



# 前言

## QIAN YAN

随着 2002 年我国高等学校招生全面实行“3+X”考试,新一轮高考改革的第一步目标已经实现。我国基础教育和高考改革持续深入的崭新局面,为我们编写 02—03 年新版《高中总复习优化设计》系列丛书提供了广阔的背景。在积极组织市场调查研究,认真学习高考改革精神和深入研究高考“3+X”命题特点的基础上,我们进一步加大了对本系列丛书的结构调整力度,更加突出优化、设计、新颖等基本特色和精品意识,力求新版图书在保持传统特色的同时,与时俱进,为广大考生提供更新更好的“优化设计”。

**新颖:**反映“3+X”考试的最新信息,从新颖、别致的角度,选择基础性、综合性、多元性的例题和试题,体现创新思维和实践能力的要求。

**优化:**放眼整体,全程优化,创造性地设计各分册的内容框架。既考虑讲解的启发作用,又突出训练的主体功能,既考虑本学科的系统完整,又兼顾跨学科的综合沟通。

**科学:**在对近年高考备考实践进行深入分析研究的基础上,全面吸收了率先实行综合考试地区的备考成功经验,以知识整合、技能演练、能力提升等为内在线索进行栏目、板块的设置、编排,体现了最新复习导向。

**实用:**本书的传统特色之一是“以讲带练”。本次修订从训练的方式、内容、时间控制等多角度进行综合设计、优化取舍,更适合教师整体操作和学生个体使用。

本分册以“统编教材”为蓝本,以数学高考“更加注重对能力和素质的考查;命题遵循中学教学大纲但不拘泥于大纲;试题中增加应用性和能力性题目”的指导思想为依据,立足教材,编织知识网络;突出基础,蕴含数学思想,培养创新意识,强调应用能力。全书体现了数学高考能力立意方向,反映了时代特色,适用于 2003 年高考第一阶段备考复习。

本书在原有栏目的基础上增设了以下栏目:

**[学法指导]**概述本章涉及的基本数学思想和方法,介绍复习本章内容的基本方略,指明复习中应注意的问题。

**[题型拓展]**这是在坚实基础上的拓展,也是以综合应用为特色的拓展。目的在于为基础较好的读者提供发展创新思维、提高应用能力的一个演练场。

本书在试题选择上有以下特色:

- 一、各章节围绕要点、考点选择题目,有梯度编排,归结于考点综合,脉络分明,利于构建数学认知结构。
- 二、应用能力、综合考试的根基还是学科基础,作为基础学科的数学也是如此。本书突出第一轮复习特点,做



足“基础”文章,每章节必有以教材习题为原型的改编题目,将蕴含在基础知识中的数学思想和数学基本方法印证于解题过程之中,以巩固基础、深化理解、正向迁移。

三、各章节均编排了一些立意鲜明、背景新颖、设问灵活的习题,同时加大了探索性、应用性题型的数量,以升华读者的学科综合素质,提高以数学为载体,将知识迁移到不同情境去的能力。

四、注重错题分析,以提高辨误、归纳能力。

本书还在编写中努力体现数学与传统和现代科技的交融,注意培养后续学习的潜能。

为了帮助教师充分把握本书的设计思想和意图,促进对本书的有效使用,本书配有《教师用书》,《教师用书》对本书中试题进行了详细解析及思路点拨,并附有大量备课资料和必要的教学建议,内容更加丰富全面,将会使教师的教学指导与备课更加得心应手。

本书编者身处中学数学教学第一线,投身实践,潜心研究,精心设计,集全国各地先进经验于本书,希望能给广大师生高三总复习提供有效、有益的参考。受编者水平和编写时间所限,书中难免有疏忽与不妥,敬请广大读者批评赐教。

编者

2002年6月


 MU  
 目  
 LU  
 录

**第一章 函数**

§ 1.1 集合的概念 .....	(001)
§ 1.2 集合的运算 .....	(002)
§ 1.3 映射与函数 .....	(003)
§ 1.4 函数的解析式 .....	(004)
§ 1.5 函数的定义域 .....	(006)
§ 1.6 函数的值域 .....	(007)
§ 1.7 函数的奇偶性 .....	(009)
§ 1.8 函数的单调性与周期性 .....	(010)
§ 1.9 反函数 .....	(011)
§ 1.10 一次函数与二次函数 .....	(013)
§ 1.11 二次函数与一元二次方程 .....	(014)
§ 1.12 幂式、指数式与对数式 .....	(016)
§ 1.13 幂函数 .....	(017)
§ 1.14 指数函数与对数函数(一) .....	(018)
§ 1.15 指数函数与对数函数(二) .....	(020)
§ 1.16 指数方程与对数方程 .....	(021)
§ 1.17 函数的图象 .....	(022)
§ 1.18 函数的最值 .....	(024)
§ 1.19 利用函数知识解应用题 .....	(025)
§ 1.20 函数理论的综合应用(一) .....	(027)
§ 1.21 函数理论的综合应用(二) .....	(029)

**第二章 三角函数**

§ 2.1 三角函数的概念 .....	(033)
§ 2.2 同角三角函数间的关系及诱导公式 .....	(034)
§ 2.3 三角函数的图象 .....	(035)
§ 2.4 三角函数的性质(一) .....	(037)
§ 2.5 三角函数的性质(二) .....	(038)
§ 2.6 基本公式的应用(一) .....	(040)
§ 2.7 基本公式的应用(二) .....	(041)
§ 2.8 三角函数式的化简 .....	(043)
§ 2.9 三角函数式的求值 .....	(044)
§ 2.10 三角等式的证明 .....	(045)



# 目 录

§ 2.11	三角形问题及三角形知识	(047)
§ 2.12	三角函数的最值问题	(048)
§ 2.13	三角函数理论的综合应用(一)	(050)
§ 2.14	反三角函数的概念、图象和性质	(051)
§ 2.15	反三角函数的运算	(053)
§ 2.16	最简单的三角方程	(054)
§ 2.17	三角函数理论的综合应用(二)	(055)
<b>第三章 不等式</b>		
§ 3.1	不等式的概念和性质	(057)
§ 3.2	不等式的证明方法(一)	(058)
§ 3.3	不等式的证明方法(二)	(060)
§ 3.4	不等式的证明方法(三)	(061)
§ 3.5	有理不等式的解法	(062)
§ 3.6	绝对值不等式和无理不等式的解法	(064)
§ 3.7	指数不等式、对数不等式的解法	(065)
§ 3.8	含参数的不等式的解法	(067)
§ 3.9	不等式的综合应用(一)	(068)
§ 3.10	不等式的综合应用(二)	(069)
<b>第四章 数列、极限与数学归纳法</b>		
§ 4.1	数列的概念	(072)
§ 4.2	等差、等比数列的基本问题	(074)
§ 4.3	等差、等比数列的综合应用	(075)
§ 4.4	数列求和	(076)
§ 4.5	数列的极限及其应用	(077)
§ 4.6	数学归纳法(一)	(079)
§ 4.7	数学归纳法(二)	(080)
§ 4.8	递推、猜想、证明	(082)
<b>第五章 复数</b>		
§ 5.1	复数的概念及运算	(084)
§ 5.2	复数的三角形式及运算	(085)
§ 5.3	复数的几何意义及应用	(086)
§ 5.4	复数的辐角与模	(088)
§ 5.5	复数集内的方程	(090)


 MU  
 目  
 LU  
 录

**第六章 排列、组合、二项式定理**

- § 6.1 两个原理 ..... (092)
- § 6.2 排列、组合 ..... (093)
- § 6.3 排列、组合的混合问题 ..... (095)
- § 6.4 二项式定理 ..... (096)

**第七章 直线和平面**

- § 7.1 平面及其基本性质 ..... (099)
- § 7.2 空间两条直线 ..... (100)
- § 7.3 直线与平面平行、垂直 ..... (102)
- § 7.4 直线与平面所成的角、三垂线定理 ..... (104)
- § 7.5 两个平面平行的判定和性质 ..... (106)
- § 7.6 二面角 ..... (107)
- § 7.7 两个平面垂直 ..... (109)
- § 7.8 空间距离 ..... (110)
- § 7.9 平面图形的翻折 ..... (112)

**第八章 多面体和旋转体**

- § 8.1 棱柱 ..... (114)
- § 8.2 圆柱 ..... (116)
- § 8.3 棱锥 ..... (117)
- § 8.4 圆锥 ..... (119)
- § 8.5 棱台 ..... (120)
- § 8.6 圆台 ..... (122)
- § 8.7 球 ..... (123)
- § 8.8 展开图 ..... (125)
- § 8.9 体积的应用 ..... (126)
- § 8.10 组合体 ..... (128)

**第九章 直线**

- § 9.1 有向线段、定比分点 ..... (130)
- § 9.2 直线的方程 ..... (132)
- § 9.3 两直线间的位置关系 ..... (133)
- § 9.4 直线方程的综合应用 ..... (134)

**第十章 圆锥曲线**

- § 10.1 曲线与方程、充要条件 ..... (137)



# 目 录

§ 10.2 圆	(139)
§ 10.3 直线与圆的位置关系	(140)
§ 10.4 椭圆	(141)
§ 10.5 双曲线	(142)
§ 10.6 抛物线	(144)
§ 10.7 坐标轴平移	(145)
§ 10.8 直线和圆锥曲线的位置关系(一)	(146)
§ 10.9 直线和圆锥曲线的位置关系(二)	(147)
§ 10.10 轨迹方程	(149)
§ 10.11 圆锥曲线中的最值问题	(151)
<b>第十一章 参数方程、极坐标</b>	
§ 11.1 参数方程	(153)
§ 11.2 直线的参数方程	(155)
§ 11.3 极坐标方程	(156)
§ 11.4 直线和圆的极坐标方程	(158)
综合模拟测试(一)	(160)
综合模拟测试(二)	(162)
综合模拟测试(三)	(164)
参考答案	(166)



图 1-1 中  $A \cap \bar{B}$  处, 所以  $A = \{2, 3, 5, 7\}$ ,  $B = \{2, 4, 6, 8\}$

评述: 当集合中的元素是单个的数或事物而进行集合运算时, 常借助韦恩图; 当集合是数的范围时的集合运算常借助于数轴.

- 2. 已知  $A = \{x | x^2 - 2x + a \leq 0\}$ ,  $B = \{x | x^2 - 3x + 2 \leq 0\}$ , 且  $A \subset B$ , 求实数  $a$  的取值范围.

解: 可得  $B = \{x | 1 \leq x \leq 2\}$ , 对于  $A$ , 分以下三种情况: (1)  $\Delta < 0 \Rightarrow a > 1$ , 此时  $A = \emptyset$ , 满足  $A \subset B$ ; (2)  $\Delta = 0 \Rightarrow a = 1$ , 此时  $A = \{1\}$ , 满足  $A \subset B$ ; (3)  $\Delta > 0 \Rightarrow a < 1$ , 此时  $A = \{x | 1 - \sqrt{1-a} \leq x \leq 1 + \sqrt{1-a}\}$ ,  $A \not\subset B$ .

综上知所求  $a$  的取值范围是  $[1, +\infty)$ .

评述: 涉及集合的运算时, 要注意  $\emptyset$  的情况.

- 3. 已知  $A = \{x | x^3 + 3x^2 + 2x > 0\}$ ,  $B = \{x | x^2 + ax + b \leq 0\}$  且  $A \cap B = \{x | 0 < x \leq 2\}$ ,  $A \cup B = \{x | x > -2\}$ , 求  $a, b$  的值.

解:  $A = \{x | -2 < x < -1 \text{ 或 } x > 0\}$ , 设  $B = [x_1, x_2]$ , 由  $A \cap B = (0, 2]$ , 知  $x_2 = 2$ ,

且  $-1 \leq x_1 \leq 0$  ①

由  $A \cup B = (-2, +\infty)$  知  $-2 \leq x_1 \leq -1$  ②

由①、②知  $x_1 = -1, x_2 = 2$ ,

$\therefore a = -(x_1 + x_2) = -1, b = x_1 x_2 = -2$ .

评述: 本题应熟悉集合的交与并的涵义. 熟练掌握在数轴上表示区间(集合)的交与并的方法.

## 巩固性题组

### ► 1. 填空题

(1) 数集  $\{2a, a^2 - 2a\}$  中,  $a$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

(2) 已知集合  $A = \{1, 3\}$ ,  $B = \{x | mx - 3 = 0\}$ , 且  $A \cup B = A$ , 则  $m$  的值为\_\_\_\_\_.

(3) 若已知  $B = \{a, b, c, d, e\}$ ,  $C = \{a, c, e, f\}$ , 且集合  $A$  满足  $A \subseteq B, A \subseteq C$ , 则集合  $A$  的个数是\_\_\_\_\_.

### ► 2. 选择题

(1) 已知全集  $I = A \cup B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ , 且  $A \cap \bar{B} = \{3, 7\}$ ,  $\bar{A} \cap B = \{5, 9\}$ , 则  $A \cap B$  为\_\_\_\_\_ ( )

A.  $\{1, 3, 7\}$     B.  $\{1\}$     C.  $\emptyset$     D.  $\{3, 7\}$

(2) 已知集合  $M = \{\theta | \cos \theta < \sin \theta, 0 \leq \theta \leq 2\pi\}$ ,  $N = \{\theta | \tan \theta < \sin \theta, 0 \leq \theta \leq 2\pi\}$ , 那么  $M \cap N$  为区间\_\_\_\_\_ ( )

A.  $(\frac{\pi}{2}, \pi)$     B.  $(\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4})$

C.  $(\pi, \frac{3\pi}{2})$     D.  $(\frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4})$

(3) 定义集合  $A - B = \{x | x \in A \text{ 且 } x \notin B\}$ , 若  $M = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ,  $N = \{2, 3, 6\}$ , 则  $N - M$  等于\_\_\_\_\_ ( )

A.  $M$     B.  $N$

C.  $\{1, 4, 5\}$     D.  $\{6\}$

- 3. 已知集合  $A = \{x | -2k + 6 < x < k^2 - 3\}$ ,  $B = \{x | -k < x < k\}$ , 若  $A \subset B$ , 求实数  $k$  的取值范围.

- 4. 设  $A = \{x | -3 \leq x \leq a\}$ ,  $B = \{y | y = 3x + 10, x \in A\}$ ,  $C = \{z |$

$z = 5 - x, x \in A\}$ , 且  $B \cap C = \emptyset$ , 求实数  $a$  的取值范围.

## 小结归纳

1. 明确集合中元素的确定性、互异性和无序性, 并注意此性质在解题中的应用.

2. 要熟练掌握集合的图形表示(即韦恩图或称文氏图)、数轴表示等基本方法.

3. 理解集合的基本概念、相互关系、术语符号等, 能正确地表示出一些较简单的集合.

## § 1.2 集合的运算

## 复习目标

理解并掌握集合交、并、补的运算法则, 能够运用集合语言与集合思想解决有关问题.

## 回顾性题组

- 1. 集合  $M = \{x | x^2 + 2x - a = 0, x \in \mathbf{R}\}$ , 且  $\emptyset \subset M$ , 则实数  $a$  的范围是\_\_\_\_\_ ( )

A.  $a \leq -1$     B.  $a \leq 1$     C.  $a \geq -1$     D.  $a \geq 1$

- 2. 全集  $I = \mathbf{R}$ ,  $M = \{x | y = \log_{\frac{1}{4}} x\}$ ,  $N = \{y | y = 2^x\}$ , 则  $M \cap \bar{N}$  等于\_\_\_\_\_ ( )

A.  $(-\infty, 0]$     B.  $\emptyset$     C.  $[0, +\infty)$     D.  $\mathbf{R}$

- 3. 已知集合  $A \subseteq \{2, 3, 7\}$ , 且  $A$  中至多有一个奇数, 则这样的集合共有\_\_\_\_\_ ( )

A. 2 个    B. 4 个    C. 5 个    D. 6 个

- 4. 已知全集  $I = \{x | x^2 - 5x + 6 \leq 0\}$ ,  $M = \{x | \lg(x-2) \leq 0\}$ ,  $N = \{x | \frac{2-x}{x-3} \geq 0\}$ , 则  $\bar{M} \cup \bar{N}$  等于\_\_\_\_\_ ( )

A.  $(2, 3)$     B.  $\{2, 3\}$     C.  $\{2\}$     D.  $\{3\}$

- 5. 若  $I = \{(x, y) | x^2 + y^2 \leq 9\}$ ,  $M = \{(x, y) | |x| < 1, |y| < 1\}$ ,  $N = \{(x, y) | x^2 + y^2 \leq 5\}$ . 则  $M \cap \bar{N} =$ \_\_\_\_\_.

## 样板性题组

- 1. 设集合  $A = \{-1, 1\}$ ,  $B = \{x | x^2 - 2ax + b = 0\}$ , 若  $B \neq \emptyset$ , 且  $B \subseteq A$ , 求  $a, b$  的值.

解: 对于  $B$ , 解得  $x = a \pm \sqrt{a^2 - b}$ . 当  $B = \{1\}$  时, 方程有二等根 1, 此时  $\Delta = a^2 - b = 0$ , 可得  $a = 1, b = 1$ ; 当  $B = \{-1\}$  时, 方程有二等根  $-1$ , 且  $\Delta = 0$ , 可得  $a = -1, b = 1$ ; 当  $B = \{-1, 1\}$  时, 方程有二异根, 可得  $a = 0, b = -1$ .

- 2. 集合  $A = \{x | x^2 + px - 2 = 0\}$ ,  $B = \{x | x^2 - x + q = 0\}$ , 若  $A \cup B = \{-2, 0, 1\}$ , 求  $p, q$  的值.

解: 显然  $0 \notin A$ . 故必有  $0 \in B$ , 从而推出  $q = 0$ , 所以  $B = \{x | x^2 - x = 0\} = \{0, 1\}$ , 知  $A = \{-2\}$  或  $A = \{-2, 1\}$ . 若  $A =$

$\{-2\}$ ,说明方程  $x^2+px-2=0$  有两个相等实根  $-2$ ,而  $(-2)\times(-2)=4\neq-2$ ,矛盾,故  $A\neq\{-2\}$ .若  $A=\{-2,1\}$ ,则  $-p=-2+1$ ,得  $p=1$ ,所以  $p=1,q=0$ .

- 3. 已知集合  $A=\{1,2,3,k\}$ ,  $B=\{4,7,a^4,a^2+3a\}$ ,且  $a,k\in\mathbf{N}$ ,  $x\in A,y\in B$ ,  $f:x\rightarrow y=3x+1$  是  $A$  到  $B$  上的一个函数,求  $a,k$  的值.

解:  $x=1$  时有  $y=4$ ;  $x=2$  时有  $y=7$ ;  $x=3$  时应有  $y=10\in B$ .

$\because a^4\neq 10(\because a\in\mathbf{N}) \therefore a^2+3a=10$ .

解得  $a=2$  或  $a=-5$ (不合题意,舍去);

$x=k$  时  $y=3k+1=a^4=16\Rightarrow k=5$ .

$\therefore a=2,k=5$ .

评述: 本题考查集合的无序性、互异性及对函数对应法则的理解.

- 4. 已知集合  $A=\{x|\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-x-6}<1\}$ ,  $B=\{x|\log_4(x+a)<1\}$ ,若  $A\cap B=\emptyset$ ,求实数  $a$  的取值范围.

解: 由  $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-x-6}<1$  得  $x<-2$  或  $x>3$ .

$\therefore A=\{x|x<-2$  或  $x>3\}$

由  $\log_4(x+a)<1$  得  $-a<x<4-a$ ,

$\therefore B=\{x|-a<x<4-a\}$

$\because A\cap B=\emptyset, \therefore \begin{cases} -a\geq -2 \\ 4-a\leq 3 \end{cases}, \therefore 1\leq a\leq 2$

评述: 涉及集合的运算问题,常先将给定的集合进行化简,再借助数轴或韦恩图.

- 5. 已知  $\mathbf{R}$  为全集,  $A=\{x|\log_{\frac{1}{2}}(3-x)\geq -2\}$ ,  $B=\{x|\frac{5}{x+2}\geq 1\}$ ,求  $\bar{A}\cap B$ . (2001年·上海春季高考)

解: 由已知  $\log_{\frac{1}{2}}(3-x)\geq \log_{\frac{1}{2}}4$ .

$\because y=\log_{\frac{1}{2}}x$  为减函数,

$\therefore 3-x\leq 4$ .

由  $\begin{cases} 3-x\leq 4 \\ 3-x>0 \end{cases}$ , 解得  $-1\leq x<3$ .

$\therefore A=\{x|-1\leq x<3\}$ .

由  $\frac{5}{x+2}\geq 1$ , 解得  $-2<x\leq 3$ .

$\therefore B=\{x|-2<x\leq 3\}$ .

于是  $\bar{A}=\{x|x<-1$  或  $x\geq 3\}$ .

故  $\bar{A}\cap B=\{x|-2<x<-1$  或  $x=3\}$ .

### 巩固性题组

- 1. 设全集  $U=\{(x,y)|x,y\in\mathbf{R}\}$ , 集合  $M=\{(x,y)|\frac{y-4}{x-1}=3\}$ ,  $N=\{(x,y)|y=3x+1\}$ , 则  $\bar{M}\cap N=$ \_\_\_\_\_.
- 2. 已知  $M=\{x|\frac{x+1}{2}\in\mathbf{N}\}$ ,  $P=\{x|x=3k,k\in\mathbf{N}\}$ ,  $I=\mathbf{N}$ , 则  $\bar{M}\cap P=$ \_\_\_\_\_.
- 3. 设  $A=\{x|x^2+(p+2)x+1=0,x\in\mathbf{R}\}$ , 若  $A\cap\mathbf{R}^+=\emptyset$ , 求实数  $p$  的取值范围.

- 4. 已知  $A=\{x|\log_2(x^2-2x-3)>\log_2 5\}$ ,  $B=\{x|x^2-ax-2a^2\leq 0\}$ , 若  $A\cap B\neq\emptyset$ , 求实数  $a$  的取值范围.

- 5. 已知  $P=\{(x,y)|(x+2)^2+(y-3)^2\leq 4\}$ ,  $Q=\{(x,y)|(x+1)^2+(y-m)^2<\frac{1}{4}\}$ , 且  $P\cap Q=Q$ , 求  $m$  的取值范围.

### 小结归纳

1. 对于集合问题,要首先确定属于哪类集合(数集、点集或某类图形),然后确定处理此类问题的方法.

2. 关于集合的运算,一般应把各参与运算的集合化到最简形式,再进行运算.

3. 含参数的集合问题,多根据集合元素的互异性来处理,有时需进行讨论.

4. 集合问题多与函数、方程、不等式有关,要注意各类知识的融汇贯通.

### § 1.3 映射与函数

#### 复习目标

1. 了解映射的概念,能根据定义判断所给对应是否映射,会求映射中所指定的象或原象.

2. 理解函数的概念,掌握函数的三种表示方法.

#### 回顾性题组

- 1. 下列从  $A$  到  $B$  的对应法则  $f$  是映射的为…………… ( )
- A.  $A=\mathbf{R}, B=\mathbf{R}^+, f$ : 取绝对值
- B.  $A=\mathbf{R}^+, B=\mathbf{R}, f$ : 开平方
- C.  $A=\mathbf{R}^+, B=\mathbf{R}, f$ : 取对数
- D.  $A=\mathbf{Q}, B=\{\text{偶数}\}, f$ : 乘 2
- 2. 点  $(x,y)$  在映射  $f$  下的象为  $(\frac{\sqrt{3}x+y}{2}, \frac{-x+\sqrt{3}y}{2})$ , 则点  $(2,0)$  在  $f$  作用下的原象为\_\_\_\_\_.
- 3. 集合  $A=\{3,4\}, B=\{5,6,7\}$ , 那么可建立从  $A$  到  $B$  的映射个数是\_\_\_\_\_, 从  $B$  到  $A$  的映射个数是\_\_\_\_\_.
- 4. 下列四组函数中,表示相同函数的一组是…………… ( )
- A.  $y=2^{\log_2(x+1)}$  和  $y=\frac{x^2-1}{x-1}$

B.  $y = \frac{x^2}{x}$  和  $y = \log_3 3^x$

C.  $y = (\frac{x+1}{\sqrt{x+1}})^2$  和  $y = e^{\ln(x+1)}$

D.  $y = (\sqrt{x})^2$  和  $y = a^{\log_a x}$  ( $a > 0$  且  $a \neq 1$ )

► 5. 若  $f(\sqrt{x}+1) = x + 2\sqrt{x}$ , 则  $f(x) =$  \_\_\_\_\_.

► 6.  $g(x) = 1 - 2x$ ,  $f[g(x)] = \frac{1-x^2}{x^2}$  ( $x \neq 0$ ), 则  $f(\frac{1}{2})$  等于 ...  
..... ( )

A. 1      B. 3      C. 15      D. 30

### 样板性题组

► 1. 已知  $f(x) = 2x - 1$ ,  $g(x) = \begin{cases} x^2 & x \geq 0 \\ -1 & x < 0 \end{cases}$ , 求  $f[g(x)]$ ,  $g[f(x)]$ , 并作图象.

评述: 了解函数符号的意义, 理解相互之间的关系.

$$\text{答案: } f[g(x)] = \begin{cases} 2x^2 - 1 & x \geq 0 \\ -3 & x < 0 \end{cases}$$

$$g[f(x)] = \begin{cases} (2x-1)^2 & x \geq \frac{1}{2} \\ -1 & x < \frac{1}{2} \end{cases} \quad \text{图象略.}$$

► 2. A、B 两地相距 150 公里, 某汽车以每小时 50 公里的速度从 A 地到 B 地, 在 B 地停留 2 小时之后, 又以每小时 60 公里的速度返回 A 地. 写出该车离开 A 地的距离  $s$  (公里) 关于时间  $t$  (小时) 的函数关系, 并画出图象.

解: 由  $50t = 150$  得  $t_1 = 3$ ,

由  $60t = 150$  得  $t_2 = \frac{5}{2}$ .

∴ 当  $0 \leq t \leq 3$  时,  $s = 50t$ ; 当  $3 < t \leq 5$  时,  $s = 150$ ; 当  $5 < t \leq 7.5$  时,

$s = 150 - 60(t - 5)$ , 故所求函数关系式为:

$$s = \begin{cases} 50t & t \in [0, 3] \\ 150 & t \in (3, 5] \\ 150 - 60(t - 5) & t \in (5, 7.5] \end{cases}$$

图象略.

► 3. 设  $f(x)$  是定义在  $(-\infty, +\infty)$  上的函数, 对一切  $x \in \mathbf{R}$  均有  $f(x) + f(x+2) = 0$ , 当  $-1 < x \leq 1$  时,  $f(x) = 2x - 1$ , 求当  $1 < x \leq 3$  时, 函数  $f(x)$  的解析式.

解: 设  $1 < x \leq 3$ , 则  $-1 < x-2 \leq 1$ , 又对任意的  $x$ , 有  $f(x) + f(x+2) = 0$ , ∴  $f(x+2) = -f(x)$ , ∴  $f(x-2) = -f[(x-2)+2] = -f(x)$ ; 又  $-1 < x-2 \leq 1$  时,  $f(x-2) = 2(x-2) - 1 = 2x - 5$ ,

∴  $f(x) = -f(x-2) = -2x + 5$  ( $1 < x \leq 3$ ).

评述: 将  $1 < x \leq 3$  转化成  $-1 < x-2 \leq 1$ , 再利用已知条件是解本题的关键.

► 4.  $\triangle ABC$  中,  $|AB| = 4$ ,  $|AC| = 2$ ,  $P$ 、 $Q$  分别是  $AB$ 、 $AC$  上的动点, 且满足  $S_{\triangle APQ} = \frac{1}{2} S_{\triangle ABC}$ , 若设  $|AP| = x$ ,  $|AQ| = y$ .

(1) 写出  $x$  的取值范围;

(2) 求  $y = f(x)$  的解析式;

(3) 作出  $y = f(x)$  的图象.

解: (1) 由已知  $S_{\triangle APQ} = \frac{1}{2} S_{\triangle ABC}$  得  $\frac{1}{2} xy \sin A = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 4 \sin A \Rightarrow xy = 4$ . 而  $|AB| = 4$ ,  $|AC| = 2$ , 点  $P$ 、 $Q$  分别在  $AB$ 、 $AC$  上运动.

∴  $0 < x \leq 4$ ,  $0 < y \leq 2$  有  $xy \leq 2x$ .

∴  $2x \geq 4$  得  $x \in [2, 4]$

$$(2) y = \frac{4}{x} \quad (2 \leq x \leq 4).$$

(3) 图象略.

评述: 本题是函数在几何问题上的应用, 应借助图形研究变量间的关系, 以建立函数式, 所写出的函数式不可忘记定义域.

### 巩固性题组

► 1. 设集合  $A$  和  $B$  都是自然数集合  $\mathbf{N}$ , 映射  $f: A \rightarrow B$  把集合  $A$  中的元素  $n$  映射到集合  $B$  中的元素  $2^n + n$ , 则在映射  $f$  下, 象 20 的原象是 ..... ( )

A. 2      B. 3      C. 4      D. 5

► 2. 设集合  $A$  中含 4 个元素,  $B$  中含 3 个元素. 现建立从  $A$  到  $B$  的映射  $f: A \rightarrow B$ , 且使  $B$  中每个元素在  $A$  中都有原象, 则这样的映射有 \_\_\_\_\_ 个.

► 3. 如图 1-2,  $y = f(x)$  的图象为圆心在原点的两段弧, 则  $f(x)$  的解析式应是 \_\_\_\_\_.

► 4. 已知  $f(x+1) = \begin{cases} \sin x & x \geq 0 \\ \lg(-x) & x < 0 \end{cases}$ , 则

$$f(\frac{\pi}{2} + 1) \cdot f(-9) = \text{_____}.$$

► 5. 已知函数  $f(x)$  满足  $f(ab) = f(a) + f(b)$ , 且  $f(2) = p$ ,  $f(3) = q$ , 则  $f(36) =$  \_\_\_\_\_.

► 6. 如果函数  $f(x) = (x+a)^3$  对任意  $x \in \mathbf{R}$  都有  $f(1+x) = -f(1-x)$ , 试求  $f(2) + f(-2)$  的值.

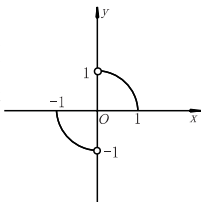


图 1-2

### 小结归纳

1. 理解映射的概念, 即对于映射  $f: A \rightarrow B$ , 须 ①  $A$ 、 $B$  为非空集合, ②  $A$  中无“剩余”元素, 即没有不参与对应的元素, ③ 单值对应.

2. 理解函数与映射的关系. 函数的三要素为定义域、值域和对应法则, 其中定义域与对应法则放在一起构成一个完整的函数, 缺一不可.

3. 若函数在定义域的不同子集上对应法则不同, 可用几个式子来表示函数, 这种形式的函数叫分段函数, 它是一类重要函数.

### § 1.4 函数的解析式

### 复习目标

理解函数的概念, 能根据函数所具有的某些性质或它所满



足的一些关系,求出它的解析式,并掌握解析式的一些形式的变换.

### 回顾性题组

- ▶1. 设  $f(x)=2x+3, g(x+2)=f(x)$ , 则  $g(x)$  等于 ..... ( )  
A.  $2x+1$     B.  $2x-1$     C.  $2x-3$     D.  $2x+7$
- ▶2. 已知  $f(\sqrt{x}+1)=x+1$ , 则函数  $f(x)$  的解析式为 ..... ( )  
A.  $f(x)=x^2$     B.  $f(x)=x^2+1(x\geq 1)$   
C.  $f(x)=x^2-2x+2(x\geq 1)$     D.  $f(x)=x^2-2x(x\geq 1)$
- ▶3. 若  $f(x)=x^2-mx+n, f(n)=m, f(1)=-1$ , 则  $f(-5)=$  \_\_\_\_\_.
- ▶4. 已知  $f(x)=ax^2+bx(ab\neq 0)$ , 若  $f(x_1)=f(x_2)$ , 且  $x_1\neq x_2$ , 则  $f(x_1+x_2)=$  \_\_\_\_\_.
- ▶5. 已知二次函数  $y=f(x)$  的最大值为 13, 且  $f(3)=f(-1)=5$ , 求  $f(x)$  的解析式.

- ▶6. 若  $f\left(\frac{1}{x}\right)=\frac{x}{1-x}$ . 求  $f(\cos^2 x)$ .

### 样板性题组

- ▶1. 若  $f(x)$  满足关系式  $f(x)+2f\left(\frac{1}{x}\right)=3x$ , 求  $f(x)$  的解析式.

解: 以  $\frac{1}{x}$  代替原式中的  $x$  得  $f\left(\frac{1}{x}\right)+2f(x)=\frac{3}{x}$ . 与原式联立,

消去  $f\left(\frac{1}{x}\right)$  可得  $f(x)$ .

$$f(x)=\frac{2}{x}-x(x\neq 0).$$

- ▶2. 已知  $f(x)=x^2+4x+3, t\in\mathbf{R}$ , 函数  $g(t)$  表示函数  $f(x)$  在区间  $[t, t+1]$  上的最小值, 求  $g(t)$  表达式.

解: 由  $f(x)=x^2+4x+3=(x+2)^2-1$ , 知图象关于  $x=-2$  对称, 结合图象知, 当  $t>-2$  时,  $g(t)=f(t)=t^2+4t+3$ ; 当  $t+1<-2$  即  $t<-3$  时,  $g(t)=f(t+1)=t^2+6t+8$ ; 而当  $-3\leq t\leq -2$  时,  $g(t)=-1$

$$\therefore g(t)=\begin{cases} t^2+6t+8 & t\in(-\infty, -3) \\ -1 & t\in[-3, -2] \\ t^2+4t+3 & t\in(-2, +\infty) \end{cases}$$

评述: 根据条件求出函数表达式, 是经常见到的问题. 这类

问题常要与一些其他数学知识综合. 本题要求熟悉二次函数在某特定区间上的最值, 通常要利用图象帮助分析.

- ▶3. 设二次函数  $f(x)$  满足  $f(x-2)=f(-x-2)$ , 且图象在  $y$  轴上的截距为 1, 被  $x$  轴截得的线段长为  $2\sqrt{2}$ , 求  $f(x)$  的解析式.

解法一: 设  $f(x)=ax^2+bx+c(a\neq 0)$ , 由  $f(x-2)=f(-x-2)$

得  $4a-b=0$  ①, 又  $|x_1-x_2|=\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}=2\sqrt{2}$ ,  $\therefore b^2-4ac=8a^2$

②, 由已知  $c=1$  ③. 由 ①②③ 得  $b=2, a=\frac{1}{2}, c=1$ .

$$\therefore f(x)=\frac{1}{2}x^2+2x+1$$

解法二: 由  $f(x-2)=f(-x-2)$  知  $y=f(x)$  的图象的对称轴  $x=-2$ ,  $\therefore$  可设  $f(x)=a(x+2)^2+k$ . (余略)

评述: 二种方法均是用待定系数法求二次函数的解析式, 可以看到充分挖掘题目的隐含条件及充分利用图形的直观性, 是简化运算的有效手段.

- ▶4. 定义在  $\mathbf{R}$  上的奇函数  $f(x)$  满足  $f(3+x)=f(3-x)$ , 若  $x\in(0, 3)$  时  $f(x)=2^x$ , 求当  $x\in(-6, -3)$  时的解析式.

解:  $\because f(3+x)=f(3-x)$

$\therefore y=f(x)$  关于直线  $x=3$  对称.

$\therefore x\in(0, 3)$  时  $f(x)=2^x$ ,

$\therefore x\in(3, 6)$  时应有  $f(x)=2^{6-x}$  (可图示),

$\therefore y=f(x)$  为奇函数.

$\therefore f(-x)=-f(x)\Rightarrow f(x)=-f(-x)=-2^{6+x}$ .

$\therefore x\in(-6, -3)$  时函数的解析式为

$$f(x)=-2^{6+x}.$$

### 巩固性题组

- ▶1. 若  $g(x)=1-2x, f[g(x)]=\frac{1-x^2}{x^2} (x\neq 0)$ , 则  $f\left(\frac{1}{2}\right)$  等于 ..... ( )  
A. 1    B. 3    C. 15    D. 30

- ▶2. 已知  $f(x)=ax^2+bx+c$ , 若  $f(0)=0$ , 且  $f(x+1)=f(x)+x+1$ , 则  $f(x)=$  \_\_\_\_\_.

- ▶3. 某地区原有森林木材存量为  $a$ , 且每年增长率为 25%, 因生产建设的需要, 每年年底要砍伐的木材量为  $b$ , 设  $a_n$  为  $n$  年后该地区森林木材存量. 试写出  $a_n$  的表达式 (不须证明).

- ▶4. 已知函数  $y=f(x)$  的图象关于直线  $x=-1$  对称, 且  $x\in(0, +\infty)$  时,  $f(x)=\frac{1}{x}$ , 求当  $x\in(-\infty, -2)$  时的解析式.

►5. 已知函数  $y = 1 - 2a - 2ax + 2x^2$  ( $-1 \leq x \leq 1$ ) 的最小值  $f(a)$ , 求  $f(a)$  的表达式; 并指出当  $a \in [-2, 0]$  时, 函数  $Q = \log_{\frac{1}{3}} f(a)$  的值域.

- A.  $a \geq 2$  或  $a \leq -2$       B.  $0 < a \leq 2$   
 C.  $a > 2$  或  $a < -2$       D.  $a > 2$

►4. 已知  $f(x^2 - 4) = \lg \frac{x^2}{x^2 - 8}$ , 则  $f(x)$  的定义域为 \_\_\_\_\_.

►5. 函数  $f(x)$  的定义域是  $[-1, 1]$ , 则函数  $F(x) = f(1-x) + f(1-x^2)$  的定义域是 \_\_\_\_\_.

►6. 函数  $f(x) = \frac{e^x - 1}{e^x + 1}$  的反函数  $f^{-1}(x)$  的定义域是 \_\_\_\_\_.

## 小结归纳

1. 解析式表示函数与自变量之间的一种对应关系, 是函数与自变量之间建立联系的桥梁.

2. 解析式只表示一种对应关系, 与所取的字母无关, 如  $y = 2x + 1$  与  $u = 2t + 1$  是同一个函数.

3. 求函数解析式的方法一般有待定系数法和换元法, 如果已知函数式的构造模式, 可用待定系数法; 如果已知复合函数  $f[g(x)]$  的表达式来求  $f(x)$ , 常用换元法; 当已知表达式较简单时, 甚至可直接用凑合法求解.

4. 用赋值法(特殊值法), 求函数式中的参数, 是一种比较常用的方法.

5. 根据实际问题求函数表达式, 是应用函数知识解决实际问题的基础, 在设定或选定自变量后去寻求等量关系, 以求得表达式, 要注意函数定义域应由实际问题确定.

## § 1.5 函数的定义域

### 复习目标

1. 由所给函数表达式能够求其定义域.
2. 会求较简单的复合函数的定义域.
3. 已知函数的定义域, 会讨论所含参数的取值范围.

### 回顾性题组

►1. 函数  $f(2^x)$  的定义域是  $[-1, 1]$ , 则  $y = f(\log_2 x)$  的定义域是 \_\_\_\_\_ ( )

- A.  $[-1, 1]$       B.  $[\frac{1}{2}, 2]$   
 C.  $[\sqrt{2}, 4]$       D.  $[1, 4]$

►2. 已知函数  $f(x) = \frac{1}{x+1}$ , 则函数  $f[f(x)]$  的定义域为 \_\_\_\_\_ ( )

- A.  $\{x | x \neq -1\}$   
 B.  $\{x | x \neq -2\}$   
 C.  $\{x | x \neq -1 \text{ 且 } x \neq -2\}$   
 D.  $\{x | x \neq -1 \text{ 或 } x \neq -2\}$

►3. 若函数  $y = \sqrt{ax^2 - ax + \frac{1}{a}}$  的定义域为  $\mathbf{R}$ , 则实数  $a$  的取值范围是 \_\_\_\_\_ ( )

### 样板性题组

►1.  $f(x+1)$  的定义域是  $[-2, 3]$ , 则  $f(\frac{1}{x} + 2)$  的定义域是 \_\_\_\_\_.

解析: 由题设条件知  $-2 \leq x < 3 \Rightarrow -1 \leq x+1 < 4$ . 知  $f(x)$  的定义域是  $[-1, 4)$ ,

$$\text{由 } -1 \leq \frac{1}{x} + 2 < 4 \Rightarrow x \leq -\frac{1}{3} \text{ 或 } x > \frac{1}{2}.$$

$$\text{答案: } (-\infty, -\frac{1}{3}] \cup (\frac{1}{2}, +\infty).$$

评述: 函数的定义域是指函数的自变量  $x$  的取值范围, 本题中  $x+1, \frac{1}{x} + 2$  中的  $x$  意义不一样, 不是同一变量, 但  $x+1, \frac{1}{x} + 2$  同样保证使“ $f$ ”有意义, 故  $x+1, \frac{1}{x} + 2$  的取值范围应是一样的.

►2. 求函数  $f(x) = \lg(a^x - k \cdot 2^x)$  ( $a > 0, a \neq 1, a \neq 2$ ) 的定义域.

$$\text{解: 由 } a^x - k \cdot 2^x > 0 \Rightarrow (\frac{a}{2})^x > k$$

(1) 若  $k \leq 0$ , 由  $a > 0$  知  $x \in \mathbf{R}$ .

(2) 若  $k > 0$ , 由  $a > 2$  时,  $\frac{a}{2} > 1$

$$\text{得 } x > \log_{\frac{a}{2}} k.$$

当  $0 < a < 1$  或  $1 < a < 2$  时,  $0 < \frac{a}{2} < 1$ ,

$$\text{得 } x < \log_{\frac{a}{2}} k.$$

∴ 当  $k \leq 0$  时所求函数的定义域为  $\mathbf{R}$ .

当  $k > 0, a > 2$  时定义域为  $(\log_{\frac{a}{2}} k, +\infty)$

当  $k > 0, 0 < a < 1$  或  $1 < a < 2$  时定义域为  $(-\infty, \log_{\frac{a}{2}} k)$ .

►3. 如图 1-3, 在  $\triangle ABC$  中,  $BC = 2, AB + AC = 3$ . 中线  $AD$  的长为  $y$ , 若以  $AB$  的长为  $x$ , 建立  $y$  与  $x$  的函数关系, 指出其定义域.

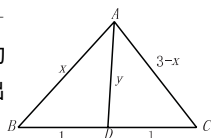


图 1-3

解: 设  $\angle ADC = \theta$ , 则  $\angle ADB = \pi - \theta$ ,

根据余弦定理得:

$$1^2 + y^2 - 2y \cos \theta = (3-x)^2 \quad \text{①}$$

$$1^2 + y^2 - 2y \cos(\pi - \theta) = x^2 \quad \text{②}$$

$$\text{由 ①+② 整理得: } y = \sqrt{x^2 - 3x + \frac{7}{2}}$$

$$\text{其中 } \begin{cases} x > 0 \\ x+2 > 3-x \\ (3-x)+2 > x \end{cases} \text{ 解得 } \frac{1}{2} < x < \frac{5}{2}.$$

∴ 函数的定义域为  $(\frac{1}{2}, \frac{5}{2})$ .

►4. 已知  $y = f(x)$  的定义域是  $[0, 1]$ , 求使  $g(x) = f(x+a) +$



$f(x-a)$  的定义域.

解:由题意得  $\begin{cases} 0 \leq x+a \leq 1 \\ 0 \leq x-a \leq 1 \end{cases}$ ,

即  $\begin{cases} -a \leq x \leq 1-a \\ a \leq x \leq 1+a \end{cases}$ .

当  $-\frac{1}{2} \leq a < 0$  时,  $g(x)$  的定义域为  $[-a, 1+a]$ ;

当  $0 \leq a \leq \frac{1}{2}$  时,  $g(x)$  的定义域为  $[a, 1-a]$ ;

当  $a > \frac{1}{2}$  或  $a < -\frac{1}{2}$  时, 上述不等式组无解,  $g(x)$  不能构成函数.

评述:函数的定义域是自变量满足所有限制条件的集合的交集.

### 巩固性题组

- 1. 如果函数  $f(x) = (x+1) \cdot (1-|x|)$  的图象在  $x$  轴上方, 则  $f(x)$  的定义域为 ..... ( )
- A.  $\{x \mid |x| < 1\}$                       B.  $\{x \mid |x| > 1\}$   
C.  $\{x \mid x < 1 \text{ 且 } x \neq -1\}$       D.  $\{x \mid x > -1 \text{ 且 } x \neq 1\}$
- 2. 若  $y=f(x)$  的定义域是  $[-2, 4]$ , 则函数  $g(x) = f(x) + f(-x)$  的定义域是 ..... ( )
- A.  $[-1, 3]$                               B.  $[-3, 1]$   
C.  $[-2, 2]$                               D.  $[-1, 1]$
- 3. 求函数  $y = \log_a(a^x - 1) (a > 0, a \neq 1)$  的定义域.
- 4. 高为  $h$ , 底面半径为  $R$  的圆柱形容器内, 以单位时间内体积为  $a$  的速度充水, 试求出水面高  $y$  (用时间  $t$  表示) 的函数式, 并求其定义域.

- 5. 已知函数  $f(x) = \sqrt{x^2 - 2x - 8}$  的定义域为  $A$ ,  $g(x) = \frac{1}{\sqrt{1-|x-a|}}$  的定义域为  $B$ , 且  $A \cap B = \emptyset$ , 求实数  $a$  的取值范围.

### 小结归纳

1. 根据函数的解析式求定义域时, 一般如果解析式是多项式, 那么定义域为  $\mathbf{R}$ ; 如解析式是分式, 则定义域是使分母不为零的一切实数; 如解析式是根式, 则应取根式有意义的  $x$ ; 而对数函数则必须真数大于零、底数大于零且不等于 1.

2. 如果函数是由一些基本函数通过四则运算结合而成的,

那么它的定义域是各基本函数定义域的交集.

3. 对于复合函数  $y=f[g(x)]$ , 应先由  $y=f(u)$  成立的条件确定  $u$  的取值范围, 再由  $u$  的范围来确定  $u=g(x)$  中  $x$  的范围, 即为  $y=f[g(x)]$  的定义域.

4. 对于含有字母的函数求定义域, 或已知其定义域求字母参数的取值范围, 必须对字母的取值情况进行讨论.

## § 1.6 函数的值域

### 复习目标

掌握求值域常用的几种方法: 配方法、判别式法、利用单调性、不等式法、换元法、利用有界性、反函数法、数形结合法等.

### 回顾性题组

- 1. 在区间  $[\frac{1}{2}, 2]$  上函数  $f(x) = x^2 + px + q$  与  $g(x) = 2x + \frac{1}{x^2}$  在同一点取得相同的最小值, 那么  $f(x)$  在  $[\frac{1}{2}, 2]$  上的最大值是 ..... ( )
- A.  $\frac{13}{4}$                                       B. 4                                      C. 8                                      D.  $\frac{5}{4}$
- 2. 函数  $y = -x^2 - 2ax (0 \leq x \leq 1)$  的最大值是  $a^2$ , 那么实数  $a$  的取值范围是 ..... ( )
- A.  $0 \leq a \leq 1$                               B.  $0 \leq a \leq 2$   
C.  $-2 \leq a \leq 0$                               D.  $-1 \leq a \leq 0$
- 3. 函数  $y = \frac{2 + \sin x}{2 - \sin x}$  的值域是 \_\_\_\_\_.
- 4. 函数  $y = |x+1| + \sqrt{(x-2)^2}$  的值域是 \_\_\_\_\_.
- 5. 函数  $y = \sqrt{1-2x} + x$  的值域是 \_\_\_\_\_.

### 样板性题组

- 1. 求下列函数的值域

(1)  $y = \frac{2 - \sin x}{2 + \sin x}$ ;

解法一: (综合法)  $y = -1 + \frac{4}{2 + \sin x} \Rightarrow$

$y \in [\frac{1}{3}, 3]$ .

解法二: (方程法) 原函数式化为关于  $x$  的方程得:  $\sin x = \frac{2(1-y)}{1+y}$

$\Rightarrow |\frac{2(1-y)}{1+y}| \leq 1 \Rightarrow \frac{1}{3} \leq y \leq 3$ .

(2)  $y = \frac{\sin x}{2 - \cos x}$ ;

解:  $y = \frac{\sin x}{2 - \cos x} = -\frac{0 - \sin x}{2 - \cos x}$ . 可看作

点  $(2, 0)$  与圆  $x^2 + y^2 = 1$  上的点的连线斜率的相反数, 结合图 1-4:

$k_{AM} = \frac{\sqrt{3}}{3}, k_{AN} = -\frac{\sqrt{3}}{3}$

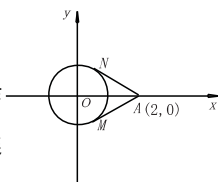


图 1-4

$$\therefore y \in \left[-\frac{\sqrt{3}}{3}, \frac{\sqrt{3}}{3}\right]$$

$$(3) y = \frac{1 + \sin x}{2 + \cos x}$$

解:(方程法)原函数式可化为:

$$\sin x - y \cos x = 2y - 1$$

$$\Rightarrow \sin(x - \varphi) = \frac{2y - 1}{\sqrt{1 + y^2}}, \text{ (其中 } \varphi \text{ 由 } \tan \varphi = y \text{ 确定)}$$

$$\Rightarrow \frac{|2y - 1|}{\sqrt{1 + y^2}} \leq 1 \Rightarrow 0 \leq y \leq \frac{4}{3}$$

评述:此三题属同一种类型,这几种方法基本可以通用.第(2)题利用了解析几何知识,第(3)题利用函数的有界性.

►2. 已知函数  $f(x) = x^2 - 4ax + 2a + 6 (a \in \mathbf{R})$ .

(1)若函数的值域为  $[0, +\infty)$ ,求  $a$  的值.

(2)若函数的值均为非负数,求函数  $f(a) = 2 - a|a + 3|$  的值域.

解:(1)∵函数值域为  $[0, +\infty)$ ,

$$\therefore \Delta = 16a^2 - 4(2a + 6) = 0$$

$$\Rightarrow 2a^2 - a - 3 = 0 \Rightarrow a = -1 \text{ 或 } a = \frac{3}{2}$$

(2)∵对一切  $x \in \mathbf{R}$  函数值均非负.

$$\therefore \Delta = 8(2a^2 - a - 3) \leq 0 \Rightarrow -1 \leq a \leq \frac{3}{2}$$

$$\therefore a + 3 > 0 \text{ 得 } f(a) = 2 - a|a + 3| = -a^2 - 3a + 2 = -(a + \frac{3}{2})^2 + \frac{17}{4} (a \in [-1, \frac{3}{2}])$$

∵二次函数  $f(a)$  在  $[-1, \frac{3}{2}]$  上单调递减.

$$\therefore f(a)|_{\min} = f(\frac{3}{2}) = -\frac{19}{4};$$

$$f(a)|_{\max} = f(-1) = 4.$$

$$\therefore f(a) \text{ 的值域为 } [-\frac{19}{4}, 4].$$

评述:二次函数的有关知识应熟练掌握、加深理解.

►3. 若函数  $f(x) = \frac{ax+1}{x^2+c}$  的值域为  $[-1, 5]$ , 求实数  $a, c$ .

解:由  $y = f(x) = \frac{ax+1}{x^2+c}$  得  $x^2y - ax + cy - 1 = 0$ , 当  $y = 0$

时,  $ax = -1, \therefore a \neq 0$ ; 当  $y \neq 0$  时,

$$\therefore x \in \mathbf{R}, \therefore \Delta = a^2 - 4y(cy - 1) \geq 0,$$

$$\therefore 4cy^2 - 4y - a^2 \leq 0,$$

$\therefore -1 \leq y \leq 5, \therefore -1, 5$  是方程  $4cy^2 - 4y - a^2 = 0$  的两根,

$$\therefore \begin{cases} \frac{1}{c} = 4 \\ -\frac{a^2}{4c} = -5 \end{cases}, \therefore \begin{cases} a = \pm\sqrt{5} \\ c = \frac{1}{4} \end{cases}$$

评述:求  $f(x) = \frac{a_2x^2 + b_2x + c_2}{a_1x^2 + b_1x + c_1} (a_1^2 + a_2^2 \neq 0)$  的值域时,常

利用函数的定义域非空这一隐含的条件,将函数转化为方程,利用  $\Delta \geq 0$ , 转化为关于函数值的不等式;求解时,要注意二次项系数为字母时要讨论.

►4. 求函数  $y = x + \sqrt{-x^2 + 4x - 3}$  的值域.

分析:本题易看出用换元法,但若设  $\sqrt{-x^2 + 4x - 3} = t$ , 则  $x$  不易用  $t$  表示,故此法不妥;对函数变形  $y = x + \sqrt{1 - (x-2)^2}$  发现  $\sqrt{1 - (x-2)^2}$  类似三角中的平方关系,

故可用三角换元.

解: $y = x + \sqrt{-x^2 + 4x - 3}$  变形为  $y = x + \sqrt{1 - (x-2)^2}$ ,

设  $x - 2 = \sin \theta$ , 其中  $\theta \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ , 则

$$x = 2 + \sin \theta$$

$$\therefore y = 2 + \sin \theta + \cos \theta = 2 + \sqrt{2} \sin(\theta + \frac{\pi}{4})$$

$$\therefore -\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}, \therefore -\frac{\pi}{4} \leq \theta + \frac{\pi}{4} \leq \frac{3}{4}\pi,$$

$$\therefore 1 \leq y \leq 2 + \sqrt{2}$$

评述:换元法在求无理式函数的值域中经常用,其目的是把无理式转化成有理式或三角函数,但要注意引入的变量要继承原变量所确定的所换部分的取值范围.

## 巩固性题组

### ►1. 选择题

(1)函数  $y = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$  的值域是 ..... ( )

A.  $[-1, 1)$                       B.  $[-1, 1]$

C.  $(-1, 1]$                       D.  $(-1, 1)$

(2)函数  $y = \log_{0.5}(x + \frac{1}{x-1} + 1) (x > 1)$  的值域是 .....

..... ( )

A.  $(-\infty, -2]$                       B.  $[-2, +\infty)$

C.  $(-\infty, 2]$                       D.  $[2, +\infty)$

(3)函数  $y = f(x)$  的值域是  $[-2, 2]$ , 则函数  $y = f(x+1)$  的值域是 .....

..... ( )

A.  $[-1, 3]$                       B.  $[-3, 1]$

C.  $[-2, 2]$                       D.  $[-1, 1]$

### ►2. 填空题

(1)函数  $y = 4^{x-x^2}$  的值域是 .....

(2)函数  $y = x^4 + \frac{1}{x^4} - 1$  的值域是 .....

►3. 是否存在正实数  $a, b$ , 使当  $x \in [a, b]$  时, 函数  $f(x) = 2x -$

$x^2$  的值域是  $[\frac{1}{b}, \frac{1}{a}]$ , 若存在, 求  $a, b$  的值; 若不存在, 请说

明理由.

►4. 求  $y = 2x - 3 + \sqrt{13 - 4x}$  的值域.

►5. 求  $y = x - \sqrt{1 - x^2}$  的值域.



►6. 求函数  $y = \frac{x^2 - x}{x^2 - x + 1}$  的值域.

## 小结归纳

1. 要熟悉求函数值域的几种基本方法,遇到求值域的问题,应优先考虑采用特殊方法,如不等式法、配方法、几何法、换元法等,当特殊方法不易解决时,再采用一般方法如方程法求解.如一题可有多种方法解决时,应注意选择最优解法.

2. 求函数值域没有通用方法和固定模式,要靠自己积累经验,掌握规律.

3. 求函数值域,不但要重视对应法则,而且要特别注意定义域对值域的制约作用.

4. 函数的值域常常化归为求函数的最值问题,要重视函数单调性在确定函数最值过程中的作用.

5. 函数的值域可以转化为求其反函数的定义域,这种手段往往可以使问题出现“柳暗花明又一村”的效果,反函数的值域就是原函数的定义域.

## § 1.7 函数的奇偶性

### 复习目标

理解函数奇偶性的定义,能判断一些较简单函数的奇偶性,掌握奇偶函数的对称关系.

### 回顾性题组

#### ►1. 选择、填空题

(1) 已知函数  $f(x) = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$  是偶函数,那么  $g(x) = ax^3 + bx^2 + cx$  是 ..... ( )

- A. 奇函数                      B. 偶函数  
C. 既奇且偶函数              D. 非奇非偶函数

(2) 已知  $f(x) = ax^2 + bx + 3a + b$  是偶函数,且其定义域为  $[a-1, 2a]$ ,则  $a = \underline{\hspace{2cm}}$ ,  $b = \underline{\hspace{2cm}}$ .

(3) 已知  $y = f(x)$  是定义在  $\mathbf{R}$  上的奇函数,当  $x \geq 0$  时,  $f(x) = x^2 - 2x$ ,则  $f(x)$  在  $\mathbf{R}$  上的表达式是 ..... ( )

- A.  $y = x(x-2)$                   B.  $y = x(|x|-1)$   
C.  $y = |x| \cdot (x-2)$               D.  $y = x(|x|-2)$

#### ►2. 判断奇偶性:

(1)  $f(x) = \begin{cases} 0 & (x \text{ 为无理数}) \\ 1 & (x \text{ 为有理数}) \end{cases}$

(2)  $f(x) = \frac{|x-2|-2}{\sqrt{1-x^2}}$ .

(3)  $f(x) = \frac{1}{x^{n^2+n+1}} (n \in \mathbf{N})$ .

(4)  $f(x) = \frac{x}{a^x-1} + \frac{x}{2} (a > 0, a \neq 1)$ .

## 样板性题组

►1. 设定义在  $[-2, 2]$  上的偶函数  $f(x)$  在区间  $[0, 2]$  上单调递减,若  $f(1-m) < f(m)$ ,求实数  $m$  的取值范围.

分析:根据函数的定义域,  $1-m, m \in [-2, 2]$ ,但  $1-m, m$  是属于  $[-2, 0]$ ,还是属于  $[0, 2]$ ,不能确定,若讨论则比较复杂,但如果注意利用  $f(x)$  是偶函数这一条件得出  $f(x) = f(|x|)$ ,则较易解决.

解:  $\because f(x)$  是偶函数,

$$\therefore f(-x) = f(x) = f(|x|)$$

$$\therefore \text{不等式 } f(1-m) < f(m) \Leftrightarrow f(|1-m|) < f(|m|)$$

又当  $x \in [0, 2]$  时  $f(x)$  是减函数,

$$\therefore \begin{cases} |1-m| > |m| \\ -2 \leq 1-m \leq 2, \text{ 解得 } -1 \leq m \leq \frac{1}{2} \\ -2 \leq m \leq 2 \end{cases}$$

评述:本题应用了偶函数的一个简单性质,从而避免了一场繁杂的讨论.

►2. 已知函数  $f(x)$  满足  $f(x+y) + f(x-y) = 2f(x) \cdot f(y)$ ,  $(x \in \mathbf{R}, y \in \mathbf{R})$ ,且  $f(0) \neq 0$ ,试证  $f(x)$  是偶函数.

证明:令  $x = y = 0$ ,有  $f(0) + f(0) = 2f(0) \cdot f(0)$ . 又  $\because f(0) \neq 0 \therefore$  可得  $f(0) = 1$ . 令  $x = 0$  得,  $f(y) + f(-y) = 2f(0)f(y) \Rightarrow f(-y) = f(y) (y \in \mathbf{R})$ . 故  $f(x)$  为偶函数.

评述:赋值法(代入特殊值)在处理一般函数问题时经常用到.

►3. 函数  $f(x+1)$  是偶函数,且  $x < 1$  时,  $f(x) = x^2 + 1$ ,求  $x > 1$  时,  $f(x)$  的表达式.

解:  $\because$  函数  $f(x+1)$  是偶函数,

$$\therefore f(-x+1) = f(x+1).$$

$$\therefore f(x) = f(2-x), \text{ 当 } x > 1 \text{ 时}, 2-x < 1,$$

$$\therefore f(2-x) = (2-x)^2 + 1 = x^2 - 4x + 5,$$

$$\text{即 } x > 1 \text{ 时}, f(x) = x^2 - 4x + 5.$$

►4. 已知  $g(x) = -x^2 - 3$ ,  $f(x)$  是二次函数,当  $x \in [-1, 2]$  时,  $f(x)$  的最小值为 1,且  $f(x) + g(x)$  为奇函数,求函数  $f(x)$  的表达式.

解:设  $f(x) = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ ,则  $f(x) + g(x) = (a-1)x^2 + bx + c - 3$ ,又  $f(x) + g(x)$  为奇函数,  $\therefore a = 1, c = 3$ ,

$\therefore f(x) = x^2 + bx + 3$ ,当  $-\frac{b}{2} \geq 2$  时,  $f(x)$  在  $[-1, 2]$  上为减函数,  $\therefore f(x)$  的最小值为  $f(2) = 4 + 2b + 3 = 1$ ,

$\therefore b = -3$ ,又  $b \leq -4$ ,  $\therefore$  此时无解. 当  $-\frac{b}{2} \in (-1, 2)$  时,

$f(x)$  的最小值为  $3 - \frac{b^2}{4} = 1$ ,  $\therefore b = \pm 2\sqrt{2}$

$\therefore -4 < b < 2$ ,  $\therefore b = -2\sqrt{2}$ ,

此时  $f(x) = x^2 - 2\sqrt{2}x + 3$ .

当  $-\frac{b}{2} \leq -1$  时,  $f(x)$  在  $[-1, 2]$  上为增函数,  $\therefore f(x)$  的最

小值为  $f(-1)=4-b=1, \therefore b=3$ , 又  $b \geq 2$  满足,  $\therefore f(x)=x^2+3x+3$ .

综上得  $f(x)=x^2-2\sqrt{2}x+3$  或  $f(x)=x^2+3x+3$ .

### 巩固性题组

#### ► 1. 选择题

(1) 已知  $f(x)=x^5+ax^3+bx-8$ , 且  $f(-2)=10$ , 那么  $f(2)$  等于 ..... ( )

A. -26      B. -18      C. -10      D. 10

(2) 函数  $f(x)=\frac{\sqrt{1+x^2}+x-1}{\sqrt{1+x^2}+x+1}$  是 ..... ( )

A. 偶函数                      B. 奇函数  
C. 非奇非偶函数              D. 既是奇函数又是偶函数

(3) 若  $\varphi(x), g(x)$  都是奇函数,  $f(x)=a\varphi(x)+bg(x)+2$  在  $(0, +\infty)$  上有最大值 5, 则  $f(x)$  在  $(-\infty, 0)$  上有 .....

..... ( )

A. 最小值 -5                      B. 最大值 -5

C. 最小值 -1                      D. 最大值 -3

► 2. 设函数  $y=f(x)(x \in \mathbf{R}$  且  $x \neq 0)$  对任意非零实数  $x_1, x_2$  均满足  $f(x_1 \cdot x_2)=f(x_1)+f(x_2)$ , 求证  $f(x)$  是偶函数.

► 3. 若函数  $f(x)=x^2+\lg(x+\sqrt{1+x^2})$ , 且  $f(2)=4.627$ , 求  $f(-2)$ .

► 4. 实数  $a$  为何值时,  $f(x)=2^x-2^{-x} \cdot \lg a$  为奇函数?

► 5. 已知  $f(x)=x(\frac{1}{2^x-1}+\frac{1}{2})$ .

(1) 判断  $f(x)$  的奇偶性;

(2) 证明  $f(x) > 0$ .

### 小结归纳

1. 要正确理解奇、偶函数的定义, 一对实数  $x$  与  $-x$  必须同时在定义域内,  $f(x)$  与  $f(-x)$  才能都有意义, 奇、偶函数的定义才有意义, 所以判断函数的奇偶性, 必须先考虑定义域是否关于原点对称.

2. 奇偶函数的定义公式是判断奇偶函数的依据, 有时需将原式变形, 化为等价形式:

$$f(-x) = -f(x) \Leftrightarrow f(-x) + f(x) = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{f(-x)}{f(x)} = -1 \quad (f(x) \neq 0)$$

$$f(-x) = f(x) \Leftrightarrow f(-x) - f(x) = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{f(-x)}{f(x)} = 1 \quad (f(x) \neq 0)$$

3. 有时可直接根据图象的对称性来判断函数的奇偶性.

4. 求函数中字母参数应满足什么条件能使函数成为奇函数或偶函数, 是利用函数的奇偶性解题的一种基本题型, 求解方法是根据恒等式性质, 利用待定系数法.

### § 1.8 函数的单调性与周期性

### 复习目标

理解函数单调性的概念, 能判断一些较简单函数的单调性; 了解周期函数的意义.

### 回顾性题组

► 1. 已知函数  $f(x)$  在区间  $[a, b]$  上具有单调性, 且  $f(a)f(b) < 0$ , 则方程  $f(x)=0$  在区间  $[a, b]$  上 .....

A. 至少有一个实根      B. 至多有一个实根  
C. 没有实根                  D. 必有唯一的实根

► 2. 已知偶函数  $y=\log_a|x-b|$  在  $(-\infty, 0)$  上递增, 则  $a, b$  分别满足 .....

A.  $a > 1, b > 0$                   B.  $a > 1, b \in \mathbf{R}$   
C.  $0 < a < 1, b = 0$               D.  $a > 1, b = 0$

► 3. 设  $f(x)(x \in \mathbf{R})$  是以 3 为周期的奇函数, 且  $f(1) > 1, f(2) = a$ , 则 .....

A.  $a > 2$                           B.  $a < -2$   
C.  $a > 1$                           D.  $a < -1$

► 4. 函数  $y=\log_a(x^2+2x-3)$  当  $x=2$  时  $y > 0$ , 则此函数的单调递减区间是 .....

A.  $(-\infty, -3)$                   B.  $(1, +\infty)$   
C.  $(-\infty, -1)$                   D.  $(-1, +\infty)$

► 5. 已知函数  $y=\log_{\frac{1}{2}}(3x^2-ax+5)$  在  $(-1, +\infty)$  上是减函数, 则实数  $a$  的取值范围是 .....

### 样板性题组

► 1. 求函数  $f(x)=x^2-2ax+3$  在  $(-2, 2)$  内的单调性.

解:  $f(x)=(x-a)^2+3-a^2$ , 结合图象易见:

- (1) 当  $a \leq -2$  时,  $f(x)$  在  $(-2, 2)$  内是增函数;  
 (2) 当  $-2 < a < 2$  时,  $f(x)$  在  $(-2, a]$  内是减函数, 在  $(a, 2)$  内是增函数;  
 (3) 当  $a \geq 2$  时,  $f(x)$  在  $(-2, 2)$  内是减函数.  
 评述: 本例涉及分类讨论和数形结合两种数学思想.

► 2. 已知函数  $y=f(x)$  在定义域  $[-1, 1]$  上是奇函数, 又是减函数.

(1) 证明: 对任意的  $x_1, x_2 \in [-1, 1]$ , 有  $[f(x_1) + f(x_2)](x_1 + x_2) \leq 0$ ;

(2) 若  $f(1-a) + f(1-a^2) < 0$ , 求实数  $a$  的取值范围.

(1) 证明: 若  $x_1 + x_2 = 0$ , 显然不等式成立; 若

$x_1 + x_2 < 0$ , 则  $-1 < x_1 < -x_2 < 1$ ,

$\therefore f(x)$  在  $[-1, 1]$  上是奇函数又是减函数,

$\therefore f(x_1) > f(-x_2) \Rightarrow f(x_1) > -f(x_2)$

$\Rightarrow f(x_1) + f(x_2) > 0$ ,  $\therefore$  原不等式成立;

同理可证当  $x_1 + x_2 > 0$  时原不等式也成立.

(2) 解: 由  $f(1-a^2) + f(1-a) < 0$

$\Rightarrow f(1-a^2) < -f(1-a) \Rightarrow f(1-a^2) < f(a-1)$ ,

由函数单调减, 故可得以下不等式组:

$$\begin{cases} -1 \leq 1-a^2 \leq 1 \\ -1 \leq a-1 \leq 1 \\ 1-a^2 > a-1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 0 \leq a^2 \leq 2 \\ 0 \leq a \leq 2 \\ -2 < a < 1 \end{cases} \Rightarrow 0 \leq a < 1$$

故所求  $a$  的取值范围是  $[0, 1)$ .

► 3. 定义在  $\mathbf{R}$  上的函数  $y=f(x)$ ,  $f(0) \neq 0$ , 当  $x > 0$  时,  $f(x) > 1$ , 且对任意的  $a, b \in \mathbf{R}$ , 有  $f(a+b) = f(a) \cdot f(b)$ .

(1) 证明:  $f(0) = 1$ ;

(2) 证明: 对任意的  $x \in \mathbf{R}$ , 恒有  $f(x) > 0$ ;

(3) 证明:  $f(x)$  是  $\mathbf{R}$  上的增函数;

(4) 若  $f(x) \cdot f(2x-x^2) > 1$ , 求  $x$  的取值范围.

(1) 证明: 令  $a=b=0$ , 则  $f(0) = f^2(0)$ ,

又  $f(0) \neq 0$ ,  $\therefore f(0) = 1$

(2) 证明: 当  $x < 0$  时,  $-x > 0$ ,  $\therefore f(0) = f(x) \cdot f(-x) = 1$ ,

$\therefore f(-x) = \frac{1}{f(x)} > 0$

又  $x \geq 0$  时  $f(x) \geq 1 > 0$ ,  $\therefore x \in \mathbf{R}$  时恒有  $f(x) > 0$

(3) 证明: 设  $x_1 < x_2$ , 则  $x_2 - x_1 > 0$ ,

$\therefore f(x_2) = f(x_2 - x_1 + x_1) = f(x_2 - x_1) \cdot f(x_1)$ ,

$\therefore x_2 - x_1 > 0$ ,  $\therefore f(x_2 - x_1) > 1$ ,

又  $f(x_1) > 0$ ,  $\therefore f(x_2 - x_1) \cdot f(x_1) > f(x_1)$

$\therefore f(x_2) > f(x_1)$ ,  $\therefore f(x)$  是  $\mathbf{R}$  上的增函数.

(4) 解: 由  $f(x) \cdot f(2x-x^2) > 1$ ,  $f(0) = 1$  得

$f(3x-x^2) > f(0)$ , 又  $f(x)$  是  $\mathbf{R}$  上的增函数,

$\therefore 3x-x^2 > 0$ ,  $\therefore 0 < x < 3$

评述: 解本题的关键是灵活应用题目条件, 尤其是 (3) 中“ $f(x_2) = f[(x_2 - x_1) + x_1]$ ”是证明单调性的关键, 这里体现了向条件化归的策略. (3) 也可以: 设  $x_2 = x_1 + t (t > 0)$ ,  $f(x_2) = f(x_1 + t) = f(x_1) \cdot f(t) > f(x_1)$ ; 或者: 设  $x_1 < x_2$ , 则  $\frac{f(x_2)}{f(x_1)} = \frac{f(x_2) \cdot f(-x_1)}{f(x_1) \cdot f(-x_1)} = \frac{f(x_2 - x_1)}{f(0)} > 1$ , 又  $f(x_1), f(x_2) > 0$ ,  $\therefore f(x_2) > f(x_1)$ .

### 巩固性题组

► 1. 函数  $y = \log_a(2-ax)$  在  $[0, 1]$  上是减函数, 则  $a$  的取值范围

是 ..... ( )

A.  $(0, 1)$

B.  $(0, 2)$

C.  $(1, 2)$

D.  $(2, +\infty)$

► 2.  $y = (\frac{1}{2})^{x^2+2x-3}$  的单调递减区间是 \_\_\_\_\_,  $y = \log_{\frac{1}{3}}(3-2x-x^2)$  的单调递增区间是 \_\_\_\_\_.

► 3. 设  $f(x) = \lg \frac{1+2^x+4^x \cdot a}{3}$ , 其中  $a \in \mathbf{R}$ , 如果当  $x \in (-\infty, 1]$  时,  $f(x)$  有意义, 求  $a$  的取值范围.

► 4. 讨论函数  $f(x) = \frac{ax}{x^2-1} (a \neq 0)$  在  $x \in (-1, 1)$  上的单调性.

► 5. 设函数  $f(x)$  是定义在  $\mathbf{R}$  上的偶函数, 并在区间  $(-\infty, 0)$  上单调递增,  $f(2a^2+a+1) < f(3a^2-2a+1)$ , 当  $a$  取何值时,

函数  $y = (\frac{1}{2})^{a^2-3a+1}$  是单调递减函数?

### 小结归纳

1. 讨论函数单调性必须在定义域内进行, 即函数的单调增减区间是其定义域的子集, 因此讨论函数单调性, 必须先确定函数的定义域.

2. 根据定义证明函数单调性的一般步骤是:

(1) 设  $x_1, x_2$  是给定区间内的任意两个值, 且  $x_1 < x_2$ ; (2) 作差  $f(x_2) - f(x_1)$ , 并将此差式变形 (要注意变形的程度); (3) 判断  $f(x_2) - f(x_1)$  的正负 (要注意说理的充分性) 以确定其增减性.

3. 讨论复合函数单调性的根据是: 设  $y = f(u)$ ,  $u = g(x)$ ,  $x \in [a, b]$ ,  $u \in [m, n]$  都是单调函数, 则  $y = f[g(x)]$  在  $[a, b]$  上也是单调函数.

(1) 若  $y = f(u)$  是  $[m, n]$  上的增函数, 则  $y = f[g(x)]$  的增减性与  $u = g(x)$  的增减性相同;

(2) 若  $y = f(u)$  是  $[m, n]$  上的减函数, 则  $y = f[g(x)]$  的增减性与  $u = g(x)$  的增减性相反.

### § 1.9 反函数

### 复习目标

理解反函数的意义, 会求一些基本函数的反函数, 掌握互为反函数图象间的关系.