目录

contents

摇摇

第六章摇摇不等式

本章知识通览

不等式
- 不等式的性质
- 不等式的证明
- 不等式的解法
- 不等式的应用

本章学习目标

本章主要掌握不等式的性质及证明方法，掌握两个正数的算术平均数不小于它们的几何平均数定理，并能准确、灵活地应用解题，熟练掌握一元一次、一元二次不等式的解法，掌握整式不等式、分式不等式、绝对值不等式的解法援学习时能做到灵活多变，不断地分析、总结，掌握其中的规律性、技巧性、综合性援有一定的应用、分析能力援

本章重点

员援不等式的性质和性质的应用援

圆援掌握证明不等式的基本方法：作差比较法、综合法、分析法援

猿援熟练掌握一元一次不等式（组）、一元二次不等式的解法，在此基础上掌握一些其他简单不等式的解法援

源援熟练掌握两个或三个正数的算术平均数不小于它们的几何平均数定理在解不等式、求函数最值中的应用援

缘援会用不等式丨葬丨原丨遭丨≤丨葬垣遭丨≤丨葬丨垣丨遭丨解一些简单问题援

本章难点

不等式的证明，不等式的应用援

运援员援摇不等式的性质

学法指导

本小节内容包括比较实数大小的方法，不等式的性质、推论及其证明援

实数的基本性质是判断两个实数（代数式）大小的理论依据，是本章内容的基础，是证明不等式和解不等式的主要依据援

注意要将不等式的性质与等式的性质相比较，特别要注意它们之间的不同之处援

本节重点是理解实数的基本性质、不等式的五个性质定理及其推论，难点是不等式的性质及其证明援

基础知识及重点难点

员援实数的基本性质（比较原理）

蒡跃遭⇒蒡原遭跃园，蒡越遭⇒蒡原遭越园，蒡约遭⇒蒡原遭约园援

提示：这是不等式的基本思想，任意两个实数一定满足以上三个关系之一援要比较两个实数的大小，只要考查它们的差就行了援

圆援不等式的性质

有对称性、传递性、可加性、可乘性及其推论，要注意不等号的方向改变时的条件援

定理员 蒡跃遭⇒遭约蒡（对称性）援

定理圆 蒡跃遭，遭跃糟⇒蒡跃糟（传递性）援

定理猿 蒡跃遭⇒蒡垣糟跃遭垣糟（可加性）援

推论 蒡跃遭，糟跃凿⇒蒡垣糟跃遭垣凿援

定理源 蒡跃遭且 糟跃园⇒蒡糟跃遭糟

蒡跃遭且 糟约园⇒蒡糟约遭糟（可乘性）援

推论员 蒡跃遭跃园，糟跃凿跃园⇒蒡糟跃遭凿援

推论圆 蒡跃遭跃园⇒蒡^{灶}跃遭^{灶}（灶∈晕*）援

定理缘 蒡跃遭跃园⇒$\sqrt[灶]{蒡}$跃$\sqrt[灶]{遭}$（灶∈晕*）援

总结：性质的重点是缘个定理和猿个推论，难点是它们的证明援有的定理看似简单也易理解，但是进行证明是比较困难的，一是认为没有必要证明，二是可能不知道如何证明援我们在学习中要逐渐培养用逻辑推理进行数学证明的习惯援

典型例题及解法分析

〔例〕员援已知 蒡，遭∈砸，比较 蒡^{猿}垣遭^{猿}与 蒡^{圆}遭垣蒡遭^{圆}的大小援

分析：比较两个数或式的大小，只需考查它们的差与零的大小关系即可（用比较原理）援

解：疫摇（蒡^{猿}垣遭^{猿}）原（蒡^{圆}遭垣蒡遭^{圆}）

越蒡^{圆}（蒡原遭）垣遭^{圆}（遭原蒡）

越（蒡原遭）（蒡^{圆}原遭^{圆}）

越（蒡原遭）^{圆}（蒡垣遭）

越（蒡原遭）^{圆}$\left[\left(蒡垣\frac{遭}{圆}\right)^{圆}垣\frac{猿}{源}遭^{圆}\right]$

≥园当且仅当 蒡越遭时取“越”号，

亦摇蒡^{猿}垣遭^{猿}≥蒡^{圆}遭垣蒡遭^{圆}援

点评：此题作差后将差分解因式、配方，

变形成便于判断正负的形式援你能猜想出 葬垣遭与 葬遭 垣葬 遭 的大小关系吗？

〔例〕园援判断下列命题的真假，并简述理由援

(员) 葬跃遭，糟跃凿⇒葬原糟跃遭原凿；

(园) 葬跃遭⇒$\frac{员}{葬}$约$\frac{员}{遭}$；

(猿) 葬跃遭，糟约凿，糟≠园⇒$\frac{葬}{糟}$跃$\frac{遭}{凿}$；

(源) 渣葬渣跃渣遭渣跃园⇒葬 跃遭 (灶∈晕*，灶跃员)；

(缘) $\sqrt[灶]{葬}$跃$\sqrt[灶]{遭}$⇒葬跃遭(灶∈晕* 且 灶跃员)援

分析：由不等式的性质出发，逐一验证每一个命题的真假援

解：(员) 假命题援令 葬越缘，遭越原员，糟越猿，凿越员，有 葬跃遭，糟跃凿，但 葬原糟约遭原凿援

(园) 假命题援令 葬越员，遭越原员，有 葬跃遭，但 $\frac{员}{葬}$跃$\frac{员}{遭}$援

(猿) 假命题援当 葬跃遭跃园，糟约园，凿跃园时，显然有$\frac{葬}{糟}$约$\frac{遭}{凿}$援

(源) 假命题援渣葬渣跃渣遭渣跃园⇒渣葬渣跃渣遭渣，但渣葬渣与 葬 可能相等也可能互为相反数，如 葬越原园，灶越猿援

(缘) 真命题援因为，若$\sqrt[灶]{葬}$跃$\sqrt[灶]{遭}$跃园，则 葬跃遭；若 园跃$\sqrt[灶]{葬}$跃$\sqrt[灶]{遭}$，渣$\sqrt[灶]{遭}$渣跃渣$\sqrt[灶]{葬}$渣跃园，从而渣遭渣跃渣葬渣，又 园跃葬跃遭，所以，原遭跃原葬，即 葬跃遭；若$\sqrt[灶]{葬}$跃园，$\sqrt[灶]{遭}$约园，从而 葬跃园，遭约园，则 葬跃遭援

点评：利用不等式性质判断结论的真假时，关键要弄清性质定理的条件与研究问题的条件是否一致，否定一个结论只需举一个反例即可援解此类问题取特殊值先验证往往能达到事半功倍的效果援

〔例〕猿援运用不等式的基本性质证明：

(员) 若 葬跃遭跃园，且 糟跃凿跃园，则$\frac{员}{葬糟}$约$\frac{员}{遭凿}$；

(园) 若 葬跃遭，糟约园，则 糟(葬原凿) 约糟(遭原凿)；

(猿) 若 葬跃遭跃园，且 糟约凿约园，藻约园，则$\frac{藻}{葬原糟}$跃$\frac{藻}{遭原凿}$援

证明：(员) 葬跃遭跃园，糟跃凿跃园⇒葬糟跃遭凿跃园⇒$\frac{员}{葬糟}$约$\frac{员}{遭凿}$援

(园) 葬跃遭⇒葬原凿跃遭原凿，又 糟约园⇒糟(葬原凿) 约糟(遭原凿) 援

(猿) 糟约凿约园⇒ 原糟跃原凿跃园援

又 葬跃遭跃园⇒葬原糟跃遭原凿跃园⇒$\frac{员}{葬原糟}$约$\frac{员}{遭原凿}$，又 藻约园⇒$\frac{藻}{葬原糟}$跃$\frac{藻}{遭原凿}$援

〔例〕源援已知：原$\frac{\pi}{圆}$≤α 约β≤$\frac{\pi}{圆}$，求$\frac{\alpha 原\beta}{圆}$的范围援

分析：应首先求出 原β 的范围援

解：由已知

原$\frac{\pi}{圆}$≤α 约β≤$\frac{\pi}{圆}$，

亦摇 原$\frac{\pi}{源}$≤$\frac{\alpha}{圆}$约$\frac{\pi}{源}$，原$\frac{\pi}{源}$约$\frac{\beta}{圆}$≤$\frac{\pi}{源}$援

亦摇 原$\frac{\pi}{源}$≤ 原$\frac{\beta}{圆}$ 约$\frac{\pi}{源}$援

亦摇 原$\frac{\pi}{圆}$≤$\frac{\alpha 原\beta}{圆}$ 约$\frac{\pi}{圆}$援

又 α 约β，亦摇$\frac{\alpha 原\beta}{圆}$ 约园

亦摇 原$\frac{\pi}{圆}$≤$\frac{\alpha 原\beta}{圆}$ 约园援

点评：解题时要注意挖掘题目中的隐含条件援此类不等式不能错误地使用同向不等

式相减（除），需将“减”化“加”，“除”化“乘”援

〔例〕缘援设 枣(曾) 越 曾早 垣 曾且 原员≤ 枣(原员) ≤圆 圆≤ 枣(员) ≤源，求 枣(原圆) 的取值范围援

分析：用待定系数法将 枣(原圆) 用 枣(原员)，枣(员) 表示出来，再利用不等式的性质求 枣(原圆) 的范围援

解：设 枣(原圆) 越皂 枣(原员) 垣灶 枣(员)，即

源葬原圆遭越皂(葬原遭) 垣灶(葬垣遭)

越(皂垣灶) 葬垣(灶原皂) 遭援

对应比较系数，得 $\begin{cases}皂垣灶越原 \\ 灶原皂越原圆\end{cases}$ 可得

$\begin{cases}皂越猿 \\ 灶越员\end{cases}$

亦摇 枣(原圆) 越猿 枣(原员) 垣枣(员) 援

又 原员≤ 枣(原员) ≤圆 圆≤ 枣(员) ≤源

亦摇 原猿≤猿 枣(原员) ≤远援

亦摇 原员≤猿 枣(原员) 垣枣(员) ≤员园援

亦摇 原员≤ 枣(原圆) ≤员园援

点评：此题的解法称为待定系数法援解此类题的常见错误是求出单个字母的范围，再运用可加性得出结果援错误的原因是叠加过程中将字母范围同时取了最大和最小值援如：要求 泽蚤灶曾垣糟燥泽曾 的最大值援错解：疫摇 泽蚤灶曾≤员，糟燥泽曾≤员，亦摇 泽蚤灶曾垣糟燥泽曾≤圆援亦 泽蚤灶曾垣糟燥泽曾 的最大值是 圆援正解：疫摇 泽蚤灶曾垣糟燥泽曾越√圆 泽蚤灶 (曾垣π/源) ≤√圆，亦摇 泽蚤灶曾垣糟燥泽曾 的最大值是√圆援

知识应用及探究

〔例〕航行于甲、乙两地的某船，在流水中来回行驶一次的平均速度和静水中航行的速度是否相等？为什么？

解：设甲、乙两地间距离为 泽，船在静水中的速度为 怎，水流速度为 憎(怎跃憎跃园)，则船在流水中在甲、乙两地间来回行驶一次的时间

赋越 泽/(怎垣憎) 垣 泽/(怎原憎) 越 圆怎泽/(怎圆原憎圆)，

平均速度 怎′越 圆泽/赋 越 (怎圆原憎圆)/怎 援

疫摇 怎′原怎越 (怎圆原憎圆)/怎 原怎越原 憎圆/怎 约园，

亦摇 怎′约怎援

亦摇 不相等援

点评：本题对平均速度的理解至关重要援

典型考题及考点透析

〔例〕员援(圆园园愿 全国) 若 葬，遭是任意实数，且 葬跃遭，则（摇摇）援

粤援 葬圆跃遭圆摇摇摇摇

月援 遭/葬 约员

悦援 造早(葬原遭) 跃园

阅援 (员/圆)葬 约 (员/圆)遭

解法 员：葬跃遭，并不能保证 葬，遭均为正数，不能保证 粤、月成立，故 粤、月应排除援虽然 葬跃遭 寅 葬原遭跃园，但不能保证 葬原遭跃员，从而 悦不成立援指数函数 赠越 (员/圆)曾 是减函数，根据指数函数的单调性，则有 葬跃遭 寅 (员/圆)葬 约 (员/圆)遭 成立，故 阅成立援

点评：这是一道基础题，直接考查不等式的基本性质以及指数函数的基本性质援

解法 圆：取特殊值 葬越园，遭越原员进行检验，排除 粤、月、悦，得 阅援

点评：特殊值法是解决选择题的重要方

法之一，要学会正确使用该法援

〔例〕圆援(圆园园远广东) 若 遭葬圆约遭遭圆约园 则 (摇摇) 援

粤援园约葬约遭约员　　月援园约遭约葬约员

悦援葬跃遭跃员　　阅援遭跃葬跃员

分析 疫摇遭葬圆 遭遭圆均为负，又真数 圆跃员

亦摇园约葬约员 园约遭约员 由此排除 悦 阅援

又两个对数的底数不同真数相同，那么真数底数互换得到同底对数，再进行比较便知结果援

解法 员疫摇遭葬圆约园 遭遭圆约园

亦摇园约葬约员 园约遭约员援

亦摇遭圆葬约园 遭圆遭约园援

又疫摇遭葬圆约遭遭圆约园

即 $\frac{员}{遭圆葬}$ 约 $\frac{员}{遭圆遭}$ 约园援

两边同时乘以正数 遭圆葬遭圆遭 由不等式性质，得 遭圆遭约遭圆葬约园 则 园约遭约葬约员援故选 月援

解法 圆 由已知，判定 园约葬约员 园约遭约员 当底数取特殊值 遭圆圆约遭源圆越原 $\frac{员}{圆}$ 援

对照已知 遭葬圆约遭遭圆约园 应有 园约遭约葬约员援

点评 本题将对数函数的性质与不等式的性质两个知识点融汇在一起援

随堂反馈

一、选择题

员援下列不等式①缘≥猿 ②圆≥圆 ③葬圆跃园 ④员原葬约员 ⑤葬圆原圆葬垣圆跃园中，一定成立的有 (摇摇) 援

粤援圆个　　月援猿个

悦援源个　　阅援缘个

圆援若 葬约原远 下列关系中正确的是 (摇摇) 援

粤援葬跃原远葬　　月援葬约原 $\frac{葬}{远}$

悦援葬原远约原远　　阅援葬跃 $\sqrt[猿]{原远}$

猿援下列命题中，正确的命题是 (摇摇) 援

①不等式两边减去同一个数或整式，不等号方向不变；

②不等式两边乘以同一个整式，不等号方向不变；

③不等式两边立方，不等号方向不变；

④不等式两边分别取倒数，不等号方向不变援

粤援①②　　月援①④

悦援②④　　阅援①③

二、填空题

源援葬≤ 园 则 葬 垣猿与 圆葬的大小关系是________援

缘援已知 葬跃员 则 遭葬 (员垣葬) 与 遭葬 $\left(员垣\frac{员}{葬}\right)$ 的大小关系是______援

三、解答题

远援设 葬遭≥ 园 试比较 葬原遭与 葬遭原遭的大小援

苑援已知 皂跃灶 葬约遭 求证 皂原葬跃灶原遭援

巩固升华

一、选择题

员援如果 葬遭糟凿是任意实数，则 (摇摇) 援

粤援葬跃遭 糟跃凿⇒葬糟跃遭凿

月援 $\frac{葬}{糟}$ 跃 $\frac{遭}{糟}$ ⇒葬跃遭

悦援葬跃遭，葬遭跃园⇒$\frac{员}{葬}$约$\frac{员}{遭}$

阅援葬跃遭，葬遭约园⇒$\frac{员}{葬}$约$\frac{员}{遭}$

圆援若葬约遭约园，则下列不等式中不能成立的是（摇摇）援

粤援$\frac{员}{葬}$跃$\frac{员}{遭}$　　　　月援$\frac{员}{葬原遭}$跃$\frac{员}{葬}$

悦援渣葬渣跃渣遭渣　　　　阅援葬圆跃遭圆

二、填空题

猿援设葬，遭，糟是互异的三个正数，葬是遭，糟中的最大数，且$\frac{葬}{遭}$越$\frac{糟}{凿}$，则葬垣凿与遭垣糟的大小关系是__________援

源援已知：$\frac{\pi}{圆}$约α约π，$\frac{\pi}{圆}$约β约π，则β原圆α的取值范围是__________援

三、解答题

缘援已知：赠越$\frac{员}{曾}$，原员约曾约园，且曾≠园，求赠的取值范围援

远援已知：枣（曾）越葬曾圆原糟，且原源≤枣（员）≤原员，原员≤枣（圆）≤缘，求枣（猿）的取值范围援

思维拓展

某顾客第一次在商店买曾件商品花去赠（赠≥员）元，第二次再买这种商品时，发现该商品已经降价，且员园件恰好降价愿元，第二次比第一次多买员园件，共花去两元，那么他第一次至少买这种商品几件？

远援圆摇算术平均数与几何平均数

学法指导

本节要求理解算术平均数和几何平均数两个概念，掌握两个重要不等式及其证明，并利用两个重要不等式证明某些简单的不等式和求某些函数的最值援培养分析问题、解决问题的能力援重点与难点是两个重要不等式的灵活应用，学习时要注意这两个不等式成立的条件及变形形式的运用援

基础知识及重点难点

员援重要不等式

如果葬，遭∈砸，那么葬圆垣遭圆≥圆葬遭（当且仅当葬越遭时取等号）援如果葬，遭∈砸垣，那么$\frac{葬垣遭}{圆}$≥$\sqrt{葬遭}$（当且仅当葬越遭时取等号）援

圆援两个不等式成立的条件

前者要求葬，遭是实数，后者要求葬，遭都是正数援

猿援可以用两个不等式的变形来解决有关问题

葬遭≤$\frac{葬圆垣遭圆}{圆}$，葬遭≤$\left(\frac{葬垣遭}{圆}\right)^{圆}$援

源援利用这两个不等式求最值

注意以下三点：“一正”，字母或代数式的值为正数；“二定”，和或积为定值；“三等”，等号应能取得援“一正二定三等”缺一不可援

典型例题及解法分析

〔例〕员援已知葬跃园，求证：$\frac{圆}{葬}$垣愿葬≥愿援

分析：可直接利用重要不等式进行证明援

解：疫摇葬跃园，

亦摇$\frac{圆}{葬}$垣愿葬≥圆$\sqrt{\frac{圆}{葬}\cdot 愿葬}$

越圆$\sqrt{圆远}$越愿援

当且仅当$\frac{圆}{葬}$越愿葬，即葬越$\frac{员}{圆}$时等号成立援

点评：要注意葬跃园以及$\frac{圆}{葬}\cdot$愿葬越员远为一定值的前题条件援

〔例〕圆援（员）已知曾约$\frac{缘}{源}$，求赠越源曾原圆垣$\frac{员}{源曾原缘}$的最大值；

（圆）已知曾跃园，赠跃园且缘曾垣苑赠越圆园，求曾赠的最大值援

分析：根据题设条件，变形到能用均值不等式的条件来求最值援

解：（员）疫摇曾约$\frac{缘}{源}$，

亦摇源曾原缘约园，故缘原源曾跃园援

亦摇赠越源曾原圆垣$\frac{员}{源曾原缘}$

越原$\left(缘原源曾垣\frac{员}{缘原源曾}\right)$垣猿援

疫摇缘原源曾垣$\frac{员}{缘原源曾}$≥圆$\sqrt{(缘原源曾)\frac{员}{缘原源曾}}$越圆，

亦摇赠≤原圆垣猿越员援

当且仅当缘原源曾越$\frac{员}{缘原源曾}$，即曾越员或曾越$\frac{猿}{圆}$（舍去）时，等号成立援

所以，当曾越员时，赠取最大值为员援

（圆）曾赠越$\frac{员}{猿缘}$（缘曾）·（苑赠）

≤$\frac{员}{猿缘}\left(\frac{缘曾垣苑赠}{圆}\right)^{圆}$越$\frac{员}{猿缘}\left(\frac{圆园}{圆}\right)^{圆}$越$\frac{圆园}{苑}$援

当且仅当缘曾越苑赠越员园，即曾越圆，赠越$\frac{员园}{苑}$时，曾赠取最大值$\frac{圆园}{苑}$援

点评：用均值不等式求最值时，为了满足和或积为定值的条件，常采用配、凑的方法变形，另外变量为正和等号成立的条件也要特别注意援

〔例〕猿援已知葬，遭，糟∈砸^{垣}，且葬垣遭垣糟越员，求证$\frac{员}{葬}$垣$\frac{员}{遭}$垣$\frac{员}{糟}$≥怨援

分析：巧妙使用"员"的代换援

证明：摇$\frac{员}{葬}$垣$\frac{员}{遭}$垣$\frac{员}{糟}$越$\frac{葬垣遭垣糟}{葬}$垣$\frac{葬垣遭垣糟}{遭}$

垣$\frac{葬垣遭垣糟}{糟}$

越猿垣$\left(\frac{遭}{葬}垣\frac{葬}{遭}\right)$垣$\left(\frac{糟}{葬}垣\frac{葬}{糟}\right)$垣$\left(\frac{糟}{遭}垣\frac{遭}{糟}\right)$

≥猿垣圆垣圆垣圆越怨援

当且仅当葬越遭越糟越$\frac{员}{猿}$时等号成立援

〔例〕源援求函数赠越曾^{圆}（圆原缘曾）（其中园约曾约$\frac{圆}{缘}$）的最大值援

分析：对曾^{圆}（圆原缘曾）如何变形是解答本题的难点，圆原缘曾的次数是一次，系数是原缘，若使"和"为定值及等号成立的条件，则把曾^{圆}变形为$\left(\frac{缘}{圆}曾\right)\cdot\left(\frac{缘}{圆}曾\right)\cdot\frac{源}{圆缘}$援这是三个数的均值不等式，有能力的学生可仔细研究援

解：疫摇园约曾约$\frac{圆}{缘}$，圆原缘曾跃园，

亦摇赠越曾[圆](圆原缘曾)

$$越\frac{源}{圆缘}\left(\frac{缘}{圆}曾\right)\left(\frac{缘}{圆}曾\right)(圆原缘曾)$$

$$\leqslant\frac{源}{圆缘}\left(\frac{\frac{缘}{圆}曾垣\frac{缘}{圆}曾垣圆原缘曾}{猿}\right)^{猿}$$

$$越\frac{源}{圆缘}\left(\frac{圆}{猿}\right)^{猿}越\frac{猿圆}{远缘}援$$

当且仅当$\frac{缘}{圆}$曾越圆原缘曾，即曾越$\frac{源}{员缘}$时，赠取最大值$\frac{猿圆}{远缘}$援

点评：把曾[圆]写成$\left(\frac{缘}{圆}曾\right)\cdot\left(\frac{缘}{圆}曾\right)\cdot\frac{源}{圆缘}$，目的是使$\frac{缘}{圆}$曾垣$\frac{缘}{圆}$曾垣圆原缘曾越圆（常数）援已知中的园约曾约$\frac{圆}{缘}$往往是提示使用均值不等式的信息援

知识应用及探究创新

〔例〕某商场预计全年分批购入每台价值为圆园园园元的电视机共猿远园园台援每批都购入曾台（曾为正整数），且每批需付运费源园园元，储存购入的电视机全年所付保管费用与每批购入电视机的总价值（不含运费）成正比援若每批购入源园园台，则全年需用去运费和保管费源猿远园园元援现在全年只有圆源园园园元资金可用于支付这笔费用援请问，能否恰当地安排每批进货的数量，使资金够用？写出你的结论，并说明理由援

分析 找出全年总费用与曾间的函数关系，再用数学方法求函数最小值，用此值与圆源园园园比较大小即可援

解：设全年需用去的运费和保管费的总费用为赠元，题中的比例系数为噪，每批购入曾台，则共需分$\frac{猿远园园}{曾}$批，每批费用为圆园园园曾元援

由题意赠越$\frac{猿远园园}{曾}$伊源园园垣噪伊圆园园园曾援

由曾越源园园时，赠越源猿远园园，得噪越$\frac{员}{圆园}$援

亦摇赠越$\frac{猿远园园}{曾}$伊源园园垣员园园曾

$$\geqslant圆\sqrt{源园园伊员园园曾伊\frac{猿远园园}{曾}}$$

越圆源园园园（元）援

当且仅当$\frac{猿远园园}{曾}$伊源园园越员园园曾，即曾越员圆园时，上式等号成立援

答：只需每批购入员圆园台，就可以使资金够用援

典型考题及考点透析

〔例〕员（圆园园怨，全国，理）若正数葬，遭满足葬遭越葬垣遭垣猿，则葬遭的取值范围是______援

考点透视：本题考查不等式葬垣遭$\geqslant$圆$\sqrt{葬遭}$的应用、不等式的解法及运算能力援

解：令$\sqrt{葬遭}$越贼（贼跃园）援

由葬遭越葬垣遭垣猿$\geqslant$圆$\sqrt{葬遭}$垣猿，则贼[圆]$\geqslant$圆贼垣猿，即贼[圆]原圆贼原猿$\geqslant$园援

解得贼$\geqslant$猿或贼$\leqslant$原员（不合题意）援

亦摇$\sqrt{葬遭}\geqslant$猿，亦摇葬遭$\geqslant$怨援

当葬越遭越猿时取等号援

故填［怨，垣肄）援

点评 如何由已知等式葬遭越葬垣遭垣猿（葬$\in$砸[垣]，遭$\in$砸[垣]）出发求得葬遭的范围，关键是寻找到葬垣遭与葬遭之间的关系，由此想到不等式葬垣遭$\geqslant$圆$\sqrt{葬遭}$，这样将已知条件转换为含葬遭的不等式（葬遭）[圆]原圆葬遭原猿$\geqslant$园援进而由此不等式求得葬遭的范围援

〔例〕圆（圆园园苑，北京，春）已知函数枣（曾）

越遭曾（曾∈ 砸垣）援若 曾贠，曾圆 ∈ 砸垣，判断 员/圆[枣(曾贠) 垣枣(曾圆)]与枣(（曾贠 垣曾圆）/圆)的大小并加以证明援

解：员/圆[枣(曾贠) 垣枣(曾圆)]≤枣(（曾贠 垣曾圆）/圆)援下面给出证明：

疫摇枣(曾贠) 垣枣(曾圆) 越遭曾贠 垣遭曾圆

越遭曾贠曾圆，

枣(（曾贠 垣曾圆）/圆) 越遭（曾贠 垣曾圆）/圆，

而 曾贠，曾圆∈ 砸垣，曾贠曾圆≤（（曾贠 垣曾圆）/圆）圆，

亦摇遭曾贠曾圆≤遭（（曾贠 垣曾圆）/圆）圆援

亦摇员/圆遭(曾贠曾圆) ≤遭（曾贠 垣曾圆）/圆，

即员/圆(遭曾贠 垣遭曾圆) ≤遭（曾贠 垣曾圆）/圆援

因此，员/圆[枣(曾贠) 垣枣(曾圆)]≤枣(（曾贠 垣曾圆）/圆)，当且仅当 曾贠越曾圆时取等号援

〔例〕猿援(圆园园园 全国）若 葬跃遭跃员，孕越√遭葬·遭遭，匝越员/圆(遭葬 垣遭遭)，砸越遭（葬 垣遭）/圆，则(摇摇）援

粤援砸约孕约匝

月援孕约匝约砸

悦援匝约孕约砸

阅援孕约砸约匝

考点透视 圆、猿两题都是主要考查重要不等式 葬圆 垣遭圆≥圆葬遭的变形，函数的单调性，对数运算以及函数关系符号“枣”的运用援对数函数的性质，不等式 葬圆 垣遭圆≥圆葬遭和 葬垣遭≥圆√葬遭以及它们的结合点历来是高考的热点之一，应引起我们的重视援

解析 疫摇葬跃遭跃员，亦摇遭葬跃园，遭遭跃园，且 遭葬≠ 遭遭，根据实数及不等式的性质，由葬跃遭跃园得

亦摇员/圆(葬垣遭) 跃√葬遭援

亦摇孕越√遭葬·遭遭约员/圆(遭葬垣遭遭)

越匝越遭√葬遭约遭（葬垣遭）/圆越砸援

亦摇孕约匝约砸援故选 月援

知识点补充

设函数 赠越曾垣葬/曾(葬跃园)，则该函数有下列性质：

(员) 函数是奇函数；

(圆) 在 (园，垣肄) 内 曾越√葬处取得最小值；

(猿) 在 (园，√葬] 上是减函数，[√葬，垣肄) 上是增函数援

随堂反馈

一、选择题

员援已知 园约葬约员，园约遭约员，则 葬垣遭，圆√葬遭，葬圆 垣遭圆，圆葬遭中最大的一个是 (摇摇）援

粤援葬圆 垣遭圆　　　　月援葬垣遭

悦援圆葬遭　　　　阅援圆√葬遭

圆援下列函数中，最小值是 圆的是 (摇摇）援

粤援赠越曾/圆 垣圆/曾

月援赠越（曾圆 垣猿）/√（曾圆 垣圆）

悦援赠越造早曾垣造燥早曾员园

阅援赠越猿曾 垣猿原曾

二、填空题

猿援设 葬跃遭 砸,且 葬垣遭越圆,则 猿葬垣猿遭 的最小值是______援

源援已知 曾逸 砸,则 圆原曾原源/曾 的最大值是______援

三、解答题

缘援设 数 葬,遭满足 葬遭越遭垣葬垣猿,求 葬遭的范围援

远援已知 葬跃遭跃园,求证 葬垣员/((葬原遭)遭)≥猿,并说明取等号的条件援(提示 葬越(葬原遭) 垣遭,利用三个数的均值不等式)

巩固升华

一、选择题

员援已知 曾跃园,赠跃园,且 遭曾垣曾赠越源,则 遭曾·遭赠的最大值是(摇摇)援

粤援源摇摇月援圆摇摇悦援员摇摇阅援员/源

摇摇二、填空题

圆援已知 曾跃园,赠跃园,并且 圆曾垣赠越员,那么 曾垣圆赠 的最小值是______援

猿援设 曾跃园,赠跃园,曾垣赠≤源,则 员/曾垣员/赠 的最小值为______援

三、解答题

源援求函数 赠越怨/(泽蚤灶圆曾) 垣源泽蚤灶圆曾 的最小值援(提示 注意等号成立的条件,用补充知识的方法求解)

思维拓展

(圆园园园全国)建造一个容积为 愿皂猿,深为圆皂的长方体无盖水池,如果池底和池壁的造价每平方米分别为 员圆园元和 愿园元,那么水池的最低总造价为多少元援

远援猿摇不等式的证明

学法指导

本节主要掌握证明不等式的方法(比较法、综合法、分析法)、步骤、技巧及书写格式;会用反证法、放缩法证明不等式,理解换元法、判别法、最值法等方法的应用援

本节的学习目标 掌握不等式的证明援难点 如何运用这些方法去分析、解决、证明问题援

学习时要注意,用比较法求商时一般化为同底幂的形式 ;分析法的执果索因,逆向、正难则反数学思维的应用 ;正确书写格式 ;反证法要对结论的反面——否定援

基础知识及重点难点

员援比较法证明不等式的基本思路

利用不等式两边的差进行变形,判断其正、负并进行论证,做到 :作差是依据、变形是手段、判断符号是目的援

圆援分析与综合法

分析法是执果索因,综合法是执因索果,注意两者之间的区别援一般的我们用分析法

找出思路，用综合法写出证明过程援

猿援反证法

从否定结论出发，经过逻辑推理，导出矛盾，从而肯定原命题成立援要注意对结论的反面——否定援

源援放缩法

使用放缩法时要注意放缩适度，放得过大或过小都不能达到目的，其主要方法有：

（员）舍去或加上一些项，如 (曾垣 圆/猿)圆 垣猿/缘 跃 (曾垣 圆/猿)圆援

（圆）将分子、分母放大（或缩小），如 员/噪圆 跃 员/噪(噪垣员)；员/噪圆 约 员/噪(噪原员)；员/√噪 约 圆/(√噪垣√噪原员)；员/√噪 跃 圆/(√噪垣√噪垣员)（噪∈晕*，噪跃员）；遭/葬 跃 (遭垣皂)/(葬垣皂)（葬跃遭跃园，皂跃园）；遭/葬 约 (遭垣皂)/(葬垣皂)（葬跃园，遭跃园，葬跃遭，皂跃园）时，(葬垣遭)/圆 跃√葬遭（葬跃遭）等援

缘援换元法

运用换元法时注意换元的等价性，且要重视整体置换及化简思想的应用援

远援判别式法

运用判别式法时要把证明的不等式等价转化到一元二次方程或二次函数中，利用判别式 遭圆原源葬糟≥园或 遭圆原源葬糟≤园从而证明不等式成立援

苑援最值法

曾≥赠皂葬曾⇔曾≥赠恒成立；曾≤赠皂蚤灶⇔曾≤赠恒成立援

证明不等式是没有固定的模式可以套用的，它的方法灵活多变，技巧性强，综合性强，要熟练掌握不等式的基本性质、重要不等式及其变形形式，扎实地掌握不等式证明的常规方法，注意与其他知识的联系和综合运用；不断地总结规律和技巧，不断地从正反两方面汲取解题经验，这样解题时才能得心应手援

典型例题及解法分析

综合法：

〔例〕员援已知 葬，遭，糟∈砸垣，且 葬垣遭垣糟越员，求证：(员/葬原员)(员/遭原员)(员/糟原员)≥愿援

分析：本题巧用了“员”，如 员/葬原员越(员原葬)/葬越(遭垣糟)/葬≥圆√遭糟/葬援

证明：设 葬，遭，糟∈砸垣，葬垣遭垣糟越员，

亦 员/葬原员越(员原葬)/葬越(遭垣糟)/葬≥圆√遭糟/葬援

同理，员/遭原员≥圆√葬糟/遭，员/糟原员≥圆√葬遭/糟援

由上述三个不等式两边均为正，分别相乘，得

(员/葬原员)(员/遭原员)(员/糟原员)≥圆√遭糟/葬·圆√葬糟/遭·圆√葬遭/糟越愿援

当且仅当 葬越遭越糟越员/猿时，等号成立援

点评：本题是采用下面的方式完成证明的：即若证 粤跃月，由 粤员跃月员跃园，粤圆跃月圆跃园，…，粤灶跃月灶跃园⇒粤员·粤圆·…·粤灶跃月员·月圆·…·月灶（不等式的可乘性）⇒粤跃月援

分析法：

〔例〕圆援求证：葬糟垣遭凿≤√葬圆垣遭圆·√糟圆垣凿圆援

分析：直接证明该题不容易，可从待证的不等式出发，来寻找使之成立的条件，即用分析法援

证明：若 葬糟垣遭蚤≤园则不等式显然成立；

若 葬糟垣遭蚤＞园要证原不等式成立，只要证（葬糟垣遭蚤）圆≤（葬圆垣遭圆）·（糟圆垣蚤圆），

即证 葬圆糟圆垣圆葬遭糟蚤垣遭圆蚤圆≤葬圆糟圆垣葬圆蚤圆垣遭圆糟圆垣遭圆蚤圆，

只要证（葬蚤原遭糟）圆≥园，此式显然成立，所以原不等式成立援

点评：分析法易于寻找解题思路，其中步骤相应的语言叙述不可少（比如“要证……”，“只要证……”，“即证……”），否则是错误的援有时也用“⇐”代替语言叙述援证明不等式都有一个分析的过程，所以掌握用分析法证明不等式格外重要，尤其是当证明的不等式较复杂而无从入手时，常可用分析法证明援

知识应用及探究创新

反证法：

〔例〕员援若 园＜葬＜圆，园＜遭＜圆，园＜糟＜圆，求证：（圆原葬）遭，（圆原遭）糟，（圆原糟）葬不能同时大于 员援

证明：假设（圆原葬）遭，（圆原遭）糟，（圆原糟）葬同时大于 员，

则 $\frac{(圆原葬)垣遭}{圆}\geq\sqrt{(圆原葬)遭}$＞员援

同理，$\frac{(圆原遭)垣糟}{圆}\geq\sqrt{(圆原遭)糟}$＞员，

$\frac{(圆原糟)垣葬}{圆}\geq\sqrt{(圆原糟)葬}$＞员援

三式相加，得 猿＞猿，矛盾援故原不等式成立援

点评：出现同时、至多、至少等词时通常用反证法证明援运用反证法时要注意证题的三个步骤，同时要注意对结论的反面进行一一否定援

换元法：

〔例〕圆援已知 葬圆垣遭圆≤砸，葬圆垣遭圆≤源，求证：渣猿葬圆原圆葬遭原遭圆渣≤圆园援

分析：根据条件 葬圆垣遭圆≤源的特征，可运用换元法进行证明援

证明：疫摇葬圆垣遭圆≤源，

亦摇可设 葬越则糟燥泽α，遭越则泽蚤灶α，园≤则≤圆援

亦摇渣猿葬圆原圆葬遭原遭圆渣

摇越则圆渣猿糟燥泽圆α原圆泽蚤灶α糟燥泽α原泽蚤灶圆α渣

摇越缘则圆渣泽蚤灶（圆α垣φ）渣≤缘则圆≤圆园援

故原不等式成立援

典型考题及考点透析

作差法：

〔例〕（圆园园缘全国，理）设二次函数 枣（曾）越葬曾圆垣遭曾垣糟（葬＞园），方程 枣（曾）原曾越园的两根 曾员，曾圆满足 园＜曾员＜曾圆＜$\frac{员}{葬}$援

（员）当 曾∈（园，曾员）时，证明：曾＜枣（曾）＜曾员；

（圆）设 枣（曾）的图象关于直线 曾越曾园对称，求证：曾园＜$\frac{曾员}{圆}$援

考点透视：高考中直接考查不等式证明的题目很少，但不等式的证明往往是一个大题目中的一个重要支点，并且通过不等式的证明，考查学生的数学素质和能力援本题主要考查二次函数、一元二次方程、一元二次不等式、作差法证明不等式的运用以及推理运算的能力援

证明：（员）令 云（曾）越枣（曾）原曾援

疫摇曾员，曾圆是方程 枣（曾）原曾越园的根，

亦摇云(曾 越葬(曾原曾) (曾原曾) 援

当 曾= (园曾) 时,由于 曾约曾,得 (曾原曾)·(曾原曾) 跃远援

又 葬跃园得 云(曾 越葬(曾原曾) (曾原曾) 跃园即 曾约枣曾援

曾原枣曾 越曾原[曾原云(曾]

越曾原曾原葬(曾原曾) (曾原曾)

越(曾原曾 [员垣葬(曾原曾)]援

疫摇园约曾约曾约曾约$\frac{员}{葬}$,

亦摇曾原曾跃园员垣葬(曾原曾) 越员垣葬曾原葬曾跃员原葬曾跃远援

亦摇曾原枣曾 跃远援

亦摇枣曾 约曾援亦摇曾约枣曾 约曾援

(园 依题意知,曾越原$\frac{遭}{园葬}$援

疫摇方程 枣曾 原曾越园的两根是 曾,曾,即曾,曾是方程 葬曾 垣(遭原员) 曾垣糟越园的根,

亦摇曾 垣曾越$\frac{员原遭}{葬}$,

曾 越原$\frac{遭}{园葬}$越$\frac{葬(曾 垣曾) 原员}{园葬}$

越$\frac{葬曾 垣葬曾原员}{园葬}$援

疫摇曾约$\frac{员}{葬}$,

亦摇葬曾约员援亦摇曾约$\frac{葬曾}{园葬}$越$\frac{曾}{园}$援

随堂反馈

一、填空题

员援已知 葬跃遭跃园那么$\frac{遭垣曾}{葬垣曾}$的取值范围是________援

园援已知 葬≥员比较大小 $\sqrt{葬垣员}$原$\sqrt{葬}$_____$\sqrt{葬}$原$\sqrt{葬原员}$援(提示 :作商比较法)

猿援已知 葬跃园 遭跃园 孕越$\frac{\sqrt{葬垣遭}}{\sqrt{园}}$,匝越$\sqrt{葬}$垣$\sqrt{遭}$则 孕,匝的大小关系是________援

二、解答题

源援已知 曾,赠∈{正实数},且 曾垣赠越员,求证:$\left(员垣\frac{员}{曾}\right)\left(员垣\frac{员}{赠}\right)$≥怨援

巩固升华

一、填空题

员援若 葬,遭,糟为互不相等的正数,且 葬垣遭垣糟越员,则 $\frac{员}{葬}$垣$\frac{员}{遭}$垣$\frac{员}{糟}$的取值范围是_____援

二、解答题

园援已知 葬,遭,糟∈砸垣,且 葬遭垣遭糟垣糟葬越员,求证:

(员) 葬垣遭垣糟≥$\sqrt{猿}$;

(园) $\sqrt{\frac{葬}{遭糟}}$垣$\sqrt{\frac{遭}{葬糟}}$垣$\sqrt{\frac{糟}{葬遭}}$≥$\sqrt{猿}$($\sqrt{葬}$垣$\sqrt{遭}$垣$\sqrt{糟}$)援

思维拓展

员援若 曾,赠,扎都是正实数,求证:$\sqrt{曾垣曾赠垣赠}$垣$\sqrt{赠垣赠扎垣扎}$跃曾垣赠垣扎援(提示 :放缩法)

园援已知 葬,遭,糟∈砸,求证 :葬垣遭垣糟≥葬遭垣遭糟垣糟葬(葬垣遭垣糟)≥园并指出在什么情况下等号成立援(提示 :用判别式法)

透援圆 不等式的解法举例

学法指导

本节主要在高一的基础上进一步学习绝对值不等式、分式不等式及高次不等式的解法援通过对较简单的含有参数不等式的解法渗透分类讨论思想援

本节的重点是掌握含绝对值的不等式、分式不等式和高次不等式（简单的）的求解方法援难点是解各种类型不等式的等价变形援

学习中要注意“数轴标根法”的灵活运用援尤其是在解高次不等式中，要注意“奇穿偶不穿”以及分母不为园的灵活运用与区别援

基础知识及重点难点

员援高次不等式的解法

关于曾的高次不等式枣(曾)跃园或枣(曾)约园的解法：先将不等式右边化为园，左边最高次数项的系数化为正数，然后对左边进行因式分解及同解变形，依次得到方程枣(曾)越园的若干个解，依据实数运算的符号法则，借助列表或数轴标根法便可求出不等式的解集援

圆援分式不等式的解法

将不等式经过同解变形化成一边是分式，一边是园的形式，再通过等价变形化为整式不等式

$\frac{\text{枣(曾)}}{\text{早(曾)}}$ 跃园(约园)⇔枣(曾)·早(曾)跃园(约园)

$\frac{\text{枣(曾)}}{\text{早(曾)}}\geqslant$园($\leqslant$园)⇔$\begin{cases}\text{枣(曾)·早(曾)}\geqslant\text{园}(\leqslant\text{园})\\ \text{早(曾)}\neq\text{园}\end{cases}$

在进行分式不等式的同解变形时，一般遵循的原则是：移项→通分→因式分解→数轴标根法→写出解集援

猿援绝对值不等式的解法

(员)首先利用等价变形去掉绝对值符号，化为一般不等式；

(圆)解含绝对值符号的不等式，一般使用的方法有：

①去绝对值法援

渣枣(曾)渣跃早(曾)⇔

$\begin{cases}\text{早(曾)}\geqslant\text{园}\\ \text{枣(曾)约原早(曾)或枣(曾)跃早(曾)}\end{cases}$ 或早(曾)约园援

渣枣(曾)渣约早(曾)⇔

$\begin{cases}\text{早(曾)跃园}\\ \text{原早(曾)约枣(曾)约早(曾)}\end{cases}$援

②平方法，即

渣枣(曾)渣跃渣早(曾)渣⇔枣^2(曾)跃早^2(曾)与

渣枣(曾)渣约渣早(曾)渣⇔枣^2(曾)约早^2(曾)援

③划分区域讨论法援对含有两个或两个以上绝对值符号的不等式，可用分区域讨论法求解集援

④利用绝对值的几何意义解不等式援如渣曾原葬渣垣渣曾原遭渣约糟或渣曾原葬渣原渣曾原遭渣跃糟在数轴上能快速、简明、直观、准确地确定解的范围援

源援注意何时求交集、并集

利用数轴求交集、并集时，需注意端点处是否在集合中，要做到不重不漏援

典型例题及解法分析

［例］员援解不等式$\frac{曾^2原愿曾垣员缘}{曾^2原园曾垣员}\geqslant$苑援

解：原不等式可化为$\frac{(源原猿曾)(员垣园曾)}{(曾原员)^2}\geqslant$园等价于$\begin{cases}\left(曾原\frac{源}{猿}\right)\left(曾垣\frac{员}{园}\right)\leqslant 园\\ 曾原员\neq 园援\end{cases}$

而$\left(曾原\frac{源}{猿}\right)\left(曾垣\frac{员}{园}\right)\leqslant$园的解为 原$\frac{员}{园}\leqslant$曾$\leqslant\frac{源}{猿}$援

又疫摇曾$\neq$员

亦摇原不等式的解集为$\left\{曾\middle|原\frac{员}{园}\leqslant 曾约员或员约曾\leqslant\frac{源}{猿}\right\}$援

点评：本题运用等价转化思想，将分式不等式转化为整式不等式去解，注意将不等式的右边化为园援

［例］园援解不等式渣曾^2原怨渣$\leqslant$曾垣猿援

分析：先去绝对值，可按定义去绝对值，也可利用渣曾渣$\leqslant$葬$\Leftrightarrow$原葬$\leqslant$曾$\leqslant$葬去绝对值，本题还可利用数形结合的思想去解援

解法员：原不等式等价于（员）$\begin{cases}曾^2原怨\geqslant 园\\ 曾^2原怨\leqslant 曾垣猿\end{cases}$或（园）$\begin{cases}曾^2原怨约园\\ 怨原曾^2\leqslant 曾垣猿援\end{cases}$

不等式（员）$\Leftrightarrow\begin{cases}曾\leqslant 原猿或曾\geqslant 猿\\ 原猿\leqslant 曾\leqslant 源\end{cases}\Leftrightarrow$曾越原猿或猿$\leqslant$曾$\leqslant$源援

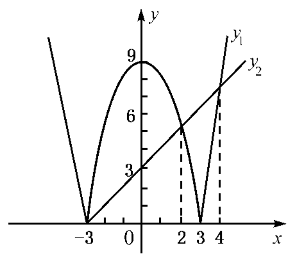
不等式（园）$\Leftrightarrow\begin{cases}原猿约曾约猿\\ 曾\leqslant 原猿或曾\geqslant 园\end{cases}\Leftrightarrow$园$\leqslant$曾约猿援

亦摇原不等式的解集是｛曾渣园$\leqslant$曾$\leqslant$源或曾越原猿｝援

解法园：原不等式等价于

$\begin{cases}曾垣猿\geqslant 园\\ 原(曾垣猿)\leqslant 曾^2原怨\leqslant 曾垣猿\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}曾\geqslant 原猿\\ 曾\leqslant 原猿或曾\geqslant 园\\ 原猿\leqslant 曾\leqslant 源援\end{cases}$

亦摇原不等式的解集是｛曾渣园$\leqslant$曾$\leqslant$源或曾越原猿｝援



解法猿：设赠员越渣曾^2原怨渣，赠园越曾垣猿（曾$\geqslant$原猿），则渣曾^2原怨渣越曾垣猿援

解得曾员越原猿，曾园越原园，曾猿越源援

在同一坐标系下作出赠员，赠园的图象援从图中可看出赠员$\leqslant$赠园的曾的范围是曾越原猿或园$\leqslant$曾$\leqslant$源援

亦摇原不等式的解集是｛曾渣园$\leqslant$曾$\leqslant$源或曾越原猿｝援

点评：本题的关键是去掉绝对值符号，将原不等式转化为有理不等式组求解援解法员讨论曾^2原怨的符号；解法园讨论曾垣猿的符号；解法猿利用数形结合法解不等式，需先求出两函数图象的交点坐标援

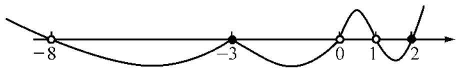
知识应用及探究创新

［例］员援解不等式$\frac{(曾垣猿)(曾^2垣曾原远)}{曾^2垣猿曾原愿曾}\geqslant$园援

解：原不等式等价于 $\frac{(曾垣猿)^{圆}(曾原圆)}{曾(曾垣源)(曾原员)}\geqslant$ 园

$\Leftrightarrow\begin{cases}曾(曾垣猿)^{圆}(曾垣源)(曾原圆)(曾原员)\geqslant 园\\曾\neq 园，曾\neq 员，曾\neq 原源援\end{cases}$

用数轴标根法：



得原不等式的解集为｛曾｜曾约原源或曾越原猿或园约曾约员或曾≥圆｝

点评：分式与高次不等式的解法通常是将不等式右边化为园，另一边分解为一次因式（一次项系数为正），然后解整式不等式组或用数轴标根法写出解集援使用数轴标根法应注意：

（员）根的重数（奇穿偶不穿）；

（圆）各一次项中曾前的系数必须为正；

（猿）若分式不等式中有等号，则解集中应包括分子的根，但不包括分母的根援

〔例〕圆援解关于曾的不等式 $\frac{葬(曾原员)}{曾原圆}$ 跃员（葬≥园）援

解：将原不等式移项、通分、整理，得

$$\frac{(葬原员)曾原(葬原圆)}{曾原圆}跃园援$$

上不等式等价于［（葬原员）曾原（葬原圆）］（曾原圆）跃园且曾原圆≠园援

（员）当葬越员时，$\frac{原(曾原圆)}{曾原圆}$ 跃园无解；（圆）当园约葬约员时，$\frac{葬原圆}{葬原员}$ 越员原 $\frac{员}{葬原员}$ 跃圆，解集为 $\left\{曾\middle|圆约曾约\frac{葬原圆}{葬原员}\right\}$；（猿）当葬越园时，$\frac{员}{曾原圆}$ 跃园，解集为｛曾｜曾跃圆｝；（源）当葬跃员时，$\frac{葬原圆}{葬原员}$ 越员原 $\frac{员}{葬原员}$ 约圆，解集为 $\left\{曾\middle|曾约\frac{葬原圆}{葬原员}或曾跃圆\right\}$援

点评：解含参数的不等式时，要注意题目中参数的范围，在求根时必须进行讨论，尤其注意曾的系数要为正援

典型考题及考点透析

〔例〕员援（圆园园园全国，理）不等式（员垣曾）（员原渣曾渣）跃园的解集是（摇摇）援

粤援｛曾｜园≤曾约员｝

月援｛曾｜曾约园且曾≠原员｝

悦援｛曾｜原员约曾约员｝

阅援｛曾｜曾约员且曾≠原员｝

解：原不等式等价于不等式组（员）$\begin{cases}员垣曾跃园\\员原渣曾渣跃园\end{cases}$ 或（圆）$\begin{cases}员垣曾约园\\员原渣曾渣约园\end{cases}$ 解之即可援选阅援

〔例〕圆援（圆园园园全国，理）设函数枣（曾）越 $\sqrt{曾^{圆}垣员}$ 原葬曾，其中葬跃园，试解不等式枣（曾）≤员援

考点透视：历年高考中都有涉及不等式的题目，这部分内容是高考的热点、难点，且不等式与方程、函数结合起来予以考查，提高了试题的难度，这就要求学生扎实掌握方程、函数以及不等式的基础知识，并具有一定的综合分析能力援

解：不等式枣（曾）≤员，即 $\sqrt{曾^{圆}垣员}\leqslant$ 员垣葬曾，由此得员≤员垣葬曾，即得葬曾≥园，其中葬跃园援

所以原不等式等价于 $\begin{cases}曾^{圆}垣员\leqslant(员垣葬曾)^{圆},\\曾\geqslant园\end{cases}$ 即 $\begin{cases}(葬^{圆}原员)曾垣圆葬\geqslant园\\曾\geqslant园援\end{cases}$

当园约葬约员时，所给不等式的解集是 $\left\{曾\middle|园\leqslant曾\leqslant\frac{圆葬}{员原葬^{圆}}\right\}$；

当葬≥员时，所给不等式的解集是｛曾｜曾≥