# 前　言

QIAN YAN

修订后的《课程标准》和《考试说明》要求,教学应以培养学生综合素质为目标,高考将重点考查学生的综合应用能力。提高综合素质,训练创新能力是新世纪人才培养的基本要求。

本系列试卷以新教材为依据,以素质教育为导向,面向各类层次的学生实际,为广大师生提供一套系统、实用而有梯度的阶段性检测卷。全面检查学生对单元知识点的理解与巩固程度,培养和训练学生运用知识的素质和能力,阶段性评估课堂教学效果。

AB 卷设计,功能分明　A 卷全面关注基础巩固,再现教材知识点,以检测基础知识是否过关为目的,适用于中等以下学生或学习的前期阶段的检测;B 卷以考查学生对知识的准确理解和运用能力为主要功能,以重点知识为主干,强调知识的联系与迁移训练,适用于中等以上的学生或学习后期阶段的考试与自测。

信息敏锐,选题新颖　本系列试卷以最新《考试说明》为宏观指导,题型、题量的安排力求在考虑同步教学特点的基础上敏锐反映最新高考模式变化。试题编制基本代表了新教材实验研究成果和教学水平,其突出功能是着重对方法性和工具性基本功的训练与考查。

"1+1"模式,方便实用　本系列试卷配有《优化训练·教师用书》,提供详细的解析和答案。为教师评讲和学生自测自评提供帮助。

由于编者水平有限,书中难免存在不足,敬请广大读者提出批评和建议。

编　者

2002 年 7 月

# 目录 MU LU

高中同步测控优化训练（一）

第六章　不等式（一）（A卷）……（01）

高中同步测控优化训练（二）

第六章　不等式（一）（B卷）……（07）

高中同步测控优化训练（三）

第六章　不等式（二）（A卷）……（13）

高中同步测控优化训练（四）

第六章　不等式（二）（B卷）……（20）

高中同步测控优化训练（五）

第七章　直线与圆的方程（一）（A卷）……（28）

高中同步测控优化训练（六）

第七章　直线与圆的方程（一）（B卷）……（35）

高中同步测控优化训练（七）

第七章　直线与圆的方程（二）（A卷）……（43）

高中同步测控优化训练（八）

第七章　直线与圆的方程（二）（B卷）……（51）

高中同步测控优化训练（九）

第八章　圆锥曲线方程（一）（A卷）……（58）

高中同步测控优化训练（十）

第八章　圆锥曲线方程（一）（B卷）……（64）

高中同步测控优化训练（十一）

第八章　圆锥曲线方程（二）（A卷）……（73）

高中同步测控优化训练（十二）

第八章　圆锥曲线方程（二）（B卷）……（79）

高中同步测控优化训练（十三）

期末测试卷……（87）

# 高中同步测控优化训练（一）

## 第六章　不等式（一）（A卷）

### 第Ⅰ卷（选择题，共30分）

**一、选择题（本大题共10小题，每小题3分，共30分）**

⇨1. 若 $a<b<0$，则下列不等式关系中不成立的是…………（　　）

A. $1/a>1/b$　　B. $1/(a-b)>1/a$

C. $|a|>|b|$　　D. $b/a<1$

**分析**：考查不等式的性质，特殊值法.

**解法一**：令 $a=-2$，$b=-1$，只有B不成立.

**解法二**：$\because -b>0$，$\therefore 0>a-b>a$　$\therefore 1/(a-b)<1/a$

**答案**：B

⇨2. 下列命题：

①若 $a+b>0$ 且 $ab>0$，则 $a>0$ 且 $b>0$；②若 $a>b$，且 $ab>0$，则 $a>b>0$；③若 $a/b>c/d \Rightarrow ad>bc$；④$a>b$ 是 $a/c^2>b/c^2$ 的必要条件，其中真命题……………………………………………（　　）

A. ①③　　B. ②③　　C. ②④　　D. ①④

**分析**：考查不等式性质，排除法.

**解**：$\because ab>0$，$\therefore a$，$b$ 同号，又 $a+b>0$，$\therefore a>0$ 且 $b>0$. ①正确，排除B，C. 由③$a/b-c/d>0$ 得 $(ad-bc)/(bd)>0$，不能保证 $ad>bc$. ③不正确. ∴选D.

**答案**：D

⇨3. 角 $x$，$y$ 满足 $-\pi/2<x<y<\pi/2$，则 $x-y$ 的取值范围……………………………………………………………（　　）

A. $(-\pi,0)$　　B. $(-\pi,\pi)$

C. $(-\pi/2,0)$　　D. $(-\pi/2,\pi/2)$

**分析**：考查负数在不等式中的变化，不等式的性质.

**解**：由 $x<y$ 得，$x-y<0$. 又 $-\pi<x-y<\pi$. $\therefore -\pi<x-y<0$

∴选A

备课札记

备课札记

**答案**:A

⇨4. **设** $a>b>0$,**则下列不等式成立的是** …………………… (　　)

A. $a>b>(a+b)/2>\sqrt{ab}$　　B. $a>(a+b)/2>\sqrt{ab}>b$

C. $a>(a+b)/2>b>\sqrt{ab}$　　D. $a>\sqrt{ab}>(a+b)/2>b$

**分析:考查一些简单式子的相互关系.**

**解:由** $2a>a+b>2b$

$\therefore a>(a+b)/2>b$,**又** $a^2>ab>b^2$

$\therefore a>\sqrt{ab}>b,(a+b)/2>\sqrt{ab}$

$\therefore a>(a+b)/2>\sqrt{ab}>b$

**答案**:B

⇨5. $a.b\in\mathbf{R}$,**当** $a>b$ **和** $1/a>1/b$,**同时成立时**,$a,b$ **必须满足的条件是** ………………………………………………………… (　　)

A. $ab>0$　　B. $ab<0$

C. $-b>0>-a$　　D. $-a>0>-b$

**分析:考查不等式性质,作差变形.**

**解:由** $\dfrac{(b-a)}{ab}>0,b-a<0$ **得** $ab<0$

$\therefore a>0>b$,**即** $-b>0>-a$.

**答案**:C

⇨6. **设** $x>0,p=a^x+a^{-x}(a>0$ **且** $a\neq1),Q=\sqrt{3}\sin x+\cos x$,**则** $P$ **和** $Q$ **的大小关系是** ………………………………………… (　　)

A. $P\geqslant Q$　　B. $P\leqslant Q$　　C. $P>Q$　　D. $P<Q$

**分析:考查均值不等式,三角函数的有界性.**

**解**:$\because P=a^x+a^{-x}\geqslant2\quad Q=2\sin(x+\dfrac{\pi}{6})\leqslant2$. $\therefore$**选** A

**答案**:A

⇨7. **设** $a,b,c\in\mathbf{R}^+$,**且** $a+b+c=1$,**若** $M=(\dfrac{1}{a}-1)(\dfrac{1}{b}-1)(\dfrac{1}{c}-1)$,**则必有** ………………………………………… (　　)

A. $0\leqslant M<1/8$　　B. $1/8\leqslant M<1$

C. $1\leqslant M<8$　　D. $M\geqslant8$

**分析:由** $a+b+c=1$,**使用** 1 **的代换,均值不等式.**

**解**:$M=[(a+b+c)/a-1][(a+b+c)/b-1][(a+b+c)/c-1]$

$=(b/a+c/a)(a/b+c/b)(a/c+b/c)\geqslant8$

答案:D

⇨8. 下列不等式中恒成立的是 …………………………… (　　)

A. $\cot\theta+\tan\theta\geqslant 2$

B. $x+\dfrac{2}{\sqrt{x}}-1\geqslant 2$

C. $(\sin^2\theta+3)/\sqrt{\sin^2\theta+2}\geqslant 2$

D. $xyz\leqslant 1/27$(已知 $x+y+z=1$)

分析:考查均值不等式,等号成立的条件,使用均等拆分.

解:当且仅当 $x=1$ 时,等号成立,A、D 中可为负值,C 中等号不成立. $(\sqrt{x})^2+1/\sqrt{x}+1/\sqrt{x}\geqslant 3$.

答案:B

⇨9. 已知 $h>0$,设甲:两数 $a,b$ 满足 $|a-b|<2h$;乙:两实数 $a,b$ 满足 $|a-1|<h$,且 $|b-1|<h$,则 …………………………… (　　)

A. 甲是乙的充分但不必要条件

B. 甲是乙的必要但不充分条件

C. 甲是乙的充要条件

D. 甲既不是乙的充分条件,也不是乙的必要条件

分析:考查含绝对不等式 $|a|-|b|\leqslant|a\pm b|\leqslant|a|+|b|$,充要条件.

解:$|a-b|=|(a-1)-(b-1)|\leqslant|a-1|+|b-1|<2h$.

答案:B

⇨10. 若 $x>0,y>0$,且 $\sqrt{x}+\sqrt{y}\leqslant a\cdot\sqrt{x+y}$ 成立,则 $a$ 的最小值是 ………………………………………………………… (　　)

A. $\sqrt{2}/2$　　B. $\sqrt{2}$　　C. 2　　D. $2\sqrt{2}$

分析:考查使用 $(a^2+b^2)/2\geqslant[(a+b)/2]^2$,参数隔离法.

解:由 $[(\sqrt{x})^2+(\sqrt{y})^2]/2\geqslant[\sqrt{x}+\sqrt{y})/2]^2$

$\therefore \sqrt{(x+y)/2}\geqslant(\sqrt{x}+\sqrt{y})/2$,即 $a\geqslant\sqrt{2}$,$a_{\min}=\sqrt{2}$

答案:B

## 第Ⅱ卷(非选择题,共 70 分)

二、填空题(本大题共 4 小题,每小题 4 分,共 16 分)

⇨11. 设 $a>1$,$-1<b<0$,试将 $a,b,-b,-ab$ 按从小到大的顺序排列得______.

备课札记

备课札记

解：$\because -1<b<0$. $\therefore 0<-b<1$ $\therefore b<-b$ 又$\because a>1$

$\therefore -ab>-b$，$\because -b<1$ $\therefore -ab<a$ $\therefore b<-b<-ab<a$

答案：$b<-b<-ab<a$

⇨12. 已知不等式：①$a^2+3>2a(a\in\mathbf{R})$ ②$a+1/a\geqslant 2$.

③$a^5+b^5>a^3b^2+a^2b^3$ ④$a^2+b^2\geqslant 2(a-b-1)(a,b\in\mathbf{R})$其中正确的不等式的序号是______.

分析：考查比较法，综合法证明不等式，凑平方.

解：①$a^2+3-2a=(a-1)^2+2>0$. ②$a$ 可为负值不正确

③$a^5+b^5-a^3b^2-a^2b^3=a^3(a^2-b^2)+b^3(b^2-a^2)=(a^2-b^2)(a^3-b^3)=(a-b)^2\cdot(a+b)\cdot(a^2+ab+b^2)$其值大于零不一定成立；当 $a\neq b$ 且均为负值或一负值一零值时，其值为负值；当 $a=b$ 时，其值为零；不正确.

④$a^2+b^2-2a+2b+2=(a-1)^2+(b+1)^2\geqslant 0$

答案：①④

⇨13. 若 $a>1$，则 $a+1/(a-1)$的最小值是______.

分析：考查凑项利用均值不等式.

解：$\because a>1$，$a+1/(a-1)=a-1+1/(a-1)+1\geqslant 2+1=3$.

答案：3

⇨14. 已知三个不等式：①$ab>0$，②$-c/a<-d/b$，③$bc<ad$，以其中两个作为条件，余下一个作为结论，则可以组成______个正确的命题.

分析：考查分情况，综合运用不等式的性质，证明不等式.

解：由②，$(bc-ad)/ab>0$ 又 $ab>0\Rightarrow bc-ad>0$ 即 $bc>ad$ 说明由①②$\nRightarrow$③同理可证明其他情况.

答案：0

三、解答题（本大题 5 小题，共 54 分，解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤）

⇨15. （本小题满分 8 分）

适当增加条件，使下列命题成立.

(1)若 $ac^2>bc^2$，则 $a>b$ (2)若 $a>b$，则 $ac\leqslant bc$

(3)若 $a>b,c>d$，则 $ac>bd$ (4)$a>b$，则 $1/a<1/b$

解：(1)由 $ac^2>bc^2$ $\therefore c^2>0$，命题成立

(2)由 $ac-bc\leqslant 0$ 得 $c(a-b)\leqslant 0$，需增加条件 $c\leqslant 0$.

(3)由不等式性质，需增加条件 $b>0,d>0$；

备课札记

**证法二:分子有理化法:若证**$\sqrt{a}-\sqrt{a-1}<\sqrt{a-2}-\sqrt{a-3}$

**即证** $1/(\sqrt{a}+\sqrt{a-1})<1/(\sqrt{a-2}+\sqrt{a-3})$

$\because a\geqslant 3$ $\therefore \sqrt{a}+\sqrt{a-1}>\sqrt{a-2}+\sqrt{a-3}$

$\therefore 1/(\sqrt{a}+\sqrt{a-1})<1/(\sqrt{a-2}+\sqrt{a-3})$**成立**

**即所证不等式成立.**

⇨19.(**本小题满分** 12 **分**)

**设** $f(x)=x^2-x+B$,**实数** $a$ **满足** $|x-a|<1$,**求证:**$|f(x)-f(a)|<2(|a|+1)$

**分析:绝对值不等式**$|a|-|b|\leqslant|a\pm b|\leqslant|a|+|b|$**的应用.**

**证明:**$\because f(x)-f(a)=x^2-x+B-a^2+a-B=x^2-a^2-(x-a)=(x-a)(x+a-1)$

$\because |x-a|<1$,

$$\begin{aligned}\therefore |f(x)-f(a)|&=|(x-a)(x+a-1)|\\&=|x-a||x+a-1|<|x+a-1|\\&=|x-a+2a-1|\leqslant|x-a|+|2a-1|\\&<1+|2a|+1=2(|a|+1)\end{aligned}$$

$\therefore |f(x)-f(a)|<2(|a|+1)$.

随感录

# 高中同步测控优化训练（二）

## 第六章　不等式（一）（B卷）

### 第Ⅰ卷（选择题，共30分）

一、选择题（本大题共10小题，每小题3分，共30分）

⇨1. 对于实数$a,b,c$有下列命题

①若$a<b$，则$ac^2<bc^2$　②若$a<b<0$，则$a^2>ab>b^2$

③若$a<b<0$，则$b/a>a/b$　④若$a>b>0$，则$a\cos\pi/5>b\cos2\pi/5$，其中假命题的是……………………………（　）

A. ①和②　　B. ①和③

C. ①和④　　D. ②和④

分析：考查不等式的性质，取特殊值排除.

解：取$c=0$　①不正确，为假命题.

又∵$a<b<0$，两边分别同乘$a,b$.

∴$a^2>ab>b^2$

②正确，排除A，D　∵$a<b<0$

∴$b/a<1<a/b$　③不正确

答案：B

⇨2. 已知$a$、$b\in\mathbf{R}$，且$a\neq b$，$a+b=2$，则必有……………………（　）

A. $1\leqslant ab\leqslant(a^2+b^2)/2$　　B. $ab<1<(a^2+b^2)/2$

C. $ab<(a^2+b^2)/2<1$　　D. $(a^2+b^2)/2<ab<1$

分析：考查利用均值不等式. $(a^2+b^2)/2\geqslant[(a+b)/2]^2$变形证明不等式.

解：由$(a^2+b^2)/2>[(a+b)/2]^2=1$，$ab<(a+b)^2/4=1$

答案：B

⇨3. $a,b,c$为$(0,1)$内三个互不相等的实数，且$p=\log_c(a+b)/2$，$q=(\log_ca+\log_cb)/2$，$r=[\log_c(a+b)/2]/2$，则$p,q,r$关系……………………………………（　）

A. $p>q>r$　　B. $p<q<r$

备课札记

备课札记

C. $r<p<q$　　　D. $p<r<q$

**分析:考查对数的四则运算,对数函数单调性,均值不等式.**

**解:**$\because y=\log_c x$ **为减函数,又** $\sqrt{(a+b)/2}>(a+b)/2>\sqrt{ab}$.

$\therefore r<p<q$

**答案:**C

⇨4. **若** $a>0, a^2-2ab+c^2=0, bc>a^2$,**则** …………………… (　　)

A. $a>b>c$　　　B. $b>c>a$

C. $c>b>a$　　　D. $b>a>c$

**分析:考查运用均值不等式,不等式性质.**

**解:**$2ab=a^2+c^2\geqslant 2ac$　$\because a>0$　$\therefore b>c$

(**当** $b=c$ **时得** $b=c=a$ **与** $bc>a^2$ **矛盾**). **又** $bc>a^2=2ab-c^2$.

$\therefore bc-ab>ab-c^2>ac-c^2$　**即**$(c-a)(b+c)>0$　**又** $bc>a^2>0$

$\therefore b. c$ **同号,且** $2ab=a^2+c^2>0$, $\therefore b>c>0$　$\therefore b+c>0$　$\therefore c>a$.

**答案:**B

⇨5. **若** $0<x<1/2$,**则下列各式中正确的是** ………………… (　　)

A. $\log_x(1-x)>1$　　　B. $(1+x)^{3/2}<(1-x)^{3/2}$

C. $(1-x)^n<x^n(n\in\mathbf{N}^*)$　　　D. $\cos(1+x)<\cos(1-x)$

**解:**$\because 0<1-x<1+x<3/2<\pi/2$　$y=\cos\theta, \theta\in(0,\pi/2)$**为减函数**,$\therefore \cos(1-x)>\cos(1+x)$

**答案:**D

⇨6. **若** $a,b$ **为实数,且** $a+b=3$,,**则** $2^a+2^b$ **的最小值是** …… (　　)

A. 6　　B. $4\sqrt{2}$　　C. $2\sqrt{2}$　　D. $2\sqrt{6}$

**分析:考查均值不等式,整体代入.**

**解:**$2^a+2^b\geqslant 2\sqrt{2^{a+b}}=4\sqrt{2}$

**答案:**B

⇨7. **已知** $x,y\in\mathbf{R}$,**且** $x^2+y^2=1, u=(1+xy)(1-xy)$,**则** $u$ **的取值范围是** ……………………………………………… (　　)

A. $[3/4,+\infty)$　　　B. $(0,1]$

C. $[3/4,1]$　　　D. $(-\infty,1]$

**分析:考查三角代换的运用.**

**解:令** $x=\cos\theta, y=\sin\theta$,**则**$(1+xy)(1-xy)=1-(\sin 2\theta)^2/4$

$\because 0\leqslant(\sin 2\theta)^2\leqslant 1$　$\therefore 3/4\leqslant 1-(\sin 2\theta)^2/4\leqslant 1$

**答案:**C

⇨8. 若 $a>0,b>0,M=a^ab^b,N=b^aa^b$,则 …………………… (　　)

A. $M>N$　　B. $M\geqslant N$

C. $M\leqslant N$　　D. $M,N$ 大小由 $a,b$ 大小而定

分析:考查作商比较,当不等式两边均为正数.

解:由 $A/B>1\Leftrightarrow A>B(A>0,B>0)$. 指数函数性质.

由 $M/N=a^{a-b}b^{b-a}=(a/b)^{a-b}$.

①$a=b,M/N=1$　②$a>b>0,a/b>1,a-b>0,M/N>1$

③$0<a<b,a/b<1,a-b<0,M/N>1$

答案:B

⇨9. 不等式 $1/(a-b)+1/(b-c)+\lambda/(c-a)<0$,对满足 $a>b>c$ 恒成立,则 $\lambda$ 的取值范围是 ………………………………… (　　)

A. $(-\infty,0]$　B. $(-\infty,1]$　C. $(-\infty,4]$　D. $(4,+\infty)$

分析:考查参量分离,均值不等式.

解:$\lambda/(a-c)>1/(a-b)+1/(b-c)$　$\because a-c>0$

$\therefore \lambda>(a-c)/(a-b)+(a-c)/(b-c)=1+(b-c)/(a-b)+1+(a-b)/(b-c)>4$

答案:D

⇨10. 某工厂的产值第二年比第一年的增长率是 $P_1$,第三年比第二年的增长率是 $P_2$,第四年比第三年的增长率是 $P_3$,而这三年中的年平均增长率是 $P$,在 $P_1+P_2+P_3$ 为定值的情况下,$P$ 的最大值为 ………………………………………………… (　　)

A. $\sqrt[3]{P_1P_2P_3}$

B. $(P_1+P_2+P_3)/3$

C. $P_1P_2P_3/3$

D. $\sqrt[3]{(1+P_1)(1+P_2)(1+P_3)/3}$

分析:考查均值不等式应用.

解:设第一年产值为 $a$,则第四年产值为 $a(1+P_1)(1+P_2)(1+P_3)=a(1+P)^3$

$\therefore 1+P=\sqrt[3]{(1+P_1)(1+P_2)(1+P_3)}$

$\leqslant[(1+P_1)(1+P_2)(1+P_3)]/3$

$=1+(P_1+P_2+P_3)/3$　$\therefore p\leqslant(P_1+P_2+P_3)/3$

答案:B

备课札记

备课札记

## 第Ⅱ卷（非选择题，共 70 分）

二、填空题（本大题共 4 小题，每小题 4 分，共 16 分）

⇨11. 已知 $30<x<42$，$16<y<24$，则 $x-2y$ 范围______.

分析：考查不等式的叠加.

解：$\because 30<x<42$，$16<y<24$，$-48<-2y<-32$

$\therefore -18<x+(-2y)<10$

答案：$(-18,10)$

⇨12. 已知 $a>b>0$，$c>d>0$，则 $a/b$，$(a+d)/(b+d)$，$(a+c)/(b+c)$ 的大小是______.

分析：利用 $a>b,m>0\Rightarrow a/b>(a+m)/(b+m)$结论

$\because a>b>0,d>0\Rightarrow a/b>(a+d)/(b+d)$

又$\because a+d>b+d,c-d>0$，

$\therefore (a+d)/(b+d)>[a+d+(c-d)]/[b+d+(c-d)]=(a+c)/(b+c)$

答案：$a/b>(a+d)/(b+d)>(a+c)/(b+c)$

⇨13. 若 $\log_{\frac{1}{3}}a+\log_{\frac{1}{3}}b\leqslant -4$，则 $a+b$ 的最小值是______.

分析：考查均值不等式，对数运算.

解：由 $ab\geqslant 3^4$，$a+b\geqslant 2\sqrt{ab}\geqslant 18$

答案：18

⇨14. 已知两个正实数 $x,y$ 满足 $x+y=4$，则使不等式 $1/x+4/y\geqslant m$，恒成立的实数 $m$ 的取值范围是______.

分析：考查整体代入，均值不等式.

解：$\because (x+y)(1/x+4/y)=5+y/x+4x/y\geqslant 9$　又$\because x+y=4$

$\therefore (1/x+4/y)_{\min}=9/4$　$\therefore m\leqslant 9/4$

答案：$(-\infty,9/4]$

三、解答题（本大题共 5 小题，共 54 分，解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤）

⇨15.（本小题满分 8 分）

已知 $-1\leqslant a+b\leqslant 1$，$1\leqslant a-b\leqslant 3$，求 $3a-b$ 的取值范围.

分析：考查待定系数法，等价变形.

解：令 $3a-b=m(a+b)+n(a-b)=(m+n)a+(m-n)b$

$$\therefore \begin{cases} m+n=3 \\ m-n=-1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m=1 \\ n=2 \end{cases}$$

$\therefore 3a-b=(a+b)+2(a-b) \quad -1\leqslant(a+b)\leqslant 1, 2\leqslant 2(a-b)\leqslant 6$

$\therefore 1\leqslant(a+b)+2(a-b)\leqslant 7$

即 $1\leqslant 3a-b\leqslant 7$

⇨16.(**本小题满分 10 分**)

**设** $a>0$**,且** $a\neq 1, t>0$**,试比较** $\log_a \dfrac{t}{2}$ **与** $\log_a \dfrac{(t+1)}{2}$**的大小.**

**分析:作差法,对 $a$ 分情况证不等式.**

**解:**$\because t>0, \therefore t+1\geqslant 2\sqrt{t}>0 \quad \therefore 0<2\sqrt{t}/(t+1)\leqslant 1$

$\log_a \dfrac{t}{2}-\log_a(t+1)/2=\log_a 2\sqrt{t}/(t+1)$

①**当** $a>1$ **时**,$\log_a 2\sqrt{t}/(t+1)\leqslant\log_a 1=0$

$\therefore \log_a \dfrac{t}{2}\leqslant\log_a(t+1)/2$

②**当** $0<a<1$ **时**,$\log_a 2\sqrt{t}/(t+1)\geqslant\log_a 1=0$

$\therefore \log_a \dfrac{t}{2}\geqslant\log_a (t+1)/2$

⇨17.(**本小题满分 12 分**)

**已知** $a>b>0$,

**求证:**$(a-b)^2/8a<(a+b)/2-\sqrt{ab}<(a-b)^2/8b$.

**分析:分析结论成立的充分条件,再利用综合法证明.**

**证明:**$\because a>b>0$

**将原式变形为**$(a-b)^2/8a<(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2/2<(a-b)^2/8b$

**只需证**$(a-b)/2\sqrt{a}<\sqrt{a}-\sqrt{b}<(a-b)/2\sqrt{b}$

**只需证** $1/2\sqrt{a}<(\sqrt{a}-\sqrt{b})/(a-b)<1/2\sqrt{b}$,

**即** $1/2\sqrt{a}<1/(\sqrt{a}+\sqrt{b})<1/2\sqrt{b}$

$\because a>b>0 \quad \therefore \sqrt{a}>\sqrt{b}>0, 0<2\sqrt{b}<\sqrt{a}+\sqrt{b}<2\sqrt{a}$

$\therefore 1/2\sqrt{a}<1/(\sqrt{a}+\sqrt{b})<1/2\sqrt{b}$

**∴原不等式成立(本题还可有多种证法)**

⇨18.(**本小题满分 12 分**)

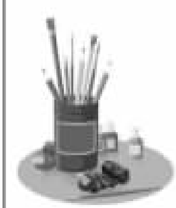
(1)**若** $a、b、c\in(0,+\infty)$,**求证** $1/a+1/b+1/c\geqslant 9/(a+b+c)$;

(2)**若** $a、b、c$ **为**$\triangle ABC$ **三边,利用上式求证:**

$1/(a+b-c)+1/(b+c-a)+1/(c+a-b)\geqslant 9/(a+b+c)$.

**分析:利用三角形三边的关系,灵活使用均值不等式.**

备课札记



备课札记

**证明**:(1)原不等式$\Leftrightarrow(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c})(a+b+c)\geqslant 9\cdots$左边$\geqslant$

$3\sqrt[3]{\frac{1}{abc}}\cdot 3\sqrt[3]{abc}=9$(当且仅当 $a=b=c$ 时取"="号)

(2)$\because\triangle ABC$,$\therefore a+b-c>0,b+c-a>0,c+a-b>0$

令 $x=a+b-c\quad y=b+c-a\quad z=c+a-b$

则 $x>0,y>0,z>0$ 且 $x+y+z=a+b+c$

$\therefore$原不等式转化为:$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}\geqslant\frac{9}{(x+y+z)}$利用(1)可证.

⇨19.(本小题满分 12 分)

函数 $f(x)=|\log_2 x|$,当 $0<m<n,f(m)=f(n)=2f[(m+n)/2]$.

求证:$\frac{\sqrt{2}}{2}<m<1$

**分析**:函数与方程的思想,对数函数的性质,不等式的性质,均值不等式的运用.

**证明**:由 $f(m)=f(n)\Leftrightarrow m\cdot n=1$ 或 $m=n$(舍去)

$\because 0<m<n\quad\therefore\begin{cases}m\cdot n=1\\0<m<1<n\end{cases}$

由 $f(n)=2f[(m+n)/2],(m+n)/2=(1/n+n)/2>1$

$\therefore\log_2 n=2\log_2(m+n)/2_2$

$\therefore n^2=2-m^2$

由 $0<m<1$ 得

$1<2-m^2<2,1<n<\sqrt{2}$,又 $m=\frac{1}{n}$

$\therefore\frac{\sqrt{2}}{2}<m<1$

随感录

备课札记

A 不正确.

答案:D

⇨4. $|x|\leqslant 2$ 是 $|x+1|\leqslant 1$ 成立的……………………………（　　）

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既非充分又非必要条件

分析:考查绝对值不等式的解法,充要条件.

解:由 $|x+1|\leqslant 1\Leftrightarrow -1\leqslant x+1\leqslant 1\Leftrightarrow -2\leqslant x\leqslant 0\Rightarrow |x|\leqslant 2$,反之,则不成立.

答案:B

⇨5. 不等式 $\sqrt{3-2x}<x$ 的解集为……………………………（　　）

A. $(-\infty,1)$　　B. $(0,+\infty)$

C. $(1,\frac{3}{2}]$　　D. $(-\infty,-3)\cup(1,+\infty)$

分析:考查无理不等式的解法. 形如 $\sqrt{f(x)}<g(x)\Leftrightarrow$

$$\begin{cases}f(x)\geqslant 0\\g(x)>0\\f(x)<[g(x)]^2\end{cases}$$

解:原不等式等价于 $\begin{cases}3-2x\geqslant 0\\x>0\\3-x<x^2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\leqslant\frac{3}{2}\\x>0\\x<-3 \text{ 或 } x>1\end{cases}$

$\Leftrightarrow 1<x\leqslant\frac{3}{2}$.

答案:C

⇨6. 若 $\frac{1}{x}<2$ 和 $|x|>\frac{1}{3}$ 同时成立,则 $x$ 满足………………（　　）

A. $-\frac{1}{3}<x<\frac{1}{2}$　　B. $x<\frac{1}{2}$ 或 $x>-\frac{1}{3}$

C. $x>\frac{1}{2}$　　D. $x<-\frac{1}{3}$ 或 $x>\frac{1}{2}$

分析:考查分式不等式,绝对值不等式综合应用.

解:由 $\frac{1}{x}<2\Leftrightarrow\frac{1-2x}{x}<0\Leftrightarrow x<0$ 或 $x>\frac{1}{2}$

由 $|x|>\frac{1}{3}\Leftrightarrow x<-\frac{1}{3}$ 或 $x>\frac{1}{3}$,要使两不等式同时成立

$\therefore x<-\dfrac{1}{3}$ **或** $x>\dfrac{1}{2}$.

**答案:**D

⇨7. **不等式**$|x^2-x-6|>3-x$ **的解集是** ……………………… (　　)

A. $(3,+\infty)$

B. $(-\infty,-3)\cup(3,+\infty)$

C. $(-\infty,-3)\cup(-1,+\infty)$

D. $(-\infty,-3)\cup(-1,3)\cup(3,+\infty)$

**分析:解绝对值不等式有两种方法:**(1)**利用**$|x|>a\Leftrightarrow x<-a$ **或** $x>a$;(2)**平方去绝对值.**

**解:由**$|x^2-x-6|>3-x\Leftrightarrow x^2-x-6>3-x$,**或** $x^2-x-6<x-3\Leftrightarrow x<-3$ **或**$-1<x<3$ **或** $x>3$.

**答案:**D

⇨8. **不等式**$(\dfrac{1}{2})^{2x^2-3x+1}\leqslant 2^{5-2x-x^2}$ **的解集为** ……………… (　　)

A. $\{x|x\geqslant 3$ **或** $x\leqslant 2\}$　　B. $\{x|2\leqslant x\leqslant 3\}$

C. $\{x|2<x<3\}$　　D. $\{x|x>3$ **或** $x<2\}$

**分析:考查指数函数的单调性.**

**解:**$\because y=2^x$ **为增函数**　$\therefore -(2x^2-3x+1)\leqslant 5-2x-x^2$

**即** $x^2-5x+6\geqslant 0$　$\therefore x\leqslant 2$ **或** $x\geqslant 3$.

**答案:**A

⇨9. **不等式组**$\begin{cases}x>0\\ \dfrac{3-x}{3+x}>\left|\dfrac{2-x}{2+x}\right|\end{cases}$**的解集为** ……………………… (　　)

A. $\{x|0<x<2\}$　　B. $\{x|0<x<2.5\}$

C. $\{x|0<x<\sqrt{6}\}$　　D. $\{x|0<x<3\}$

**分析:对每个不等式求解集,再求其交集,取值检验法.**

**解:取** $x=\dfrac{5}{2}$**代入不等式得**$\dfrac{1}{11}<\dfrac{1}{9}$,**排除** C、D;**取** $x=2$ **代入**$\dfrac{1}{5}>0$ **满足**,A **不正确.**

**答案:**B

⇨10. **若不等式** $\sqrt{4x-x^2}>ax$ **在** $x\in(0,4]$**上成立,则** $a$ **的取值范围是**………………………………………………………… (　　)

A. $a>0$　　B. $a\geqslant 0$　　C. $a<0$　　D. $a\leqslant 0$

备课札记