

---

# 北京市海淀区高三第二学期期中 练习 数学

参考公式：

三角函数的积化和差公式

$$\sin \cos = 1/2[\sin( + ) + \sin( - )]$$

$$\cos \sin = 1/2[\sin( + ) - \sin( - )]$$

$$\cos \cos = 1/2[\cos( + ) + \cos( - )]$$

$$\sin \sin = -1/2[\cos( + ) - \cos( - )]$$

正棱台、圆台的侧面积公式

$$S_{\text{台侧}} = 1/2(c + c)l$$

其中  $c$  、 分别表示上、下底面周长  $l$  表示斜高或母线长

台体的体积公式

$$V_{\text{台体}} = \frac{1}{3}(S' + \sqrt{S'S} + S)h$$

其中  $S$  、  $S$  分别表示上、下底面积  $h$  表示高

一、选择题：本大题共 12 小题 每小题 5 分 共 60 分 只在每小题给出的四个选项中 只有一项是

符合题目要求的  $y$

(1) 函数  $y = \frac{\log_2(x-1)}{\sqrt{2-x}}$  的定义域是 ( )

(A) (1, 2) (B) (1, 2)

(C) (2, +∞) (D) (-∞, 2)

(2) (文) 椭圆  $x^2/169 + y^2/144 = 1$  的准线方程为 ( )

(A)  $y = \pm \frac{169}{5}$  (B)  $y = \pm \frac{25}{13}$  (C)  $x = \pm \frac{169}{5}$  (D)  $x = \pm \frac{25}{13}$

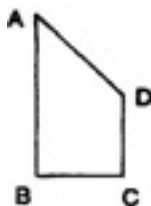
(理) 极坐标系内 6 点  $(2i, \pi/2)$  关于直线  $\cos \theta = 1$  对称点的坐标为 ( )

(A)  $(2\sqrt{2}, \pi/4)$  (B)  $(2, \pi/4)$  (C) (0, 0) (D) (2, 0)

(3) 直角梯形 ABCD 中  $AB \perp DC$ ,  $AB = 2CD$ ,  $\angle A = 45^\circ$ ,  $AD = 2$  以直线 AB 为轴将梯形 ABCD 旋转一周所得旋转体的体积为 ( )

(A)  $8\frac{\sqrt{2}}{3}\pi$  (B)  $\frac{4}{3}\pi$

(C)  $\frac{10\sqrt{2}}{3}\pi$  (D)  $4\sqrt{2}\pi$



(4) 已知复数  $z=1+i$  复数  $w=z+3z-26$  那么  $w$  的三角形式为( )

(A)  $2\sqrt{2}(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4})$

(B)  $2\sqrt{2}(\cos \frac{3\pi}{4} + i \sin \frac{3\pi}{4})$

(C)  $2\sqrt{2}(\cos \frac{5\pi}{4} + i \sin \frac{5\pi}{4})$

(D)  $2\sqrt{2}(\cos \frac{7\pi}{4} + i \sin \frac{7\pi}{4})$

(5) (文) 已知  $\cos \theta = -4/5$   $8 < \theta < 3\pi/2$  几则  $\operatorname{tg} \theta/2$  的值是( )

(A)  $-4/3$

(B)  $-3/4$

(C)  $-3$

(D)  $3$

(理) 函数  $y=\cos x$  ( $-1 \leq x \leq 0$ ) 的反函数为( )

(A)  $y=\arccos x$  ( $-1 \leq x \leq 1$ )

(B)  $y=-\arccos x$  ( $-1 \leq x \leq 1$ )

(C)  $y=-\arccos x$  ( $-1 \leq x \leq 1$ )

(D)  $y=\arccos x$  ( $-1 \leq x \leq 1$ )

(6) (文) 已知等比数列  $\{a_n\}$  公比为  $q$  且  $q > 1$  若  $a_1 > 0$  则对于任意自然数  $n$  几都有( )

(A)  $a_{n+1} < a_n$

(B)  $a_{n+1} > a_n$

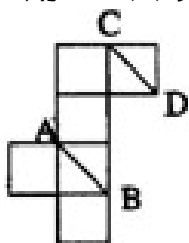
(C)  $|a_{n+1}| < |a_n|$

(D)  $a_{n+1}$  与  $a_n$  的大小关系与  $n$  的值有关

(理) 将正方体的纸盒展开(如图) 8 直线  $AB \perp CD$

在原正方体中的位置关系是( )

- (A) 平行 (B) 垂直  
(C) 相交且成  $60^\circ$  角 (D) 异面且成  $60^\circ$  角



(7) (文) 已知  $a, b$  是直线  $\alpha, \beta$  是平面  $\gamma$   
给出下列命题:  $a \perp \alpha, \alpha \perp \beta \Rightarrow a \perp \beta$  只则  $a \perp b$ ;  
 $a \perp \alpha, \alpha \perp \beta \Rightarrow a \perp \beta$ ;  $a \perp \alpha, \alpha \perp \beta \Rightarrow a \perp \beta$   
 $4 a \perp b$  一 则 ;  $8 \quad 0 a \perp i$  则  $a$

1 其中错误命题的序号是( )

- (A) (B) (C) (D)

(理) 从 7 人中选派 5 人到 10 个不同交通岗的 5 个中参加交通协管工作  $Y$  则不同的选派方法有( )

- (A)  $C_7^5 P_{10}^5 P_5^5$  种 (B)  $P_7^5 C_{10}^5 P_5^5$  种  
(C)  $C_{10}^5 C_7^5$  种 (D)  $C_7^5 P_{10}^5$  种

(8) (文) 如果直线  $ax+by=4$  与圆  $x^2+y^2=4$  有两个不同的交点一 则点  $P(a, b)$  与圆的位置关系是

- (A)  $P$  在圆外 (B)  $P$  在圆上  
(C)  $P$  在圆内 (D)  $P$  与圆的位置关系不确定

(理)已知  $a < 4b$  是直线  $0$  ,  $4$  是平面只给出  
 下列命题:  $a < 4a - 6 = b - 8$  则  $a < b$  ;  
 $0$  个则 ;  $a < 1b - ya - b$  二  
 则 ; 个 了  $a$  了则  $a$  只  
 其中正确命题的序号是( )

- (A) (B) (C) (D)

(9) (文) 同理科第 6 题

(理) 等比数列  $\{a_n\}$  公比为  $q$  上则“  $a_1 > 0$  且  $q > 1$  ”是“对于任意自然数  $n$  人都有  $a_{n+1} > a_n$ ”( )

- (A) 充分非必要条件 (B) 必要非充分条件  
 (C) 充要条件 (D) 既非充分又非必要条件

(10) (文) 同理科第 7 题

(理) 已知  $f(x)$  是奇函数了定义域为  $\{x | x \in \mathbb{R} \text{ 且 } x > 0\}$  又  $f(x)$  在区间  $(0, +\infty)$  上是增函数  $y$  且  $f(-1) = 0$  上则满足  $f(x) > 0$  的  $x$  的取值范围是( )

- (A)  $(1, +\infty)$   
 (B)  $(0, 1)$   
 (C)  $(-1, 0) \cup (1, +\infty)$   
 (D)  $(-1, -4) \cup (1, 4)$

(11) (文) 若椭圆的短轴的两个端点与长轴的一个

端点是一个正三角形的三个顶点则椭圆的离心率等于( )

- (A)  $\frac{1}{3}$       (B)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$       (C)  $\frac{\sqrt{6}}{3}$       (D)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$

(理)若不论  $k$  为何值 8 直线  $y=k(x-2)+b$  与曲线  $x^2-y^2=1$  总有公共点 8 则  $b$  的取值范围是( )

- (A)  $(-\sqrt{3},\sqrt{3})$       (B)  $[-\sqrt{3},\sqrt{3}]$       (C)  $(-2,2)$       (D)  $[-2,2]$

(12) (文) 已知  $f(x)$  是奇函数二定义域为  $\{x|x \in \mathbb{R} \text{ 且 } x \neq 0\}$  了又  $f(x)$  在区间  $(0, 4)$  上是增函数二且  $f(-1)=0$  如果  $f(x) > 0$  则  $x$  的取值范围是( )

(A)  $(-1, 0) \cup (1, +\infty)$

(B)  $(0, 1)$

(C)  $(1, +\infty)$

(D)  $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$

(理)在一次足球预选赛中个某小组共有 5 个球队进行双循环赛(每两队之间赛两场)人已知胜一场得 3 分人平一场得 1 分6 负一场得 0 分二积分多的前两名可出线(积分相等则要比净胜球数或进球总数)向赛完后一个队的积分可出现的不同情况种数为( )

- (A) 22      (B) 23      (C) 24      (D) 25

二、填空题：本大题共 4 小题 8 每小题 4 分 0 共

16 分 0 把答案填在题中横线上 8

(13) 若  $(x + \sqrt{x})^n$  的展开式中第三项系数为 360 则自然数  $n$  的值是\_\_\_\_\_1

(14) 集合

$\{(x, y) | x + y - 2 = 0 \text{ 且 } x - 2y + 4 = 0\} \subset \{(x, y) | y = 3x + b\}$ , 8  
则  $b =$ \_\_\_\_\_ P

(15) (文) 在等差数列  $\{a_n\}$  中 T 若前 9 项的和是 90  
4 则  $a_5$  的值是\_\_\_\_\_ i

(理) 现有两个定值电阻 0 串联后等效电阻值为  $R$   
了并联后等效电阻值为  $r$  4 若  $R = kr$  则实数  $k$  的取值  
范围是\_\_\_\_\_只

(16) (文) 已知函数  $f(x) = |x^2 - 2x - 3|$  ( $x \in \mathbb{R}$ ) y 下列  
命题:  $f(x)$  是偶函数;  $f(x)$  的图象与  $y$  轴交点的  
纵坐标为 3;  $f(x)$  在  $(1, +\infty)$  上是增函数;  $f(x)$  有  
最大值 4 了其中正确命题的序号是\_\_\_\_\_人

(理) 已知函数  $f(x) = |x^2 - 2ax - b|$  ( $x \in \mathbb{R}$ ) T 给出下  
列命题:  $f(x)$  必是偶函数;  $f(0) = f(2)$  时  $f(x)$  的  
图象必关于直线  $x = 1$  对称; 若  $a^2 - b \geq 0$  8 则  $f(x)$  在  
区间  $[a - 1, +\infty)$  上是增函数;  $f(x)$  有最大值  $|a^2 - b|$  口  
其中正确命题的序号是\_\_\_\_\_ I

三、解答题: 本大题共 6 个小题口共 74 分 8 解

---

答应写出文字说明、证明过程或演算步骤 6

(17) (本小题满分 12 分)

已知  $f(x) = 2\sin(x + \frac{\theta}{2}) \cos(x + \frac{\theta}{2}) + 2\sqrt{3}\cos^2(x + \frac{\theta}{2}) - \sqrt{3}$ 。

(I) 化简  $f(x)$  的解析式；

( ) 若  $\theta = \frac{\pi}{3}$  求  $\theta$  使函数  $f(x)$  为偶函数 8

( ) (只理科做) 在 ( ) 成立的条件下 P 求满足  $f(x) = 16x$  [ - 个 ] 的  $x$  的集合

(18) (本小题满分 12 分)

(文) 解关于  $x$  的不等式:  $\log_2(x-1) > \frac{1}{2}\log_2[a(x-2)+1]$  ( $a > 2$ ) 6

---

(理)解关于  $x$  的不等式:  $\log_2(x-1) > \log_4[a(x-2)+1]$  ( $a > 1$ ) 个

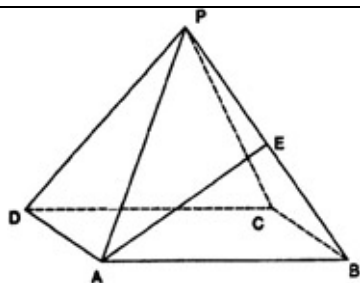
(19) (本小题满分 12 分)

如图所示二正四棱锥  $P-ABCD$  中上侧棱  $PA$  与底面  $ABCD$  所成角的正切值为  $\frac{\sqrt{6}}{2}$ 。

(I) 求侧面  $PAD$  与底面  $ABCD$  所成二面角的大小;

( ) 若  $E$  是  $PB$  中点下求异面直线  $PD$  与  $AE$  所成角的正切值  $P$

( ) (只理科做) 在侧面  $PAD$  上寻找一点  $F$  使  $EF$  侧面  $PBC$  试确定  $F$  点的位置并加以证明 8



(20) (本小题满分 12 分)

(文) 已知函数  $f(x) = 2^{x-a} / 2^x$

(I) 将  $y=f(x)$  的图象向右平移两个单位 8 得到函数  $y=g(x)$  只求函数  $y=g(x)$  的解析式；

( ) 函数  $y=h(x)$  与函数  $y=g(x)$  的图象关于直线  $y=1$  对称个求函数  $y=h(x)$  的解析式几

---

(理) 矩形 ABCD 的顶点 A、B 在直线  $y=2x+m$  上，C、D 在抛物线  $y^2=4x$  上。该矩形的外接圆方程为  $x^2+y^2-x-4y-t=0$ 。

( ) 求矩形 ABCD 对角线交点 M 的坐标。

( ) 求此矩形的边长，并确定  $m, t$  的值。

(21) (本小题满分 12 分)

(文) 已知半圆  $(x-1)^2+y^2=1 (y \geq 0)$  的直径为 OA，O 为坐标原点，点 P 在半圆上。双曲线以 O、A 为焦点，且过点 P。

(I) 当  $\angle POA = \frac{\pi}{3}$  时，求双曲线的方程。

---

( ) 当  $POA = 4$  且  $\frac{1}{4} < \angle POA < \frac{1}{2}$  时  $i$  用双曲线的半实轴长  $a$  表示点  $P$  的坐标  $i$

(理) 这是一个计算机程序的操作说明:

- (1) 初始值  $x=1$  几  $y=1$   $z=0$  几  $n=0$  ;
- (2)  $n=n+1$  (将当前  $n+1$  的值赋予新的  $n$ ) ;
- (3)  $x=x+2$  (将当前  $x+2$  的值赋予新的  $x$ ) ;
- (4)  $y=2y$  (将当前  $2y$  的值赋予新的  $y$ ) ;
- (5)  $z=z+xy$  (将当前  $z+xy$  的值赋予新的  $z$ ) ;
- (6) 如果  $z > 7000$  则执行语句 (7) 儿否则回语句 (2)

继续进行 ;

(7) 打印  $n$  及  $z$  ;

(8) 程序终止  $y$

由语句 (7) 打印出的数值是  $\frac{1}{y}$   $\frac{1}{y}$

以下写出计算过程:

---

(22) (本小题满分 14 分)

(文) 同理科 21 题

(理) 已知函数  $f(x) = 2^x - a/2^x$  只

( ) 将  $y=f(x)$  的图象向右平移两个单位  $Y$  得到函数  $y=g(x)$   $T$  求函数  $y=g(x)$  的解析式 ;

( ) 函数  $y=h(x)$  与函数  $y=g(x)$  的图象关于直线

---

---

$y=1$  对称人求函数  $y=h(x)$  的解析式；

( ) 设  $F(x)=1/af(x)+h(x)$  只已知  $F(x)$  的最小值是  $m$  且  $m>2+\sqrt{7}$  8 求实数  $a$  的取值范围了

### 参考答案

一、(1)B (2)(文)C I (理)A (3)A (4)D  
(5)(文)Ci (理)B (6)(文)B 6 (理)D (7)(文)B I  
(理)D (8)(文)A 几 (理)B (9)(文)D 上 (理)A  
(10)(文)D6 (理)C (11)(文)C P (理)B (12)(文)A 了  
(理)C

二、(13)9 (14)2 (15)(文)10 只 (理)[ 4 二+ ]  
(16)(文) 4 理

三、(17)解:( )  $f(x)=\sin(2x+ )+\sqrt{3}[2\cos^2(x+\frac{\theta}{2})-1]$

(文 4 分理 2 分)

$$= \sin(2x + \frac{\pi}{6}) + \sqrt{3} \cos(2x + \frac{\pi}{6}) \quad (\text{文 6 分理 4 分})$$

$$= 2 \cos(2x + \frac{\pi}{6}) \quad (\text{或 } f(x) = 2 \sin(2x + \frac{2\pi}{3})) \quad (\text{文 8 分上理 6 分})$$

( ) =  $\frac{\pi}{6}$  时  $f(x)$  为偶函数上 (文 12 分理 8 分)

( ) 由  $f(x) = 1$  得  $2 \cos 2x = 1$   $\cos 2x = \frac{1}{2}$  (理 10 分)

$$x \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}] \text{ 上}, \therefore x = \pm \frac{5\pi}{6} \text{ 或 } x = \pm \frac{\pi}{6}$$

所求  $x$  的集合是  $\{x \mid x = \pm \frac{5\pi}{6} \text{ 或 } x = \pm \frac{\pi}{6}\}$  (理 12 分)

$$(18) (\text{文}) \text{解: 原不等式成立的必要条件是 } \begin{cases} x-1 > 0, \\ a(x-2)+1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1, \\ x > 2 - \frac{1}{a}. \end{cases} \quad (2 \text{分})$$

由  $a > 2$  且  $(2 - \frac{1}{a}) - 1 = 1 - \frac{1}{a} > 0$  只故  $x > 2 - \frac{1}{a}$  (4 分)

$$\therefore \text{原不等式等价于 } \begin{cases} x > 2 - \frac{1}{a}, \\ (x-1)^2 > a(x-2)+1. \end{cases} \quad (6 \text{分}) \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 - \frac{1}{a}, \\ (x-a)(x-2) > 0. \end{cases} \quad (8 \text{分})$$

$$\text{而 } a > 2, \text{ 故 } \begin{cases} x > 2 - \frac{1}{a}, \\ x < 2 \text{ 或 } x > a. \end{cases} \quad (10 \text{分})$$

$2 - \frac{1}{a} < x < 2$  或  $x > a$  不等式的解集是  $\{x \mid 2 - \frac{1}{a} < x < 2 \text{ 或 } x > a\}$  (12 分)

(理) 原不等式可化为  $2 \log_2(x-1) > \log_2[a(x-2)+1]$  (1 分)

原不等成立的必要条件是  $\begin{cases} x-1 > 0, \\ a(x-2)+1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1, \\ x > 2 - \frac{1}{a}. \end{cases}$  (3分)

由  $a > 1$  且  $(2 - \frac{1}{a}) - 1 = 1 - \frac{1}{a} > 0$ , 故  $x > 2 - \frac{1}{a}$  (5分)

$\therefore$  原不等式等价于  $\begin{cases} x > 2 - \frac{1}{a}, \\ (x-1)^2 > a(x-2)+1. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 - \frac{1}{a}, \\ (x-a)(x-2) > 0. \end{cases}$  (7分)

若  $1 < a < 2$ , 则  $\begin{cases} x > 2 - \frac{1}{a}, \\ x < a \text{ 或 } x > 2. \end{cases}$  又  $(2 - \frac{1}{a}) - a = \frac{-(a-1)^2}{a} < 0$ ,  $\therefore 2 - \frac{1}{a} < a$ .

$\therefore 2 - \frac{1}{a} < x < a$  或  $x > 2$ . (9分)

若  $a = 2$ , 则  $\begin{cases} x > \frac{3}{2}, \\ x \neq 2 \end{cases}$ ,  $\therefore x > \frac{3}{2}$  且  $x \neq 2$  (10分)

若  $a > 2$ , 则  $\begin{cases} x > 2 - \frac{1}{a}, \\ x < 2 \text{ 或 } x > a. \end{cases}$   $\therefore 2 > 2 - \frac{1}{a}$ ,  $\therefore 2 - \frac{1}{a} < x < 2$  或  $x > a$ . (12分)

综上, 当  $1 < a < 2$  时, 不等式的解集是  $|x| 2 - \frac{1}{a} < x < a$  或  $x > 2$  | 当  $a = 2$  时, 不等式的解集是 且  $|x$

$|x > \frac{3}{2}$   $x \neq 2$  | 当  $a > 2$  时, 不等式的解集是  $|x| 2 - \frac{1}{a} < x < a$  或  $x > a$  |

(19) 解: ( ) 连结 AC 6 BD 交于 O O 连结 PO i

P-ABCD 为正四棱锥二 PO 底面 ABCD 上

作 PM AD 于 M I 连结 OM I OM AD 1

PMO 为侧面 PAD 与底面 ABCD 所成二面角的平面角儿 (2分)

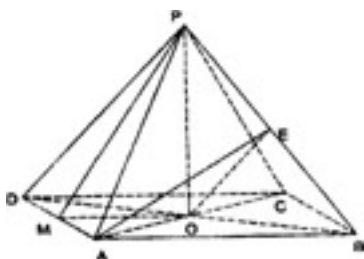
PO 底面 ABCD T

PAO 为 PA 与底面 ABCD 所成的角 4 tg

$PAO = \frac{\sqrt{6}}{2} \circ$

设  $AB = a$   $AO = \frac{\sqrt{2}}{2} a$  只  $MO = a/2$   $PO = \frac{\sqrt{6}}{2} / 2 \times$   
 $\frac{\sqrt{2}}{2} a = \frac{\sqrt{3}}{2} / 2ay$

$\text{tg } \angle PMO = PO/MO = \sqrt{3}$  (文 5 分)



$\angle PMO = 60^\circ$  1 即侧面 PAD 与底面 ABCD 所成二面角为  $60^\circ$  1 (文 6 分 理 4 分)

( ) 连结 EO 下 E 为 PB 的中点 O 为 BD 的中点  
 儿 EO  $\parallel$  PD 下

AEO 为异面直线 AE 与 PD 所成角 (文 6 分 理 4 分)

在 Rt  $\triangle PAO$  中  $\angle PAO = \frac{\sqrt{2}}{2} / 2a$  儿  $PO = \frac{\sqrt{3}}{2} / 2a$   
 $PA = \frac{\sqrt{5}}{2} / 2a$  (文 9 分)

$EO = 1/2 PD = \frac{\sqrt{5}}{4} / 4a$  个由 AO 截面 PDB 可知 AO  
 EO 儿在 Rt  $\triangle AEO$  中  $\text{tg} \angle AEO = AO/EO = 2/5\sqrt{10}$  下

即异面直线 AE 与 PD 所成角的正切值是  $2/5\sqrt{10}$   
 0 (文 12 分 理 8 分)

( ) 延长 MO 交 BC 于 N 0 连结 PN 儿取 PN 中点 G