为 88 分.

点评 这道题也可以这样理解:把一个学生一学期的成绩分成 100 份,则平时成绩占其中 10 份,期中

考试成绩占 40 份,期末考试成绩占 50 份. 即在统计分数时,平时成绩出现 10 次,期中考试成绩出现 40 次,期末考试成绩出现 50 次,然后再除以总次数 100. 即

$$\frac{1}{100}(10\times88+40\times83+50\times92)=88.$$

读者通过此例首先应体会"期望"的意义和它的应用. 我们知道,离散型随机变量的分布列是对离散性随机变量的一个完整的描述,即全面地描述了这个随机变量的统计规律,但事物是有两方面的,由于"全面",随机变量的有些特征不够突出,并且求出随机变量的分布列也很不容易. 而有的时候,我们不需要"全面地"考查随机变量,只要知道随机变量的某些特征就够了. 太"全面"了,反而使人不得要领.

随机变量 ξ 的数学期望是一个能反映随机变量 ξ 取值的"平均"的一个数字特征,所以也称它为随机变量 ξ 的均值.

研究数学期望一定要体会出"权"的意义,"权"是该数据出现的概率,实际上就是该数据在平均值中所占的"比例"或"份额".

例 2 把 4 个球随机地投入 4 个盒子中去. 设 ξ 表示空盒子的个数,求 $E(\xi)$ 和 $D(\xi)$.

分析 先求 ξ 的概率分布. 再利用 $E(\xi)$、$D(\xi)$ 的公式求.

解 先求 ξ 的概率分布,ξ 所有可能的取值为 0,1,2,3.

$$P(\xi=0)=\frac{4!}{4^4}=\frac{6}{64};$$

$$P(\xi=1)=\frac{3C_4^1C_4^1C_3^1}{4^4}=\frac{36}{64};$$

$$P(\xi=2)=\frac{C_4^2(2C_4^3+C_4^2)}{4^4}=\frac{21}{64};$$

$$P(\xi=3)=\frac{4}{4^4}=\frac{1}{64}$$

于是得 ξ 的概率分布为

ξ	0	1	2	3
P	$\frac{6}{64}$	$\frac{36}{64}$	$\frac{21}{64}$	$\frac{1}{64}$

$$\therefore\quad E(\xi)=0\times\frac{6}{64}+1\times\frac{36}{64}+2\times\frac{21}{64}+3\times\frac{1}{64}=\frac{81}{64}.$$

又 $$\because\quad E(\xi^2)=0^2\times\frac{6}{64}+1^2\times\frac{36}{64}+2^2\times\frac{21}{64}+3^2\times\frac{1}{64}=\frac{129}{64},$$

$$\therefore\quad D(\xi)=E(\xi^2)-[E(\xi)]^2=\frac{129}{64}-\frac{81^2}{64^2}=\frac{1695}{64^2}.$$

点评 本例说明求离散型随机变量的期望与方差的基本方法.

随机变量 x 的方差 $D(x)$ 是一个反映随机变量 x 的取值对于它的期望的分散程度的一个数字特征.

从方差的定义形式来看,它是 x 的可能值与 $E(x)$ 的差的平方以相应概率为权的加权平均. 读者应注意在理解方差意义的基础上,要掌握好它的求法,除直接由定义给出的求法外,本例中的求法即 $D(\xi)=E(\xi^2)-[E(\xi)]^2$ 也是常用的求法,还应注意掌握方差的一些简单性质:(其中 c、k、b 均为常数)

(1) $D(c)=0$;

(2) $D(\xi+b)=D(\xi)$;

(3) $D(k\xi)=k^2D(\xi)$;

(4) $D(k\xi+b)=k^2D(\xi)$.

求产品的平均产值.

10. 设随机变量 ξ 的概率分布为

x	-2	0	2
p_k	0.4	0.3	0.1

求 $E(\xi)$、$D(\xi)$.

11. 把 4 个球随机地投入 4 个盒子中去,设 ξ 表示空盒子的个数. 求 $E(\xi)$、$D(\xi)$.

12. 一袋中装有 5 只同样大小的球,编号分别为 1,2,3,4,5. 在其中同时任取 3 只,以 ξ 表示取出的 3 只球的最大编号. 求 $E(\xi)$ 与 $D(\xi)$.

13. 袋中有 4 个球,其标号分别为 0,1,1,2. 现从袋中有放回地摸球 2 次,设 η 表示取出的两球的标号之积. 求 $E(\eta)$、$D(\eta)$.

14. 证明:对离散型随机变量 ξ,若 $a\leqslant\xi\leqslant b$,那么,$a\leqslant E(\xi)\leqslant b$,$D(\xi)\leqslant\left(\frac{b-a}{2}\right)^2$.

15. 一批零件中有 9 个合格品和 3 个废品,在安装机器时,从这批零件中任取一个. 如果取出的是废品就不再放回去. 求在取得合格品之前,已经取出的废品数的期望和方差.

单元测试(A 级)

一、选择题* (每小题 5 分,共 15 分)

1. 下列各表列出的内容,可以作为某个随机变量的分布列的是(　　).

(A)

ξ	1	3	5
p	0.5	0.3	0.2

(B)

ξ	1	2	3
p	0.7	0.1	0.1

(C)

ξ	-1	0	1
p	0.3	0.3	0.3

(D)

ξ	0	1	2
p	-1	0	1

2. 下列各函数中,是某个连续型随机变量的密度函数的是(　　).

(A) $f(x)=\begin{cases}0, & \text{当 } x\in(-\infty,-1) \text{ 时};\\ x, & \text{当 } x\in[-1,1] \text{ 时};\\ 0, & \text{当 } x\in(1,+\infty) \text{ 时}.\end{cases}$

(B) $f(x)=\begin{cases}0, & \text{当 } x<0 \text{ 时};\\ \frac{1}{2}x, & \text{当 } 0\leqslant x\leqslant 2 \text{ 时};\\ 0, & \text{当 } x>2 \text{ 时}.\end{cases}$

(C) $f(x)=\begin{cases}0, & \text{当 } x<-3 \text{ 时};\\ \frac{1}{2}x, & \text{当 } -2\leqslant x\leqslant 0 \text{ 时};\\ 0, & \text{当 } x>-1 \text{ 时}.\end{cases}$

(D) $f(x)=\begin{cases}0, & \text{当 } x<0 \text{ 时};\\ \frac{1}{2}x+1, & \text{当 } 1\leqslant x\leqslant 3 \text{ 时};\\ 0, & \text{当 } x>3 \text{ 时}.\end{cases}$

3. 设某射手每次射击击中目标的概率为 0.6,如果连续射击 3 次,则他恰好射中一次的概率为(　　).

---

* 本书中的选择题,每小题都给出了代号为 A、B、C、D 的四个结论,其中只有一个结论是正确的,把你认为正确结论的代号写在题后的括号内,下同.

(A) 0.6　　(B) 0.6×0.4^2　　(C) 0.4^2　　(D) $C_3^1\times0.6\times0.4^2$

二、填空题（每小题 5 分，共 25 分）

1. 已知 $f(k)=\frac{c}{10}, k=1,2,3,\cdots,10$. 当 $c=$____时，函数 $f(k)$ 是某随机变量的概率分布.

2. 设随机变量 ξ 的分布列为

ξ	0	1	2	3	4
p_k	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{4}$

则 $E(\xi)=$________.

3. 将一枚均匀硬币连掷 5 次. 试求 5 次中出现正面的次数 ξ 的分布列为________.

4. 设 10 件产品中有 2 件次品，其余为正品. 现进行不放回的抽取，每次抽一件，直到取到正品为止，ξ 表示抽取次数，则 $P(1<\xi<3)=$________.

5. 设随机变量 ξ 的分布密度函数为

$$f(x)=\begin{cases}0, & \text{当 } x\leqslant 0 \text{ 时；}\\ 2x, & \text{当 } 0<x<1 \text{ 时；}\\ 0, & \text{当 } x\geqslant 1 \text{ 时.}\end{cases}$$

则 $P\left(\xi<\frac{1}{2}\right)=$________.

三、解答题（共 60 分）

1. （15 分）某厂保卫小组共 10 人，每晚从 10 人中任意选派一人值夜班. 求某特定的一人在一周(七天)内被派去值夜班的次数 ζ 的概率分布.

2. （15 分）设 ξ 为离散型随机变量，利用数学期望的简单性质证明：(k、b 均为非零常数)

$$D(k\xi+b)=k^2D(\xi).$$

3. （15 分）用天平称某种物品的质量(砝码只允许放在一个秤盘中)，物品质量为 1g，2g，…，10g 的概率是相同的. 现在有三组砝码. A 组：1，2，2，5，10(g)；B 组：1，2，3，4，10(g)；C 组：1，1，2，5，10(g)称量时只能用同一组的砝码. 用哪一组砝码称量时所用的平均砝码数最少？

4. （15 分）一批零件中有 9 件合格品与 3 件次品. 安装机器前从这批零件中任取 1 件，如果取到废品就不再放回.
求取得合格品以前已取出的废品数的数学期望与方差.

单元测试(B 级)

一、填空题（每小题 6 分，共 30 分）

1. 已知随机变量 ξ 只能取 0，1，2，3 四个值相应的概率依次是 $\frac{1}{2k},\frac{3}{4k},\frac{5}{8k},\frac{7}{16k}$. 则 $k=$________.

2. 从集合 {0，1，2，3，5，7，11} 中任取 3 个元素作为直线方程 $Ax+By+C=0$ 中 A、B、C，所得恰好经过坐标原点的直线的概率是________.