



contents
目录

.....

| | | | |
|-------------------|----|-----------------------|----|
| 单元测试卷一 | 1 | 单元测试卷十 | 37 |
| 集合与简易逻辑 | 1 | 排列、组合和概率 | 37 |
| 单元测试卷二 | 5 | 单元测试卷十一 | 41 |
| 函数的性质 | 5 | 统计与导数 | 41 |
| 单元测试卷三 | 9 | 单元测试卷十二 | 45 |
| 数列 | 9 | 随机变量、极限与复数 | 45 |
| 单元测试卷四 | 13 | 综合测试卷一 | 49 |
| 三角函数 | 13 | 集合与简易逻辑、函数与导数专题 | 49 |
| 单元测试卷五 | 17 | 综合测试卷二 | 53 |
| 平面向量 | 17 | 数列与极限、不等式专题 | 53 |
| 单元测试卷六 | 21 | 综合测试卷三 | 57 |
| 不等式 | 21 | 三角函数、平面向量专题 | 57 |
| 单元测试卷七 | 25 | 综合测试卷四 | 61 |
| 直线和圆的方程 | 25 | 解析几何专题 | 61 |
| 单元测试卷八 | 29 | 综合测试卷五 | 65 |
| 圆锥曲线 | 29 | 立体几何专题 | 65 |
| 单元测试卷九 | 33 | 参考答案 | 69 |
| 直线、平面、简单几何体 | 33 | | |

单元测试卷一

集合与简易逻辑

(满分: 分 时间: 分)

班级 _____ 姓名 _____ 学号 _____ 得分 _____

一、选择题:(本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分)

1. 已知集合 $P = \{x | x = a^2 + 2a + 4, a \in \mathbf{R}\}$, $Q = \{y | y = b^2 - 4b + 6, b \in \mathbf{R}\}$, 则 P, Q 之间的关系是()
(A) $P \subseteq Q$ (B) $P \supseteq Q$ (C) $P = Q$ (D) P 与 Q 无包含关系
2. 设全集 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, 若 $A \cap B = \{2\}$, $(\complement_U A) \cap B = \{4\}$, $(\complement_U A) \cap (\complement_U B) = \{1, 5\}$, 则下列结论中正确的是()
(A) $3 \notin A, 3 \notin B$ (B) $2 \notin A, 3 \in B$
(C) $3 \in A, 3 \notin B$ (D) $3 \in A, 3 \in B$
3. 设全集 $U = \mathbf{R}$, $M = \{x | f(x) > 0\}$, $N = \{x | g(x) < 0\}$, 且 $\emptyset \subsetneq N \subsetneq M \subsetneq \mathbf{R}$, 那么集合 $P = \{x | f(x) \leq 0 \text{ 且 } g(x) \geq 0\}$ 等于()
(A) $\complement_U M$ (B) $\complement_U N$
(C) \emptyset (D) $\complement_U M \cup \complement_U N$
4. 已知集合 $A = \{x | x^2 - 5x + 4 > 0\}$, $B = \{x | |x - 3| < 4\}$, 则 $A \cap B$ 是()
(A) \emptyset (B) $(-1, 1) \cup (4, 7)$
(C) $(-\infty, -1) \cup (7, +\infty)$ (D) $(-1, 7)$
5. 若 $a > 0$, 使不等式 $|x - 4| + |x - 3| < a$ 在 \mathbf{R} 上的解集不是空集, 则 a 适合的条件是()
(A) $0 < a < 1$ (B) $0 < a \leq 1$ (C) $a > 1$ (D) $a \geq 1$
6. 已知集合 $M = \{(x, y) | y = \sqrt{9 - x^2}\}$, $N = \{(x, y) | y = x + b\}$, 且 $M \cap N = \emptyset$, 则 b 应满足的条件是()
(A) $|b| \geq 3\sqrt{2}$ (B) $0 < b < \sqrt{2}$
(C) $-3 \leq b \leq 3\sqrt{2}$ (D) $b > 3\sqrt{2}$ 或 $b < -3$
7. 下列四个命题:
①“若 $x^2 + y^2 = 0$, 则实数 x, y 均为零”的逆命题;
②“相似三角形的面积相等”的否命题;
③“若 $A \cap B = A$, 则 $A \subseteq B$ ”的逆否命题;

④“末位数不是零的数可被3整除”的逆否命题.

其中真命题有()

- (A)①② (B)②③ (C)①③ (D)③④

8. 若 $a, b \in \mathbf{R}$, 则 $a > b$ 与 $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ 同时成立的充分而不必要条件是()

- (A) $a > b > 0$ (B) $a > b > 0$ 或 $b < a < 0$
(C) $b > a > 0$ (D) $a > b$ 且 $b < 0$

9. “ $a \cdot b < 0$ ”是方程 $ax^2 + by^2 = p$, ($p \in \mathbf{R}$) 表示双曲线的()

- (A) 充要条件 (B) 必要但不充分条件
(C) 充分但不必要条件 (D) 既不充分又不必要条件

10. 若数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项的和 $S_n = 2^n + c$, 则“ $c = -1$ ”是“数列 $\{a_n\}$ 为等比数列”的()

- (A) 充分不必要条件 (B) 必要不充分条件
(C) 既不充分又不必要条件 (D) 充要条件

11. 设 $|x-2| < a$ 时, 不等式 $|x^2-4| < 1$ 成立, 则正数 a 的取值范围是()

- (A) $a > \sqrt{5} - 2$ (B) $0 < a \leq \sqrt{5} - 2$
(C) $a \geq \sqrt{5} - 2$ (D) 以上均不正确

12. 若关于 x 的方程 $9^x + (4+a) \cdot 3^x + 4 = 0$ 有解, 则实数 a 的取值范围为()

- (A) $(-\infty, -8) \cup [0, +\infty)$ (B) $(-\infty, -4)$
(C) $(-\infty, -4]$ (D) $(-\infty, -8]$

二、填空题:(本大题共4小题,每小题4分,共16分)

13. 如果命题“ p 或 q ”与命题“非 p ”都是真命题, 那么 q 为_____命题(填“真”或“假”).

14. 集合 $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, 集合 $B \subseteq A$, 并且 $1 \in A \cap B, 6 \notin A \cap B$, 则集合 B 的个数是_____.

15. 若 $A = \{x | -2 < x < -1 \text{ 或 } x > 1\}$, $B = \{x | a \leq x \leq b\}$, $A \cup B = \{x | x > -2\}$, $A \cap B = \{x | 1 < x \leq 3\}$, 则 $a =$ _____, $b =$ _____.

16. 关于 x 的方程 $x^2 - (2a-1)x + a^2 - 2 = 0$ 至少有一个非负实根的充要条件是_____.

三、解答题：

17. (本小题满分 12 分) 设原命题为：“若 $x+y<5$, 则 $x<2$ 或 $y<3$ ”, 叙述其逆命题, 否命题及逆否命题, 并判断真假.

18. (本小题满分 12 分) 集合 $A=\{x|x^2-ax+a^2-19=0\}$, $B=\{x|\log_2(x^2-5x+8)=1\}$, $C=\{x|x^2+2x-8=0\}$, 求当 a 取什么实数时, $A\cap B\neq\emptyset$ 和 $A\cap C=\emptyset$ 同时成立, 并求出集合 A .

19. (本小题满分 12 分) 已知命题 $p:x^2-8x-20\leq 0$, $q:x^2-2x+1-a^2\leq 0$, 若 $\neg p$ 是 $\neg q$ 的必要而不充分条件, 求实数 a 的取值范围.

20. (本小题满分 12 分) 设集合 $A = \{(x, y) \mid y = 2x - 1, x \in \mathbf{N}^*\}$, $B = \{(x, y) \mid y = ax^2 - ax + a, x \in \mathbf{N}^*\}$, 问是否存在非零整数 a , 使 $A \cap B \neq \emptyset$? 若存在, 请求出 a 的值及 $A \cap B$.

21. (本小题满分 12 分) 若 $a \in \mathbf{R}$, 且 $a \neq 0$, 解关于 x 的不等式 $\frac{|x-a|}{a} < a-1$.

22. (本小题满分 14 分) 设关于 x 的方程 $x^2 + 2(a-1)x + 2a + 6 = 0$,

(1) 有两个都大于 1 的实数根, 求实数 a 的取值范围;

(2) 至少有一个正实数根, 求实数 a 的取值范围.

单元测试卷二

函数的性质

(满分: 分 时间: 分)

班级 _____ 姓名 _____ 学号 _____ 得分 _____

一、选择题:(本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分)

1. 已知: $f: A \rightarrow B$ 是从集合 A 到集合 B 的一个对应关系, $x \in A, y \in B, f(x) = \log_2 x = y$, 则 A 和 B 可以是()
- (A) $A = \mathbf{R}^+, B = \mathbf{R}^+$ (B) $A = \mathbf{R}^+, B = [0, +\infty)$
(C) $A = [0, +\infty), B = \mathbf{R}$ (D) $A = \mathbf{R}^+, B = \mathbf{R}$
2. 已知集合 $M = \{(x, y) | x + y = 1\}$, 映射 $f: M \rightarrow N$, 在映射 f 作用下点 (x, y) 的像是 $(2^x, 2^y)$, 则集合 N 为()
- (A) $\{(x, y) | x + y = 2, x > 0, y > 0\}$ (B) $\{(x, y) | xy = 1, x > 0, y > 0\}$
(C) $\{(x, y) | xy = 2, x < 0, y < 0\}$ (D) $\{(x, y) | xy = 2, x > 0, y > 0\}$
3. 若 $g(x) = 1 - 2x, f[g(x)] = \frac{1-x^2}{x^2} (x \neq 0)$, 则 $f\left(\frac{1}{2}\right)$ 等于()
- (A) 1 (B) 3 (C) 15 (D) 30
4. 已知 $f(x) = x + 1$, 若 $f(x + 1)$ 的图象关于直线 $x = 2$ 的对称图象对应的函数为 $g(x)$, 则 $g(x)$ 等于()
- (A) $6 - x$ (B) $x - 6$ (C) $x - 2$ (D) $-x - 2$
5. 设函数 $f(x) = \begin{cases} (x+1)^2, & (x \leq -1) \\ 2x+2, & (-1 < x < 1) \\ \frac{1}{x}-2, & (x \geq 1) \end{cases}$ 已知 $f(a) > 1$, 则 a 的取值范围是()
- (A) $(-\infty, -2) \cup \left(-\frac{1}{2}, +\infty\right)$ (B) $\left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$
(C) $(-\infty, -2) \cup \left(-\frac{1}{2}, 1\right)$ (D) $\left(-2, -\frac{1}{2}\right) \cup (1, +\infty)$
6. 已知函数 $f(x) = \frac{1+x}{1-x}$ 的定义域为 A , 函数 $y = f[f(x)]$ 的定义域为 B , 则()
- (A) $A \cup B = B$ (B) $A \subsetneq B$ (C) $A = B$ (D) $A \cap B = B$

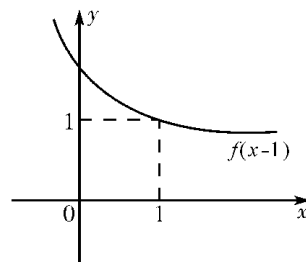
7. 已知 $f(x) = \log_2(4x) + \frac{1}{\log_2 \sqrt{x}}$ 的定义域为 $(0, 1)$, 则 $f(x)$ 有()
- (A) 最小值 $2 + 2\sqrt{2}$ (B) 最大值 $2 - 2\sqrt{2}$
 (C) 最小值 $2 - 2\sqrt{2}$ (D) 最大值 $2 + 2\sqrt{2}$
8. 若 $f(x) = ax^3 + b\log_2(x + \sqrt{x^2 + 1}) + 2$ 在 $(-\infty, 0)$ 上有最小值 -5 , a, b 为常数, 则 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上()
- (A) 有最大值 5 (B) 有最小值 5
 (C) 有最大值 3 (D) 有最大值 9
9. 设 $f(x)$ 的定义域为 \mathbf{R} , 且 $f(-x) = -f(x)$, $f(x+d) < f(x)$ ($d > 0$), 当 $f(a) + f(a^2) < 0$ 成立时, a 的取值范围是()
- (A) $(-\infty, -1) \cup (0, +\infty)$ (B) $(-1, 0)$
 (C) $(-\infty, 0) \cup (1, +\infty)$ (D) $(-\infty, 1) \cup (1, +\infty)$
10. 定义在 \mathbf{R} 上的函数 $f(x)$ 是奇函数, 又是以 2 为周期的周期函数, 那么 $f(1) + f(2) + f(3) + f(4) + f(5) + f(6) + f(7)$ 的值等于()
- (A) -1 (B) 0 (C) 1 (D) 2

11. 定义在 \mathbf{R} 上的函数 $y = f(x-1)$ 是单调递减函数, 其图象如图所示, 给出四个结论:

- (1) $f(0) = 1$ (2) $f(1) < 1$
 (3) $f^{-1}(1) = 0$ (4) $f^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) > 0$

其中正确结论的个数是()

- (A) 1 个 (B) 2 个
 (C) 3 个 (D) 4 个



12. 函数 $f(x) = \frac{2a}{a^2 - 1}(a^x - a^{-x})$, $[a \in (0, 1)]$ 是()
- (A) 奇函数且为减函数 (B) 奇函数且为增函数
 (C) 偶函数且为减函数 (D) 偶函数且为增函数

二、填空题:(本大题共 4 小题, 每小题 4 分, 共 16 分)

13. 已知 $f(x) = 3x - 1$, $f[h(x)] = 2x + 3$, $h(x)$ 为 x 的一次函数, 则 $h(x)$ 为_____.
14. 若奇函数 $f(x)$ 在定义域 $(-1, 1)$ 上是减函数, 则满足 $f(1-m) + f(1-m^2) < 0$ 的实数 m 的取值范围是_____.
15. 在区间 $\left[\frac{1}{2}, 2\right]$ 上, 函数 $f(x) = x^2 + px + q$ 与 $g(x) = 2x + \frac{1}{x^2}$ 在同一点取得相同的最小值, 那么 $f(x)$ 在 $\left[\frac{1}{2}, 2\right]$ 上的最大值是_____.

16. 已知 $f(x) = x^2 - bx + c$ 且 $f(0) = 3, f(2-x) = f(x) (x \in \mathbf{R})$, 则 $f(b^x)$ 与 $f(c^x)$ 的大小关系为

_____.

三、解答题:

17. (本小题满分 12 分) 已知函数 $f(x) = \frac{ax^2 + 1}{bx + c}$ 是奇函数且 a, b, c 均为整数, 又 $f(1) = 2$ 且 $f(2) < 3$.

(1) 求 a, b, c 的值;

(2) 判断函数 $f(x)$ 在 $(-\infty, -1)$ 上的单调性并证明.

18. (本小题满分 12 分) 设定义在 $(0, +\infty)$ 上的函数 $y = f(x)$, 满足 $f(xy) = f(x) + f(y)$ 且 $x > 1$ 时, $f(x) > 0$. 解不等式 $f(x+1) - f(x-1) > 0$.

19. (本小题满分 12 分) 有一个自来水厂, 蓄水池有水 450 吨. 水厂每小时可向蓄水池注水 80 吨, 同时蓄水池又向居民小区供水, t 小时内供水量为 $160\sqrt{5t}$ 吨. 现在开始向池中注水并同时向居民供水.

(1) 多少小时后蓄水池中水量最少?

(2) 若蓄水池中水量少于 150 吨时, 就会出现供水紧张现象, 问每天有几个小时供水紧张?

20. (本小题满分 12 分) 已知定义在实数集 \mathbf{R} 上的奇函数 $f(x)$ 有最小正周期 2, 且当 $x \in (0, 1)$ 时,

$$f(x) = \frac{2^x}{4^x + 1}.$$

- (1) 求函数 $f(x)$ 在 $[-1, 1]$ 上的解析式;
- (2) 证明 $f(x)$ 在 $(0, 1)$ 上是减函数;
- (3) 当 λ 取何值时, 方程 $f(x) = \lambda$ 在 $[-1, 1]$ 上有实数解?

21. (本小题满分 12 分) 已知函数 $f(x) = a^x - 2\sqrt{4 - a^x} - 1$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$).

- (1) 求函数 $f(x)$ 的定义域、值域;
- (2) 求实数 a 的取值范围, 使得函数 $f(x) \geq 0$ 在 $(2, +\infty)$ 上恒成立.

22. (本小题满分 14 分) 设 $f(x)$ 是定义在 $[-1, 1]$ 上的偶函数, $g(x)$ 的图象与 $f(x)$ 的图象关于直线 $x = 1$ 对称, 且当 $x \in [2, 3]$ 时, $g(x) = 2a(x - 2) - 4(x - 2)^3$.

- (1) 求 $f(x)$;
- (2) $f(x)$ 在 $(0, 1]$ 上递增, 求 a 的范围;
- (3) 是否存在 $a \in \mathbf{N}^*$, 使 $f(x)_{\max} = 12$? 若存在, 求出 a ; 若不存在, 说明理由.

单元测试卷三

数 列

(满分: 分 时间: 分)

班级 _____ 姓名 _____ 学号 _____ 得分 _____

一、选择题:(本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分)

1. 等差数列 $\{a_n\}$ 有 12 项,奇数项的和与偶数项的和分别是 30 与 90,那么公差 d 的值是($n \in \mathbf{N}^*$)
()
(A)5 (B)10 (C)-5 (D)-10
2. 在等比数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 + a_2 = 162$, $a_3 + a_4 = 18$,则 $a_4 + a_5$ 等于()
(A)6 (B)-6 (C) ± 2 (D) ± 6
3. 设 S_n 是等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和,已知 $S_6 = 36$, $S_n = 324$, $S_{n-6} = 144$ ($n > 6, n \in \mathbf{N}^*$),则 n 等于
()
(A)15 (B)16 (C)17 (D)18
4. 已知数列前 n 项和 $S_n = 2^n - 1$ ($n \in \mathbf{N}^*$),则此数列奇数项的前 n 项和为()
(A) $\frac{1}{3}(2^{n+1} - 1)$ (B) $\frac{1}{3}(2^{n+1} - 2)$
(C) $\frac{1}{3}(2^{2n} - 1)$ (D) $\frac{1}{3}(2^{2n} - 2)$
5. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 4, a_2 = 2, a_3 = 1$,又数列 $\{a_{n+1} - a_n\}$ 成等差数列,则 a_n 等于()
(A) $n - 3$ (B) $\frac{1}{2}(n^3 - 8n^2 + 13n + 2)$
(C) $\frac{1}{2}(2n^3 - 17n^2 + 33n - 10)$ (D) $\frac{1}{2}(n^2 - 7n + 14)$
6. 数列 $1, 1+2, 1+2+4, \dots, 1+2+2^2+\dots+2^{n-1}, \dots$ 的前 n 项和 $S_n > 1020$,那么 n 的最小值是()
(A)9 (B)8 (C)10 (D)11
7. 若 $\{a_n\}$ 是等比数列, $a_n > 0$ ($n \in \mathbf{N}^*$),且 $a_3 \cdot a_6 \cdot a_9 = 4$,则 $\log_2 a_2 + \log_2 a_4 + \log_2 a_8 + \log_2 a_{10}$ 等于
()
(A)8 (B) $\frac{8}{3}$ (C) $\frac{4}{3}$ (D)4
8. 等差数列 $\{a_n\}$ 的公差为 $\frac{1}{2}$, $S_{100} = 145$,则 $a_1 + a_3 + a_5 + \dots + a_{99}$ 的值为()

- (A)60 (B)85 (C) $\frac{145}{2}$ (D)75

9. 设 $\{a_n\}$ 为等比数列, $\{b_n\}$ 为等差数列,且 $b_1=0, c_n=a_n+b_n$,若 $\{c_n\}$ 是 $1, 1, 2, \dots$,则 $\{c_n\}$ 的前10项和为()

- (A)978 (B)979 (C)557 (D)467

10. 在数列 $\{a_n\}$ 中, $a_n \neq 0$,且满足 $a_n = \frac{3a_{n-1}}{3+2a_{n-1}} (n \geq 2)$,则数列 $\left\{\frac{1}{a_n}\right\}$ 是()

- (A)递增等差数列 (B)递增等比数列
(C)递减数列 (D)以上都不对

11. 设等差数列 $\{a_n\}$ 满足 $3a_8=5a_{13}$,且 $a_1>0$,则前 n 项和 S_n 中最大的是()

- (A) S_{10} (B) S_{11} (C) S_{20} (D) S_{21}

12. 某城市1995年年底人口数为500万,人均住房面积为6平方米,如果该市每年人口的平均增长率为1%,而每年平均新建住房面积为30万平方米,那么到2005年年底,该市的人均住房面积数大约为()

- (A)6.98平方米 (B)6.87平方米 (C)5.97平方米 (D)5.87平方米

二、填空题:(本大题4小题,每小题4分,共16分)

13. 已知等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 $S_n (n \in \mathbf{N}^*)$,若 $a_3=3S_2+2, a_4=3S_3+2$,则公比 q 的值是_____.

14. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1+2a_2+3a_3+\dots+na_n=n(n+1)(n+2) (n \in \mathbf{N}^*)$,则 $a_n=_____$.

15. 已知 $\{a_n\}$ 是首项为50,公差为2的等差数列, $\{b_n\}$ 是首项为10,公差为4的等差数列,则以 a_k, b_k 为相邻两边的矩形内最大圆面积 $S_k=_____$.

16. 已知 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_k$ 是有限项等差数列,且 $a_4+a_7+a_{10}=17, a_4+a_5+a_6+\dots+a_{14}=77$,若 $a_k=13$,则 k 的值是_____.

三、解答题:

17. (本小题满分12分)设数列 $\{a_n\}$ 为等差数列, $\{b_n\}$ 为等比数列, $a_1=b_1=1, a_2+a_4=b_3, b_2b_4=a_3$,分别求出 $\{a_n\}$ 及 $\{b_n\}$ 的前10项和 S_n 与 T_n .

18. (本小题满分12分)设 $\{a_n\}$ 是一个公差为 $d(d \neq 0)$ 的等差数列,它的前10项和 $S_{10}=110$ 且 $a_1,$

a_2, a_4 成等比数列.

(1) 证明: $a_1 = d$;

(2) 求公差 d 的值和数列 $\{a_n\}$ 的通项公式.

19. (本小题满分 12 分) 已知无穷数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 对于不小于 2 的正整数 n , 满足关系: 1

$$-S_n = a_{n-1} - a_n.$$

(1) 求 a_1, a_2, a_3 ;

(2) 证明 $\{a_n\}$ 是等比数列.

20. (本小题满分 12 分) 设函数 $f(x) = x^2 - 4x + 3$, 已知在等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = f(x-1)$, $a_2 = -$

$$\frac{1}{2}, a_3 = f(x).$$

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 求 $a_2 + a_5 + a_8 + \cdots + a_{26}$ 的值.

21. (本小题满分 14 分) 设数列 $\{a_n\}$ 是等差数列, $a_1 = 1$, $S_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n$, 数列 $\{b_n\}$ 是等比数列,

$$T_n = b_1 + b_2 + \cdots + b_n, \text{ 若 } a_3 = b_2, S_5 = 2T_2 - 6, \text{ 且 } \lim_{n \rightarrow \infty} T_n = 9.$$

(1) 求数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 的通项公式;

(2) 当自然数 n 取何值时, $S_n > T_n$?

22. (本小题满分 12 分) 设 $\{a_n\}$ 为正项数列, S_n 为其前 n 项和, 且 a_n, S_n, a_n^2 成等差数列.

(1) 求 a_n ;

(2) 设 $f(n) = \frac{S_n}{(n+50)S_{n+1}}$, 求 $f(n)$ 的最大值.

单元测试卷四

三角函数

(满分: 分 时间: 分)

班级 _____ 姓名 _____ 学号 _____ 得分 _____

一、选择题:(本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分)

1. 设 $a = \sin(-1)$, $b = \cos(-1)$, $c = \tan(-1)$, 则有()
(A) $a < b < c$ (B) $b < a < c$ (C) $c < a < b$ (D) $a < c < b$
2. 已知 $\theta \in [0, 2\pi)$, $|\cos\theta| < |\sin\theta|$, 且 $\sin\theta < \tan\theta$, 则 θ 的取值范围是()
(A) $(0, \pi) \cup (\frac{3\pi}{2}, 2\pi)$ (B) $(0, \frac{\pi}{2}) \cup (\pi, \frac{3\pi}{2})$
(C) $(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}) \cup (\frac{5\pi}{4}, \frac{3\pi}{2})$ (D) $(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4}) \cup (\frac{5\pi}{4}, \frac{3\pi}{2})$
3. 若 $\cot\theta = 3$, 则 $\cos^2\theta - \frac{1}{2}\sin 2\theta$ 的值是()
(A) $-\frac{5}{6}$ (B) $\frac{4}{5}$ (C) $-\frac{3}{5}$ (D) $\frac{3}{5}$
4. 若 $\alpha \in [0, 2\pi)$ 且 $\sqrt{\frac{1+\cos\alpha}{2}} + \sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{2}} = \sin\frac{\alpha}{2} - \cos\frac{\alpha}{2}$, 则 α 的取值范围是()
(A) $[0, 2\pi)$ (B) $[\frac{\pi}{2}, \pi)$ (C) $[0, \pi]$ (D) $[\pi, 2\pi)$
5. 已知函数 $y = A\sin(\omega x + \varphi) + m$ 的最大值为 4, 最小值为 0, 最小正周期为 $\frac{\pi}{2}$, 直线 $x = \frac{\pi}{3}$ 是其图象的一条对称轴, 则下列各式中符合条件的解析式是()
(A) $y = 4\sin(4x + \frac{\pi}{3})$ (B) $y = 2\sin(2x + \frac{\pi}{3}) + 2$
(C) $y = 2\sin(4x + \frac{\pi}{3})$ (D) $y = 2\sin(4x + \frac{\pi}{6}) + 2$
6. 下列函数中同时满足“①在区间 $(0, \frac{\pi}{2})$ 上是增函数, ②以 π 为周期, ③是偶函数”三个条件的是()
(A) $y = \tan x$ (B) $y = e^{-\cos x}$ (C) $y = \sin|x|$ (D) $y = |\sin x|$
7. 把函数 $y = \frac{\sqrt{2}}{2}(\cos 3x - \sin 3x)$ 的图象适当移动, 就可得到函数 $y = -\sin 3x$ 的图象, 这种移动可以

是()

(A) 沿 x 轴向左平移 $\frac{\pi}{12}$

(B) 沿 x 轴向右平移 $\frac{\pi}{12}$

(C) 沿 x 轴向左平移 $\frac{\pi}{4}$

(D) 沿 x 轴向右平移 $\frac{\pi}{4}$

8. 函数 $y = \sqrt{2\sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) - 1}$ 的单调增区间为()

(A) $\left[k\pi + \frac{\pi}{4}, k\pi + \frac{5\pi}{12}\right] (k \in \mathbf{Z})$

(B) $\left[k\pi - \frac{\pi}{12}, k\pi + \frac{5\pi}{12}\right] (k \in \mathbf{Z})$

(C) $\left[k\pi + \frac{\pi}{4}, k\pi + \frac{17\pi}{12}\right] (k \in \mathbf{Z})$

(D) $\left[k\pi + \frac{\pi}{6}, k\pi + \frac{5\pi}{12}\right] (k \in \mathbf{Z})$

9. $\tan 70^\circ \cos 10^\circ (\sqrt{3} \tan 20^\circ - 1)$ 等于()

(A) -2

(B) -1

(C) 2

(D) 1

10. 设 $\alpha, \beta, \gamma \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$, 且 $\sin \alpha + \sin \gamma = \sin \beta$, $\cos \beta + \cos \gamma = \cos \alpha$, 则 $\beta - \alpha$ 等于()

(A) $\frac{\pi}{3}$ 或 $-\frac{\pi}{3}$

(B) $\frac{\pi}{3}$

(C) $\frac{\pi}{6}$

(D) $-\frac{\pi}{3}$

11. 函数 $y = \cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) + \sin\left(\frac{\pi}{3} - x\right)$ 具有性质()

(A) 图象关于点 $\left(\frac{\pi}{6}, 0\right)$ 对称, 最大值为 $\sqrt{3}$

(B) 图象关于点 $\left(\frac{\pi}{6}, 0\right)$ 对称, 最大值为 1

(C) 图象关于点 $\left(-\frac{\pi}{6}, 0\right)$ 对称, 最大值为 $\sqrt{3}$

(D) 图象关于点 $x = -\frac{\pi}{6}$ 对称, 最大值为 1

12. 已知 θ 为第二象限角, 且 $\sin \frac{\theta}{2} < \cos \frac{\theta}{2}$, 则 $\sin \frac{\theta}{2} + \cos \frac{\theta}{2}$ 的取值范围是()

(A) $(-1, 0)$

(B) $(1, \sqrt{2})$

(C) $(-\sqrt{2}, -1)$

(D) $(-1, 1)$

二、填空题: (本大题 4 小题, 每小题 4 分, 共 16 分)

13. 函数 $y = (\sin x - \sqrt{3} \cos x)(\cos x - \sqrt{3} \sin x)$ 的最小正周期为_____.

14. ω 是正实数, 函数 $f(x) = 2\sin \omega x$ 在 $\left[-\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{4}\right]$ 上是增函数, 则 ω 的取值范围是_____.

15. 设 $f(x) = 2\cos^2 x + \sqrt{3} \sin 2x + a (a \in \mathbf{R})$, 当 $x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ 时, $f(x)$ 的最大值为 4 , 则 $a =$ _____.

16. 已知 $5\cos\left(\alpha - \frac{\beta}{2}\right) + 7\cos\frac{\beta}{2} = 0$, 则 $\tan\frac{\alpha - \beta}{2}\tan\frac{\alpha}{2} =$ _____.

三、解答题:

17. (本小题满分 12 分) 设 $\tan\beta = -\frac{2}{3}\tan\theta$, $\pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$, 且 $\theta - \beta = \frac{\pi}{4}$, 求 $\frac{2\cos^2\frac{\theta}{2} - 1}{\sqrt{2}\sin\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right)}$ 的值.

18. (本小题满分 12 分) 已知 $A(3, 0), B(0, 3), C(\cos\alpha, \sin\alpha)$.

(1) 若 $\vec{AC} \cdot \vec{BC} = -1$, 求 $\sin 2\alpha$ 的值;

(2) 若 $|\vec{OA} + \vec{OC}| = \sqrt{13}$, 且 $\alpha \in (0, \pi)$, 求 \vec{OB} 与 \vec{OC} 的夹角.

19. (本小题满分 12 分) 已知向量 $\mathbf{a} = (\cos x, 2\sin x)$, $\mathbf{b} = (2\cos x, \sqrt{3}\cos x)$, $f(x) = \mathbf{a} \cdot \mathbf{b} + m$ (m 为常数).

(1) 求 $f(x)$ 的最小正周期;

(2) 若 $f(x)$ 在 $\left[-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{6}\right]$ 上的最大值与最小值之和为 3, 求 m 的值;

(3) 在 (2) 的条件下, $f(x)$ 按向量 (h, k) 平移后得到 $y = 2\sin 2x$ 的图象, 其中 $|h| < \frac{\pi}{2}$, 求 h, k 的值.

20. (本小题满分 14 分) 已知 $f(x) = 2\sin\left(x + \frac{\theta}{2}\right) \cdot \cos\left(x + \frac{\theta}{2}\right) + 2\sqrt{3}\cos^2\left(x + \frac{\theta}{2}\right) - \sqrt{3}$.

(1) 化简 $f(x)$ 的解析式;

(2) 若 $0 \leq \theta \leq \pi$, 求 θ , 使函数 $f(x)$ 为偶函数;

(3) 在(2)成立的条件下, 求满足 $f(x) = 1, x \in [-\pi, \pi]$ 的 x 的集合.

21. (本小题满分 12 分) 已知 $f(x) = \log_{\frac{1}{2}} \frac{1 - \sin x}{1 + \sin x}$.

(1) 求出它的定义域和值域;

(2) 判断它的奇偶性、周期性和单调性.

22. (本小题满分 12 分) 已知奇函数 $f(x)$ 在 $[0, +\infty)$ 上是增函数, 是否存在这样的实数 m , 使

$f(\cos 2\theta - 3) + f(4m - 2m \cos \theta) > f(0)$ 对所有的 $\theta \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ 都成立? 若存在, 则求适合条件的

m 的取值范围; 若不存在, 则说明理由.