

前言

QIAN YAN

有位大学校长曾说过：“我们教育学生就象猎人学打猎一样，要教会他们如何使用猎枪，而不是老让他们带‘干粮’”。教育的根本目的是让学生掌握知识，将知识转化为一种工具，并最终运用这个工具去解决实际问题。如果说“熟练使用猎枪”是猎人生存的基本保证，那么“灵活运用知识”一定是学习成功的必然要求。

修订后的《课程标准》和《考试说明》要求，教学应以教会学生如何学、学会如何用为主要任务，高考以考查学生能力为目标。提高素质，训练能力是新世纪人才培养的基本要求。

“学案”即是以“学”为主的学习辅导方案。它的科学之处在于以学生为本，充分调动学生的学习积极性，发挥学生的主体作用，全面培养学生的兴趣，挖掘学生的学习潜能。让学生在主动研究、思考和探索的情境中学习，使学生能准确理解和牢固掌握理论知识，并最终形成灵活运用知识的能力。

《高中同步测控优化设计》系列丛书以其独到的设计理念、对新教材的准确把握和高效实用的性能受到广大师生的厚爱，品牌地位已经确立。策编人员与时俱进，开拓创新，经过共同努力，新版丛书又将呈现出更高的品位和全新的面貌。新版《高中同步测控优化设计》丛书，以“学案”式理论为指导，推广和实施科学、高效的最新学习辅导方略。学习的关键是学生如何学；“教会学生如何学、如何用”是教学的最终要求，也是本丛书策划设计的基本点。

本次修订有以下创新：第一、对原“学习目标”栏目进行改造，由过去对大纲要求的简单陈述，改之以问题的方式设置一些思考性、探索性、实用性的课前问题。第二、“知识梳理”要求将要点内容以框架形式列出，对其重要概念、规律和方法设计成填空或填表，由学生在预习课本，复习教材的基础上完成。第三、根据各学科特点，分别增设“问题探索”、“研究性学习”、“导学诱思”、“自学导引”、“创新训练”、“语篇领悟”、“提纲优化”、“要点扫描”、“学后反思”等自学性、研究性、开放性栏目。

本次修订凸显以下特色：

吸引新成果 创设新模型 传统教辅模式存在“重教轻学”的弊端，栏目设置往往忽视对学生的积极性的培养，缺乏学习方法的研究与指导。本次修订力求保留成熟而稳定的“优化设计”特色，在广泛听取读者建议，吸纳最新教研成果的基础上，成功地将“学案”式教辅理论用于指导丛书的策划和设计，旨在为广大师生提供一套实用、创新、科学和高效的教学辅导精品。

尊重学习规律 精心设置梯度 本丛书力求遵照同步教学的客观规律，在体例设置、内容安排、方法应用、训练考查等方面都充分考虑学生的实际，由浅入深，循序渐进，逐步提高，并适度、战略性地把握高考动向和要求，在同步教学中逐步渗透高考意识。

着眼教学实际 力求科学实用 本丛书紧密结合新教材实际，内容设计、章节划分均符合教学使用习惯，充分体现“同步”意义。各科均增加了课后或章后训练习题，并严格控制各种试题的难度和深度，力求更大程度地满足不同层次学生的训练需求。同时，“1+1”（《学生用书》+《教师用书》）设计模式，为广大教师的课堂教学及课后辅导都提供了有益的参考和帮助。



本书为高一数学上册。本书以单元为编写单位,设置以下主要栏目:

[要点扫描]本栏目以学案形式设计,将知识要点或重要规律设计成填空,由学生在预习课本的基础上,归纳完成。旨在训练学生主动、自觉学习的良好习惯。

[典例剖析]精选典型、新颖的教学、考试题。点拨思路,示范方法,展示细节,规范解析。

[随堂训练]选题情景简单,思路清晰。意在巩固基础知识,训练基本技能。

[强化训练]在“随堂训练”的基础上稍有提高。注重知识应用,提高解题技巧。

[学后反思]结合例题及各种训练题,总结解题路和体会,指出易错问题,反思错解原因。

全体策编人员殷切期待广大读者对丛书提出宝贵意见。无边的学海仍然警示着我们,只有不懈努力,才会不断前进。

编者

2002年7月

第一章 集合与简易逻辑

§ 1.1 集 合	(001)
§ 1.2 子集、全集、补集	(004)
§ 1.3 交集、并集	(006)
§ 1.4 集合习题课	(010)
§ 1.5 含绝对值的不等式的解法	(011)
§ 1.6 一元二次不等式的解法	(013)
§ 1.7 含绝对值的不等式的解法、一元二次不等式的解法习题课	(016)
§ 1.8 逻辑联结词	(018)
§ 1.9 四种命题	(020)
§ 1.10 充分条件与必要条件	(022)
§ 1.11 简易逻辑习题课	(024)
§ 1.12 本章小结	(026)

第二章 函 数

§ 2.1 映 射	(030)
§ 2.2 函 数	(032)
§ 2.3 函数的单调性和奇偶性	(035)
§ 2.4 反函数	(040)
§ 2.5 映射与函数习题课	(044)
§ 2.6 指 数	(046)
§ 2.7 指数函数	(047)
§ 2.8 对 数	(053)
§ 2.9 对数函数	(055)
§ 2.10 指数函数、对数函数习题课	(060)
§ 2.11 函数的应用举例	(062)
§ 2.12 本章小结	(064)
期中测试卷	(068)

第三章 数 列

§ 3.1 数 列	(070)
§ 3.2 等差数列	(073)
§ 3.3 等差数列的前 n 项和	(075)
§ 3.4 数列、等差数列习题课	(078)
§ 3.5 等比数列	(080)
§ 3.6 等比数列的前 n 项和	(082)
§ 3.7 研究性课题 :分期付款中的有关计算	(085)
§ 3.8 等比数列习题课	(088)
§ 3.9 本章小结	(090)
期末测试卷	(094)
参考答案	(096)

第一章 集合与简易逻辑

§ 1.1 集 合

★第一课时

学习要求

理解集合的概念和性质,了解元素与集合的表示方法,掌握常用数集及其记法.

要点扫描

- 某些_____集在一起就成为一个集合,也简称_____.
- 集合中元素的特征:_____.
- 元素与集合的关系用符号_____表示.
- 常用数集的记法 N 表示_____, N^+ 表示_____, Z 表示_____, 有理数集_____, 实数集_____.

典例剖析

[例1] (1)“某中学的大胖子”;

(2)“某学校身高超过 1.80 米的高个子”;

(3)“奥运会中的比赛项目”;

(4) $\{a, a, b, c\}$.

以上四者不能组成集合的是哪几个?

解:因为未规定大胖子的标准,所以(1)不能组成集合.又因为(4)中两个相同的元素 a ,所以(4)不能组成集合.由于(2)、(3)中的对象具备确定性,因此只有(2)、(3)才能组成集合.

说明:判断指定的对象能不能形成集合,关键在于能否找到一个明确标准,对于任何一个对象,都能确定它是不是给定集合的元素.

[例2] 给出下面四个关系: $\sqrt{3} \in R, 0.7 \notin Q, 0 \in \{0\}, 0 \in N$. 其中正确的个数是_____ ()

A. 4 个 B. 3 个 C. 2 个 D. 1 个

解析: 0.7 为有理数,故 $0.7 \notin Q$ 不正确.

答案: B

说明:研究数与数集的关系,应首先明确是什么数集,再判断数与集合的关系.

[例3] 已知数集 $\{2a, a^2 + a\}$, 求实数 a 所应满足的条件.

解:由集合元素的互异性知,集合中的元素应满足的条件为: $2a \neq a^2 + a$, 即 $a \neq 0$ 且 $a \neq 1$.

说明:集合中元素的互异性是指:若 $x_1 \in A, x_2 \in A$, 则 $x_1 \neq x_2$.

随堂训练

- 1. 下列各组对象中不能形成集合的是 _____ ()
- 高一年级女生全体
 - 高二(1)班学生家长全体
 - 高三年级开设的所有课程
 - 高一(6)班个子较高的学生

- 2. 已知 $A = \{x\}$, 下列各式正确的是 _____ ()
- $x \notin A$
 - $0 \in A$
 - $x \in A$
 - $x \neq 0$

- 3. 下面有四个命题

① 集合 N 中最小的元素是 1

② 若 $-a \notin N$, 则 $a \in N$,

③ 若 $a \in N, b \in N$, 则 $a+b$ 的最小值是 2

④ $x^2 + 4 = 4x$ 的解集可表示为 $\{2, 2\}$

其中正确命题的个数是 _____ ()

A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

- 4. 用符号“ $\in$ ”或“ $\notin$ ”填空

2 _____ N , -1 _____ N , $\frac{1}{2}$ _____ N ,

π _____ N , 2 _____ Z , -1 _____ Z ,

$\frac{1}{2}$ _____ Z , π _____ Z , 2 _____ Q ,

-1 _____ Q , $\frac{1}{2}$ _____ Q , π _____ Q ,

2 _____ R , -1 _____ R , $\frac{1}{2}$ _____ R ,

π _____ R .

- 5. 设集合 $M = \{1, 2, x^2\}$, 若 $3 \in M$, 则 $x =$ _____.

- 6. 数集 $\{a, a^2 - a\}$ 中 a 所满足的条件为 _____.

强化训练

- 1. 下列各组对象中,不能组成集合的是 _____ ()
- 所有正三角形
 - 《数学》课本中的所有习题
 - 所有数学难题
 - 所有无理数

- 2. 已知集合 $M = \{\text{大于}-2 \text{ 且小于 } 1 \text{ 的实数}\}$, 则下列关系式正确的是 _____ ()

A. $\sqrt{5} \in M$

B. $0 \notin M$

C. $1 \in M$

D. $-\frac{\pi}{2} \in M$



►3. 若 $A = \{(2, -2), (2, 2)\}$, 则集合 A 中元素的个数是 ……
 …………… ()

A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

►4. 用符号“ $\in$ ”或“ $\notin$ ”填空:

(1) $1 \in \{1\}$ (2) $a \in \{a, b, c\}$

(3) $e \in \{a, b\}$ (4) $0 \in \mathbf{N}$

(5) $\pi \in \mathbf{Q}$ (6) $\sqrt{2} \in \mathbf{R}$

►5. 方程 $(x-1)^3(x-5)(x+2)=0$ 的解集中含有 _____ 个元素.

►6. 对于集合 $A = \{2, 4, 6\}$, 若 $a \in A$, 则 $6-a \in A$, 那么 a 的值是 _____.

►7. 说出下面集合中的元素:

(1) $\{\text{小于 } 12 \text{ 的质数}\}$;

(2) $\{\text{倒数等于其本身的数}\}$.

►8. 下面一组集合中各个集合的意义是否相同? 为什么?

$\{1, 5\}$, $\{(1, 5)\}$, $\{5, 1\}$, $\{(5, 1)\}$

►9. 若 $-3 \in \{a-3, 2a-1, a^2-4\}$, 求实数 a .

►10. 若 $\frac{1-t}{1+t} \in \{t\}$, 求 t 的值.

性: $x_1 \in A, x_2 \in A$, 则 $x_1 \neq x_2$; ③无序性: $\{a, b\} = \{b, a\}$.

★第二课时



学习要求

了解有限集、无限集、空集的意义, 能够正确运用集合的三种表示方法——列举法、描述法、文氏图法表示一些简单的集合.



要点扫描

1. 含有有限个元素的集合叫做 _____; 含有无限个元素的集合叫做 _____.
2. 把集合中的元素一一列举出来, 写在大括号内表示集合的方法叫 _____.
3. 把集合中元素的公共属性描述出来, 写在大括号内表示集合的方法叫 _____.
4. _____ 是指不含任何元素的集合.



典例剖析

[例1] 用适当的方法表示下列集合.

- (1) 由所有非负奇数组成的集合.
- (2) 由所有小于 20 的既是奇数又是质数的数组成的集合.
- (3) 方程 $x^2 - x + 1 = 0$ 的实数解组成的集合.
- (4) 平面直角坐标系内所有第二象限的点组成的集合.

选题意图: 本例主要培养学生灵活应用知识的能力.

解: (1) $\{x | x = 2n + 1, n \in \mathbf{N}\}$ 或 $\{1, 3, 5, 7, \dots\}$.

(2) 小于 20 的质数有 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19. 只有 2 是偶数, 所以答案为 $\{3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$.

(3) 因为方程 $x^2 - x + 1 = 0$ 的判别式 $\Delta = -3 < 0$, 方程无实根, 答案是 $\emptyset$.

(4) 第二象限的点的坐标特征是横坐标小于 0, 纵坐标大于 0, 所以答案为 $\{(x, y) | x < 0, y > 0\}$.

说明: 在没有指定集合的表示方法时, 能明确表示的集合要明确表示出来, 特别是有限集, 如 (2) 表示成 $\{x | x \text{ 是小于 } 20 \text{ 的奇质数}\}$ 也对, 但读者不清楚是哪几个数, 故要用列举法表示. 又 (1) 也可表示为 $\{\text{非负奇数}\}$, 但解题时最好用数学符号语言表示, 这点我们要注意.

[例2] 当 a, b 满足什么条件时, 集合 $A = \{x | ax + b = 0\}$ 是有限集、无限集、空集?

解: 集合 A 为方程 $ax + b = 0$ 的解集, 若 A 为有限集, 则方程 $ax + b = 0$ 有一解, 此时 $a \neq 0, A = \{-\frac{b}{a}\}$. 若 A 为无限集, 则

方程 $ax + b = 0$ 有无数个解, 此时 $a = b = 0, A = \mathbf{R}$. 若 A 为空集, 则方程 $ax + b = 0$ 无解, 此时 $a = 0, b \neq 0$. 由上可知, 当 $a \neq 0$ 时, A 为有限集; 当 $a = b = 0$ 时, A 为无限集; 当 $a = 0, b \neq 0$ 时, A 为空集.

说明: 解本题的关键是搞清集合 A 为方程 $ax + b = 0$ 的解集. 对此方程的解的个数进行讨论时, 应按 $a \neq 0, a = 0$ 分两类讨论.

[例3] 用列举法表示下列集合:



学后反思

(1) 元素与集合的关系用“ $\in$ ”或“ $\notin$ ”表示, 如: $a \in \{a\}$.

(2) 常见的数集符号: 自然数集: $\mathbf{N}$; 正整数集: $\mathbf{N}_+$; 整数集: $\mathbf{Z}$; 有理数集: $\mathbf{Q}$; 实数集: $\mathbf{R}$.

(3) 集合的概念: 某些指定的对象集在一起就成一个集合, 集合中的每个对象叫做这个集合的元素. 集合中元素的性质(或称三要素): ①确定性: $x \in A$, 与 $x \notin A$, 二者必居其一; ②互异

$$(1) A = \{x \in \mathbf{Z} \mid \frac{6}{2-x} \in \mathbf{Z}\}$$

$$(2) B = \{y \mid y = -x^2 + 6, x \in \mathbf{N}, y \in \mathbf{N}\}$$

$$(3) C = \{(x, y) \mid y = -x^2 + 6, x \in \mathbf{N}, y \in \mathbf{N}\}$$

解: (1) 要使 $x, \frac{6}{2-x}$ 都是整数, 故 $|2-x|$ 必是 6 的约数. 当 $x = -4, -1, 0, 1, 3, 4, 5, 8$ 时, $|2-x|$ 是 6 的约数.

$$\therefore A = \{-4, -1, 0, 1, 3, 4, 5, 8\}$$

$$(2) \text{ 由 } y = -x^2 + 6, x \in \mathbf{N}, y \in \mathbf{N} \text{ 知, } y \leq 6$$

所以, 当 $x = 0, 1, 2$ 时, $y = 6, 5, 2$ 符合题意.

$$\therefore B = \{2, 5, 6\}$$

(3) 点 (x, y) 满足条件 $y = -x^2 + 6, x \in \mathbf{N}, y \in \mathbf{N}$, 则有

$$\begin{cases} x=0 \\ y=6 \end{cases}; \begin{cases} x=1 \\ y=5 \end{cases}; \begin{cases} x=2 \\ y=2 \end{cases}$$

$$\therefore C = \{(0, 6), (1, 5), (2, 2)\}$$

说明: 准确地理解描述法表示的集合中元素的意义, 是解答本题的关键. 本题三个集合中元素所满足的条件为:

(1) 集合 A 中的元素 x 是整数, 它必须满足 $\frac{6}{2-x}$ 也是整数.

(2) 集合 B 中的元素 y 是自然数, 它必须满足的条件实际上是二次函数 $y = -x^2 + 6 (x \in \mathbf{N})$ 的函数值的取值范围.

(3) 集合 C 中的元素是点, 这些点必须满足两个条件: ①它是抛物线 $y = -x^2 + 6$ 上的点, ②这些点的横坐标、纵坐标都必须是自然数.

随堂训练

► 1. 下列集合表示法正确的是 ()

A. $\{1, 2, 2, 3\}$

B. $\{\text{全体实数}\}$ 表示实数集

C. $\{\text{有理数}\}$

D. 不等式 $x^2 - 5 > 0$ 的解集为 $\{x^2 - 5 > 0\}$

► 2. 下列集合中, 不同于另外三个集合的是 ()

A. $\{x \mid x = 1\}$

B. $\{y \mid (y-1)^2 = 0\}$

C. $\{x = 1\}$

D. $\{1\}$

► 3. 下列四个集合中, 表示空集的是 ()

A. $\{0\}$

B. $\{(x, y) \mid y = \sqrt{-x}\}$

C. $\{x \mid x^2 + 3x + 2 = 0, x \in \mathbf{N}_+\}$

D. $\{x \in \mathbf{Z} \mid 1 < |x| \leq 3\}$

► 4. 集合 $\{x \in \mathbf{N} \mid -1 < x < 4\}$ 用列举法表示为 _____.

► 5. 已知 $M = \{x \mid x \leq \sqrt{17}\}$ 且 $a = 3\sqrt{2}$, 则 M 与 a 的关系为 _____.

► 6. 若集合 $\{x \in \mathbf{R} \mid x^2 + ax + 1 = 0\}$ 中只含有一个元素, 则 $a =$ _____.

强化训练

► 1. 下列集合是有限集的是 ()

A. $\{\text{能被 3 整除的数}\}$

B. $\{\text{正方形}\}$

C. $\{\text{实系数一元二次方程的解}\}$

D. $\{x \in \mathbf{R} \mid 0 < x < 2\}$

► 2. 设集合 $A = \{x \in \mathbf{N} \mid 2x > -1\}$, 则下列结论: ① $\sqrt{2} \in A$; ② $\pi \notin A$; ③ $-1 \notin A$; ④ $0 \in A$ 中, 正确的个数有 ()

A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

► 3. 集合 $M = \{x \mid x = \frac{9-6t+t^2}{t-3}, t \in \mathbf{Z}, t \neq 3\}$, 若 $x \in M$ 则 ① $x \in \mathbf{N}$, ② $x \in \mathbf{Q}$, ③ $x \in \mathbf{R}$, ④ $x \in \mathbf{Z}$, 其中正确的个数有 ()

A. 4 个 B. 3 个 C. 2 个 D. 1 个

► 4. 集合 $\{(x, y) \mid xy < 0\}$ 中的元素在直角坐标平面上构成的区域为 _____.

► 5. 方程 $x^2 - 5x + 6 = 0$ 的解集可表示为 _____; 方程组 $\begin{cases} 2x+3y=13 \\ 3x-2y=0 \end{cases}$ 的解集可表示为 _____.

► 6. 集合 $A = \{m \mid m+1 \geq 5\}$, $B = \{y \mid y = x^2 + 2x + 5, x \in \mathbf{R}\}$, 则 A, B _____ (填是、否) 表示同一集合.

► 7. 用列举法表示下列集合.

(1) 不大于 10 的非负偶数集.

(2) $\{15 \text{ 的正约数}\}$.

(3) $\{(x, y) \mid x+y=5, x \in \mathbf{N}, y \in \mathbf{N}\}$

► 8. 下面每组中各个集合的意义是否相同? 为什么?

(1) $\{x \mid x=0\}, \{x=0\}$

(2) $\{x \mid x^2 - ax - 1 = 0\}, \{a \mid \text{方程 } x^2 - ax - 1 = 0 \text{ 有实数根}\}$

► 9. 若集合 $A = \{x \mid x^2 + ax + b = x\}$ 中, 仅有一元素 a , 求 a, b 的值.

► 10. 设集合 $A = \{x \mid x = a + b\sqrt{2}, |a^2 - 2b^2| = 1, a \in \mathbf{Z}, b \in \mathbf{Z}\}$.

求证: 当 $x \in A$ 时, 有 $\frac{1}{x} \in A$.

学后反思

本节主要学习集合的表示方法, 在认识集合时, 应从两方面着手:

(1) 元素是什么?

(2) 确定集合的条件是什么, 表示集合时, 与采用字母无关.

§ 1.2 子集、全集、补集

★第一课时

学习要求

了解集合的包含、相等关系的意义,理解子集、真子集的概念,弄清子集、真子集、空集的识别与从属关系,会正确地使用符号“ $\subseteq$ ”“ $\subsetneq$ ”“ $\supseteq$ ”“ $\supsetneq$ ”.

要点扫描

- 对于两个集合 A 与 B
 - 如果集合 A 的任何一个元素都是集合 B 的元素,我们就说集合 A 集合 B . 记作 .
 - 如果 ,我们就说集合 A 是集合 B 的真子集. 记作 .
 - 如果 ,那么 $A=B$.
- 是任何集合的子集,是 的真子集.
- 符号“ $\in$ ”“ $\notin$ ”是表示 之间关系的;符号“ $\subseteq$ ”“ $\subsetneq$ ”是表示 之间关系的.
- (1)对于任一集合 A ,都有 $A \subseteq A$;
(2)对于集合 A, B, C ,若 $A \subseteq B, B \subseteq C$,则 $A \subseteq C$.

典例剖析

[例1] 设 $A = \{x | x^2 - 8x + 15 = 0\}$, $B = \{x | ax - 1 = 0\}$, 若 $B \subseteq A$, 求实数 a 组成的集合.

解: $A = \{3, 5\}$, 因为 $B \subseteq A$, 所以若 $B = \emptyset$ 时, 则 $a = 0$, 若 $B \neq \emptyset$ 时, 则 $a \neq 0$, 这时有 $\frac{1}{a} = 3$ 或 $\frac{1}{a} = 5$, 即 $a = \frac{1}{3}$, 或 $a = \frac{1}{5}$.

所以由实数 a 组成的集合为 $\{0, \frac{1}{5}, \frac{1}{3}\}$.

说明: 空集是任何集合的子集. $B \subseteq A$, 表明集合 B 的元素都是集合 A 的元素. 另一方面集合 B 也可能是空集, 这是解题时最容易遗漏的.

[例2] 设集合 $A = \{x - y, x + y, xy\}$, $B = \{x^2 + y^2, x^2 - y^2, 0\}$, 且 $A = B$, 求实数 x 和 y 的值及集合 A, B .

解: $\because A = B, 0 \in B, \therefore 0 \in A$.

若 $x + y = 0$ 或 $x - y = 0$, 则 $x^2 - y^2 = 0$, 这样集合 $B = \{x^2 + y^2, 0, 0\}$, 根据集合元素的互异性知: $x + y \neq 0, x - y \neq 0$.

$$\therefore \begin{cases} xy = 0 \\ x - y = x^2 - y^2 \\ x + y = x^2 + y^2 \end{cases} \quad (\text{I})$$

$$\text{或} \begin{cases} xy = 0 \\ x - y = x^2 + y^2 \\ x + y = x^2 - y^2 \end{cases} \quad (\text{II})$$

$$\text{由(I)得: } \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x = 0 \\ y = 1 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x = 1 \\ y = 0 \end{cases}$$

$$\text{由(II)得: } \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x = 0 \\ y = -1 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x = 1 \\ y = 0 \end{cases}$$

$\therefore$ 当 $x = 0, y = 0$ 时, $x - y = 0$, 故舍去

当 $x = 1, y = 0$ 时, $x - y = x + y = 1$, 故也舍去.

$$\therefore \begin{cases} x = 0 \\ y = 1 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x = 0 \\ y = -1 \end{cases}, \therefore A = B = \{0, 1, -1\}.$$

说明: 因为集合中的元素具有确定性、互异性、无序性, 解此题时应注意集合的元素满足这三性. 由已知条件 $A = B$, 知 $0 \in A$, 是解决本题的突破口.

[例3] 已知 $A = \{0, 1\}$, 且 $B = \{x | x \subseteq A\}$, 求 B .

解: 集合 A 的子集分别是 $\emptyset, \{0\}, \{1\}, \{0, 1\}$, 故 $B = \{\emptyset, \{0\}, \{1\}, \{0, 1\}\}$

说明: 元素与集合间的关系是相对的, 集合在特定的环境下也可以是元素.

随堂训练

- 数 $\{0\}$ 和空集 $\emptyset$ 的关系是 ()
A. $\{0\} \supsetneq \emptyset$ B. $\{0\} \in \emptyset$
C. $\{0\} = \emptyset$ D. $\{0\} \subseteq \emptyset$
- 在下列各式中: ① $1 \in \{0, 1, 2\}$; ② $\{1\} \in \{0, 1, 2\}$; ③ $\{0, 1, 2\} \subseteq \{0, 1, 2\}$; ④ $\emptyset \subseteq \{0, 1, 2\}$; ⑤ $\{0, 1, 2\} = \{2, 0, 1\}$.
其中错误的个数是 ()
A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个
- 若集合 $A = \{1, 3, x\}$, $B = \{x^2, 1\}$ 且 $B \subseteq A$, 则满足条件的实数 x 的个数是 ()
A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
- 若 $\{1, 2, 3\} \subsetneq A \subseteq \{1, 2, 3, 4\}$, 则 $A =$.
- 若 $\{a, 0, 1\} = \{c, \frac{1}{b}, -1\}$, 则 $a =$, $b =$, $c =$.
- 集合 $\{0, 1, 2\}$ 的子集是 .

强化训练

- 设集合 $A = \{x | x \leq \sqrt{13}\}$, $a = 2\sqrt{3}$, 那么下列关系正确的是 ()
A. $a \subset A$ B. $a \in A$ C. $a \notin A$ D. $\{a\} \in A$
- 设 $A = \{0, a\}$, 且 $B = \{x | x \in A\}$, 则集合 A 与集合 B 的关系是 ()
A. $A \subset B$ B. $B \subseteq A$ C. $A = B$ D. $A \in B$
- 已知集合 $M = \{(x, y) | x + y < 0, xy > 0\}$ 和 $P = \{(x, y) | x < 0, y < 0\}$, 那么 ()
A. $P \subsetneq M$ B. $M \subsetneq P$ C. $M = P$ D. $M \not\subset P$
- 设 $A = \{\text{正方形}\}$, $B = \{\text{平行四边形}\}$, $C = \{\text{四边形}\}$, $D = \{\text{矩形}\}$, $E = \{\text{多边形}\}$, 则 A, B, C, D, E 之间的关系是 .
- 已知 $A = \{x | x < 3\}$, $B = \{x | x < a\}$.
(1)若 $B \subseteq A$, 则 a 的取值范围是 .
(2)若 $A \subsetneq B$, 则 a 的取值范围是 .
- 能满足关系式 $\{2, 3\} \subseteq A \subseteq \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 的集合 M 的个数



② $\complement_U \emptyset = U$

③ 若 $S = \{\text{三角形}\}$, $A = \{\text{钝角三角形}\}$, 则 $\complement_S A = \{\text{锐角三角形}\}$ ④ 若 $U = \{1, 2, 3\}$, $A = \{2, 3, 4\}$, 则 $\complement_U A = \{1\}$

其中正确命题的序号是_____.

强化训练

► 1. 在下列关系中, 正确的是 _____ ()

A. $0 \in \mathbf{N}$

B. $0 \notin \complement_{\mathbf{Z}} \mathbf{N}^*$

C. $\{0\} \subseteq \mathbf{N}$

D. $\mathbf{N} = \complement_{\mathbf{Z}} \mathbf{N}^*$

► 2. 已知全集 S 和集合 M, N, P , $M = \complement_S N$, $N = \complement_S P$, 则 M 与 P 的关系是 _____ ()

A. $M = \complement_S P$

B. $M = P$

C. $P \subseteq M$

D. $M \subseteq P$

► 3. 已知 $U = \{x | -1 \leq x \leq 3\}$, $A = \{x | -1 < x < 3\}$, $B = \{x | x^2 - 2x - 3 = 0\}$, $C = \{x | -1 \leq x < 3\}$, 则有 _____ ()

A. $\complement_U A = B$

B. $\complement_U B = C$

C. $\complement_U A \supseteq C$

D. $A \supseteq C$

► 4. 设 $U = \mathbf{R}$, $A = \{x | a \leq x \leq b\}$, $\complement_U A = \{x | x > 4 \text{ 或 } x < 3\}$, 则 $a =$ _____, $b =$ _____.► 5. 已知全集 $U = \{2, 3, a^2 + 2a - 3\}$, $A = \{b, 2\}$, $\complement_U A = \{5\}$, 则 $a =$ _____, $b =$ _____.► 6. 已知全集 $S = \mathbf{Z}$, $M = \{x \in \mathbf{Z} | x < 3\}$, $P = \{x \in \mathbf{Z} | x \leq 0\}$, 则 $\complement_S M$ 与 $\complement_S P$ 的包含关系是 _____.► 7. 设全集 $U = \{\text{小于 } 10 \text{ 的自然数}\}$, 集合 $A = \{\text{小于 } 10 \text{ 的正偶数}\}$, $B = \{\text{小于 } 10 \text{ 的正质数}\}$, 求: $\complement_U A, \complement_U B$.► 8. 已知全集 $U = \{2, 3, a^2 - 2a - 3\}$, $A = \{2, |a - 7|\}$, $\complement_U A = \{5\}$, 求 a 的值.► 9. 设全集 $S = \{x | x^2 - 3x + 2 = 0\}$, $A = \{x | x^2 - px + q = 0\}$, 若 $\complement_S A = \emptyset$, 求 p, q .► 10. 若 $A = \{a, b\}$, $B = \{x | x \subseteq A\}$, $M = \{A\}$, 求 $\complement_B M$.

学后反思

本节课重点在于对补集概念的正确理解, 求某一集合的补集的前提必须明确全集. 同一个集合在不同全集中的补集是不同的.

§ 1.3 交集、并集

★第一课时

学习要求

理解交集与并集的概念, 掌握交集与并集的区别与联系, 并能正确应用它们解决一些简单问题.

要点扫描

1. 由所有属于集合 A 且属于集合 B 的元素所组成的集合, 叫做 A 与 B 的 _____, 记作 _____.
2. 由所有属于集合 A 或属于集合 B 的元素所组成的集合, 叫做 A 与 B 的 _____, 记作 _____.

典例剖析

[例1] 已知集合 $M = \{(x, y) | x + y = 2\}$, $N = \{(x, y) | x - y = 4\}$, 那么集合 $M \cap N$ 为 _____ ()

A. $x = 3, y = -1$

B. $(3, -1)$

C. $\{3, -1\}$

D. $\{(3, -1)\}$

解析: 由已知得 $M \cap N = \{(x, y) | x + y = 2, \text{ 且 } x - y = 4\} = \{(3, -1)\}$.

也可采用筛选法. 首先, 易知 A、B 不正确, 因为它们都不是集合符号. 又集合 M, N 的元素都是数组 (x, y) , 所以 C 也不正确.

答案: D

说明: 求两集合的交集即求同时满足两集合中元素性质的元



用列举法写出集合 $A \cap B, A \cup B, (\complement_s A) \cap (\complement_s A), \complement_s (A \cup B)$.

- 10. 已知 $A = \{x | 2x^2 = sx - r\}, B = \{x | 6x^2 + (s+2)x + r = 0\}$, 且 $A \cap B = \{\frac{1}{2}\}$, 求 $A \cup B$.

学后反思

本节课学习旨在对交集、并集概念的理解, 正确把握“或”和“且”的联系与区别, 是正确应用概念解题的前提. 另外, 在求两集合的并集时, 应考虑集合中元素的互异性.

★第二课时

学习要求

理解和掌握交集、并集的性质, 熟练应用交集、并集的概念和性质进行集合的有关运算, 会用文氏图求集合的交集、并集、补集.

要点扫描

- 对于任意集合 $A, B, A \cap A = \underline{\hspace{1cm}}, A \cap \emptyset = \underline{\hspace{1cm}}, A \cup A = \underline{\hspace{1cm}}, A \cup \emptyset = \underline{\hspace{1cm}}, A \cap B = \underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}} = B \cup A$.
- $A \subseteq B \Leftrightarrow A \cap B = \underline{\hspace{1cm}} \Leftrightarrow A \cup B = \underline{\hspace{1cm}},$
 $A \cap \complement_U A = \underline{\hspace{1cm}}, A \cup \complement_U A = \underline{\hspace{1cm}}.$
- 形如 $2n (n \in \mathbf{Z})$ 的整数叫 偶数, 形如 $2n+1 (n \in \mathbf{Z})$ 的整数叫 奇数.

典例剖析

- [例1] 已知全集 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}, A \subseteq U, B \subseteq U$, 且 $(\complement_U A) \cap B = \{1, 9\}, A \cap B = \{2\}, (\complement_U A) \cap (\complement_U B) = \{4, 6, 8\}$, 求 A 和 B .

解: 根据题意作文氏图如图 1-4,

$$\therefore A = \{2, 3, 5, 7\}, B = \{1, 2, 9\}$$

说明: 与自然数或整数有关的有限集的子、交、并、补运算, 借助文氏图显得既直观又清晰.

- [例2] 设集合 $A = \{x | x^2 + 4x = 0, x \in \mathbf{R}\}, B = \{x | x^2 + 2(a+1)x + a^2 - 1 = 0, x \in \mathbf{R}\}$, 若 $A \cup B = A$, 求实数 a 的值.

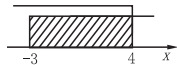


图 1-4

解: $\because A = \{x | x^2 + 4x = 0, x \in \mathbf{R}\}, \therefore A = \{-4, 0\}$

$\because A \cup B = A, \therefore B \subseteq A$

当 $B = A$, 即 $B = \{-4, 0\}$ 时,

由一元二次方程的根与系数关系, 得

$$\begin{cases} -2(a+1) = -4 \\ a^2 - 1 = 0 \end{cases} \quad \text{解之得 } a = 1.$$

当 $B = \emptyset$, 即方程 $x^2 + 2(a+1)x + a^2 - 1 = 0$ 无实数解时,

$$4(a+1)^2 - 4(a^2 - 1) = 8a + 8 < 0$$

解得 $a < -1$.

当 $B = \{0\}$, 即方程 $x^2 + 2(a+1)x + a^2 - 1 = 0$ 有两个相等的实数根且为零时,

$$\begin{cases} 8a + 8 = 0 \\ a^2 - 1 = 0 \end{cases}, \text{解得 } a = -1$$

当 $B = \{-4\}$ 时, 即需

$$\begin{cases} 8a + 8 = 0 \\ 16 + 8(a+1) + a^2 - 1 = 0 \end{cases} \quad \text{无解}$$

综上所述, 知若 $A \cup B = A$, 则 $a \leq -1$ 或 $a = 1$.

说明: 由 $A \cup B = A$ 转化为 $B \subseteq A$ 是解本题的关键. 另外在求出 $A = \{0, 4\}$ 后, 应分别从 $B = A, \{0\}, \{-4\}, \emptyset$ 四种情况下求 a .

- [例3] 若 $A = \{x | x^2 - ax + a^2 - 19 = 0\}, B = \{x | x^2 - 5x + 6 = 0\}, C = \{x | x^2 + 2x - 8 = 0\}$

(1) 若 $A \cap B = A \cup B$, 求 a 的值;

(2) 若 $\emptyset \subsetneq A \cap B, A \cap C = \emptyset$, 求 a 的值.

解: 由已知, 得 $B = \{2, 3\}, C = \{2, -4\}$.

(1) $\because A \cap B = A \cup B, \therefore A = B$

于是 2, 3 是一元二次方程 $x^2 - ax + a^2 - 19 = 0$ 的两个根, 由韦达定理知:

$$\begin{cases} 2+3=a \\ 2 \times 3 = a^2 - 19 \end{cases} \quad \text{解之得 } a = 5.$$

(2) 由 $A \cap B \neq \emptyset, A \cap C = \emptyset$, 得 $3 \in A, 2 \notin A, -4 \notin A$, 由 $3 \in A$, 得 $3^2 - 3a + a^2 - 19 = 0$

解得 $a = 5$ 或 $a = -2$

当 $a = 5$ 时, $A = \{x | x^2 - 5x + 6 = 0\} = \{2, 3\}$, 与 $2 \notin A$ 矛盾;

当 $a = -2$ 时, $A = \{x | x^2 + 2x - 15 = 0\} = \{3, -5\}$, 符合题意. $\therefore a = -2$.

说明: 对于(1), 必须理解 $A \cap B = A \cup B$ 的意义.

注意: $A \supseteq A \cap B = A \cup B \supseteq B \Rightarrow A \supseteq B$;

$A \subseteq A \cup B = A \cap B \subseteq B \Rightarrow A \subseteq B$

从而知: $A = B$;

对于(2), 关键是抓住空集这个特殊集合的意义和性质, 即由 $A \cap B \neq \emptyset \Rightarrow A \cap B \neq \emptyset$.

随堂训练

- 若 $A \cup B = \emptyset$, 则 ()
A. $A = \emptyset, B \neq \emptyset$ B. $A \neq \emptyset, B = \emptyset$
C. $A = \emptyset, B = \emptyset$ D. $A \neq \emptyset, B \neq \emptyset$
- 若集合 A, B, C 满足 $A \cap B = A, B \cup C = C$, 则 A 与 C 之间的关系必定是 ()
A. $A \subsetneq C$ B. $C \subsetneq A$ C. $A \subseteq C$ D. $C \subseteq A$
- 已知 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}, A = \{3, 4, 5\}, B = \{1, 3, 6\}$, 那么集

合 $C=\{2,7,8\}$ 是 ()

A. $A \cup B$

B. $A \cap B$

C. $(\complement_U A) \cap (\complement_U B)$

D. $(\complement_U A) \cup (\complement_U B)$

►4. 全集 I 含有 10 个元素, 它的子集 A 含有 5 个元素, 子集 B 含有 4 个元素, $A \cap B$ 有两个元素, 那么 $A \cup B$ 含有元素的个数是 _____.

►5. 若集合 $A=\{1,3,x\}$, $B=\{1,x^2\}$, 且 $A \cup B=\{1,3,x\}$, 则 $x=$ _____.

►6. 若集合 $A=\{x|-1 \leq x < 2\}$, $B=\{x|x \leq a\}$, 若 $A \cap B \neq \emptyset$, 则实数 a 的集合为 _____.

强化训练

►1. 下列说法中正确的是 ()

A. 任何一个集合必有两个子集

B. 任何集合必有一个真子集

C. 若 $A \cap B = \emptyset$, 则 A, B 中至少有一个为 $\emptyset$

D. 若 $A \cap B = S$, S 为全集, 则 $A=B=S$

►2. 设 S, T 是两个集合, 且 $S \not\subseteq T, T \not\subseteq S$, 若 $M=S \cap T$, 则 $S \cup M$ 等于 ()

A. $\emptyset$

B. S

C. T

D. M

►3. 设全集 $U=\mathbf{Z}$, $A=\{x|x=2n, n \in \mathbf{Z}\}$, $B=\{x|x=3m, m \in \mathbf{Z}\}$, 则集合 $A \cap (\complement_U B)$ 等于 ()

A. $\{x|x=3k \pm 1, k \in \mathbf{Z}\}$

B. $\{x|x=4k \pm 1, k \in \mathbf{Z}\}$

C. $\{x|x=6k \pm 1, k \in \mathbf{Z}\}$

D. $\{x|x=6k \pm 2, k \in \mathbf{Z}\}$

►4. 图 1—5 中阴影部分可用集合 M, P 表示为 _____.

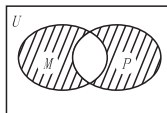


图 1—5

►5. 判断下列命题的正误:

(1) 若 $A \subseteq B$, 则 $A \cap B = A$ ()

(2) 若 $A \cup B = B$, 则 $A \subseteq B$ ()

(3) $(A \cap B) \subsetneq A \subsetneq (A \cup B)$ ()

(4) $\complement_U (A \cap B) = (\complement_U A) \cup (\complement_U B)$ ()

►6. 集合 $\{(2,3)\} \subseteq (A \cap B)$, $A=\{(x,y)|ax-y^2+b=0\}$, $B=\{(x,y)|x^2-ay-b=0\}$, 则 $a=$ _____, $b=$ _____.

►7. 集合 $M=\{1,t\}$, $N=\{t^2-t+1\}$, 若 $M \cup N = M$, 求 t 的集合.

►8. 已知集合 $A=\{x|x^2-5x+6=0\}$, $B=\{x|mx-1=0\}$, 且 $A \cap B = B$, 求由实数 m 所构成的集合 M , 并写出 M 的所有子集.

►9. 集合 $S=\{x|x \leq 10, \text{ 且 } x \in \mathbf{N}^*\}$, $A \subsetneq S, B \subsetneq S$, 且 $A \cap B = \{4,5\}$, $(\complement_S B) \cap A = \{1,2,3\}$, $(\complement_S A) \cap (\complement_S B) = \{6,7,8\}$. 求集合 A 和 B .

►10. 设 $U=\mathbf{R}$. 集合 $M=\{m|\text{方程 } mx^2-x-1=0 \text{ 有实根}\}$, $N=\{n|\text{方程 } x^2-x+n=0 \text{ 有实根}\}$, 求 $(\complement_U M) \cap N$.

学后反思

正理解概念是进行交集、并集、补集运算的基础, 灵活运用下面性质可给解题带来方便.

名称	A, B 的交集	A, B 的并集	S 中子集 A 的补集
符号	$A \cap B$	$A \cup B$	$\complement_S A$
定义	$\{x x \in A \text{ 且 } x \in B\}$	$\{x x \in A \text{ 或 } x \in B\}$	$\{x x \in S \text{ 且 } x \notin A\}$
性质	$A \cap B = B \cap A$ $A \cap B \subseteq A$ $A \cap B \subseteq B$ $A \cap \emptyset = \emptyset$	$A \cup B = B \cup A$ $A \cup B \supseteq A$ $A \cup B \supseteq B$ $A \cup \emptyset = A$	$A \cap \complement_S A = \emptyset$ $A \cup \complement_S A = S$ $\complement_S (\complement_S A) = A$

另外, 利用数形结合的数学思想, 将满足条件的集合在数轴上——表示出来或用图形表示出来, 从而求集合的交集、并集、

补集, 既简单又直观, 是最基本最常见的方法.

- C. $\{x|x \leq 1 \text{ 或 } x > 5\}$
 D. $\{x|x < 0 \text{ 或 } x \geq 5\}$
- 3. 已知集合 $M \subseteq \{4, 7, 8\}$, 且 M 中至多有一个偶数, 则这样的集合共有 ()
 A. 3 个 B. 4 个 C. 6 个 D. 5 个
- 4. 设集合 $M = \{1, 3, x\}$, $N = \{x^2 - x + 1\}$, 若 $M \cup N = M$, 则 x 的值是 ()
 A. 1 B. -1 或 0 或 2
 C. ± 1 或 2 D. 不存在
- 5. 已知集合 $A = \{(a, b) | a^2 + \sqrt{2b-1} = 2a-1, a \in \mathbf{R}, b \in \mathbf{R}\}$, $B = \{(1, \frac{1}{2})\}$, 则 A _____ B (填“=”或“ $\neq$ ”).
- 6. 设集合 $A = \{(x, y) | x + 3y = 7\}$, 集合 $B = \{(x, y) | x - y = -1\}$, 则 $A \cap B =$ _____.
- 7. 对于集合 $A = \{2, 4, 6\}$, 若 $a \in A$, 则 $6 - a \in A$, 那么 a 的值是 _____.
- 8. 若全集 $U = \{x | x \leq 9, x \in \mathbf{N}^*\}$, $M = \{1, 7, 8\}$, $P = \{2, 3, 5, 7\}$, $S = \{1, 4, 7\}$, 则 $(M \cup P) \cap (\complement_U S) =$ _____.
- 9. 设 $A \cap B = \emptyset$, $M = \{A \text{ 的子集}\}$, $N = \{B \text{ 的子集}\}$, 求 $M \cap N$.

- 10. 设全集 $S = \{1, 2, 3, 4\}$, 且 $A = \{x \in S | x^2 - 5x + m = 0\}$, 若 $\complement_S A = \{2, 3\}$, 求 m 的值.
- 11. 已知: 集合 $A = \{x \in \mathbf{R} | x^2 + ax + 1 = 0\}$, $B = \{1, 2\}$, 且 $A \subseteq B$, 求实数 a 的取值范围.
- 12. 已知集合 $A = \{x | x^2 - 4x + 3 = 0\}$, $B = \{x | x^2 - ax + a - 1 = 0\}$, $C = \{x | x^2 - mx + 1 = 0\}$, 且 $A \cup B = A$, $A \cap C = C$, 求 a, m 的值或取值范围.

§ 1.5 含绝对值的不等式的解法

学 习 要 求

能够根据绝对值的意义, 理解和掌握 $|x| < a$ 与 $|x| > a$ ($a > 0$) 型不等式的解法及它们与 $|ax+b| < c$ 与 $|ax+b| > c$ ($c > 0$) 型不等式间的区别与联系.

要 点 扫 描

1. 绝对值的意义是: _____.
2. $|x| < a$ ($a > 0$) 的解集是 _____.
 $|x| > a$ ($a > 0$) 的解集是 _____.
3. 如果 $a > b$ 且 $ac < bc$, 则 c _____ 0.

典 例 剖 析

[例1] 解不等式 $|x-5| < 8$.

解: 由原不等式可得 $-8 < x-5 < 8$
 $\therefore -3 < x < 13$

所以原不等式的解集是 $\{x | -3 < x < 13\}$

说明: 解形如 $|ax+b| < c$ 或 $|ax+b| > c$ ($c > 0$) 的不等式, 可考虑把 $ax+b$ 看作一个整体, 去“代换” $|x| < a$ 或 $|x| > a$ ($a > 0$) 中的 x , 是去绝对值号的常用方法.

[例2] 解不等式 $2 < |2x-5| \leq 7$.

解法一: 原不等式等价于 $\begin{cases} |2x-5| > 2 \\ |2x-5| \leq 7 \end{cases}$

$$\therefore \begin{cases} 2x-5 > 2 \text{ 或 } 2x-5 < -2 \\ -7 \leq 2x-5 \leq 7 \end{cases}$$

$$\text{即} \begin{cases} x > \frac{7}{2} \text{ 或 } x < \frac{3}{2} \\ -1 \leq x \leq 6 \end{cases}$$

$\therefore$ 原不等式的解集为 $\{x | -1 \leq x < \frac{3}{2} \text{ 或 } \frac{7}{2} < x \leq 6\}$

解法二: 原不等式的解集是下面两个不等式组解集的并集

$$(I) \begin{cases} 2x-5 \geq 0 \\ 2 < 2x-5 \leq 7 \end{cases}$$

$$(II) \begin{cases} 2x-5 < 0 \\ 2 < 5-2x \leq 7 \end{cases}$$

不等式组(I)的解集为 $\{x | \frac{7}{2} < x \leq 6\}$

不等式组(II)的解集是 $\{x | -1 \leq x < \frac{3}{2}\}$

∴原不等式的解集是

$$\{x | -1 \leq x < \frac{3}{2} \text{ 或 } \frac{7}{2} < x \leq 6\}$$

解法三:原不等式的解集是下面两个不等式解集的并集.

$$(I) 2 < 2x-5 \leq 7$$

$$(II) 2 < 5-2x \leq 7$$

不等式(I)的解集为 $\{x | \frac{7}{2} < x \leq 6\}$

不等式(II)的解集是 $\{x | -1 \leq x < \frac{3}{2}\}$

∴原不等式的解集是

$$\{x | -1 \leq x < \frac{3}{2} \text{ 或 } \frac{7}{2} < x \leq 6\}.$$

说明:含绝对值的双向不等式的解法,关键是去绝对值号.其方法一是转化为单向不等式组如解法一,再就是利用绝对值的定义如解法二、解法三.

[例3]解关于 x 的不等式:

$$(1) |2x+3| - 1 < a (a \in \mathbf{R});$$

$$(2) |2x+1| > x+1.$$

解:(1)原不等式可化为 $|2x+3| < a+1$

当 $a+1 > 0$,即 $a > -1$ 时,由原不等式得

$$-(a+1) < 2x+3 < a+1$$

$$-\frac{a+4}{2} < x < \frac{a-2}{2}$$

当 $a+1 \leq 0$ 即 $a \leq -1$ 时,原不等式的解集为 $\emptyset$,综上,当 $a > -1$ 时,原不等式的解集是

$$\{x | -\frac{a+4}{2} < x < \frac{a-2}{2}\}$$

当 $a \leq -1$ 时,原不等式的解集是 $\emptyset$.

(2)原不等式可化为下面两个不等式组来解

$$(I) \begin{cases} 2x+1 \geq 0 \\ 2x+1 > x+1 \end{cases}$$

$$\text{或}(II) \begin{cases} 2x+1 < 0 \\ -(2x+1) > x+1 \end{cases}$$

不等式组(I)的解为 $x > 0$

不等式组(II)的解为 $x < -\frac{2}{3}$

∴原不等式的解集为 $\{x | x < -\frac{2}{3} \text{ 或 } x > 0\}$

说明:由于无论 x 取何值,关于 x 的代数式的绝对值均大于或等于 0,即不可能小于 0,故 $|f(x)| < a (a \leq 0)$ 的解集为 $\emptyset$.解不等式分情况讨论时,一定要注意是对参数分类还是对变量分类,对参数分类的解集一般不合并,如(1)对变量分类,解集必须合并如(2).

$$C. (x-78)^2 > -1$$

$$D. (x+78)^2 - 1 > 0$$

►2. 在数轴上与原点距离不大于 2 的点的坐标的集合是 ()

$$A. \{x | -2 < x < 2\}$$

$$B. \{x | 0 < x \leq 2\}$$

$$C. \{x | -2 \leq x \leq 2\}$$

$$D. \{x | x \geq 2 \text{ 或 } x \leq -2\}$$

►3. 不等式 $|1-2x| < 3$ 的解集是 ()

$$A. \{x | x < 1\}$$

$$B. \{x | -1 < x < 2\}$$

$$C. \{x | x > 2\}$$

$$D. \{x | x < -1 \text{ 或 } x > 2\}$$

►4. 不等式 $|x+4| > 9$ 的解集是 _____.

►5. 当 $a > 0$ 时,关于 x 的不等式 $|b-ax| < a$ 的解集是 _____.

►6. 不等式 $|x+2| > x+2$ 的解集是 _____.



强化训练

►1. 下列不等式中,解集为 $\{x | x < 1 \text{ 或 } x > 3\}$ 的不等式是 ()

$$A. |x-2| > 5$$

$$B. |2x-4| > 3$$

$$C. 1 - |\frac{x}{2} - 1| \leq \frac{1}{2}$$

$$D. 1 - |\frac{x}{2} - 1| < \frac{1}{2}$$

►2. 不等式 $1 \leq |x-3| \leq 6$ 的解集是 ()

$$A. \{x | -3 \leq x \leq 2 \text{ 或 } 4 \leq x \leq 9\}$$

$$B. \{x | -3 \leq x \leq 9\}$$

$$C. \{x | -1 \leq x \leq 2\}$$

$$D. \{x | 4 \leq x \leq 9\}$$

►3. 不等式 $|x+a| < 1$ 的解集是 ()

$$A. \{x | -1+a < x < 1+a\}$$

$$B. \{x | -1-a < x < 1-a\}$$

$$C. \{x | -1-|a| < x < 1-|a|\}$$

$$D. \{x | x < -1-|a| \text{ 或 } x > 1-|a|\}$$

►4. 不等式 $|5-3x| \leq 0$ 的解集是 _____.

►5. 已知不等式 $|x-2| < a (a > 0)$ 的解集是 $\{x | -1 < x < c\}$,则 $a+2c =$ _____.

►6. 设 $A = \{x | |3-2x| \geq \frac{1}{2}\}$,则 A 与集合 $\{1,2\}$ 的关系为 _____.

►7. 解下列不等式

$$(1) |x| - 3 < -1; (2) 1 - |x-5| < -4.$$

►8. 解不等式 $|2x+1| < 3x$.



随堂训练

►1. 下列不等式中,解集为 $\mathbf{R}$ 的是 ()

$$A. |x+2| > 1$$

$$B. |x+2| + 1 > 1$$

