



## 高中新教材 45 分钟过关检测

## 第六章 不等式

## § 6.1 不等式的性质

班级

姓名

一、选择题(本大题共 6 小题,每小题 3 分,共 18 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的)

1. 若  $-1 < \alpha < \beta < 1$ , 下列各式恒成立的是 ( )

- A.  $-2 < \alpha - \beta < 0$                       B.  $-2 < \alpha - \beta < 2$   
C.  $-1 < \alpha - \beta < 0$                       D.  $-1 < \alpha - \beta < 1$

2. 已知  $a > b, ab \neq 0$ , 则下列不等式中正确的是 ( )

- A.  $a^{\frac{2}{3}} > b^{\frac{2}{3}}$                       B.  $a^{\frac{1}{3}} > b^{\frac{1}{3}}$                       C.  $a^{-1} > b^{-1}$                       D.  $a^{-2} < b^{-2}$

3. 若  $a, b, c, d \in \mathbf{R}$ , 且  $a > b, c > d$ , 那么 ( )

- A.  $a - c > b - d$                       B.  $ac > bd$                       C.  $\frac{a}{d} > \frac{b}{c}$                       D.  $a - d > b - c$

4. 已知  $a, b, c \in \mathbf{R}$ , 则  $a > b$  是  $ac^2 > bc^2$  的 ( )

- A. 充分而不必要条件  
B. 必要而不充分条件  
C. 充要条件  
D. 既不充分也不必要条件

5. 已知  $a, b, c \in \mathbf{R}$ , 那么下列命题正确的是 ( )

- A.  $a > b \Rightarrow \frac{1}{a} > \frac{1}{b}$                       B.  $\frac{a}{c} > \frac{b}{c} \Rightarrow a > b$   
C.  $\begin{cases} a^3 > b^3 \\ ab > 0 \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{a} < \frac{1}{b}$                       D.  $\begin{cases} a^2 > b^2 \\ ab > 0 \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{a} < \frac{1}{b}$

6. 已知  $f(x) = 3x^2 - x + 1, g(x) = 2x^2 + x - 1$ , 则有 ( )

- A.  $f(x) > g(x)$                       B.  $f(x) = g(x)$   
C.  $f(x) < g(x)$                       D. 不能确定

二、填空题(本大题共 5 小题,每小题 3 分,共 15 分.把答案填在题中横线上)

7. 已知  $a < b$ , 则  $|a - b - 3| - |b - a + 2|$  的值是 \_\_\_\_\_.

8. 如果  $a, b \in \mathbf{R}$  且  $a > b$ , 在下面四个不等式中:

- ①  $\frac{b}{a} > \frac{b-1}{a-1}$     ②  $(a+b)^2 > (b+1)^2$     ③  $(\frac{1}{2})^a < (\frac{1}{2})^b$     ④  $\frac{1}{a-c} < \frac{1}{b-c}$

你认为不成立的是 \_\_\_\_\_.

9. 已知  $30 < x < 42, 16 < y < 24$ , 则  $x - 2y$  的取值范围是 \_\_\_\_\_,  $\frac{x}{y}$  的取值范围是 \_\_\_\_\_.



## 尖峰纠正

10. 已知  $a < b$  且  $0 < c < 1$ , 则  $a|gc$  \_\_\_\_\_  $b|gc$ . (填  $>$  或  $<$ )

11. 已知  $n \in \mathbb{N}^*$ , 比较大小:  $\frac{1}{\sqrt{n+1}-\sqrt{n}}$  \_\_\_\_\_  $2\sqrt{n}$  (填  $>$  或  $<$ ).

三、解答题(本大题共 3 小题, 共 17 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

12. (本小题满分 5 分)

若  $x < y < 0$ , 试比较  $(x^2 + y^2)(x - y)$  与  $(x^2 - y^2)(x + y)$  的大小.

13. (本小题满分 6 分)

已知  $a < b < 0, c < d < 0$ , 求证:  $\sqrt{\frac{a}{d}} > \sqrt{\frac{b}{c}}$ .

14. (本小题满分 6 分)

已知:  $a > b > 0, c < d < 0, e < 0$ , 求证:  $\frac{e}{a-c} > \frac{e}{b-d}$ .



## 高中新教材 45 分钟过关检测

## § 6.2 算术平均数与几何平均数

班级

姓名

一、选择题(本大题共 6 小题,每小题 3 分,共 18 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的)

- 已知  $x \neq 0$ , 则  $x^2 + \frac{16}{x^2}$  的最小值是 ( )  
A. 4                      B. 8                      C. 12                      D. 16
- 设  $x, y$  都是正实数, 则下列不等式中等号不成立的是 ( )  
A.  $x + \frac{1}{x} + \frac{1}{x + \frac{1}{x}} \geq 2$   
B.  $(x + \frac{1}{x})(y + \frac{1}{y}) \geq 4$   
C.  $(x + y)(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}) \geq 4$   
D.  $(\frac{\lg x + \lg y}{2})^2 \leq \frac{\lg^2 x + \lg^2 y}{2}$
- 设  $x \geq 1, y \geq 1$ , 且  $x \neq y$ , 下列各式中最小的是 ( )  
A.  $\frac{x+y}{2}$                       B.  $\frac{2xy}{x+y}$                       C.  $\frac{2}{x+y}$                       D.  $\sqrt{xy}$
- 如果  $x, y \in \mathbf{R}$ , 且  $x + y = 5$ , 则  $3^x + 3^y$  的最小值是 ( )  
A. 10                      B.  $6\sqrt{3}$                       C.  $4\sqrt{6}$                       D.  $18\sqrt{3}$
- 已知函数  $f(x) = 2^x$ ,  $a, b$  为正实数, 设  $M = f(\frac{a+b}{2})$ ,  $N = f(\sqrt{ab})$ ,  $P = f(\frac{ab}{a+b})$ , 则  $M, N, P$  的大小关系是 ( )  
A.  $M \leq N \leq P$                       B.  $M \leq P \leq N$   
C.  $N \leq P \leq M$                       D.  $P \leq N \leq M$
- 已知  $0 < a < 1, 0 < x \leq y < 1$ , 且  $\log_a x \cdot \log_a y = 1$ , 那么  $xy$  ( )  
A. 无最大值也无最小值  
B. 无最大值而有最小值  
C. 有最大值而无最小值  
D. 有最大值也有最小值

二、填空题(本大题共 5 小题,每小题 3 分,共 15 分.把答案填在题中横线上)

- 设  $\lg x + \lg y = 2$ , 则  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$  的最小值是 \_\_\_\_\_.
- 当  $x =$  \_\_\_\_\_ 时, 函数  $f(x) = x^2(4 - 2x^2)$  ( $0 < x < \sqrt{2}$ ) 的最大值是 \_\_\_\_\_.
- 已知  $x, y$  满足  $x + y + 1 = 0$ , 则  $A = 2^x + 2^y$  的最小值是 \_\_\_\_\_.
- 在  $\triangle ABC$  中,  $A, B, C$  分别是边  $a, b, c$  的所对的角, 若  $a, b, c$  成等差数列, 则  $\angle B$  的范围是 \_\_\_\_\_.



## 尖峰纠正

11. 建造一个容积为  $8 \text{ m}^3$ , 深为  $2 \text{ m}$  的长方体蓄水池, 如果池底和池壁的造价每平方米分别为  $120$  元和  $80$  元, 那么水池的最低总价为\_\_\_\_\_元.

三、解答题(本大题共 3 小题, 共 17 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

12. (本小题满分 5 分)

已知:  $a, b, c$  为实数, 求证:  $a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2 \geq abc(a+b+c)$ .

13. (本小题满分 6 分)

已知: 实数  $a, b, c$  满足  $ab+bc+ca=1$ , 求证:  $a^2+b^2+c^2 \geq 1$ .

14. (本小题满分 6 分)

某种生产设备购买时的费用为  $10$  万元, 每年的设备管理费共计  $9$  千元, 这种生产设备的维修费各年为: 第一年  $2$  千元, 第二年  $4$  千元, 第三年  $6$  千元, ……依每年  $2$  千元逐年递增, 问这种生产设备最多使用多少年报废最合算(即使用多少年的平均费用最少)?



## 高中新教材 45 分钟过关检测

## § 6.3 不等式的证明

班级

姓名

一、选择题(本大题共 6 小题,每小题 3 分,共 18 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的)

1. 已知  $a, b, c$  是实数,那么下列命题正确的是 ( )

A.  $a > b \Rightarrow ac^2 > bc^2$

B.  $\frac{a}{c} > \frac{b}{c} \Rightarrow a > b$

C.  $a^3 > b^3$  且  $ab > 0 \Rightarrow \frac{1}{a} < \frac{1}{b}$

D.  $a^2 > b^2$  且  $ab > 0 \Rightarrow \frac{1}{a} < \frac{1}{b}$

2. 设  $a > b > 0, m = \sqrt{a} - \sqrt{b}, n = \sqrt{a-b}$ , 则 ( )

A.  $m < n$

B.  $m > n$

C.  $m = n$

D. 不能确定

3. 设  $a, b, m$  都是正实数,则  $\frac{a}{b}$  与  $\frac{a+m}{b+m}$  的大小关系是 ( )

A.  $\frac{a}{b} > \frac{a+m}{b+m}$

B.  $\frac{a}{b} < \frac{a+m}{b+m}$

C.  $\frac{a}{b} = \frac{a+m}{b+m}$

D. 与  $a, b, m$  的值有关

4. 设  $m \neq n, x = m^4 - m^3n, y = n^3m - n^4$ , 则  $x, y$  的大小关系是 ( )

A.  $x > y$

B.  $x = y$

C.  $x < y$

D. 与  $m, n$  的值有关

5. 已知  $a, b \in \mathbf{R}$ , 那么  $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$  成立的一个充分不必要条件是 ( )

A.  $a > b$

B.  $ab(a-b) < 0$

C.  $0 < a < b$

D.  $a < b$

6. 设  $x > 2, y > 2$ , 则 ( )

A.  $xy > x + y$

B.  $xy < x + y$

C.  $xy = x + y$

D.  $\frac{x}{y} > 1$

二、填空题(本大题共 5 小题,每小题 3 分,共 15 分.把答案填在题中横线上)

7. 用综合法证明不等式时,要求后一个不等式是前一个不等式成立的 \_\_\_\_\_ 条件. 用分析法证明不等式时,要求后一个不等式是前一个不等式成立的 \_\_\_\_\_ 条件.

8. 已知  $0 < a < 1$ , 则  $2\sqrt{a}, 1+a, \frac{1}{1-a}$  中最小的一个是 \_\_\_\_\_.

9. 已知  $a$  是正实数, 则  $x = \frac{1}{2\sqrt{a}}, y = \frac{1}{2\sqrt{a+1}}, z = \frac{1}{\sqrt{a} + \sqrt{a+1}}$  从大到小的顺序是 \_\_\_\_\_.

**尖峰纠正**

10. 设  $x > 0, y > 0, M = \frac{x+y}{2+x+y}, N = \frac{x}{2+x} + \frac{y}{2+y}$ , 则  $M, N$  的大小关系是\_\_\_\_\_.
11. 设  $x = a^2b^2 + 5, y = 2ab - a^2 - 4a$ , 若  $x > y$ , 则实数  $a, b$  应满足的条件是\_\_\_\_\_.
- 三、解答题(本大题共 3 小题, 共 17 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)
12. (本小题满分 5 分)
- 已知:  $a, b, c$  都是正实数, 求证:  $a^3 + b^3 + c^3 \geq 3abc$ .

13. (本小题满分 6 分)

已知:  $a, b > 0, 2c > a + b$ . 求证:

(1)  $c^2 > ab$ ;

(2)  $c - \sqrt{c^2 - ab} < a < c + \sqrt{c^2 - ab}$ .

14. (本小题满分 6 分)

设  $x > 0, y > 0$ , 且  $x \neq y$ , 求证:  $(x^3 + y^3)^{\frac{1}{3}} < (x^2 + y^2)^{\frac{1}{2}}$ .



## 高中新教材 45 分钟过关检测

### § 6.4 不等式的解法举例

班级

姓名

一、选择题(本大题共 6 小题,每小题 3 分,共 18 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的)

1. 不等式  $6x^2 + 5x < 4$  的解集为 ( )

- A.  $(-\infty, -\frac{4}{3}) \cup (\frac{1}{2}, +\infty)$       B.  $(-\frac{4}{3}, \frac{1}{2})$   
 C.  $(-\frac{1}{2}, \frac{4}{3})$       D.  $(-\infty, -\frac{1}{2}) \cup (\frac{4}{3}, +\infty)$

2. 若  $a > 0$ , 且不等式  $ax^2 + bx + c < 0$  无解, 则不等式左边的二次三项式的判别式 ( )

- A.  $\Delta < 0$       B.  $\Delta = 0$       C.  $\Delta \leq 0$       D.  $\Delta > 0$

3. 下列不等式中,与“ $x < 3$ ”同解的是 ( )

- A.  $x(x+4)^2 < 3(x+4)^2$       B.  $x(x-4)^2 < 3(x-4)^2$   
 C.  $x + \sqrt{x-4} < 3 + \sqrt{x-4}$       D.  $x + \frac{1}{x^2-2x+1} < 3 + \frac{1}{x^2-2x+1}$

4. 正数  $x$  满足不等式  $\sqrt{x} < 2x$  的充要条件是 ( )

- A.  $x > \frac{1}{4}$       B.  $x > 2$       C.  $x > 4$       D.  $0 < x < \frac{1}{4}$

5. 不等式  $\frac{(x-3)(10-x)}{(x-1)x^2} \geq 0$  的解集是 ( )

- A.  $\{x | 0 < x < 1 \text{ 或 } 3 < x \leq 10\}$   
 B.  $\{x | x < 0 \text{ 或 } 1 < x \leq 3 \text{ 或 } x \geq 10\}$   
 C.  $\{x | x < 0 \text{ 或 } 0 < x < 1 \text{ 或 } 3 \leq x \leq 10\}$   
 D.  $\{x | x < 1 \text{ 或 } 3 \leq x \leq 10\}$

6.  $|\frac{x+2}{x^2+3x}| \geq \frac{x+2}{x^2+3x}$  的解集是 ( )

- A.  $\{x | x > 0 \text{ 或 } -3 < x \leq -2\}$       B.  $\{x | -3 < x \leq -2\}$   
 C.  $\{x | x < -3 \text{ 或 } -2 < x < 0\}$       D.  $\{x | -3 < x < 0\}$

二、填空题(本大题共 5 小题,每小题 3 分,共 15 分.把答案填在题中横线上)

7. 不等式  $(x+4)(x+5)^2 > (3x-2)(x+5)^2$  的解集是 \_\_\_\_\_.

8. 不等式  $ax^2 + 5x + b > 0$  的解集是  $(\frac{1}{3}, \frac{1}{2})$ , 则  $a =$  \_\_\_\_\_,  $b =$  \_\_\_\_\_.

9. 不等式  $\frac{ax}{x-1} < 1$  的解集为  $\{x | x < 1 \text{ 或 } x > 2\}$ , 则  $a =$  \_\_\_\_\_.

10. 若二次方程  $x^2 - 2mx + 4x + 2m^2 - 4m - 2 = 0$  有实根, 则两根之积的最大值是 \_\_\_\_\_.

11. 若不等式  $\sqrt{3x-k} > \sqrt{x-4}$  的解是  $x \geq 4$ , 则整数  $k$  最大可取 \_\_\_\_\_.



## 尖峰纠正

三、解答题(本大题共3小题,共17分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

12. (本小题满分5分)

解不等式  $\frac{3x^2 - 14x + 14}{x^2 - 6x + 8} \geq 1$ .

13. (本小题满分6分)

已知  $U = \mathbf{R}$ ,  $A = \{x \mid \log_{\frac{1}{2}}(3-x) \geq -2\}$ ,  $B = \{x \mid \frac{5}{x+2} \geq 1\}$ . 求  $(\complement_U A) \cap B$ .

14. (本小题满分6分)

解关于  $x$  的不等式  $a(ax-1) > ax-1$ .





## 尖峰纠正

三、解答题(本大题共3小题,共17分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

12. (本小题满分5分)

若  $|h| < \frac{a}{4}$ ,  $|k| < \frac{a}{6}$ , 求证:  $|2h - 3k| < a$ .

13. (本小题满分6分)

已知:  $f(x) = \sqrt{1+x^2}$ ,  $a^2 \neq b^2$ , 求证:  $|f(a) - f(b)| < |a - b|$ .

14. (本小题满分6分)

已知  $f(x) = |\lg x|$ , 且  $0 < a < b < c$  时有  $f(a) > f(c) > f(b)$ , 求证:  $ac < 1$ .





## 尖峰纠正

A.  $x > a$  或  $x < \frac{1}{a}$

B.  $x > \frac{1}{a}$  或  $x < a$

C.  $a < x < \frac{1}{a}$

D.  $\frac{1}{a} < x < a$

10. 若  $a > b > 1$ ,  $P = \sqrt{\lg a \cdot \lg b}$ ,  $Q = \frac{1}{2}(\lg a + \lg b)$ ,  $R = \lg\left(\frac{a+b}{2}\right)$ , 则有 ( )

A.  $R < P < Q$

B.  $P < Q < R$

C.  $Q < P < R$

D.  $P < R < Q$

11. 若  $\log_a(a^2+1) < \log_a(2a) < 0$  ( $a > 0$  且  $a \neq 1$ ), 则  $a$  的取值范围是 ( )

A.  $(0, 1)$

B.  $(\frac{1}{2}, 1)$

C.  $(0, \frac{1}{2})$

D.  $(1, +\infty)$

二、填空题(本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 把答案填在题中横线上)

12. 如果  $x, y \in \mathbf{R}$ , 则  $xy > 0$  是  $|x+y| = |x| + |y|$  的\_\_\_\_\_条件.

13. 若一个数不小于它的倒数, 则这个数的取值范围是\_\_\_\_\_.

14. 若关于  $x$  的不等式  $ax^2 + bx + c < 0$  的解集是  $\{x | n < x < m\}$  ( $n > 0$ ), 则不等式  $cx^2 - bx + a < 0$  的解集是\_\_\_\_\_.

15. 若正数  $a, b$  满足  $ab = a + b + 3$ , 则  $ab$  的最小值是\_\_\_\_\_.

三、解答题(本大题共 3 小题, 共 36 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

16. (本小题满分 12 分)

解不等式:  $\frac{x-a}{x-a^2} < 0$



17. (本小题满分 12 分)

已知： $a, b, c$  为互不相等的正数，且  $a, b, c$  成等比数列.

求证： $a^2 + b^2 + c^2 > (a - b + c)^2$ .

失误纠正



## 尖子纠正

18. (本小题满分 12 分)

设  $x, y, z$  为不全相等的非负实数.求证:  $\sqrt{x^2+xy+y^2} + \sqrt{y^2+yz+z^2} + \sqrt{z^2+zx+x^2} > \frac{3}{2}(x+y+z)$ .



## 尖峰纠正

10. 过点  $A(2, b)$  和点  $B(3, -2)$  的直线的倾斜角为钝角, 则实数  $b$  的取值范围是\_\_\_\_\_.
11. 已知直线  $l_1$  的倾斜角为  $\alpha_1$ , 则  $l_1$  关于  $x$  轴对称的直线  $l_2$  的倾斜角  $\alpha_2$  用  $\alpha_1$  表示为\_\_\_\_\_.

三、解答题(本大题共 3 小题, 共 22 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

12. (本小题满分 7 分)

已知两点  $A(-1, -5), B(3, -2)$ , 直线  $l$  的倾斜角是直线  $AB$  的倾斜角的一半, 求直线  $l$  的斜率.

13. (本小题满分 7 分)

已知直线  $l$  的斜率小于零, 该直线的倾斜角  $\alpha$  满足  $\sin \frac{\alpha}{2} = \sqrt{1 + \sin \alpha} - \sqrt{1 - \sin \alpha}$ , 求直线  $l$  的斜率.

14. (本小题满分 8 分)

已知  $M(2, -3), N(-3, -2)$ , 直线  $l$  过点  $P(1, 1)$ , 且与线段  $MN$  相交, 求直线  $l$  斜率  $k$  的取值范围.

## 高中新教材 45 分钟过关检测

## § 7.2 直线的方程

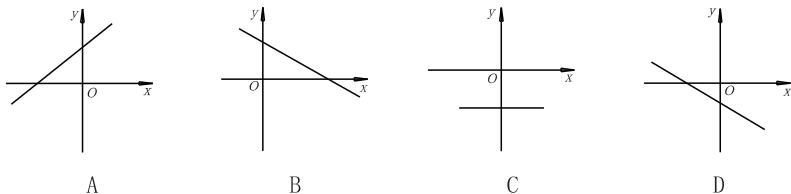
班级

姓名

一、选择题(本大题共 6 小题,每小题 3 分,共 18 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的)

1. 直线  $y=kx+b(b \neq 0)$  不过第二象限,则 ( )  
 A.  $k \cdot b < 0$  B.  $k \cdot b \leq 0$   
 C.  $k \cdot b > 0$  D.  $k \cdot b \geq 0$

2. 直线  $y=ax-\frac{1}{a}$  的图象可能是 ( )



3. 点  $M(x, y)$  在直线  $x+2y+1=0$  上移动,  $2^x+4^y$  的最小值是 ( )

- A.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  B.  $\sqrt{2}$  C.  $2\sqrt{2}$  D.  $4\sqrt{2}$

4. 过点  $P(1, 1)$  作直线  $l$ , 与两坐标轴相交, 所得三角形面积为 10, 直线  $l$  有 ( )

- A. 1 条 B. 2 条 C. 3 条 D. 4 条

5. 若直线  $(a+2)x+(a^2-2a-3)y-2a=0$  在  $x$  轴上的截距为 3, 则实数  $a$  的值为 ( )

- A. -6 B. 6 C.  $-\frac{6}{5}$  D.  $\frac{6}{5}$

6. 直线  $x\sin\theta-\sqrt{3}y+1=0$  的倾斜角变化范围是 ( )

- A.  $[0, \pi]$  B.  $[\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}]$   
 C.  $[0, \frac{\pi}{6}]$  D.  $[0, \frac{\pi}{6}] \cup [\frac{5\pi}{6}, \pi)$

二、填空题(本大题共 5 小题,每小题 2 分,共 10 分.把答案填在题中横线上)

7. 已知直线  $l$  被两坐标轴截得线段中点是  $(1, -3)$ , 则直线  $l$  的方程是\_\_\_\_\_.
8. 直线  $ax+by+c=0(ab \neq 0)$  在两坐标轴上截距相等, 则  $a, b, c$  满足的条件是\_\_\_\_\_.
9. 自原点  $O$  向直线  $l$  引垂线, 垂足为  $P(a, b)$  ( $a, b$  不全为零), 则直线  $l$  的方程为\_\_\_\_\_.
10. 已知直线  $l_1: A_1x+B_1y=1$  和  $l_2: A_2x+B_2y=1$  相交于点  $P(2, 3)$ , 则过点  $P_1(A_1, B_1), P_2(A_2, B_2)$  的直线方程为\_\_\_\_\_.
11. 直线  $\begin{cases} x=3-t \\ y=1+t \end{cases}$  ( $t$  为参数) 与直线  $y=x$  相交, 则交点到点  $(3, 1)$  的距离是\_\_\_\_\_.